

UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

MATEJ JOVAN

**OCENJEVANJE VERJETNOSTI NEPLAČILA PODJETIJ Z
MERTONOVIM (1974) MODELOM IN MODELOM OGROŽENOSTI V
DISKRETNEM ČASU**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Ljubljana, 2016

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani Matej Jovan, študent Interdisciplinarnega doktorskega študija Statistika Univerze v Ljubljani, avtor doktorske disertacije z naslovom OCENJEVANJE VERJETNOSTI NEPLAČILA PODJETIJ Z MERTONOVIM (1974) MODELOM IN MODELOM OGROŽENOSTI V DISKRETNEM ČASU, pripravljene v sodelovanju s svetovalcem dr. Alešem Ahčanom

IZJAVLJAM

1. da sem doktorsko disertacijo pripravil samostojno;
2. da je tiskana oblika doktorske disertacije istovetna njeni elektronski obliki;
3. da je besedilo doktorske disertacije jezikovno korektno in tehnično pripravljeno v skladu z Navodili za izdelavo zaključnih nalog Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani, kar pomeni, da sem poskrbel, da so dela in mnenja drugih avtorjev oziroma avtoric, ki jih uporabljam oziroma navajam v besedilu, citirana oziroma povzeta v skladu z Navodili za izdelavo zaključnih nalog Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani;
4. da se zavedam, da je plagiatorstvo – predstavljanje tujih del (v pisni ali grafični obliki) kot mojih lastnih – kaznivo po Kazenskem zakoniku Republike Slovenije;
5. da se zavedam posledic, ki bi jih na osnovi doktorske disertacije dokazano plagiatorstvo lahko predstavljalo za moj status na Ekonomski fakulteti Univerze v Ljubljani v skladu z relevantnim pravilnikom;
6. da sem pridobil vsa potrebna dovoljenja za uporabo podatkov in avtorskih del v doktorski disertaciji in jih v njej jasno označil;
7. da sem pri pripravi doktorske disertacije ravnal v skladu z etičnimi načeli in, kjer je to potrebno, za raziskavo pridobil soglasje etične komisije;
8. da soglašam, da se elektronska oblika doktorske disertacije uporabi za preverjanje podobnosti vsebine z drugimi deli s programsko opremo za preverjanje podobnosti vsebine, ki je povezana s študijskim informacijskim sistemom Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani;
9. da na Univerzo v Ljubljani neodplačno, neizključno, prostorsko in časovno neomejeno prenašam pravico shranitve doktorske disertacije v elektronski obliki, pravico reproduciranja ter pravico dajanja doktorske disertacije na voljo javnosti na svetovnem spletu preko Repozitorija Univerze v Ljubljani;
10. da hkrati z objavo doktorske disertacije dovoljujem objavo svojih osebnih podatkov, ki so navedeni v njej in v tej izjavi.

V Ljubljani, dne

Podpis študenta:

Povzetek

V tej disertaciji sta razvita dva modela za ocenjevanje verjetnosti neplačila. Prvi je strukturni model, ki je nadgrajen Mertonov model (Merton, 1974) in uporablja Lévyjev proces kot gonilni proces gibanja sredstev podjetja. Drugi je model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami, ki je izpeljan iz analize preživetja s ponavljajočimi dogodki zanimanja (Willett & Singer, 1995) in nadgrajuje enoepizodni model ogroženosti v diskretnem času od Shumwaya (2001). Njun razvoj izhaja iz osnovne motivacije, da se izdelata modele, ki bi natančneje ocenjevali verjetnost neplačila in s tem kreditno tveganje v bankah. Disertacija podaja natančen teoretski opis modelov ter opis njunega delovanja na dejanskih in simuliranih podatkih, zaradi česar sta obravnavana celovito. Izidi kažejo, da oba modela omogočata natančnejše ocenjevanje verjetnosti neplačila v primerjavi s predhodnimi istovrstnimi modeli. Disertacija tako prispeva dve novi orodji v zbir znanstvenih orodij za ocenjevanje verjetnosti neplačila, ki sta teoretsko jasni ter omogočata ali predstavljata možnost, da se PD-ji ocenjujejo bolj natančno.

Informativna vrednost ocen verjetnosti neplačila je bila pri obeh modelih pokazana na empiričnih podatkih. Zato imata oba modela pomembne praktične implikacije. Uporabljata se lahko v bankah in pri regulatorju za ocenjevanje kreditnega tveganja podjetij. Prispevek te disertacije je tudi tesna povezava obeh razvitih modelov s predpisi. Pokazano je, v kakšnem obsegu modela izpolnjujeta predpisane minimalne zahteve pristopa na podlagi notranjih bonitetnih sistemov za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje. To je pomembno za banke, ki že imajo ali načrtujejo uvedbo notranjih bonitetnih sistemov za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje, saj morajo morebitne neusklajenosti modelov s predpisi odpraviti. Pomembno je tudi za regulatorja, ki mora modele ovrednotiti in izdati dovoljenje za njihovo uporabo za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje.

Ključne besede: kreditno tveganje, napovedovanje neplačila, strukturni model, Léviyjev proces, normalna inverzna Gaussova porazdelitev, model ogroženosti v diskretnem času, ponavljajoči neplačniki, pristop IRB

Abstract

In this dissertation we developed two models for the estimation of the probability of default. The first is the structural model, which is an upgraded model of Merton (1974) and uses the Lévy process as the driving process of asset returns. The other is a multiple-spell discrete-time hazard model, based in the theory of the survival analysis with repeated events (Willett & Singer, 1995), which upgrades the discrete-time hazard model of Shumway (2001). Their development is derived from the basic motivation to produce models that could more accurately estimate the probability of default and thus the credit risk in banks. A detailed description of the models' theoretical properties is given in this dissertation together with their performance on empirical and simulated data, for which reason they are dealt with comprehensively. The results show that both models provide more accurate estimation of probability of default compared to its predecessors. This dissertation thus contributes two new tools in the compilation of scientific tools for the estimation of probability of default, which are theoretically clear and consistent, and as such offer the possibility to estimate probabilities of default more accurately.

The informative value of the probability of default estimates from these two models is shown on empirical data. That is why both models have important practical implications. Both models can be used in banks and by the regulator to assess the credit risk of companies. The contribution of this dissertation is also the close link to regulatory requirements. It is indicated to what extent the models fulfill the minimum regulatory requirements of the internal ratings-based approach. This is important for banks, which already have or are planning the introduction of the internal ratings-based approach for capital requirements calculation, as a possible non-compliance with the minimum requirements must be dealt with and rectified. It is also important for the regulator, who has to validate such models and eventually approve its usage by the bank.

Keywords: credit risk, default prediction, structural model, Lévy process, normal inverse Gaussian distribution, multiple-spell discrete-time hazard model, recurrent defaulters, IRB approach

Kazalo

Uvod	1
Pristop na podlagi notranjih bonitetnih sistemov za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje	1
Strukturalni modeli	2
Statistični modeli: model ogroženosti v diskretnem času	3
1 Pristop na podlagi notranjih bonitetnih sistemov za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje	7
1.1 Pregled literature o modelih za ocenjevanje kreditnih dogodkov	11
2 Strukturni model za ocenjevanje PD	15
2.1 Uvod	15
2.2 Predpostavke klasičnega Mertonovega (1974) modela	17
2.3 Skladnost Mertonovega modela z minimalnimi zahtevami pristopa IRB	19
2.3.1 Skladnost opredelitev položaja neplačila	19
2.3.2 Skladnost z zahtevami glede podatkov	20
2.3.3 Porazdelitev naravnih logaritmov donosov	21
2.4 Predpostavke Mertonovega NIG modela	21
2.4.1 NIG Lévyjev proces	22
2.4.2 Model	24
2.4.3 Esscherjeva ekvivalentna martingalska mera	24
2.5 Skladnost Mertonovega NIG modela z minimalnimi zahtevami pristopa IRB	25
2.6 Tržna vrednost sredstev iz tržne vrednosti delnice	26
2.7 EM algoritem za klasični Mertonov model	26
2.7.1 Preizkus teoretskih lastnosti vzorčnih ocen na podlagi metode ML	28
2.7.2 Izid preizkusa teoretskih lastnosti vzročnih ocen na podlagi metode ML	29

2.8	EM algoritmi za Mertonov NIG model	32
2.8.1	Funkcija največjega verjetja po vzoru iz Duan (1994, 2000)	32
2.8.2	Poenostavljena funkcija največjega verjetja	33
2.8.3	Metoda momentov	34
2.8.4	Preizkus teoretskih lastnosti vzorčnih ocen na podlagi metode ML	35
2.8.5	Izid preizkusa teoretskih lastnosti vzročnih ocen na podlagi metode ML	36
2.8.6	Izvor pristranskosti ocen parametrov Mertonovega NIG modela	43
2.9	Ocene PD za slovenska kotirajoča podjetja	48
2.10	Povzetek spoznanj in praktične implikacije	53
3	Statistični model za ocenjevanje PD: model ogroženosti v diskretnem času	56
3.1	Uvod	56
3.2	Narava dogodkov	57
3.3	Teoretska podlaga: opredelitev pojmov	58
3.3.1	Časovna enota	58
3.3.2	Kreditna epizoda	58
3.3.3	Problem desnega krnjenja	62
3.3.4	Porazdelitev dogodkov znotraj kreditne epizode	63
3.4	Vzorčna funkcija največjega verjetja	63
3.5	Doslednost in nepristranskost	68
3.5.1	Ilustrativen primer	70
3.6	Umerjanje modela na dejanske pojavitve neplačil	73
3.7	Izdelava modela	74
3.7.1	Spremenljivke kreditnih epizod	75
3.7.2	Finančne spremenljivke	76
3.7.3	Nefinančne spremenljivke	76

3.7.4	Interakcije	78
3.7.5	Model	79
3.8	Podatki	79
3.8.1	Viri podatkov	79
3.8.2	Opredelitev populacije	80
3.8.3	Opredelitev položaja neplačila	81
3.8.4	Postopek opredelitve podatkov za ocenjevanje parametrov modela	82
3.8.5	Osnovne opisne statistike kreditnih epizod	85
3.9	Ocenjevanje	87
3.9.1	Preizkus linearnosti in transformacije spremenljivk	87
3.9.2	Izidi ocenjevanja	89
3.10	Preizkus razločevalne in napovedne moči modelov	92
3.11	Povzetek spoznanj in praktične implikacije	95
	Zaključek	101
	Ključni prispevki k znanosti	101
	Odgovori na raziskovalna vprašanja	102
	Literatura	106
	Priloge	112

Slike

1	Gostota porazdelitve izgub kreditnega portfelja	10
2	Kapitalska zahteva v odvisnosti od višine PD	11
3	Porazdelitev vzorčnih ocen parametra α_A	39
4	Porazdelitev vzorčnih ocen parametra β_A	39
5	Porazdelitev vzorčnih ocen parametra δ_A	40
6	Porazdelitev vzorčnih ocen parametra μ_A	40
7	Slike NIG porazdelitve	41
8	Primerjava razlik med $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ s spreminjajočo α_A . .	44
9	Primerjava razlik med $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ s spreminjajočo β_A . .	45
10	Primerjava razlik med $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ s spreminjajočo δ_A . .	46
11	Primerjava razlik med $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ s spreminjajočim μ_A .	47
12	Ocenjene porazdelitve naravnih logaritmov donosov na izbrana sredstva podjetij iz SBI20	52
13	Opisne statistike časa v kreditni epizodi	85
14	Opisne statistike kreditnih epizod	86
15	Opisne statistike predhodnih neplačil	86
16	Opisne statistike časa od začetka predhodnega položaja neplačila	87
17	Preizkus linearnosti	89

Tabele

1	Opisne statistike vzorčnih ocen parametrov, Mertonov model	30
2	Opisne statistike vzorčnih ocen izbranih količin, Mertonov model	31
3	Opisne statistike vzorčnih ocen PD, Mertonov model	32
4	Opisne statistike vzorčnih ocen parametrov, Mertonov NIG model	38

5	Opisne statistike vzorčnih ocen izbranih količin, Mertonov NIG model	42
6	Opisne statistike vzorčnih ocen PD, oba modela	43
7	Opisne statistike vzorčnih ocen parametrov, Mertonov NIG model	45
8	Izidi enostavne simulacije	48
9	Ocene PD za nekatera slovenska kotirajoča podjetja	51
10	Ilustracija sosledja kreditnih epizod dveh hipotetičnih podjetij	61
11	Število dolžnikov in stopnja neplačila po letih	84
12	Ovrednoteni modeli ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami	93
13	Razločevalna in napovedna moč ocenjenih modelov	96
14	Izidi 10-kratnega prečnega preverjanja za vsak podvzorec, model 1	97
15	Izidi 10-kratnega prečnega preverjanja za vsak podvzorec, model 2	97
16	Izidi 10-kratnega prečnega preverjanja za vsak podvzorec, model 3	98
17	Izidi 10-kratnega prečnega preverjanja za vsak podvzorec, model 4	98
18	Izidi 10-kratnega prečnega preverjanja za vsak podvzorec, model 5	99

Uvod

Pristop na podlagi notranjih bonitetnih sistemov za izračun kapitalne zahteve za kreditno tveganje

S prihodom Direktive 2006/48/ES Evropskega parlamenta in Sveta (v nadaljevanju CRD¹) v letu 2006, novelirane z Direktivo 2013/36/EU Evropskega parlamenta in Sveta (v nadaljevanju CRD IV) v letu 2013, in Uredbo (EU) št. 575/2013 Evropskega parlamenta in Sveta (v nadaljevanju CRR²) v letu 2013, so napredni pristopi za izračun kapitalne zahteve za kreditno tveganje dobili lastno regulatorno veljavo. S tem so bila pri regulatorju pripoznana znanstvena dognanja, ki so se zlasti v velikih mednarodnih bankah že uporabljala za upravljanje in merjenje kreditnega tveganja. Pristop na podlagi notranjih bonitetnih sistemov (angleško *Internal Ratings-Based approach*, IRB) ustrezno artikulira ta dognanja. Pristop IRB bankam omogoča, da za izračun kapitalne zahteve za kreditno tveganje uporabijo notranje bonitetne sisteme. Hkrati jim nalaga številne minimalne zahteve, če ga želijo uporabljati. Ne nazadnje je za uporabo pristopa IRB treba pridobiti dovoljenje nacionalnega regulatorja, oziroma z uvedbo Enotnega nadzornega mehanizma dovoljenje Evropske centralne banke.

Gledano s statističnega vidika pristop IRB opredeljujejo trije parametri tveganja: verjetnost neplačila (angleško *probability of default*, PD), izguba ob neplačilu (angleško *loss-given-default*, LGD) in konverzijski količnik (angleško *conversion factor*, CF). Ti parametri so vedno vhodni podatki za izračun kapitalne zahteve za kreditno tveganje po pristopu IRB. Najbolj raziskan med njimi je parameter PD, zato za njegovo ocenjevanje obstaja največ metodologij. V tej disertaciji je predmet zanimanja parameter PD.

Banka mora regulatorju dokazati, da uporabljene metodologije ne ustvarjajo pristranskih ocen parametrov na način, da bi bila kapitalna zahteva za kreditno tveganje zaradi tega pristranska. To med drugim dokazuje z dokumentacijo, v kateri so jasno opredeljene teoretske predpostavke uporabljenih modelov, in delovanjem v času. Pri tem mora vsakoletno ugotovljati, ali so napovedi prihodnjih dogodkov neplačil, v časovnem horizontu enega leta, skladne z dejanskimi pojavitvami teh dogodkov. Banka mora pri izdelavi modelov ali metod za ocenjevanje kreditnega tveganja poleg jasne teoretske artikulacije zasledovati tudi minimalne zahteve pristopa IRB, ki jih določa CRD IV oziroma CRR.

Regulator v postopku odobritve ovrednoti vse vidike modelov. Poznavanje teoretskih predpostavk in samo delovanje modelov sta zato predmet njegovega zanimanja, kadar gre za odobritev nekega modela za ocenjevanje izbranega parametra v pristopu IRB. Doslednost in nepristranskost ocen PD sta bistveni, zato morajo regulatorji ugotoviti, ali uporabljeni modeli oziroma metode ocenjevanja PD ustvarjajo dosledne in nepristranske ocene PD.

¹Angleško *Capital Requirements Directive*.

²Angleško *Capital Requirements Regulation*.

Disertacija se osredotoča na ožje področje metodologij za ocenjevanje PD podjetij. V disertaciji bosta obravnavani dve vrsti teh metodologij, Mertonov (Merton, 1974) strukturni model in model ogroženosti v diskretnem času.

Strukturni modeli

Prvi je strukturni model artikuliral Merton (1974) in ga Altman (2008) poimenuje strukturni model prve generacije. Naziv *strukturni* izhaja iz predpostavk modela, kjer je ocena PD podjetja funkcija njegove kapitalске *strukture*, volatilnosti (spremenljivosti) in trenda tržne vrednosti sredstev v času. V nadaljevanju se zato za poimenovanje tovrstnih modelov uporablja izraz strukturni model. Strukturni modeli so zanimivi za ocenjevanje PD, saj temeljijo na vsakodnevno opazovanih gibanjih delnic podjetij, ki kotirajo na borzi, zaradi česar je mogoče v vsakem času ocenjevati PD za ta podjetja, in za poljubni časovni horizont. Vendar so prav zaradi tega omejeni, saj so veljavni zgolj za podjetja, ki kotirajo na borzah. Bančni kreditni portfelji so običajno v manjšem delu sestavljeni iz takih podjetij ter v večjem iz malih in srednjih, ki ne kotirajo na borzi. Za slednje tako strukturni modeli niso uporabni ali vsaj nimajo takšne časovne prožnosti. Za slovenske banke, ki so zlasti izpostavljene do slovenskih podjetij, z malo kotacijami, so strukturni modeli uporabni v zelo omejenem obsegu. Večje mednarodne banke in tudi velike bonitetne ustanove takšne modele uporabljajo oziroma jih prodajajo, denimo Moody's KMV³ Expected Default Frequency model (Crosbie & Bohn, 2003) in Fitch Equity Implied Rating and Probability of Default Model (Liu, Kocagil, & Gupton, 2007).

Klasičen Mertonov model predpostavlja enostavno strukturo bilance in normalno porazdelitev donosov na sredstva podjetij. Čeprav je struktura bilanc podjetij običajno bolj razčlenjena, kot to predpostavlja Mertonov model, vpliv te predpostavke na pristranskost ocen PD v disertaciji ne bo podrobneje raziskan. Disertacija se bo, znotraj strukturnih modelov, osredotočala na predpostavko normalne porazdelitve donosov in njen vpliv na ocene PD. Več avtorjev ugotavlja (Barndorff-Nielsen, 1997a, 1997b; Eberlein, 2001; Prause, 1999), da naravni logaritmi donosov na tržne vrednosti delnic, iz katerih se ocenjuje PD, niso ustrezno opisani z normalno porazdelitvijo, ki izhaja iz predpostavke Brownovega gibanja v Mertonovem klasičnem modelu. Porazdelitev zadevnih donosov je pogosto bolj strma in z večjo gostoto v repih porazdelitve, zaradi česar odstopa od normalne. Če donosi niso porazdeljeni normalno, so predpostavke klasičnega Mertonovega modela kršene, PD-ji, ocenjeni na tej podlagi, pa lahko pristranski.

Porazdelitev zadevnih donosov je pogosto bolje opisana z modelom za gibanje sredstev v

³Kratice je sestavljena iz prvih črk priimkov ustanoviteljev podjetja KMV: Kealhofer, McQuown in Vašiček. Podjetje je prvo razvilo mero kreditnega tveganja na podlagi Mertonovega modela, imenovano EDF (angleško *Expected default Frequency*). V letu 2002 je bonitetna agencija Moody's kupila podjetje KMV, ki sedaj prodaja bonitetna orodja pod znamko Moody's KMV.

času, ki je osnovan na Lévyjevem procesu, kjer se naravni logaritmi donosov porazdeljujejo po normalni inverzni Gaussovi porazdelitvi (NIG Lévyev proces). To je bilo pokazano v številnih raziskavah, na primer v Eberlein (2001) in Prause (1999), ter je eden izmed razlogov za uporabo NIG Lévyevega procesa znotraj Mertonovega modela. Drugi razlog njegove uporabe je lastnost, da je konvolucija dveh funkcij gostote verjetnosti NIG slučajne spremenljivke zopet funkcija gostote NIG slučajne spremenljivke. S tem je omogočeno preprostejše ocenjevanje PD za poljubni časovni razpon. Model, ki kot konceptualni okvir uporablja Mertonovo predpostavko, da je kapital nakupna opcija na sredstva podjetja, gibanje sredstev v času pa opisuje z NIG Lévyjevim procesom, je analogen klasičnemu Mertonovemu modelu, zato se v nadaljevanju poimenuje Mertonov NIG model. V tej disertaciji je razvit Mertonov NIG model.

Mertonov NIG model zahteva določitev ekvivalentne martingalske mere za izpolnitev predpostavk v opcijski teoriji, vsebovani v tem modelu. V tej disertaciji je uporabljena metoda Esscherjeve transformacije (Gerber & Shiu, 1994) za določitev ekvivalentne martingalske mere, ki je uporabna za NIG Lévyjev proces (Eberlein & Keller, 1995). Esscherjeva transformacija je matematično enostavna in ekonomsko upravičena (Prause, 1999), kar je tudi razlog za uporabo v tej disertaciji. Druge ekvivalentne martingalske mere, ki so tudi uporabne za NIG Lévyjev proces, v tej disertaciji niso obravnavane.

Literatura o uporabi NIG Lévyjevega procesa na področju ocenjevanja PD ni obširna. Navedena je v drugem poglavju te disertacije. Disertacija skuša zmanjšati vrzel pomanjkanja empiričnih študij na področju ocenjevanja PD s strukturnimi modeli v splošnem in Lévyjevim procesom posebej.

Statistični modeli: model ogroženosti v diskretnem času

Statistični modeli se pogosto uporabljajo pri upravljanju s kreditnim tveganjem v bankah bodisi kot razvrščevalne metode, ki razvrščajo dolžnike glede na kreditno kakovost, in/ali metode za ocenjevanje verjetnosti neželenih dogodkov, kot so stečaji ali neplačila dolžnikov. Pomemben razlog je zgodovinski, saj je Altman (1968) že leta 1968 za napovedovanje stečajev podjetji uporabil diskriminantno analizo. Še pomembnejše za njihovo pogosto uporabo je razpoložljivost finančnih kazalnikov podjetij, ki se v statističnih modelih uporabljajo kot pojasnjevalne spremenljivke, ter razpoložljivost podatkov o stečajih, katerih verjetnost nastanka se ocenjuje. V splošnem so statistični modeli uporabni za vsa podjetja. Med zadevne statistične modele se uvrščajo večvrstne multivariatne analize, od diskriminantne analize Altman (1968), logistične regresije Ohlson (1980) do modelov ogroženosti v diskretnem času (denimo Bauer & Agarwal, 2014; Chava & Jarrow, 2004; Duan, Sun, & Wang, 2012; Duffie, Saita, & Wang, 2007; Hillegeist, Keating, Cram, & Lundstedt, 2004; Shumway, 2001). Naziv *model ogroženosti v diskretnem času* izhaja iz prevoda angleškega termina *discrete-time hazard model* in se bo nadalje uporabljal v doktorski disertaciji.

Ocenjevanje PD znotraj pristopa IRB pomeni, da se *napoveduje* verjetnost dogodka neplačila v naslednjem enoletnem obdobju. Odvisna spremenljivka v modelu ogroženosti v diskretnem času je zato binarna spremenljivka obstoj ali neobstoj položaja neplačila pri določenem dolžniku, do katerega je izpostavljena banka. Če je do enega dolžnika izpostavljenih več bank, ima lahko ta dolžnik pri različnih bankah različno opredeljen položaj plačila/neplačila, zato je treba združiti večvrstne položaje plačila/neplačila tako, da bo vsebinsko smiselno dolžnik opredeljen kot plačnik ali neplačnik. V tej disertaciji je izdelan postopek določitve položaja plačila ali neplačila pri tovrstnih dolžnikih.

V tej disertaciji je razvit model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami za ocenjevanje PD slovenskih nefinančnih podjetij, ki so po standardni klasifikaciji institucionalnih sektorjev (SKIS) razvrščena v sektor 11. Razlog za omejitve na zadevno populacijo podjetij je v obstoju finančnih izkazov, ki jih morajo ta podjetja vsakoletno poročati Agenciji Republike Slovenije za javnopravne evidence in storitve (AJ PES). Razlog je tudi v omejevanju heterogenosti populacije, saj bi vključitev družb iz drugih sektorjev vnesla dodatno heterogenost populacije. Prednost modela ogroženosti v diskretnem času pred klasičnimi modeli, npr. Altmanovim (1968), je uporaba časovne razsežnosti, ki izboljšuje natančnost ocen (Shumway, 2001). Poleg vpliva finančnega položaja podjetja je v tej disertaciji raziskan vpliv dejavnosti, ki jo opravlja podjetje in jo ima registrirano v Poslovnem registru Republike Slovenije skladno s standardno klasifikacijo dejavnosti (SKD), na oceno PD podjetja. Skladno z Agarwal in Taffler (2008), Bauer in Agarwal (2014), Bharath in Shumway (2008), Duffie et al. (2007), je predmet zanimanja, ali vključitev izida strukturnega modela kot neodvisne spremenljivke izboljšuje napovedno moč modela ogroženosti v diskretnem času. Vpliv ekonomsko in lastniško povezanih oseb (pravnih in fizičnih) na oceno PD podjetja v tej disertaciji ni obravnavan, saj bi to v raziskovanje modela ogroženosti v diskretnem času vneslo podatkovne zahteve, ki jih zaradi neobstoja ustreznih podatkov o takih skupinah povezanih oseb ne bi bilo mogoče izpolniti. Model ogroženosti v diskretnem času ocenjuje PD za posamezna podjetja, zato neposredno ne vključuje vplivov korelacije med podjetji na oceno PD podjetij. Model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami je jasno teoretsko opisan. Na teoretski ravni je pokazano, da so ocene parametrov modela dosledne. Obravnavani so dejavniki, ki lahko vplivajo na nedoslednost ocen parametrov modela in njihovo učinkovitost.

V disertaciji in v okviru raziskovanja modela ogroženosti v diskretnem času je prej kot zgradba modela in sam vpliv pojasnjevalnih spremenljivk predmet zanimanja ocena PD. Ocene PD imajo pomembne implikacije za banke s pristopom IRB. Če ima banka dovoljenje regulatorja za uporabo pristopa IRB za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje, potem uporabi lastne ocene PD za ta izračun. Ocene PD v teh bankah tako neposredno določajo raven zahtevanega kapitala, posredno pa tudi raven oslabitev in rezervacij. Ocene PD morajo biti skrbne, kar pomeni, da kapitalska zahteva zaradi teh ocen ne bo podcenjena.

Vsi ocenjevalni modeli morajo skladno z bančnimi predpisi izpolnjevati zahteve po ustreznih razločevalni moči (ločevanje med dobrimi in slabimi) in napovedni moči (napovedi v pri-

merjavi z dejanskimi pojavitvami). V tej disertaciji zaradi tega za vse obravnavane modele ugotavljamo izpolnjevanje ustreznih minimalnih zahtev pristopa IRB.

Raziskovalna vprašanja

Raziskovalna vprašanja, ki so obravnavana v tej disertaciji v okviru raziskovanja strukturnih modelov, so naslednja:

1. Ali se z opisanim EM algoritmom nepristransko oceni parametre Mertonovega NIG modela?
2. Ali je ob kršitvah predpostavk klasičnega Mertonovega modela glede porazdelitve donosov na sredstva podjetja izhajajoča ocena PD pristranska?
3. Ali so za slovenska kotirajoča podjetja ocene PD, pridobljene na podlagi opisanih strukturnih modelov, uporabne za namen izračuna kapitalске zahteve za kreditno tveganje v pristopu IRB?

Raziskovalna vprašanja, ki so obravnavana v tej disertaciji v okviru raziskovanja modela ogroženosti v diskretnem času, so naslednja:

4. Kako dobro model ogroženosti v diskretnem času razvršča slovenska podjetja glede na kreditno kakovost in kako dobro napoveduje pojavitev neplačila?
5. Ali vključitev nefinančnih spremenljivk v modelu ogroženosti v diskretnem času izboljša njegovo razločevalno in napovedno moč?

Podatki

Pri raziskovanju strukturnih modelov so uporabljeni simulirani in empirični podatki. Izdelane so funkcije v programu R (R Core Team, 2016) za simulacijo, ki so tej disertaciji priložene. S tem je omogočena popolna ponovljivost prikazanih izidov na simuliranih podatkih. Uporabljeni so empirični podatki vrednosti delnic nekaterih slovenskih podjetij, ki so bila v obdobju 2004–2005 vključena v indeks SBI20, uporabljeni pa so bili tudi v Jovan (2010). Tako je mogoče to raziskavo uporabiti kot referenčno za primerjavo ocen PD iz klasičnega Mertonovega in Mertonovega NIG modela v tej disertaciji. V tem obdobju je bil trg vrednostnih papirjev v Sloveniji likviden, zato je mogoče smiselno uporabiti strukturne modele za ocenjevanje PD za ta podjetja. Primernost obdobja posredno potrdi Ahčan (2011), ki pokaže, da je bil kapitalski trg od leta 2007 (pre)napihnen. Dolžina obdobja opazovanja je ustrežna glede na predhodne

raziskave (na primer Duan, Gauthier, & Simonato, 2005; Duan, Simonato, Gauthier, & Zananoun, 2005) in omogoča odgovore na raziskovalna vprašanja. Uporabljeni so tudi zaključni finančni izkazi teh podjetij v opazovanem obdobju.

Pri raziskovanju modela ogroženosti v diskretnem času so uporabljeni večvrstni in ločeni podatkovni viri. Uporabljeni so podatki kreditnega registra Banke Slovenije v obdobju 1998–2014. Kreditni register je sestavljen iz periodičnih poročil bank o njihovem kreditnem portfelju. Ti podatki omogočajo opredelitev položaja neplačila in tvorbo spremenljivk kreditnih epizod, ki je potrebna za oceno parametrov modela ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami. Uporabljeni so podatki zaključnih računov podjetij za tvorbo finančnih spremenljivk, ki jih vsakoletno prejema AJ PES. Uporabljeni so tudi podatki o blokadah transakcijskih računov podjetij, ki jih prav tako zbira AJ PES.

Struktura disertacije

Struktura disertacije tesno sledi dispozicijski strukturi. Disertacija je razdeljena v tri ločena, vendar smiselno navezana poglavja. V prvem poglavju je podan kratek opis pristopa IRB. Pristop IRB daje regulatorno podlago, znotraj katere se morajo nahajati vsi modeli, ki jih banka želi uporabljati za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje. V drugem poglavju so opisani strukturni modeli in izidi ocenjevanja PD. V tretjem poglavju je opisan model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami, prav tako z izidi ocenjevanja PD. Zadnje poglavje zaključuje disertacijo, v njem pa so povzeti njeni ključni prispevki in odgovori na raziskovalna vprašanja.

1 Pristop na podlagi notranjih bonitetnih sistemov za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje

Pristop IRB je bil za namen izračuna kapitalske zahteve za kreditno tveganje vpeljan s CRD z začetkom leta 2007. CRD IV in CRR ga bistveno ne novelirata. Bankam omogoča, da za količinsko opredelitev tveganja uporabijo notranje bonitetne sisteme. Hkrati jim nalaga številne minimalne zahteve, če ga želijo uporabljati. Za uporabo pristopa IRB za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje morajo banke pridobiti dovoljenje regulatorja.

V tej disertaciji je predmet zanimanja parameter PD. CRR ga opredeli v 54. odstavku 4. člena: »Verjetnost neplačila ali PD pomeni verjetnost neplačila nasprotne stranke v obdobju enega leta.« Neplačilo nasprotne stranke je opredeljeno v 1. odstavku 178. člena CRR:

»1. Šteje se, da neplačilo s strani posameznega dolžnika nastopi, ko se zgodi eden ali oba od naslednjih dogodkov:

(a) institucija meni, da obstaja majhna verjetnost, da bo dolžnik poravnal svoje kreditne obveznosti do institucije, njene nadrejene osebe ali katere koli njej podrejene družbe v celoti, ne da bi institucija za poplačilo uporabila ukrepe, kot je unovčenje zavarovanja;

(b) dolžnik več kot 90 dni zamuja s plačilom katere koli pomembne kreditne obveznosti do institucije, njene nadrejene osebe ali katere koli njej podrejene družbe. Za izpostavljenosti, zavarovane s stanovanjskimi ali poslovnimi nepremičninami malih in srednjih podjetij v kategoriji izpostavljenosti na drobno, in za izpostavljenosti do subjektov javnega sektorja lahko pristojni organi 90 dni nadomestijo s 180 dnevi. Nadomestitev s 180 dnevi se ne uporablja za namene 127. člena.«

V nadaljnjih odstavkih tega člena je določeno, kako se šteje dneve zamud in kako je določena majhna verjetnost, da bo dolžnik poravnal svoje kreditne obveznosti do institucije (banke).

Banka mora regulatorju dokazati, da uporabljene metodologije ne ustvarjajo pristranskih ocen parametrov na način, da bi bila kapitalska zahteva za kreditno tveganje zaradi tega pristranska. To med drugim dokazuje z dokumentacijo, v kateri so jasno opredeljene teoretske predpostavke uporabljenih modelov, in delovanjem v času. Pri tem mora vsakoletno ugotavljati, ali so napovedi prihodnjih dogodkov neplačil, v časovnem horizontu enega leta, skladne z dejanskimi pojavitvami teh dogodkov, kot določa 174. člen CRR. Banka mora pri izdelavi modelov ali metod za ocenjevanje kreditnega tveganja poleg jasne teoretske artikulacije zasledovati tudi minimalne zahteve pristopa IRB. Izgradnja modelov mora slediti ne samo jasnim teoretskim opisom ali opisom najboljših praks, temveč tudi regulatornim zahtevam.

Regulator mora v postopku odobritve ovrednotiti vse vidike modelov. Poznavanje teoretskih

predpostavk in samo delovanje modelov sta zato predmet njegovega zanimanja, kadar gre za odobritev nekega modela za ocenjevanje izbranega parametra v pristopu IRB. Namen te disertacije je opisati teoretske predpostavke obravnavanih modelov s ciljem, da se ugotovi njihove morebitne pomanjkljivosti, ki bi lahko vplivale na ocene PD in kapitalsko zahtevo za kreditno tveganje.

CRR za vse banke in hranilnice določa, kako se izračuna kapitalna zahteva za kreditno tveganje. Določa standardiziran pristop, kjer so uteži tveganja vnaprej določene za različne kategorije izpostavljenosti in različna zavarovanja. Standardiziran pristop morajo uporabljati vse banke za izračun kapitalne zahteve za kreditno tveganje, če ne uporabljajo naprednejših pristopov. Pristop IRB lahko banke uporabljajo, če vložijo vlogo za odobritev tega pristopa in regulator uporabo pristopa IRB odobri. Za banke s pristopom IRB CRR določa enačbo, v katero so vključene ocenjene vrednosti navedenih parametrov tveganja. Zaradi tega, ker so parametri tveganja precej bolj razpršeni kot standardizirane uteži tveganja, so tudi kapitalne zahteve v pristopu IRB precej bolj razpršene. Podjetja z višjo kreditno kakovostjo imajo lahko nižjo utež tveganja, kot bi jo imela v standardiziranem pristopu. Obratno velja za podjetja s slabo kreditno kakovostjo. V CRR je dana implicitna spodbuda bankam, da preidejo na pristop IRB, saj omogoča bolj občutljivo obravnavo kreditnega tveganja podjetij oziroma dolžnikov v splošnem in občutljivejšo obravnavo zavarovanj. Banke s kakovostnimi kreditnimi portfelji dolžnikov in/ali s kakovostnimi zavarovanji imajo zato interes, da preidejo s standardiziranega na pristop IRB. Vendar zaradi tega CRR tudi določa številne minimalne zahteve, ki zagotavljajo, da je upravljanje tveganj v teh bankah na pomembno višji ravni.

V enačbo za izračun kapitalne zahteve vstopajo PD, izguba ob neplačilu (LGD), konverzijski količnik (CF) in preostala zapadlost (M, angleško *maturity*). Šele na podlagi obstoja teh parametrov je kapitalna zahteva po pristopu IRB mogoče izračunati⁴. V CRR je določeno, da mora banka, če želi uporabljati pristop IRB za podjetja, sama ocenjevati PD, medtem ko za oceno preostalih treh parametrov lahko uporablja tam navedena pravila.

Enačba za izračun kapitalne zahteve za kreditno tveganje za kategorije izpostavljenosti do enot centralne ravni države, centralnih bank, institucij in podjetij je določena v 153. členu CRR . Enačba je

$$K = \left(LGD \cdot \Phi \left(\frac{1}{\sqrt{1-R}} \Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\frac{R}{1-R}} \Phi^{-1}(0,999) \right) - LGD \cdot PD \right) \cdot \frac{1 + (M - 2,5) \cdot b}{1 - 1,5 \cdot b} \cdot 1,06 \cdot (\text{bilančna} + \text{zunajbilančna izpostavljenost} \cdot CF), \quad (1)$$

⁴Pristop IRB za določene kategorije izpostavljenosti določa uteži tveganja brez uporabe zadevnih parametrov tveganja, npr. izpostavljenosti iz naslova lastniških instrumentov, posebni kreditni aranžmaji. Izračun kapitalne zahteve za kreditno tveganje na podlagi teh uteži je zunaj obsega te disertacije.

kjer so K kapitalna zahteva, Φ kumulativna porazdelitvena funkcija standardizirane normalne slučajne spremenljivke in Φ^{-1} njen inverz, R je koeficient korelacije, opredeljen kot

$$R = 0,12 \cdot \frac{1 - e^{-50 \cdot PD}}{1 - e^{-50}} + 0,24 \cdot \left(1 - \frac{1 - e^{-50 \cdot PD}}{1 - e^{-50}}\right),$$

in b je faktor prilagoditve zapadlosti, opredeljen kot

$$b = (0,11852 - 0,05478 \cdot \ln PD)^2.$$

V primerih, kjer imajo banke zgolj dovoljenje za uporabo lastnih ocen PD, CRR predpisuje, kako se izračunajo preostali parametri.

Enačbo (1) je artikuliral Gordy (2003) in je poimenovana asimptotični enofaktorski model (angleško *Asymptotic Single Risk Factor model*) porazdelitev izgub kreditnega portfelja. Jedro enačbe je enofaktorski Vašičkov model (Vašiček, 2002). V Vašičkovem modelu je porazdelitvena funkcija izgub kreditnega portfelja

$$F(x; p, \rho) = P(X \leq x) = \Phi \left(\frac{\sqrt{1-\rho}\Phi^{-1}(x) - \Phi^{-1}(PD)}{\sqrt{\rho}} \right), \quad (2)$$

kjer so $\Phi(\cdot)$ porazdelitvena funkcija standardizirane normalne slučajne spremenljivke, $\Phi^{-1}(\cdot)$ njen inverz in ρ korelacija med sredstvi v kreditnem portfelju, enaka za vsak par sredstev. α percentil te porazdelitvene funkcije je enak $F(\alpha; 1-p, 1-\rho)$, kar pa je ekvivalentno notranjemu oklepaju (1), če se α določi pri 0,999. Funkcija gostote verjetnosti izgub tega kreditnega portfelja je (Vašiček, 2002)

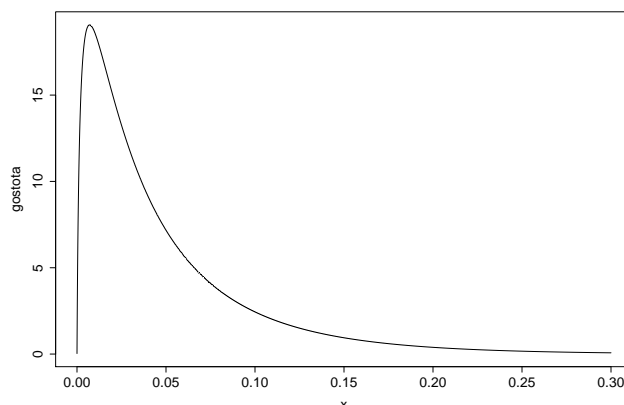
$$f(x; p, \rho) = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} e^{-\frac{1}{2\rho}(\sqrt{1-\rho}\Phi^{-1}(x) - \Phi^{-1}(PD))^2 + \frac{1}{2}(\Phi^{-1}(x))^2} \quad (3)$$

in pri $PD = 5 \%$, $\rho = 0,2$, $LGD = 100 \%$ ter enaki izpostavljenosti vseh podjetij v kreditnem portfelju izkazuje asimetričnost v desno zaradi korelacije, kar prikazuje slika 1.

Tako je mogoče določiti stopnjo izgube, ki se bo zgodila z neko verjetnostjo. CRR določa to stopnjo pri 99,9 %, kar pomeni, da mora banka, ki uporablja pristop IRB, razporediti toliko kapitala oziroma oblikovati toliko oslabitev in rezervacij, da bo sposobna pokriti izgube iz kreditnega tveganja, ki se bodo zgodile z 0,1 % verjetnosti ali 1-krat na tisoč let. CRR določa več teh enačb glede na kategorije izpostavljenosti oziroma velikost dolžnikov.

Slika 2 kaže možno razpršenost kapitalne zahteve v pristopu IRB. Razvidno je, kako pomembna je natančna ocena PD, zlasti pri nizkih vrednostih PD, saj se kapitalna zahteva strmo povečuje, ko gre PD od 0 % proti 30 %. Za ponazoritev, kako pomembna je natančna ocena PD, podajamo preprost primer. Naj obstaja podjetje z ocenjenim PD v višini 0,4 %,

Slika 1: Gostota porazdelitve izgub kreditnega portfelja



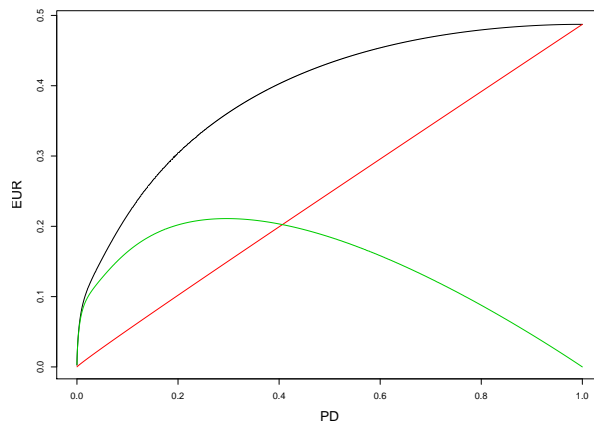
z 1 EUR izpostavljenosti, z LGD v višini 45 % (regulatorno določena vrednost LGD za nepodrejene in nezavarovane izpostavljenosti, za banke s pristopom IRB, ki nimajo dovoljenja za lastne ocene LGD) in M v višini 2,5 (regulatorno določena vrednost M). Potem je njegova kapitalaska zahteva enaka 0,053 EUR. Naj obstaja drugo podjetje z oceno PD v višini 1 % in istimi preostalimi količinami. Kapitalaska zahteva tega drugega podjetja je enaka 0,078 EUR. Zgolj 0,6 odstotne točke razlike v oceni PD poveča kapitalasko zahtevo za 2,5 odstotne točke ali za 47 %.

Nadalje slika 2 kaže, da kapitalaska zahteva pada pri $PD > 30$ %, pri danih preostalih parametrih. To je posledica vrednosti $PD \cdot LGD$ v oklepaju enačbe (1), ki se odšteva od vrednosti $LGD \cdot \Phi \left(\frac{1}{\sqrt{1-R}} \Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\frac{R}{1-R}} \Phi^{-1}(0,999) \right)$ v notranjem oklepaju enačbe (1). Slednji izraz pa, kot je pokazano zgoraj, določa izgubo kreditnega portfelja, ki se bo zgodila z verjetnostjo 0,1 % ali manj, pri danih parametrih tveganja PD , LGD , CF in M . Intuicija regulatorja pri opredelitvi enačbe (1) je bila naslednja: banka mora oblikovati toliko kapitala, da bo lahko pokrivala izgube kreditnega portfelja, ki niso pričakovane. Produkt $PD \cdot LGD$ je namreč pričakovana izguba kreditnega portfelja pri danih parametrih (glej tudi CRR za obravnavo učinkov pričakovane izgube). Pričakovano izgubo mora banka pokrivati z oslabitvami in rezervacijami (ne s kapitalom). Zaradi tega je kapitalaska zahteva za kreditno tveganje v pristopu IRB za neplačnike enaka nič – ni več negotovosti, ali bo dolžnik postal neplačnik. Produkt $PD \cdot LGD$ linearno narašča s povečevanjem PD , medtem ko vrednost notranjega oklepaja narašča monotonno, vendar nelinearno z naraščanjem PD (oboje ob konstantnem LGD , CF in M). Pri $PD > 30$ % se ob istih preostalih parametrih $PD \cdot LGD$ povečuje bolj, kot pa narašča levi izraz, zaradi česar kapitalaska zahteva začne padati.

Navedeno zahteva od bank natančno ocenjevanje PD in od regulatorja skrbno ovrednotenje metod ocenjevanja PD s poudarkom na umerjenju na dejanske pojavitve neplačil. V statistični teoriji navedeno zahteva, da so ocene PD modelov dosledne. Dosledne ocene zagotavljajo, da kapitalaske zahteve za kreditno tveganje niso izkrivljene. Pogosto v znanstvenih

člankih, ki obravnavajo metode ocenjevanja PD, koncepti doslednosti in nepristranskosti niso celovito obravnavani, zaradi česar izidi teh raziskav niso neposredno uporabni v pristopu IRB.

Slika 2: Kapitalska zahteva v odvisnosti od višine PD



Legenda: Na osi x so PD. Na osi y so EUR. Zelena krivulja prikazuje kapitalsko zahtevo v EUR glede na PD, izračunano z (1), pri $LGD = 45\%$, $M = 2,5$ in bilančna + zunajbilančna izpostavljenost $\cdot CF$ je 1 EUR. Rdeča črta prikazuje produkt $PD \cdot LGD \left(\frac{1 + (M-2,5) \cdot b}{1 - 1,5 \cdot b} \cdot 1,06 \cdot (\text{bilančna} + \text{zunajbilančna izpostavljenost} \cdot CF) \right)$, pri enakih vrednostih LGD, CF in M. Črna krivulja prikazuje kapitalsko zahtevo izračunano z (1), pri kateri je odstranjen izraz $PD \cdot LGD$, pri enakih vrednostih LGD, CF in M.

1.1 Pregled literature o modelih za ocenjevanje kreditnih dogodkov

Modele za ocenjevanje kreditnih dogodkov (stečajev, neplačila, nesolventnosti) lahko v grobem razdelimo na strukturne modele in statistične modele (denimo Duan et al., 2012). Omenjena delitev omogoča v tej disertaciji obravnavane modele postaviti v zgodovinski in motivacijski kontekst. Precej bolj razčlenjeno kategorizacijo različnih metodologij podata Aziz in Dar (2006).

Strukturni modeli izhajajo iz prvinske raziskave Mertona (Merton, 1974), ki je za vrednotenje tržnih vrednosti dolga uporabil opcijsko teorijo Blacka in Scholesa (1973). Kot navajajo Afik, Arad in Galil (2016) je presenetljivo, da je po 40 letih od objave Mertonov model še vedno najpogosteje uporabljano orodje v praksi in tudi v akademskem svetu za oceno kreditnega tveganja. To zgolj priča o pomembnosti Mertonovega modela pri upravljanju kreditnega tveganja.

V zadnjih desetletjih je Mertonov model doživel pomembne vsebinske nadgradnje. Te lahko razdelimo na dve veji. Prva je povezana s preizkušanjem in uporabo modela KMV pri različ-

nih časovnih vrstah ter z metodološkimi nadgradnjami z vključitvijo dodatnih spremenljivk oziroma združevanja Mertonovega modela z multivariatnimi modeli (denimo logit modeli, modeli ogroženosti). Druga veja ja povezana z nadgradnjo predpostavk Mertonovega modela v smeri vključitve bolj resničnih predpostavk – kot denimo opustitve predpostavke fiksne kapitalske strukture (Collin-Dufresne & Goldstein, 2001) (tj. konstantnega razmerja deleža kapitala in dolga v času), nastopa kreditnega dogodka pred zapadlostjo (Brockman & Turtle, 2003), vpeljave stohastičnih obrestnih mer (Longstaff & Schwartz, 1995) itd.

V praksi je najbolj razširjen Mertonov model KMV (na primer Crosbie & Bohn, 2003), ki temelji na predpostavki o normalno porazdeljenih naravnih logaritmičnih donosov na sredstva podjetja. Dani pristop glavno omejuje normalno porazdeljenih donosov razrešuje s tem, da verjetnost kreditnega dogodka ni izračunana analitično, temveč se na podlagi zgodovinskih podatkov oddaljenost do neplačila (angleško *distance-to-default*) pretvori v kreditno oceno oziroma verjetnost nastanka kreditnega dogodka (Gurny, Ortobelli Lozza, & Giacometti, 2013).

V zadnjem desetletju avtorji pogosto klasični Mertonov model vključujejo kot pojasnjevalno spremenljivko v statistične modele (na primer Agarwal & Taffler, 2008; Bauer & Agarwal, 2014; Bharath & Shumway, 2008; Campbell, Hilscher, & Szilagyi, 2008; Duffie et al., 2007; Gupta, Mittal, & Bhalla, 2013; Tudela & Young, 2005). Tudela in Young (2005) uporabita Mertonov model za napovedovanje kreditnih dogodkov, kjer kakovost napovedi Mertonovega modela primerjata s probit modelom napovedovanja kreditnih dogodkov, ki temelji na uporabi bilančnih podatkov. Kot pokaže analiza, ima Mertonov model večjo napovedno moč kot probit model. Po drugi strani Bharath in Shumway (2008) prideta do nasprotnih ugotovitev. Kot pokaže analiza, napovedna moč modela ogroženosti v diskretnem času z vključenim Mertonovim modelom kot pojasnjevalne spremenljivke ni višja od modela, ki te spremenljivke ne vključuje. Bauer in Agarwal (2014) preizkušata delovanje modela Shumwaya (2001) in Campbella et al. (2008), ki oba vključujeta Mertonov model kot pojasnjevalno spremenljivko, in ugotovita, da imata boljšo napovedno moč kot Altmanov (1968) model. Gupta et al. (2013) zanesljivost modela ocenijo na podatkih indijskih javnih delniških družb. Kot pokaže analiza, je napoved kreditnih dogodkov na podlagi razširjenega modela KMV z vključenimi finančnimi spremenljivkami robustna in učinkovita cenilka.

Kot nadgradnja predpostavke nastanka kreditnega dogodka pred negativnim kapitalom Brockman in Turtle (2003) nadgradita predpostavko o kapitalu kot nakupni opciji in modelirata proces gibanja kapitala kot opcijo z mejno vrednostjo. Za razliko od evropske nakupne opcije, kjer se kreditni dogodek zgodi le v primeru negativnega kapitala ob zapadlosti opcije, v resničnosti kreditni dogodek nastopi kadar koli, ko vrednost kapitala doseže mejno vrednost, ki je določena vnaprej (denimo s pogodbenimi zavezami). Kot ugotovita avtorja, je pristop z opcijami mejne vrednosti bolj natančen pri napovedovanju kreditnih dogodkov glede na klasični Mertonov model. V podobnem duhu Afik et al. (2016) pokažejo, da je pristop k napovedovanju kreditnih dogodkov z metodologijo opcij z mejnimi vrednostmi primernejši

kot klasični Mertonov model in njegove najbolj razširjene izpeljanke.

Iz opisane literature je razvidno, da je bilo v zadnjih desetletjih veliko poudarka na nadgradnji modelov napovedovanja kreditnih dogodkov v različnih smereh, vendar vselej v okviru predpostavke normalnih donosov. Zato se postavlja vprašanje, ali je smiselno dano predpostavko opustiti, saj podatki večinoma kažejo, da imajo logaritmi donosov debele repe, poleg tega pa se lahko napovedno moč in kakovost modelov nadgradi z vključitvijo druge predpostavke gibanja tržnih vrednosti sredstev (delnic), ki je osnovana na Lévyjevem procesu (glej denimo Barndorff-Nielsen & Shepard, 2012).

Dodatno dejstvo v prid takšnemu razmišljanju je to, da je dana predpostavka postala stalnica v opcijski literaturi oziroma pri vrednotenju izvedenih finančnih instrumentov (denimo Schoutens & Carboni, 2009). V okviru vrednotenja izvedenih finančnih instrumentov pomembno mesto zavzema tudi uporaba Lévyjevih procesov za kreditno tveganje oziroma pri vrednotenju kreditnih izvedenih finančnih instrumentov.

Med najbolj razširjene porazdelitve iz družine Lévyjevih procesov spadata variančna gama porazdelitev (angleško *variance-gamma distribution*, VG) in normalna inverzna Gaussova porazdelitev (angleško *normal inverse Gaussian distribution*, NIG), ki je bolj splošna, saj temelji na štiriparametrski porazdelitvi. Za zdaj je razširitev z NIG Lévyjevimi procesi v glavnem usmerjena v vrednotenje različnih finančnih opcij (Godin, Mayoral, & Morales, 2012; Ornthanalai, 2014; Zhang & Oosterlee, 2013) in znotraj bančnega sektorja v določanje vrednosti kapitala na ravni družbe (Eberlein & Madan, 2011). Literatura o uporabi NIG Lévyjevih procesov pri ocenjevanju kreditnega tveganja ni obširna, kar je pokazano v uvodu drugega poglavja te disertacije.

Smiselno je torej razmisliti o nadgradnji Mertonovega modela s predpostavko NIG porazdeljenih naravnih logaritmov donosov na sredstva (delnice).

Poleg strukturnih modelov se za ocenjevanje PD uporabljajo tudi statistični modeli. Statistični modeli nadaljujejo prvinske raziskave Altmana (1968) in Shumwaya (2001). Statistični modeli se pogosto uporabljajo pri upravljanju kreditnega tveganja v bankah bodisi kot razvrščevalne metode, ki razvrščajo dolžnike glede na kreditno kakovost, in/ali metode za ocenjevanje verjetnosti kreditnih dogodkov, kot so stečaji ali neplačila dolžnikov. Tovrstni modeli se uporabljajo zlasti v ekonomijah z manj razvitimi trgi, kjer za velik del podjetij ni na voljo tržnih vrednosti delnic. Med zadevne statistične modele se uvrščajo večvrstne multivariatne analize, od diskriminantne analize (Altman, 1968), logistične in probit regresije (Ohlson, 1980; Zmijewski, 1984), ki predstavljajo izvirne klasične metode, do modelov ogroženosti v diskretnem času.

Pomemben mejnik v metodološkem razvoju statističnih modelov napovedovanja stečajev predstavlja raziskava Shumwaya (2001), ki je razvil model ogroženosti v diskretnem času, temelječ na teoriji analize preživetja. Od takrat osrednje mesto zavzemajo modeli ogroženo-

sti (na primer Bauer & Agarwal, 2014; Campbell et al., 2008; Chava & Jarrow, 2004; Duan et al., 2012; Duffie et al., 2007; Hillegeist et al., 2004; Hwang, Chung, & Ku, 2013; Löffler & Maurer, 2011). V zadnjem obdobju, od raziskave Duffieja et al. (2007), je zanimiv razvoj modelov ogroženosti v diskretnem času s stohastičnimi spremenljivkami, na primer Duan et al. (2012), Löffler in Maurer (2011), ki nadgrajuje časovno razsežnost napovedovanja kreditnih dogodkov, saj omogoča njihovo napovedovanje za več prihodnjih obdobj. V navedeni literaturi modelov ogroženosti v diskretnem času gre za ocenjevanje verjetnosti enkratnih kreditnih dogodkov, s čimer je bila spregledana možnost njihove ponovljivosti. Deloma je to posledica osredotočenja na napovedovanje stečajev, ki so absorpcijski dogodki (se ne morejo ponoviti). Deloma pa je to (domnevno) posledica nizkih stopenj kreditnih dogodkov in zato nizkih stopenj ponovljivosti teh dogodkov. Zlasti po zadnji finančni krizi je postalo jasno, da je treba raziskovanje razširiti tudi na podjetja, ki se jim kreditni dogodki ponavljajo. V finančni krizi je velik obseg podjetij propadel ali pa je bil nezmožen poravnati obveznosti do bank. Zato so se začeli izvajati programi za finančno in/ali poslovno prestrukturiranje teh podjetij, ki bi jim omogočilo redno poslovanje. To pomeni, da je nastal tudi sorazmerno velik obseg podjetij, ki so prešla iz položaja neplačila v položaj plačila. Smiselno je torej razmisliti o opredelitvi teorije, ki bo celovito opisovala dinamiko v kreditnih portfeljih bank, tudi večkratne neplačnike. Hwang et al. (2013) v ocenjevanje modela ogroženosti v diskretnem času vključujejo večkratne neplačnike, s čimer izboljšujejo učinkovitost cenilk, vendar ne naslovijo posebnosti večkratnih neplačnikov. Po vedenju avtorja te disertacije ni druge literature, ki bi ustrezno raziskovala opisano dinamiko. Dana sta torej spodbuda (finančna kriza) in prostor (predhodne raziskave tega ne raziskujejo) za raziskavo modelov ogroženosti v diskretnem času s ponavljajočimi dogodki zanimanja.

Disertacija se tako osredotoča na dva modela: na Mertonov strukturni model, nadgrajen z NIG Lévyjevim procesom in na model ogroženosti v diskretnem času iz družine statističnih modelov, nadgrajen z večkratnimi dogodki zanimanja.

2 Strukturni model za ocenjevanje PD

2.1 Uvod

V tem poglavju sta obravnavana dva strukturna modela za ocenjevanje PD. Prvi je klasičen Mertonov model, ki ga je prvi opredelil Merton (1974) in ga Altman (2008) poimenuje strukturni model prve generacije. Drugi je v tej disertaciji razvit Mertonov NIG model. Mertonov NIG model je izpeljan iz prvega, vendar vsebuje drug gonilni proces gibanja tržnih vrednosti sredstev. Namesto Brownovega gibanja je gonilni proces gibanja tržnih vrednosti sredstev Lévyjev proces. Naziv *strukturni* izhaja iz predpostavk modela, kjer je ocena PD podjetja funkcija njegove kapitalске *strukture* ter spremenljivosti in trenda tržnih vrednosti sredstev v času. Strukturni modeli so zanimivi za ocenjevanje PD, saj temeljijo na vsakodnevno opazovanih gibanjih delnic podjetij, ki kotirajo na borzi, zaradi česar je mogoče v vsakem času ocenjevati PD za ta podjetja, in za poljubni časovni horizont. Vendar so prav zaradi tega omejeni, saj so veljavni zgolj za podjetja, ki kotirajo na borzah. Bančni kreditni portfelji v slovenskih bankah so v manjšem delu sestavljeni iz kotirajočih in v večjem iz nekotirajočih podjetij. Za slednja tako strukturni modeli niso uporabni ali vsaj nimajo takšne časovne prožnosti. Večje mednarodne banke in tudi velike bonitetne ustanove takšne modele uporabljajo oziroma jih prodajajo, na primer Moody's KMV Expected Default Frequency model (Crosbie & Bohn, 2003) in Fitch Equity Implied Rating and Probability of Default Model (Liu et al., 2007).

Klasični Mertonov model predpostavlja enostavno strukturo bilance in normalno porazdelitev donosov na sredstva podjetja. Čeprav je struktura bilance v tem modelu enostavna in običajno ne odraža dejanske bilančne strukture podjetij, vpliv te predpostavke na pristranskost ocen PD v tej disertaciji ne bo podrobneje obravnavan. V disertaciji se bomo osredotočili na predpostavko normalne porazdelitve naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetij in njen vpliv na ocene PD znotraj strukturnih modelov. Več avtorjev ugotavlja (Barndorff-Nielsen, 1997a, 1997b; Brambilla, Gurny, & Ortobelli Loza, 2015; Eberlein, 2001; Prause, 1999), da naravni logaritmi donosov na tržne vrednosti delnic, iz katerih se ocenjuje PD, niso ustrezno opisani z normalno porazdelitvijo, ki izhaja iz predpostavke geometričnega Brownovega gibanja. Če naravni logaritmi donosov niso porazdeljeni normalno, so predpostavke klasičnega Mertonovega modela kršene, PD-ji, ocenjeni na tej podlagi, pa lahko pristranski.

Porazdelitev zadevnih donosov je pogosto bolje opisana z modelom za gibanje sredstev v času, ki je osnovan na Lévyjevem procesu, kjer se naravni logaritmi donosov porazdeljujejo po normalni inverzni Gaussovi porazdelitvi, in ga poimenujemo NIG Lévyjev proces. NIG Lévyjev proces vsebuje nekatere ugodne matematične lastnosti, njegova empirična primernost na področju opisovanja gibanja tržnih vrednosti delnic je bila v številnih raziskavah potrjena, zaradi česar je za namen ocenjevanja PD uporabljen tudi v tej disertaciji. Literatura o uporabi NIG Lévyjevega procesa na področju ocenjevanja PD ni obširna. Ozkan (2002) navaja

pomembno ugotovitev, da je razlika v oceni PD med klasičnim in posplošenim hiperboličnim modelom zanemarljiva, ko je preostala zapadlost $T - t$ leto in več, vendar ne izvede obširnejše empirične analize razlik v ocenah PD med obema modeloma. Kalemanova, Schmid, in Werner (2007) izdelajo enofaktorsko kopulo na podlagi NIG porazdelitve za ocenjevanje pogojnih PD-jev, v katero vstopajo že ocenjeni, nepogojni PD-ji. Schoutens in Carboni (2009) denimo uporabita za ocenjevanje izvedenih kreditnih finančnih instrumentov različice Lévyjevega procesa, vendar se izrecno ne ukvarjata z načini ocenjevanja PD. Brambilla et al. (2015) v svoji raziskavi primerjajo ocenjevanje PD na osnovi dveh Lévyjevih procesov, variančnim gamma (VG) procesom in NIG procesom. Njihov namen je podoben namenu v tej disertaciji, tj. v ocenjevanju PD obiti pomanjkljivost klasičnega Mertonovega modela, ki predpostavlja normalno porazdelitev naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetja. Vendar avtorji ne primerjajo ocen PD na podlagi klasičnega Mertonovega modela in VG/NIG procesa. Ta disertacija skuša nekoliko zmanjšati vrzel pomanjkanja empiričnih študij na tem področju. V tej disertaciji je zato razvit strukturni model za ocenjevanje PD podjetij, ki temelji na NIG Lévyjevem procesu. Model je izpeljan iz klasičnega Mertonovega modela, zato se poimenuje Mertonov NIG model.

Za odgovor na raziskovalna vprašanja v povezavi s strukturnimi modeli so v tej disertaciji izdelani postopki za ocenjevanje PD podjetij. V tej disertaciji so za oba modela, klasični Mertonov in Mertonov NIG model, izdelani *Expectation-Maximisation* (EM) algoritmi po vzoru iz Duan (1994, 2000) ter Duan, Gauthier, in Simonato (2005), v katerem se parametre pripadajočih porazdelitev ocenjuje z metodo največjega verjetja (angleško *the method of maximum likelihood*, metoda ML). Ocene parametrov na podlagi metode ML imajo lepe teoretske lastnosti (Rice, 2007). Teorija velikih vzorcev govori, da so pri smiselnih pogojih vzorčne ocene parametrov na podlagi metode ML asimptotsko dosledne, nepristranske in se porazdeljujejo asimptotsko normalno, ko se vzorec povečuje proti neskončnosti. Te teoretske lastnosti omogočajo dosledno posploševanje, kar je želena lastnost pri ocenjevanju PD. V tej disertaciji bodo zato izvedeni preizkusi, ali vzorčne ocene parametrov iz opredeljenih EM algoritmov izpolnjujejo teoretske lastnosti. Izdelan je tudi EM algoritem, v katerem se parametre v Mertonovem NIG modelu ocenjuje z metodo momentov, z namenom celovite empirične analize. Podana je primerjava ocen PD na podlagi klasičnega Mertonovega in Mertonovega NIG modela. Za odgovore na raziskovalna vprašanja so uporabljeni simulirani in empirični podatki.

Teoretske in empirične lastnosti strukturnih modelov je treba opazovati tudi z vidika izpolnjevanja minimalnih zahtev pristopa IRB. Banke lahko uporabljajo modele in iz njih izvedene ocene PD za izračun kapitalske zahteve, če pridobijo dovoljenje regulatorja. Za regulatorja, pa tudi banko, je zato pomembno, v kakšnem obsegu modeli izpolnjujejo minimalne zahteve in kaj so pomanjkljivosti modelov. Motivacija v tej disertaciji je zaradi tega tudi ta, da se ugotovi in opiše neusklajenosti strukturnih modelov z minimalnimi zahtevami pristopa IRB.

Poglavje je organizirano na naslednji način. Od drugega do petega podpoglavja tega po-

glavja so podane predpostavke obeh strukturnih modelov skupaj z analizo usklajenosti z minimalnimi zahtevami pristopa IRB na teoretski ravni. Šesto podpoglavje na kratko opiše koncept ocenjevanja tržnih vrednosti sredstev iz tržnih vrednosti delnic. V sedmem in osmem podpoglavju so izdelani EM algoritmi, opisani so preizkusi nepristranskosti in asimptotske normalnosti vzorčnih ocen parametrov skupaj z izidi preizkusov. V devetem podpoglavju sta strukturna modela uporabljena na empiričnih podatkih nekaterih slovenskih podjetij, ki so v letih 2004 in 2005 kotirala na Ljubljanski borzi. Povzetek spoznanj in praktične implikacije tega poglavja so podani v desetem podpoglavju.

2.2 Predpostavke klasičnega Mertonovega (1974) modela

V Mertonovem modelu predstavlja kapital nakupno opcijo, ki jo imajo imetniki kapitala na sredstva podjetja. Financiranje podjetja je enostavno. Sestavljeno je iz ene vrste kapitala, izdanega v času t (delnice E_t), in dolga, izdanega v času t (brezkuponske obveznice D_t). D_t zapade v T , njegova višina ob zapadlosti je enaka L , ki je izvršilna cena nakupne opcije. L že vsebuje natečene obresti, ki odražajo tveganost podjetja. Imetniki dolga financirajo sredstva podjetja v času t z D_t in v T prejmejo znesek v višini $\min[A_T, L]$, kjer je A_T tržna vrednost sredstev ob zapadlosti. V tej strukturi financiranja je vrednost sredstev podjetja v t

$$A_t = E_t + D_t. \quad (4)$$

Gibanje vrednosti sredstev A_t sledi geometričnemu Brownovemu gibanju

$$d \ln A_t = \mu_A dt + \sigma_A dZ_t, \quad (5)$$

kjer so μ_A konstanten donos sredstev podjetja, σ_A konstanten standardni odklon donosov na sredstva podjetja in Z_t je Brownovo gibanje. Rešitev (5) je mogoče dobiti z uporabo Itôve leme in je

$$A_T = A_t e^{Z_{T-t}}, \quad (6)$$

kjer je $(T - t)$ preostala zapadlost. Iz (6) izhaja, da se naravni logaritmi donosov na sredstva podjetja $\ln(A_T/A_t)$ porazdeljujejo normalno,

$$\ln(A_T/A_t) \sim N \left(\left(\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) (T - t), \sigma_A^2 (T - t) \right). \quad (7)$$

Tržna vrednost kapitala podjetja v T bo

$$E_T = \max[A_T - L, 0]. \quad (8)$$

Imetniki kapitala bodo izvršili opcijo, če bo tržna vrednost sredstev ob zapadlosti, A_T , višja kot izvršilna cena nakupne opcije. V tem primeru bodo imetniki kapitala kupili sredstva podjetja po ceni, ki je nižja od tržne cene. Ob dogodku, da bo $A_T < L$, kar v Mertonovem modelu opredeljuje dogodek neplačila, imetnikom kapitala podjetja ne bo preostalo prostih sredstev, ki bi jih lahko kupili.

Ob določenih predpostavkah (glej Merton, 1974) je rešitev (8) za vrednost delnice v t dana z enačbo Black in Scholes (1973) za cenitev nakupne opcije

$$E_t = A_t \Phi(d_1) - L e^{-r(T-t)} \Phi(d_2), \quad (9)$$

kjer je

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A_t}{L}\right) + \left(r + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_A \sqrt{(T-t)}}, \quad (10)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{A_t}{L}\right) + \left(r - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_A \sqrt{(T-t)}}, \quad (11)$$

ter je r netvegana obrestna mera in $\Phi(\cdot)$ je porazdelitvena funkcija standardizirane slučajne normalne spremenljivke. Enačba (11) označuje število standardnih odklonov naravnih logaritmov razmerij A_t/L od povprečja, ki jo Crosbie in Bohn (2003) poimenujeta *razdalja-do-neplačila*, in predstavlja mero, ki se pogosto uporablja v literaturi strukturnih modelov.

Tako opredeljen model, ki je klasični Mertonov model, predstavlja osnovo za ocenjevanje PD. V tem modelu je PD verjetnost, da bo ob zapadlosti tržna vrednost sredstev (6) manjša od vrednosti dolga, L ,

$$\begin{aligned} PD_t &= P[A_T \leq L] \\ &= P[\ln(A_t) + Z_{T-t} \leq \ln(L)] \\ &= P\left[Z_{T-t} \leq \ln\left(\frac{L}{A_t}\right)\right] \\ &= \int_{-\infty}^{\ln\frac{L}{A_t}} \phi(x) dx. \end{aligned} \quad (12)$$

ϕ je gostota normalne slučajne spremenljivke, ki se porazdeljuje po (7).

CRR v 4. členu, 54. odstavku določa, da je PD verjetnost dogodka neplačila nasprotno stranke v obdobju enega leta. Pri ocenjevanju PD v okviru opredeljenega modela to pomeni, da je končni čas zapadlosti T eno leto glede na t . Zato je $T - t = 250$ dni, kar je običajno število dni trgovanja z vrednostnimi papirji v enem letu, oziroma je enak 1 leto.

2.3 Skladnost Mertonovega modela z minimalnimi zahtevami pristopa IRB

S prihodom CRD, ki jo posodablja CRR, lahko banke za razvrščanje dolžnikov na bonitetne lestvice dolžnikov oziroma ocenjevanje PD uporabljajo raznovrstne bonitetne sisteme. Za kotirajoča podjetja se Mertonov model in njegove različice, na primer Moody's Expected Default Frequency model (Crosbie & Bohn, 2003), zdijo smiselna rešitev za ocenjevanje PD zaradi možnosti hitrega odziva na gibanja cen delnic na trgu. Vendar tudi za teoretsko jasn model, kakršen je Mertonov, in različne metode ocenjevanja parametrov modela veljajo minimalne zahteve CRR, ki jih model mora izpolniti, če se njegove izide namerava uporabljati za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje. Teoretski model sam po sebi še ne izpolnjuje minimalnih zahtev.

Za analizo skladnosti z minimalnimi zahtevami je smiselno opazovati Mertonov model ločeno, glede na dva namena: kot metodo za razvrščanje dolžnikov na bonitetno lestvico dolžnikov in kot metodo za ocenjevanje PD. Pri slednjem gre implicitno lahko za razvrščanje na zvezno bonitetno lestvico oziroma za neposredno dodeljevanje bonitetnih ocen, kot to omogoča CRR v 3. odstavku 169. člena. V tem primeru gre za metodo razvrščanja in ocenjevanja PD hkrati.

2.3.1 Skladnost opredelitev položaja neplačila

Opredelitev položaja neplačila mora biti skladna s 178. členom CRR. Mertonov model opredeljuje neplačilo s položajem, ko vrednost dolga, L , preseže tržno vrednost sredstev, A_T . Ta opredelitev ni v celoti skladna z opredelitvijo položaja neplačila iz 178. člena CRR. Razvidno je, da je regulatorna opredelitev položaja neplačila širša, kot jo opredeli Mertonov model. Podjetja lahko preidejo v položaj neplačila zaradi več razlogov kot zgolj z zadevnim položajem. Na primer, podjetje lahko postane neplačnik, ko zamuja s pomembno kreditno obveznostjo več kot 90 dni, čeprav je vrednost njegovega kapitala nad 0. Zaradi tega opredelitev položaja neplačila v Mertonovem modelu podcenjuje dejanske pojavitve neplačil.

Druga morebitna neskladnost se nanaša na čas, za katerega velja PD. V Mertonovem modelu se dogodek neplačila lahko zgodi zgolj v času zapadlosti dolga, v T . To pomeni, da so ocenjeni PD-ji veljavni natančno za to časovno točko. Rigorozna razlaga regulatorne opredelitve PD iz 54. odstavka 4. člena CRR zato lahko postavi skladnost ocene PD na podlagi tega modela

pod vprašaj.

Te neusklajenosti zahtevajo, da se ocene PD iz Mertonovega modela umerijo z dejansko pojavitvijo neplačil v bančnem portfelju. To zahteva tudi 180. člen CRR. Brez umeritve ocenjeni PD-ji ne morejo biti uporabljeni za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje, saj bodo kapitalske zahteve izkrivljene.

Umeritev ocen PD iz Mertonovega modela je mogoče doseči z umeritvijo različnih količin ali parametrov modela. Ocene PD se lahko umeri skozi L na način, da bo vrednost L odražala pravilno strukturo dolga v odnosu do dolgoletnega povprečja enoletnih stopenj neplačila. Davydenko (2012) analizira to razmerje, vendar opredelitve neplačila, iz katerih so umerjene vrednosti dolga L , niso v celoti skladne z opredelitvijo iz CRR. Moody's KMV (Crosbie & Bohn, 2003) pri oceni PD⁵ vključuje v L kratkoročni knjigovodski dolg in polovico dolgoročne knjigovodskega dolga podjetja, kar predstavlja najboljše izkušnjo v industriji.

Ocene PD se lahko umeri z umeritvijo (11). S tovrstnim umerjanjem na empirične podatke o neplačilih na primer Moody's (Crosbie & Bohn, 2003) rešuje problem nenatančne umeritve strukture L in tudi vseh preostalih nezajetih vplivov. S takšno umeritvijo se implicitno umeri vse ocenjene parametre.

Če banka uporablja Mertonov model oziroma različne metode njegovega ocenjevanja v pristopu IRB zgolj kot metodo za razvrščanje dolžnikov na bonitetno lestvico dolžnikov, se nekatere minimalne zahteve lahko sprostijo. Kot izhaja iz smernic Guidelines on the implementation, validation and assessment of Advanced Measurement (AMA) and Internal Ratings Based (IRB) Approaches (2006), v takem primeru ni potrebe po popolnoma skladni opredelitvi neplačila in posledično po umeritvi bodisi L bodisi (11). Če banka namerava uporabljati Mertonov model kot neposredno metodo ocenjevanja PD za dolžnike, se mora model umeriti na način, da izpolnjuje minimalne zahteve odstavka 1 (h) 180. člena CRR. Člen določa, da se mora oceniti PD za vsak bonitetni razred na podlagi dolgoročnih povprečij enoletnih stopenj neplačila. To pomeni, da se na enaki, reprezentativni populaciji umerita povprečje ocen PD na podlagi Mertonovega modela in dolgoročno povprečje enoletnih stopenj neplačila.

2.3.2 Skladnost z zahtevami glede podatkov

Podatki morajo biti reprezentativni za izgradnjo modela, kar določa točka (c) 174. člena CRR. Glede na to, da gre pri tej metodi za razvrščanje/ocenjevanje zgolj enega dolžnika in se običajno neprekinjeno zajema tržne vrednosti delnic zadnjih let, se reprezentativnost podatkov zlasti nanaša na populacijo, iz katere se izračunava večletna povprečna stopnja neplačila in s katero se umeri ocene PD. Reprezentativnost populacije, iz katere se črpajo empirični podatki o neplačilih, je pomembna, če banka uporablja Mertonov model kot neposredno metodo ocenjevanja PD. V splošnem to pomeni, da so empirični podatki lahko pridobljeni zgolj iz

⁵Moody's KMV PD imenuje z *Expected Default Frequency*, EDF.

populacije, za katero je bilo mogoče uporabiti ta model. Če se model uporablja zgolj kot metoda za razvrščanje dolžnikov, se zahteva po reprezentativnosti podatkov lahko sprosti. V slednjem primeru podatek o večletni povprečni stopnji neplačila ni relevanten⁶.

Časovna vrsta podatkov oziroma predhodno obdobje opazovanja sta prav tako podvržena minimalnim zahtevam. Obdobje mora biti dolgo vsaj 5 let, ko gre za ocenjevanje PD, kar določa točka (h) 180. člena CRR. To pomeni, da morajo biti ocene PD umerjene tako, da bo povprečje ocen PD na podlagi Mertonovega modela enako 5-letnemu povprečju enoletnih stopenj neplačila na reprezentativni populaciji podjetij.

2.3.3 Porazdelitev naravnih logaritmov donosov

Mertonov model predpostavlja normalno porazdelitev naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetja $\ln(A_t/A_{t-1})$. Takšna predpostavka se pogosto izkaže za neveljavno. Zlasti to velja za porazdelitev naravnih logaritmov dnevnih donosov na tržne vrednosti sredstev. Te so običajno strme, z več gostote v repih porazdelitve. To ne velja zgolj na majhnih in nelikvidnih trgih, kakršen je slovenski, ampak tudi na razvitih. Več avtorjev ugotavlja (Barndorff-Nielsen, 1997a, 1997b; Brambilla et al., 2015; Eberlein, 2001; Gurny et al., 2013; Prause, 1999), da naravni logaritmi dnevnih donosov na tržne vrednosti delnic, iz katerih se ocenjuje PD, niso ustrezno opisani z normalno porazdelitvijo, ki izhaja iz predpostavke geometričnega Brownovega gibanja. Če donosi niso porazdeljeni normalno, so predpostavke klasičnega Mertonovega modela kršene, PD-ji, ocenjeni na tej podlagi, pa lahko pristranski.

Porazdelitev zadevnih donosov je pogosto bolje opisana z modelom za gibanje sredstev v času, ki je osnovan na Lévyjevem procesu, kjer se naravni logaritmi donosov porazdeljujejo po NIG porazdelitvi. V tej disertaciji je ta proces uporabljen zaradi želenih matematičnih lastnosti in zaradi izidov prej navedenih empiričnih raziskav. Za nadzornike je tako pomembno, ali se v ocenjevanju PD upoštevajo statistično značilna odstopanja v porazdelitvah naravnih logaritmov donosov od normalnih in kako se takšne dolžnike obravnava, ter v splošnem, kako se ta pomanjkljivost odpravlja ali obide. Ponovno se lahko tovrstno morebitno napačno predpostavko o porazdelitvi dnevnih naravnih logaritmov donosov popravi z umerjanjem. Umeritev je nujna, če se model uporablja za ocenjevanje PD, dobljene ocene PD pa v izračunu kapitalne zahteve za kreditno tveganje.

2.4 Predpostavke Mertonovega NIG modela

Osnovni konceptualni okvir se ohrani, tudi če je gibanje vrednosti sredstev v času opisano z normalnim inverznim Gaussovimi Lévyjevimi procesom. Za izdelavo Mertonovega NIG modela

⁶Glej na primer Guidelines on the implementation, validation and assessment of Advanced Measurement (AMA) and Internal Ratings Based (IRB) Approaches (2006), str. 90.

najprej podamo predpostavke NIG Lévyjevega procesa kot gonila gibanja tržnih vrednosti sredstev, nato še teoretski opis modela, ki bo služil za ocenjevanje PD.

2.4.1 NIG Lévyjev proces

Normalno inverzno Gaussovo (NIG) porazdelitev s parametri α , β , δ in μ je prvi opredelil Barndorff-Nielsen (1997a). Funkcija gostote verjetnosti NIG slučajne spremenljivke je

$$f_{NIG}(x; \alpha, \beta, \delta, \mu) = f_{NIG}(x) = \frac{\alpha\delta}{\pi} e^{\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2}} \frac{K_1\left(\alpha\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}\right)}{\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}} e^{\beta(x-\mu)}, \quad (13)$$

kjer so $x \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$, $\delta > 0$, $\mu \in \mathbb{R}$, $0 < |\beta| < \alpha$ in je K_1 modificirana Besselova funkcija tretjega reda z indeksom ena (za opredelitve in značilnosti Besselovih funkcij K_ν , $\nu \in \mathbb{R}$ glej (Abramowitz & Stegun, 1964). α označuje strmino, β asimetričnost, δ merilo in μ lego.

Funkcija gostote NIG slučajne spremenljivke je povprečno-variančna mešana porazdelitev, kjer je inverzna Gaussova porazdelitev mešalna porazdelitev. Funkcijo gostote NIG slučajne spremenljivke X , je mogoče izraziti kot vsoto dveh slučajnih spremenljivk, in sicer na naslednji način:

$$X = \mu + \beta Z + \sqrt{Z}Y, \quad (14)$$

kjer so $Y \sim N(0, 1)$, $Z \sim IG(\delta, \gamma)$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$, Y in Z sta neodvisni, IG je inverzna Gaussova porazdelitev (Barndorff-Nielsen, 1997b). Zapis je uporaben za simuliranje NIG slučajnih spremenljivk (na primer Raible, 2000; Rydberg, 1997). Skladno z zakonom popolne verjetnosti je porazdelitveno funkcijo NIG slučajne spremenljivke mogoče zapisati kot

$$f_{NIG}(x) = \int_0^\infty f_N(x|z)f_{IG}(z)dz, \quad (15)$$

kjer je $f_N(x|z)$ funkcija gostote verjetnosti normalne slučajne spremenljivke, ki se porazdeljuje po $x|z \sim N(\mu + \beta z, z)$, $f_{IG}(z)$ je funkcija gostote verjetnosti inverzne Gaussove slučajne spremenljivke, ki se porazdeljuje po $z \sim IG(\delta, \sqrt{\alpha^2 - \beta^2})$. Zapis je uporaben za izvedbo EM algoritma za ocenjevanje NIG parametrov (na primer Aas & Haff, 2005; Karlis, 2002). Obširen opis t. i. normalnih mešanih porazdelitev je mogoče najti v Paoletta (2007). NIG porazdelitev spada v družino hiperboličnih porazdelitev.

Momentno-rodovna funkcija (13) je

$$M_{NIG}(u) = e^{\delta\left(\sqrt{\alpha^2-\beta^2}-\sqrt{\alpha^2-(\beta+u)^2}\right)}, \quad (16)$$

iz katere je mogoče izvesti pomembno konvolucijsko lastnost,

$$f_{NIG}(x; \alpha, \beta, \delta_1, \mu_1) * f_{NIG}(x; \alpha, \beta, \delta_2, \mu_2) = f_{NIG}(x; \alpha, \beta, \delta_1 + \delta_2, \mu_1 + \mu_2). \quad (17)$$

Povprečje, M , varianca, V , asimetričnost, S , in koničastost, K , slučajne spremenljivke $X \sim NIG(\alpha, \beta, \delta, \mu)$, so (glej na primer Ahčan, 2012)

$$M(X) = \mu + \delta \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} \quad (18)$$

$$V(X) = \delta \frac{\alpha^2}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}^3} \quad (19)$$

$$S(X) = 3 \frac{\beta}{\alpha \sqrt{\delta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}} \quad (20)$$

$$K(X) = 3 + 3 \left(1 + 4 \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 \right) \frac{1}{\delta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}. \quad (21)$$

NIG porazdelitev je neskončno deljiva in zato ustvarja Lévyjev proces $(Z_t)_{t \geq 0}$, slučajni proces s stacionarnimi in neodvisnimi prirastki, $Z_0 = 0$ skoraj gotovo in Z_1 je porazdeljena po NIG porazdelitvi. Zaradi konvolucijske lastnosti (17) izhajajo, da so naravni logaritmi prirastkov porazdeljeni z NIG porazdelitvijo za poljubni časovni razpon.

Naj bo A_t za $t \geq 0$ vrednost sredstev v času t in naj gibanje njihove vrednosti sledi procesu

$$dA_t = A_{t-} \left(dZ_t + e^{\Delta Z_t} - 1 - \Delta Z_t \right), \quad (22)$$

kjer Z_t označuje NIG Lévyjevo gibanje, Z_{t-} levo omejitvev poti v času t in $\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-}$ skok v času t . Potem je rešitev (22) eksponentni NIG Lévyjev proces in je z uporabo Itôve leme (Eberlein, 2001) enaka

$$A_T = A_t e^{Z_T - t}. \quad (23)$$

Iz (13) in (23) sledi, da se naravni logaritmi donosov $\ln(A_T/A_t)$ porazdeljujejo po NIG porazdelitvi,

$$\ln(A_T/A_t) \sim NIG(\alpha_A, \beta_A, \delta_A(T-t), \mu_A(T-t)), \quad (24)$$

kjer je $T - t$ preostala zapadlost.

2.4.2 Model

Osnovne značilnosti klasičnega Mertonovega modela se ohranijo, tudi če Brownovo gibanje zamenja NIG Lévyjev proces. Kapital predstavlja nakupno opcijo, ki jo imajo imetniki kapitala na sredstva podjetja. Financiranje podjetja ostaja isto, enako tudi opredelitev tržne vrednosti sredstev iz (6) in kapitala iz (8). (23) je zato skladna s (6), kjer Brownovo gibanje zamenja NIG Lévyjev proces. Skladnost potem velja tudi za ocenjevanje PD.

Enačba (9) v klasičnem Mertonovem modelu omogoča izračun nakupne opcije na sredstva podjetja skladno z opcijsko teorijo, kjer je arbitraža izključena in je trg popoln, ter je posledično vrednost nakupne opcije nevtralna z vidika tveganja. Izračun nakupne opcije v Mertonovem NIG modelu mora biti prav tako dosledna z opcijsko teorijo, če naj bodo ocenjeni PD dosledni. Zato se opredeli ekvivalentno martingalsko mero.

2.4.3 Esscherjeva ekvivalentna martingalska mera

V tej disertaciji je uporabljena metoda Esscherjeve transformacije (Gerber & Shiu, 1994) za opredelitev ekvivalentne martingalske mere, ki je uporabna za slučajne procese $(Z_t)_{t \geq 0}$ s stacionarnimi in neodvisnimi prirastki (Eberlein & Keller, 1995), kakršen je NIG Lévyjev proces. Esscherjeva transformacija je matematično enostavna in ekonomsko upravičena (glej Prause, 1999 za pregled slednjega področja), zato je uporabljena tudi v tej disertaciji.

Esscherjeva ekvivalentna martingalska mera P^θ je dana z (Eberlein, Keller, & Prause, 1998)

$$dP^\theta = e^{\theta Z_t - t \ln M_{NIG}(\theta)} dP, \quad (25)$$

kjer je θ rešitev enačbe

$$r = \ln M_{NIG}(\theta + 1) - \ln M_{NIG}(\theta) \quad (26)$$

in je za Mertonov NIG model enaka (Albrecher & Predota, 2004; Hubalek & Sgarra, 2006; Rasmus, Asmussen, & Wiktorsson, 2004)

$$\theta = -\beta_A - \frac{1}{2} - \frac{\mu_A - r}{2\delta_A} \sqrt{\frac{4\alpha_A^2 \delta_A^2}{(\mu_A - r)^2 + \delta_A^2} - 1} \quad (27)$$

in je r netvegana obrestna mera. Skladno s trditvijo 2 v Hubalek in Sgarra (2006) θ obstaja, če $\alpha_A \geq 0,5$ in hkrati $|\mu_A| \leq \delta_A \sqrt{2\alpha_A - 1}$. Enačba (25) zagotavlja, da je diskontiran NIG Lévyjev proces $(Z_t^\theta)_{t \geq 0}$ glede na P^θ martingal, tj. $A_t = e^{-r(T-t)} A_T^\theta$ (glej na primer Albrecher, 2004; Albrecher & Predota, 2004; Eberlein & Keller, 1995), s porazdelitvijo

$$\ln\left(A_T^\theta e^{-r(T-t)}/A_t\right) \sim NIG(\alpha_A, \beta_A + \theta, \delta_A(T-t), \mu_A(T-t)), \quad (28)$$

Posledično je cena nakupne opcije, na primer Albrecher in Predota (2004)

$$\begin{aligned} E_t &= A_t \int_{\ln \frac{L}{A_t}}^{\infty} f_{NIG(\alpha_A, \beta_A + \theta + 1, \delta_A(T-t), \mu_A(T-t))}(x) dx \\ &\quad - L e^{-r(T-t)} \int_{\ln \frac{L}{A_t}}^{\infty} f_{NIG(\alpha_A, \beta_A + \theta, \delta_A(T-t), \mu_A(T-t))}(x) dx. \end{aligned} \quad (29)$$

Levi integral je v nadaljevanju označen z $\Phi_{NIG}^{Esscher}(d_{1;t})$ in desni z $\Phi_{NIG}^{Esscher}(d_{2;t})$. Ugotoviti je mogoče, da je (29) skladna z (9) in je potem mogoče enako kot v klasičnem Mertonovem modelu ocenjevati PD tudi z Mertonovim NIG modelom. Sledi

$$\begin{aligned} PD_t &= P[A_T \leq L] \\ &= P[\ln(A_t) + Z_{T-t} \leq \ln(L)] \\ &= P\left[Z_{T-t} \leq \ln\left(\frac{L}{A_t}\right)\right] \\ &= \int_{-\infty}^{\ln \frac{L}{A_t}} f_{NIG}(x) dx, \end{aligned} \quad (30)$$

f_{NIG} je funkcija gostote NIG slučajne spremenljivke, ki se porazdeljuje po (24), in $T - t$ je preostala zapadlost.

2.5 Skladnost Mertonovega NIG modela z minimalnimi zahtevami pristopa IRB

Mertonov NIG model mora izpolnjevati enake minimalne zahteve pristopa IRB kot klasični Mertonov model. To pravzaprav velja za vse modele ali metode, ki jih banka želi uporabljati v pristopu IRB, ne samo za strukturne ali samo za statistične (multivariatne) modele. Mertonov NIG model vsebuje enake pomanjkljivosti kot klasični Mertonov model: neskladna opredelitev neplačila, časovna veljavnost ocene PD, zahteve glede podatkov itd. Izjema je njegova zmožnost opisovanja gibanja tržnih vrednosti sredstev. Zaradi gonilnega procesa gibanja tržnih vrednosti sredstev, ki je NIG Lévyjev proces, je pričakovati, da se Mertonov NIG model prilega precej širšemu naboru empiričnih podatkov. V tem primeru Mertonov NIG model odpravlja pomembno modelsko pomanjkljivost, oziroma v regulatornem kontekstu pomembno neuskklajenost z minimalnimi zahtevami pristopa IRB, zaradi česar bi bile kapitalske zahteve in/ali razvrstitve dolžnikov bolj natančne.

2.6 Tržna vrednost sredstev iz tržne vrednosti delnice

Tržne vrednosti sredstev, $(A_t)_{t \geq 0}$, niso neposredno opazovane. Zato tudi ni mogoče neposredno oceniti parametrov porazdelitev teh sredstev. Tržne vrednosti sredstev v t in parametri NIG porazdelitve za $T - t$ so potrebni za oceno PD podjetja za časovni razpon $T - t$, kar sledi iz (30). Ne glede na to, da je struktura dolga/kapitala v modelih poenostavljena, izhajata iz predpostavke opazovanih tržnih vrednosti sredstev, ki empirično ne more biti izpolnjena. Vendar je obe količini mogoče posredno oceniti iz (9), (29) in opazovanih tržnih vrednosti delnic, $(E_t)_{t \geq 0}$. V naslednjih podpoglavjih so podani opisi metod za oceno tržnih vrednosti sredstev na podlagi opazovanih tržnih vrednosti delnic.

2.7 EM algoritem za klasični Mertonov model

Ocenjevanje ustreznih parametrov v klasičnem Mertonovem modelu sledi metodologiji, ki jo je predlagal Duan (1994, 2000), pozneje dopolnjeno v Duan, Gauthier in Simonato (2005). Opredelil je funkcijo največjega verjetja za ocenjevanje $\theta_A \equiv \mu_A, \sigma_A$ in A_t na podlagi opazovanih tržnih vrednosti delnic

$$l(\theta_A h; \hat{A}_{th} | E_{th}) = \sum_{t=2}^n \ln \left(f_N \left(\ln \frac{\hat{A}_{th}}{\hat{A}_{(t-1)h}}; \theta_A h \right) \right) - \sum_{t=1}^n \ln \left| \frac{dT_{th}(\hat{A}_{th}(\theta_A h); \theta_A h)}{dA_{th}} \right|, \quad (31)$$

kjer je $h = 1/250$ koeficient, ki spreminja letne vrednosti parametrov v dnevne, $t = (1, \dots, n)$. $1 \leq (T - t)h \leq 2$. f_N je funkcija gostote normalne slučajne spremenljivke, $\hat{A} = T^{-1}(E; \theta_A h)$, $T(A; \theta_A h)$ je enačba za vrednotenje izvedenih finančnih instrumentov, v tem modelu je enaka (10). Sledi (Duan, Gauthier, & Simonato, 2005)

$$\begin{aligned} l(\theta_A h; \hat{A}_{th} | E_{th}) &= \sum_{t=2}^n \ln \left(f_N \left(\ln \frac{\hat{A}_{th}}{\hat{A}_{(t-1)h}}; \theta_A h \right) \right) - \sum_{t=1}^n \ln(\Phi(\hat{d}_{1;th})) \\ &= -\frac{n-1}{2} \ln(2\pi\hat{\sigma}_A^2 h) - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^n \frac{\left(\ln \frac{\hat{A}_{th}}{\hat{A}_{(t-1)h}} - \left(\hat{\mu}_A - \frac{\hat{\sigma}_A^2}{2} \right) h \right)^2}{\hat{\sigma}_A^2 h} \\ &\quad - \sum_{t=1}^n \ln(\hat{A}_{th}) - \sum_{t=1}^n \ln(\Phi(\hat{d}_{1;th})). \end{aligned} \quad (32)$$

Za ocenjevanje A_t je uporabljena tudi funkcija verjetja, ki predpostavlja, da so tržne vrednosti

sredstev opazovane. Iz (32) se izpusti zadnja dva izraza, funkcija je potem naslednja

$$\begin{aligned} l(\theta_A h; \hat{A}_{th}) &= \sum_{t=2}^n \ln \left(f_N \left(\ln \frac{\hat{A}_{th}}{\hat{A}_{(t-1)h}}; \theta_A h \right) \right) \\ &= -\frac{n-1}{2} \ln(2\pi\hat{\sigma}_A^2 h) - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^n \frac{\left(\ln \frac{\hat{A}_{th}}{\hat{A}_{(t-1)h}} - \left(\hat{\mu}_A - \frac{\hat{\sigma}_A^2}{2} \right) h \right)^2}{\hat{\sigma}_A^2 h}. \end{aligned} \quad (33)$$

(33) je funkcija največjega verjetja za ocenjevanje parametrov standardizirane normalne slučajne spremenljivke z metodo ML. V tem modelu se naravni logaritmi donosov na sredstva podjetja porazdeljujejo po normalni porazdelitvi.

Ocenjevanje poteka po iterativnem postopku, ki je EM algoritem:

1. E: ocenjevanje dnevni tržni vrednosti sredstev, $\hat{A}_{th}^{(i)}$, $th = (0, \dots, nh)$ z iskanjem rešitve (9) in E_{th} ,
2. M: ocenjevanje $\hat{\mu}_A^{(i+1)}$ in $\hat{\sigma}_A^{(i+1)}$ z maksimiziranjem (32) oziroma (33) ter standardnih napak iz obrnjene Fisherjeve matrike,
3. povrnitev na prvi korak za ocenjevanje $\hat{A}_{th}^{(i+1)}$ z uporabo $\hat{\mu}_A^{(i+1)}$ in $\hat{\sigma}_A^{(i+1)}$ iz drugega koraka.

Za iskanje rešitve v prvem koraku se je uporabila funkcija *uniroot* v programu R (R Core Team, 2016), s spodnjo omejitvijo 0 in zgornjo $1e + 9$. Za maksimiziranje v drugem koraku je bila uporabljena funkcija *optim: Nelder-Mead*. Funkcija *optim* že vsebuje oceno Fisherjeve matrike.

Teorija velikih vzorcev govori (na primer Rice, 2007), da je porazdelitev vzorčnih ocen določenega parametra na podlagi metode ML na velikih vzorcih asimptotsko normalna, tj.

$$\sqrt{nI(\hat{\theta})}(\hat{\theta} - \theta) \rightarrow N(0, 1), \text{ ko gre } n \rightarrow \infty, \quad (34)$$

in I je Fisherjeva informacijska matrika

$$I = -E \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \ln f(X|\theta) \right]. \quad (35)$$

V več dimenzijah je iz diagonale I^{-1} mogoče izvesti asimptotske standardne napake parametrov porazdelitev in s tem oceniti približne intervale zaupanja za vzorčne ocene parametrov

$$\hat{\theta} \pm \Phi(\alpha/2) \frac{1}{\sqrt{nI(\hat{\theta})}}, \quad (36)$$

zaradi česar je primerna za statistično posploševanje. V tem modelu je mogoče oceniti standardne napake parametrov analitično, v Mertonovem NIG modelu se jih oceni numerično. Duan (1994, 2000) na tej podlagi opredeli standardne napake tudi za \hat{A}_t in PD.

2.7.1 Preizkus teoretskih lastnosti vzorčnih ocen na podlagi metode ML

Preizkus teoretskih lastnosti vzorčnih ocen parametrov na podlagi metode ML se izvede s simulacijo v programu R (R Core Team, 2016). Z zadevnim preizkusom je mogoče odgovoriti na naslednje raziskovalno vprašanje:

Ali se z opisanim EM algoritmom nepristransko oceni parametre klasičnega Mertonovega modela?

Preveri se naslednja ničelna domneva: opredeljena ocenjevalna metoda ustvarja vzorčne ocene parametrov, ki so nepristranske in se porazdeljujejo asimptotsko normalno. Če ocenjevalna metoda ne ustvari vzorčnih ocen parametrov z opredeljenimi teoretskimi lastnostmi, potem gotovo sledi, da bodo tudi ocene PD pristranske, kapitalska zahteva, izračunana na podlagi teh PD-jev, pa prav tako pristranska. Pristranska kapitalska zahteva je vzrok, da nadzornik zavrne takšno metodo kot ustrezno za ocenjevanje PD v pristopu IRB.

Postopek preverjanja je naslednji. Ustvari se $m = 1.000$ ponovitev geometričnega Brownovega gibanja iz (6), kjer so

- $A_1 = 1$
- $\mu_A h = 0h$
- $\sigma_A \sqrt{h} = 1\sqrt{h}$
- $t = (1, \dots, n), n = 250$
- $T = n + 250$
- $\max L = 0,9 * \min[A_{t=(1, \dots, n)}]$
- $r = 0,04$.

Izbor L je arbitraren, vendar izbran tako, da v nobenem t ni prišlo do položaja neplačila. S tem se prepreči, da bi bila vrednost delnic negativna in zato neskladna z geometričnim Brownovim gibanjem, pri katerem so vrednosti vedno pozitivne. Pri izboru se je zasledovalo, da je porazdelitev L/A_n smiselna glede na dejanske vrednosti podjetij ter da se okvirno porazdeljuje na celotnem razponu od 0 do 0,9. r je izbrana arbitrarno. V tej simulacijski nastavitvi gre $1 \leq (T-t)h \leq 2$ leti oziroma $250 \leq (T-t) \leq 500$ dni. Na ta način se ustvari m

različnih gibanj sredstev v opredeljenem času, ki jih je mogoče enačiti z m različnimi podjetji. Ta sredstva se poimenuje prava sredstva, parametra μ_A in σ_A pa prava parametra.

V naslednjem koraku se z (9) in prej opredeljenimi količinami izračuna E_t za vsak t in vsako ponovitev m . S tem se poustvari dejanski položaj na trgu, kjer obstajajo zgolj tržne vrednosti delnic. Nato se izvede iterativni postopek iz podpoglavja 2.7.

Za začetno iteracijo se nastavi prave vrednosti parametrov μ_A in σ_A . V dejanskem svetu je jasno, da prave vrednosti parametrov niso poznane. S tem, ko so bile znane začetne vrednosti parametrov in je bil izločen morebiten vpliv napačno nastavljenih začetnih vrednosti, se je bilo mogoče osredotočiti na pravilnost samega EM algoritma.

Za preverjanje domneve o nepristranskosti vzorčnih ocen parametrov in njihove normalne porazdelitve se izvedeta naslednja preizkusa:

1. t-test za razliko med pravim parametrom, par_A , in povprečjem vzorčnih ocen parametra, \overline{par}_A ;
2. Kolmogorov-Smirnov (KS) preizkus, ali se ocene parametrov porazdeljujejo po $\widehat{par}_A \sim N(par_A, \sigma_{par_A}^2)$.

Dodatno je mogoče z oceno standardne napake za μ_A in σ_A opazovati ustreznost delovanja EM algoritma, saj sta oba parametra znana.

Nadalje se je opazovalo:

- povprečno razliko med ocenjenimi in pravimi sredstvi v n ; višina sredstev A_n ob konstantnem L vpliva na oceno PD, kot je razvidno iz (12), zato je pomembno, da A_n ni precenjen, saj bi to pomenilo podcenjen PD;
- količnika vzvoda, L/A_n oziroma L/\hat{A}_n , zaradi enakega razloga kot v zgornji alineji;
- korelacijo med $A_{t=1,\dots,n}$ in $\hat{A}_{t=1,\dots,n}$, tj. korelacijo med pravimi sredstvi in ocenjenimi sredstvi za vsako simulacijo;
- količnik \hat{A}_n/A_n , zaradi enakega razloga kot v prvih dveh alinejah.

2.7.2 Izid preizkusa teoretskih lastnosti vzročnih ocen na podlagi metode ML

Izkaže se, da tako opredeljen EM algoritem ustvarja dosledne ocene (tabela 1), ob danih nastavitvah simulacije. Obe funkciji največjega verjetja, (32) in (33), dajeta enake izide. Povprečje vzorčnih ocen $\bar{\mu}_A$ ni statistično značilno različno od pravega μ_A , kar kaže t-test; stolpec povprečje v tabeli 1. Enako t-test kaže, da povprečje vzorčnih ocen $\bar{\sigma}_A$ ni statistično

značilno različno od pravega σ_A . Ni mogoče zavreči domneve, da se vzorčne ocene $\hat{\mu}_A$ in $\hat{\sigma}_A$ porazdeljujejo normalno, glede na KS preizkus. $\hat{\mu}_A$ se v tej simulacijski nastavitvi porazdeljuje po $\hat{\mu}_A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2)$, po obeh uporabljenih funkcijah največjega verjetja. Vzorčne ocene standardnih odklonov naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetja, $\hat{\sigma}_A$, se porazdeljuje po $\hat{\sigma}_A \sim N\left(\sigma_A, \frac{\sigma_A^2}{n}\right)$, ter enako kot vzorčne ocene standardnih napak za μ_A , $se(\hat{\mu}_A)$. Slednje zaradi tega, ker je v tej simulacijski nastavitvi standardni odklon enak standardni napaki, tj. $\sigma_A = \frac{\sigma_A}{\sqrt{nh}}$. Povprečje vzorčnih ocen standardnih napak za σ_A , $\overline{se(\hat{\sigma}_A)}$, je približno enako pravi vrednosti $\frac{\sigma_A/\sqrt{n}}{\sqrt{2nh}} = 0,045$. Izvedle so se simulacije tudi z drugimi vrednostmi simulacijskih nastavitvev. Izidi, o katerih ne poročamo v tej disertaciji, so bili v teh primerih podobni.

Ničelne domneve, da opredeljena ocenjevalna metoda ustvarja vzorčne ocene parametrov, ki so nepristranske in se porazdeljujejo asimptotsko normalno, ni mogoče zavreči. V tem preizkusu se razumljivo implicitno predpostavlja, da je generator slučajnih števil, ki je ustvaril podatke, dosleden. Nadalje izidi kažejo, da je mogoče uporabiti enostavnejšo funkcijo največjega verjetja za ocenjevanje PD, ki ustvarja nepristranske ocene parametrov modela.

Tabela 1: Opisne statistike vzorčnih ocen parametrov, Mertonov model

Parametri	Enačba ML	Povprečje	Sd	Minimum	Maksimum	T-test	KS
$\hat{\mu}_A$	$l(\theta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	-0,011	0,991	-3,458	3,802	0,715	0,990
	$l(\theta_A h; \hat{A}_{th})$	-0,010	0,991	-3,454	3,801	0,738	0,987
$\hat{\sigma}_A$	$l(\theta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	0,997	0,063	0,793	1,189	0,179	0,336
	$l(\theta_A h; \hat{A}_{th})$	0,998	0,062	0,795	1,185	0,388	0,540
$se(\hat{\mu}_A)$	$l(\theta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	1,000	0,064	0,795	1,193		
	$l(\theta_A h; \hat{A}_{th})$	1,001	0,062	0,798	1,189		
$se(\hat{\sigma}_A)$	$l(\theta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	0,045	0,003	0,035	0,054		
	$l(\theta_A h; \hat{A}_{th})$	0,045	0,003	0,036	0,053		

Legenda: Stolpec *Enačba ML* označuje, katera funkcija največjega verjetja je bila uporabljena v EM algoritmu za ocenjevanje določenega parametra. Stolpec *Povprečje* podaja povprečje vzorčnih ocen določenega parametra, $\overline{\widehat{par}} = 1/m \sum_i \widehat{par}_i$. Stolpec *Sd* podaja standardni odklon vzorčnih ocen določenega parametra od povprečja vzorčnih ocen tega parametra, $sd_{\widehat{par}} = \sqrt{1/m \sum_i (\widehat{par}_i - \overline{\widehat{par}})^2}$. Stolpca *Minimum* in *Maksimum* podajata najnižjo oziroma najvišjo vrednost vzorčne ocene določenega parametra. Stolpec *T-test* podaja p-vrednosti preizkusov razlik med pravimi vrednostmi določenega parametra in povprečji ocen tega parametra. Stolpec *KS* podaja p-vrednosti preizkusov preverjanja domneve normalne porazdelitve vzorčnih ocen določenega parametra. $m = 1.000$.

Primerjava ocenjenih in pravih sredstev v tabeli 2 kaže, da je bilo z EM algoritmom mogoče ponoviti prave vrednosti sredstev in preostale ustrezne količine. Povprečje ocenjenih sredstev

$\bar{\hat{A}}_n$ je okvirno enako povprečju \bar{A}_n , tj. povprečju pravih vrednosti sredstev v n . Enako velja za povprečje vzorčnih ocen vzvoda, $L/\bar{\hat{A}}_n$, ki je enako povprečju pravega vzvoda, L/\bar{A}_n . Povprečna korelacija, $\rho(\hat{A}, A)$, je enaka 1, kar pomeni, da se ocene sredstev ujemaajo s pravimi sredstvi.

Tabela 2: Opisne statistike vzorčnih ocen izbranih količin, Mertonov model

Statistike	Enačba ML	Povprečje	Sd	Minimum	Maksimum
A_n		0,997	1,582	0,020	28,616
\hat{A}_n	$l(\theta_{Ah}; \hat{A}_{th} E_{th})$	0,997	1,583	0,020	28,616
	$l(\theta_{Ah}; \hat{A}_{th})$	0,997	1,583	0,020	28,616
L/A_n		0,573	0,215	0,023	0,900
L/\hat{A}_n	$l(\theta_{Ah}; \hat{A}_{th} E_{th})$	0,573	0,215	0,023	0,947
	$l(\theta_{Ah}; \hat{A}_{th})$	0,573	0,215	0,023	0,910
$\rho(\hat{A}, A)$	$l(\theta_{Ah}; \hat{A}_{th} E_{th})$	1,000	0,000	1,000	1,000
	$l(\theta_{Ah}; \hat{A}_{th})$	1,000	0,000	1,000	1,000
Razmerje \hat{A}_n/A_n	$l(\theta_{Ah}; \hat{A}_{th} E_{th})$	1,001	0,017	0,929	1,075
	$l(\theta_{Ah}; \hat{A}_{th})$	1,000	0,017	0,930	1,074

Legenda: Pomen stolpcev je enak kot v tabeli 1. Opisne statistike za prava in ocenjena sredstva v n , A_n in \hat{A}_n , razmerja med dolgom in pravimi oziroma ocenjenimi sredstvi v n , L/A_n oziroma L/\hat{A}_n , korelacijska med ocenjenimi in pravimi sredstvi, $\rho(\hat{A}, A)$, razmerje med ocenjenimi in pravimi sredstvi v n , \hat{A}_n/A_n . $T - n = 250$, $(T - n)h = 1$, $m = 1.000$.

Na podlagi opisnih statistik iz tabele 1 in tabele 2 je mogoče sklepati, da sta povprečji ocen PD glede na funkciji največjega verjetja neznačilno različni. Razlike med pravimi in ocenjenimi PD-ji pa so pomembne. Razvidno je, da so ocenjeni PD-ji, $PD(\hat{A}_n, \hat{\mu}_A, \hat{\sigma}_A)$, bolj razpršeni. Ta razpršenost je posledica razpršenosti vzorčnih ocen parametrov, medtem ko so $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ pri vseh m enaki pravim parametrom. Najvišji pravi PD je tudi omejen z najvišjim pravim razmerjem $\ln(L/A_n)$ in je enak 65,345 %, medtem ko je najvišji ocenjen PD zaradi razpršenosti parametrov blizu 100 %. Kot navajajo Duan et al. (2005) je treba previdno obravnavati porazdelitev ocen PD. Zaradi sorazmerno velike razpršenosti $\hat{\mu}_A$ in izrazito nelinearne preslikave kvantila iz (11) na PD z (12), predlagajo dvostopenjski izračun intervalov zaupanja za PD: najprej določijo interval zaupanja za *razdaljo-do-neplačila*, nato dobljeni interval s porazdelitveno funkcijo standardizirane normalne slučajne spremenljivke preslikajo v interval zaupanja za PD. Analogno temu pristopu ocenimo intervale zaupanja za povprečje vzorčnih ocen PD. Najprej ocenimo 95-odstotne intervale zaupanja za sredstva $\hat{A}_{n\pm}$ s pomočjo enačbe (4.7) v Duan (1994) za varianco teh sredstev, $\hat{A}_{m;n\pm} = \hat{A}_{m;n} \pm 1,96\sqrt{\hat{\sigma}_{Duan;m}^2}$, kjer je

$\hat{\sigma}_{\text{Duan};m}^2$ ocenjena varianca iz omenjene enačbe za \hat{A}_n , nato pa za vsako sredstvo izračunamo PD-je skladno z enačbo (12), kjer \hat{A}_n zamenjamo z $\hat{A}_{n\pm}$. Po tem izračunamo povprečni PD za vseh m simulacij, dobljeni povprečji pa data približni interval zaupanja za povprečno oceno PD. Približni 95-odstotni interval zaupanja je tako $PD(\hat{A}_n, \hat{\mu}_A, \hat{\sigma}_A)_{\pm} = [45, 079\%; 52, 335\%]$. Interval kaže, da ocenjeni povprečni PD ni statistično značilno različen od pravega povprečnega PD pri dani stopnji zaupanja.

Tabela 3: Opisne statistike vzorčnih ocen PD, Mertonov model

Ocene PD	Enačba ML	Povprečje	Sd	Minimum	Maksimum
$PD(\hat{A}_n, \hat{\mu}_A, \hat{\sigma}_A)$, v %	$l(\theta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	48,539	33,345	0,000	99,996
	$l(\theta_A h; \hat{A}_{th})$	48,543	33,334	0,000	99,996
$PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$, v %		45,208	15,955	0,057	65,345

Legenda: Pomen stolpcev je enak kot v tabeli 1. Analiza ocen PD za časovni horizont enega leta, $(T - t)h = (T - n)h = 1$, $m = 1.000$.

Zaključiti je mogoče, da opredeljeni EM algoritem omogoča nepristransko ocenjevanje parametrov Mertonovega modela in PD. Vendar zaradi tega, ker klasični Mertonov model ne izpolnjuje vseh minimalnih zahtev pristopa IRB, PD-jev iz Mertonovega modela ni mogoče uporabiti neposredno za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje v pristopu IRB.

2.8 EM algoritmi za Mertonov NIG model

V tem podpoglavju so opisani trije EM algoritmi za ocenjevanje Mertonovega NIG modela. Vsi EM algoritmi vključujejo Esscherjevo (Gerber & Shiu, 1994) ekvivalentno martingalsko mero za izračun cene nakupne opcije. Prvi EM algoritem je izveden s funkcijo največjega verjetja skladno z Duan (1994, 2000). Drugi EM algoritem je izveden na predpostavki, da so tržne vrednosti sredstev opazovane, s poenostavljeno funkcijo največjega verjetja. Pri ocenjevanju klasičnega Mertonovega modela je bilo mogoče ugotoviti, da je takšna predpostavka glede na opredeljen EM algoritem veljavna, saj so bile ocene nepristranske. Tretji EM algoritem vsebuje ocenjevanje parametrov z metodo momentov.

2.8.1 Funkcija največjega verjetja po vzoru iz Duan (1994, 2000)

Ocenjevanje ustreznih parametrov v Mertonovem NIG modelu, kjer je za oceno nakupne opcije uporabljena Esscherjeva (Gerber & Shiu, 1994) transformacija, je v celoti analogno že opisani metodi iz podpoglavja 2.7. Funkcija največjega verjetja za ocenjevanje $\vartheta_A \equiv \alpha_A, \beta_A, \delta_A, \mu_A$ in A_t na podlagi opazovanih tržnih vrednosti delnic in (29) je

$$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} | E_{th}) = \sum_{t=2}^n \ln \left(f_{NIG} \left(\ln \frac{\hat{A}_{th}}{\hat{A}_{(t-1)h}}; \vartheta_A h \right) \right) - \sum_{t=1}^n \ln \left(\Phi_{NIG}^{Esscher}(\hat{d}_{1;th}) \right), \quad (37)$$

kjer je $h = 1/250$ koeficient, ki spreminja letne vrednosti parametrov v dnevne, $t = (1, \dots, nh)$, in f_{NIG} je funkcija gostote NIG slučajne spremenljivke. Razvidno je, da θ posredno vstopa v ocenjevanje prek $\Phi_{NIG}^{Esscher}(\hat{d}_{1;th})$. Dejansko se pri maksimiziranju (34) ne ocenjuje, temveč se jo ocenjuje iz preostalih parametrov, ki jo sestavljajo.

Ocenjevanje poteka po naslednjem EM algoritmu:

1. E: ocenjevanje dnevnih tržnih vrednosti sredstev, $\hat{A}_{th}^{(i)}$, $th = (0, \dots, nh)$ z iskanjem rešitve (29) in E_{th} ,
2. M: ocenjevanje $\hat{\alpha}_A^{(i+1)}$, $\hat{\beta}_A^{(i+1)}$, $\hat{\delta}_A^{(i+1)}$ in $\hat{\mu}_A^{(i+1)}$ z maksimiziranjem (34),
3. M: izračun $\hat{\theta}^{(i+1)}$ iz (27),
4. M: ocenjevanje standardnih napak za parametre iz (34) iz obrnjene Fisherjeve matrike,
5. povrnitev na prvi korak za ocenjevanje $\hat{A}_{th}^{(i+1)}$ z uporabo na drugem, tretjem in četrtem koraku ocenjenih parametrov.

Za iskanje rešitve v prvem koraku so se uporabile ista funkcija in meje v programu R (R Core Team, 2016).

Za maksimiziranje v drugem koraku EM algoritma je bila uporabljena funkcija *nlminb* z omejitvami. Najmanjše vrednosti so bile nastavljene na $\hat{\alpha}_A = 0,51$, $\hat{\delta}_A = 1e-9$ in $\hat{\beta}_A, \hat{\mu}_A = -1.000$, najvišje na 1.000. $\hat{\alpha}_A$ je bila nastavljena skladno s trditvijo 2 v Hubalek in Sgarra (2006), preostale smiselno znotraj območja vrednosti. Uporabljena je bila funkcija *pnig* paketa *GeneralizedHyperbolic* za simulacijo podatkov. Za oceno obrnjene Fisherjeve matrike je bila uporabljena funkcija *hessian* paketa *numDeriv*, ki omogoča numerično aproksimacijo Hessijeve matrike. Celotna koda za izvedbo simulacij in opisanega EM algoritma v programu R (R Core Team, 2016) je v prilogi 1. Postopek se izvaja, dokler razlike vseh štirih parametrov med zaporednima iteracijama niso manjše od 10^{-5} . Največje število dopustnih iteracij EM algoritma je bilo nastavljeno na 100. V predhodnih preizkusih se je izkazalo, da višja omejitev števila iteracij ne prinese pomembno drugačnih izidov. Pri tej simulacijski nastavitvi je bilo povprečno število iteracij 6. Velja poudariti, da je takšen algoritem izrazito počasen zaradi zapletenosti funkcije NIG gostote porazdelitve.

2.8.2 Poenostavljena funkcija največjega verjetja

Uporabljena je bila tudi funkcija največjega verjetja za položaj, ko tržne vrednosti sredstev obstajajo. V podpoglavju 2.7.2 izidi kažejo, da koncept opazovanih vrednosti sredstev zdrži

statističen preizkus, zaradi česar se je uporabil tudi pri ocenjevanju Mertonovega NIG modela. Poenostavljena funkcija največjega verjetja je

$$\begin{aligned}
l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th}) &= \sum_{t=2}^n \ln \left(f_{NIG} \left(\ln \frac{\hat{A}_{th}}{\hat{A}_{(t-1)h}}; \vartheta_A h \right) \right) \\
&= (n-1) \ln \hat{\alpha}_A - (n-1) \ln \pi + (n-1) \hat{\delta}_A h \sqrt{\hat{\alpha}_A^2 - \hat{\beta}_A^2} - (n-1) \hat{\beta}_A \hat{\mu}_A h \\
&\quad + \hat{\beta}_A \sum_{t=2}^n \ln \frac{\hat{A}_{th}}{\hat{A}_{(t-1)h}} + \sum_{t=2}^n \ln \left[K_1 \left(\hat{\alpha}_A \sqrt{(\hat{\delta}_A h)^2 + \left(\ln \frac{\hat{A}_{th}}{\hat{A}_{(t-1)h}} - \hat{\mu}_A h \right)^2} \right) \right] \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^n \ln \left[1 + \left(\frac{\ln \frac{\hat{A}_{th}}{\hat{A}_{(t-1)h}} - \hat{\mu}_A h}{\hat{\delta}_A h} \right)^2 \right]. \tag{38}
\end{aligned}$$

Uporabljeni so isti EM algoritem, iste funkcije R in omejitve kot v prejšnjem poglavju.

2.8.3 Metoda momentov

V tem podpoglavju je predstavljen EM algoritem za ocenjevanje parametrov funkcije gostote verjetnosti NIG slučajne spremenljivke z metodo momentov. Pri tej metodi ni mogoče oceniti asimptotičnih standardnih napak ocen parametrov, zato je z vidika statističnega posploševanja manj zaželena. Vendar se je pri njeni uporabi mogoče izogniti ocenjevanju zahtevne funkcije največjega verjetja z vsebovano Besselovo funkcijo, kar ocenjevanje poenostavi. Ocene parametrov po metodi momentov so

$$\hat{\alpha}_A = 3 \frac{\sqrt{D + \hat{S}^2}}{D} \hat{V}^{-1/2} \tag{39}$$

$$\hat{\beta}_A = \frac{3\hat{S}}{D} \hat{V}^{-1/2} \tag{40}$$

$$\hat{\delta}_A = \frac{3\sqrt{D}}{D + \hat{S}^2} \hat{V}^{1/2} \tag{41}$$

$$\hat{\mu}_A = \hat{M} - \frac{3\hat{S}}{D + \hat{S}^2} \hat{V}^{1/2}, \tag{42}$$

kjer so \hat{M} vzorčna ocena povprečja, \hat{V} vzorčna ocena variance, \hat{S} vzorčna ocena asimetričnosti, \hat{K} vzorčna ocena koničastosti naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetja in $D = 3\hat{K} - 5\hat{S}^2 > 0$. Ghysels in Wang (2014) imenujeta D kot primerno domeno (angleško *feasible domain*) NIG porazdelitve. Ocenjevanje poteka po naslednjem EM algoritmu:

1. E: ocenjevanje dnevni tržnih vrednosti sredstev, $\hat{A}_{th}^{(i)}$, $th = (0, \dots, nh)$ z iskanjem rešitve opsijske enačbe in E_{th} ,
2. M: ocenjevanje $\hat{\alpha}_A^{(i+1)}$, $\hat{\beta}_A^{(i+1)}$, $\hat{\delta}_A^{(i+1)}/h$ in $\hat{\mu}_A^{(i+1)}/h$ z metodo momentov,
3. M: izračun $\hat{\theta}^{(i+1)}$,
4. povrnitev na prvi korak za ocenjevanje $\hat{A}_{th}^{(i+1)}$ z uporabo na drugem in tretjem koraku ocenjenih parametrov.

V tako opredeljenem postopku je bila uporabljena omejitev za $\hat{\alpha}_A^{(i+1)}$ z $\max[0, 51, \hat{\alpha}_A^{(i+1)}]$ in popravek za $\hat{\mu}_A^{(i+1)} = 0$, če je bila njegova absolutna vrednost večja od $\hat{\delta}_A^{(i+1)} \sqrt{2\hat{\alpha}_A^{(i+1)} - 1}$, zaradi že navedenih razlogov za obstoj $\hat{\theta}$. Če je v določeni iteraciji veljalo $D \leq 0$, se je EM algoritem prekinil, ocene za zadevni m niso bile izdelane.

2.8.4 Preizkus teoretskih lastnosti vzorčnih ocen na podlagi metode ML

Preizkus teoretskih lastnosti vzorčnih ocen parametrov na podlagi metode ML se je izvedel s simulacijo v programu R (R Core Team, 2016). Z zadevnim preizkusom je mogoče odgovoriti na naslednje raziskovalno vprašanje:

Ali se z opisanim EM algoritmom nepristransko oceni parametre Mertonovega NIG modela?

Preveri se naslednja ničelna domneva: opredeljena ocenjevalna metoda ustvarja vzorčne ocene parametrov, ki so nepristranske in se porazdeljujejo asimptotsko normalno. Če ocenjevalna metoda ne ustvari nepristranskih in asimptotsko normalno porazdeljenih vzorčnih ocen parametrov, potem gotovo sledi, da bodo tudi ocene PD pristranske, kapitalaska zahteva, izračunana na podlagi teh PD-jev, pa prav tako pristranska. Pristranska kapitalaska zahteva je vzrok, da nadzornik zavrne takšno metodo kot ustrezno za ocenjevanje PD v pristopu IRB.

Ustvari se $m = 1.000$ ponovitev eksponentnega NIG Lévyjevega procesa iz (23), z naslednjimi parametri oziroma količinami

- $A_1 = 1$,
- $\alpha_A = 5$, $\alpha_A \geq 0,5$ in mora biti večji od $\max[|\beta_A + \theta + 1|, |\beta_A + \theta|, |\beta_A|]$ zaradi (13) in (29),
- $\beta_A = -2$, $|\beta_A| < \alpha_A$, zaradi (13),
- $\delta_A h = 1h$, $\delta_A > 0$, zaradi (13),
- $\mu_A h = 0h$, $|\mu_A| \leq \delta \sqrt{2\alpha_A - 1}$, zaradi trditve 2 v Hubalek in Sgarra (2006),

- $\theta = 1,748$ sledi iz (27), $|\beta_A + \theta| = 0,252 < |\beta_A + \theta + 1| = 0,748 < \alpha_A$,
- $t = (1, \dots, n), n = 250$,
- $T = n + 250$,
- $\max L = 0,5 * \min[A_{t=1, \dots, n}]$,
- $r = 0,05$.

Nastavitve vrednosti so arbitrarne. Na ta način se ustvari m različnih gibanj sredstev v opredeljenem času, ki jih je mogoče enačiti z m različnimi podjetji. Ta sredstva poimenujemo prava sredstva, parametre NIG porazdelitve pa pravi parametri. Nespremenjeni parametri za vseh m simulacij omogočajo preverjanje domneve.

V naslednjem koraku se z (29) in prej opredeljenimi količinami izračuna E_t za vsak t in vsako ponovitev m , kar omogoča izhodiščno dejansko stanje, ko so opazovane zgolj tržne vrednosti delnic. Nato se izvedejo EM algoritmi. Za začetno iteracijo se nastavijo prave vrednosti parametrov.

Enako kot pri klasičnem Mertonovem modelu sta se za preverjanje domneve o nepristranskosti vzorčnih ocen parametrov in njihove normalne porazdelitve izvedla naslednja preizkusa:

1. t-test za razliko med pravim parametrom, par_A , in povprečjem vzorčnih ocen parametra, \widehat{par}_A ;
2. Kolmogorov-Smirnov (KS) preizkus, ali se ocene parametrov porazdeljujejo po $\widehat{par}_A \sim N\left(\widehat{par}_A, \hat{\sigma}_{\widehat{par}_A}^2\right)$.

V tem primeru so p-vrednosti KS preizkusa aproksimativne, saj je KS preizkus izveden na podlagi vzorčnih ocen parametrov, ker prava vrednost $\sigma_{par_A}^2$ ni poznana, zaradi česar p-vrednosti iz danega KS preizkusa niso veljavne. Enako kot v podpoglavju 2.7.1 se opazujejo tudi druge ustrezne količine.

2.8.5 Izid preizkusa teoretskih lastnosti vzorčnih ocen na podlagi metode ML

Izidi preizkusa v tabeli 4 kažejo, da opredeljen EM algoritem, ki vsebuje ocenjevanje parametrov z metodo momentov, v splošnem deluje neustrezno: povprečje ocenjenih parametrov je statistično značilno različno od pravih vrednosti parametrov, poleg tega v tretjini primerov s to ocenjevalno metodo parametrov porazdelitve ni bilo mogoče oceniti. V nadaljnjem opisu se zato osredinimo zgolj na oba EM algoritma, ki ocenjujeta parametre z metodo ML.

Oba EM algoritma z metodo ML delujeta enako in ustvarita približno enake vzorčne ocene parametrov. T-test kaže, da povprečje vzorčnih ocen $\bar{\alpha}_A$, $\bar{\beta}_A$ in $\bar{\delta}_A$ statistično značilno odstopa od pravih vrednosti parametrov. Povprečje vzorčnih ocen $\bar{\mu}_A$ ni statistično značilno različno od pravega μ_A . Razvidno je, da se vzorčne ocene $\hat{\delta}_A$ in $\hat{\mu}_A$ porazdeljujejo normalno glede na dani KS preizkus. Vzorčne ocene preostalih dveh parametrov se porazdeljujejo statistično značilno različno od normalne porazdelitve glede na dani KS preizkus.

Izidi kažejo, da je mogoče v okviru danih preizkusov zavrniti ničelni domnevi: opredeljene ocenjevalne metode ustvarjajo pristranske ocene parametrov. Ocene vseh parametrov se ne porazdeljujejo normalno glede na dani KS preizkus⁷. Ponovno se implicitno predpostavlja, da je generator slučajnih števil, ki je ustvaril podatke, dosleden. Teoretske lastnosti ocen na podlagi metode ML na velikih vzorcih s tem ocenjevalnim postopkom niso izpolnjene, zato opredeljeni ocenjevalni postopki pri danih pogojih ne omogočajo doslednega posploševanja. Sledi, da bodo tudi ocene PD pristranske, kapitalska zahteva, izračunana na podlagi teh PD-jev, pa prav tako pristranska, pri danih pogojih. Ocene PD, pridobljene s temi postopki, zato niso neposredno uporabne za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje v pristopu IRB. V poglavju 2.8.6 izvedemo dodatne simulacije, s katerimi okvirno ugotavljamo izvor pristranskosti.

Slike od 3 do 6 prikazujejo jedrne gostote (angleško *kernel density*) vzorčnih porazdelitev ocen parametrov NIG porazdelitve iz opisane simulacije. Pri parametrih α_A in β_A so vidna odstopanja teh porazdelitev od normalnih porazdelitev s parametri $\mu = \overline{\text{par}}_A$ in $\sigma^2 = \hat{\sigma}_{\text{par}_A}^2$.

Slika 7 prikazuje primer izida EM algoritma za nek m .

Primerjava ocenjenih in pravih sredstev v tabeli 5 kaže, da se je bilo z ocenami na podlagi vseh EM algoritmov mogoče približati pravih vrednostim sredstev. Povprečje ocenjenih sredstev $\bar{\hat{A}}_n$ je blizu povprečju \bar{A}_n , tj. povprečja pravih vrednosti sredstev v n . Povprečje vzorčnih ocen vzoda, $L/\bar{\hat{A}}_n$, je blizu povprečja pravega vzoda, L/\bar{A}_n . Povprečna korelacija, $\rho(\hat{A}, A)$, je blizu 1 po vseh treh EM algoritmihi.

Tabela 6 prikazuje razlike med pravimi in ocenjenim PD-ji ter razlike med PD-ji glede na ocenjevalno metodo. Razlike med pravimi in ocenjenimi PD-ji so pomembne. Razvidno je, da so povprečni PD-ji, $\overline{PD(\hat{A}_n, \hat{\vartheta}_A)}$, v tretjem stolpcu tabele 6 približno 5 odstotnih točk višji oziroma nižji od povprečja pravih PD-jev, $\overline{PD(A_n, \vartheta_A)}$. V tem primeru ni mogoče oceniti podobnega intervala zaupanja kot za klasični Mertonov model, saj ni znana varianca za vrednost sredstev. Na podlagi te primerjave ni mogoče neposredno zaključiti, da so ocenjeni PD-ji pristranski, saj je večja razpršenost ocen PD posledica omejenosti pravih PD oziroma razpršenosti ocen parametrov NIG porazdelitve ter izrazite nelinearnosti PD-jev, kot je pokazano v poglavju 2.7.2. Najvišji pravi PD je enak 27,482 %, najvišji ocenjeni PD-ji pa so okoli 100 %.

⁷Kot je omenjeno zgoraj, so p-vrednosti danega KS preizkusa aproksimativne.

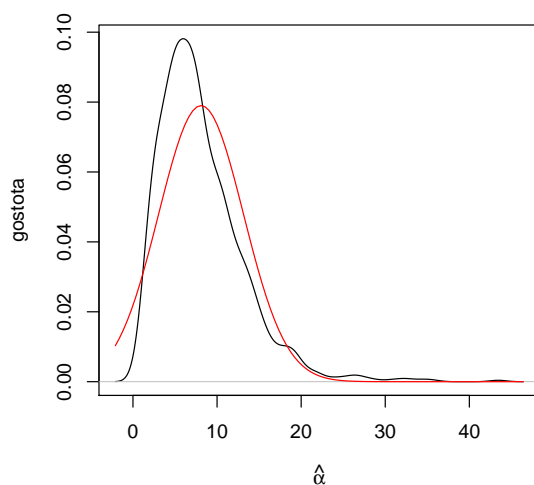
Tabela 4: Opisne statistike vzorčnih ocen parametrov, Mertonov NIG model

Parameter	ML/mm	Povprečje	Sd	Min.	Maks.	T-test	KS	Manjkajoče
$\hat{\alpha}_A$	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	8,083	5,064	0,768	43,421	0,000	0,000	0,000
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	8,097	5,050	0,898	43,429	0,000	0,000	0,000
	mm	44,981	168,114	4,131	3545,429	0,000	0,000	316
$\hat{\beta}_A$	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	-2,468	3,375	-17,352	17,114	0,000	0,000	0,000
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	-2,472	3,374	-17,344	17,119	0,000	0,000	0,000
	mm	-19,711	169,802	-3530,738	1173,528	0,000	0,000	316
$\hat{\delta}_A$	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	1,016	0,100	0,770	1,349	0,000	0,085	0,000
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	1,015	0,100	0,770	1,349	0,000	0,101	0,000
	mm	2,091	0,632	0,377	4,908	0,000	0,001	316
$\hat{\mu}_A$	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	0,002	0,098	-0,306	0,301	0,458	0,435	0,000
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	0,002	0,098	-0,306	0,301	0,501	0,410	0,000
	mm	0,377	1,124	-4,902	5,120	0,000	0,006	316
$se(\hat{\alpha}_A)$	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	4,321	1,552	1,167	12,901			43
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	4,312	1,560	1,211	12,903			43
	mm							
$se(\hat{\beta}_A)$	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	3,056	1,045	0,824	7,434			43
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	3,058	1,042	0,900	7,436			43
	mm							
$se(\hat{\delta}_A)$	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	0,097	0,011	0,072	0,154			43
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	0,097	0,011	0,072	0,154			43
	mm							
$se(\hat{\mu}_A)$	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	0,093	0,010	0,069	0,125			43
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	0,093	0,010	0,069	0,125			43
	mm							

Legenda: Stolpec *ML/mm* označuje, katera funkcija največjega verjetja oziroma metoda je bila uporabljena v EM algoritmu za ocenjevanje določenega parametra. Stolpec *Povprečje* podaja povprečje vzorčnih ocen določenega parametra, $\overline{\widehat{par}} = 1/m \sum_i \widehat{par}_i$. Stolpec *Sd* podaja standardni odklon vzorčnih ocen določenega parametra od povprečja vzorčnih ocen tega parametra, $sd_{\widehat{par}} = \sqrt{1/m \sum_i (\widehat{par}_i - \overline{\widehat{par}})^2}$. Stolpca *Min.* in *Maks.* podajata najnižjo oziroma najvišjo vrednost vzorčne ocene določenega parametra. Stolpec *T-test* podaja p-vrednosti preizkusov razlik med pravimi vrednostmi parametrov in povprečji vzorčnih ocen parametrov. Stolpec *KS* podaja p-vrednosti preizkusov preverjanja domneve normalne porazdelitve vzorčnih ocen parametrov. Stolpec *Manjkajoče* podaja število simulacij, pri katerih EM algoritem ni ustvaril ocen. $m = 1.000$.

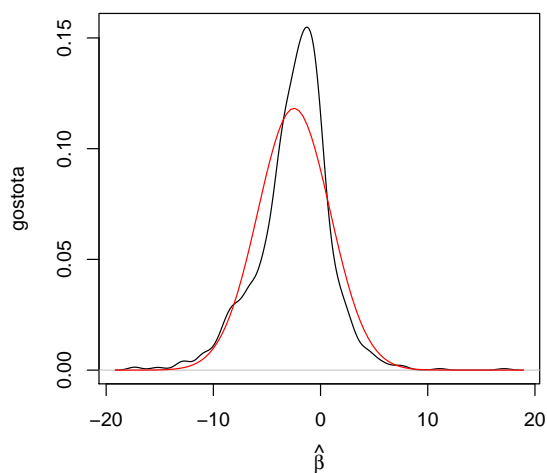
Izdelana je bila tudi ocena PD iz (12), $PD(\hat{A}_n, \hat{\mu}_A, \hat{\sigma}_A)$, na predpostavki, da se naravni logaritmi donosov porazdeljujejo normalno. Za oceno $PD(\hat{A}_n, \hat{\mu}_A, \hat{\sigma}_A)$ so tako uporabljeni enaki \hat{A}_n -ji in enaki L -ji kot pri $PD(\hat{A}_n, \vartheta_A)$. Razlika pri tej oceni je, da se uporabi normalna porazdelitvena funkcija z $\hat{\mu}_A$ in $\hat{\sigma}_A$, ki sta ocenjena na podlagi istih podatkov, iz katerih se oceni tudi $PD(\hat{A}_n, \vartheta_A)$. Namen je približna primerjava obeh PD-jev pri pravilni in napačni predpostavki porazdelitve naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetja. Opazna je sorazmerno velika razlika med PD-ji iz Mertonovega modela in Mertonovega NIG modela.

Slika 3: Porazdelitev vzorčnih ocen parametra α_A



Legenda: Črna črta prikazuje jedrno gostoto (angleško *kernel density*) vzorčnih ocen parametra α_A z metodo ML. Rdeča krivulja je funkcija gostote normalne spremenljivke z $\mu = \bar{\alpha}_A$ in $\sigma^2 = \hat{\sigma}_{\bar{\alpha}_A}^2$ iz prve vrstice tabele 4.

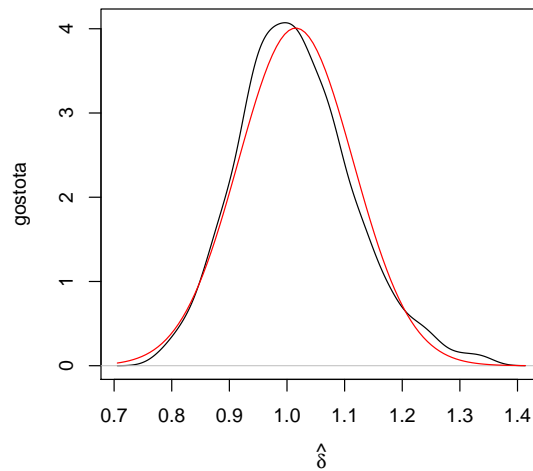
Slika 4: Porazdelitev vzorčnih ocen parametra β_A



Legenda: Črna črta prikazuje jedrno gostoto (angleško *kernel density*) vzorčnih ocen parametra β_A z metodo ML. Rdeča krivulja je funkcija gostote normalne spremenljivke z $\mu = \bar{\beta}_A$ in $\sigma^2 = \hat{\sigma}_{\bar{\beta}_A}^2$ iz četrte vrstice tabele 4.

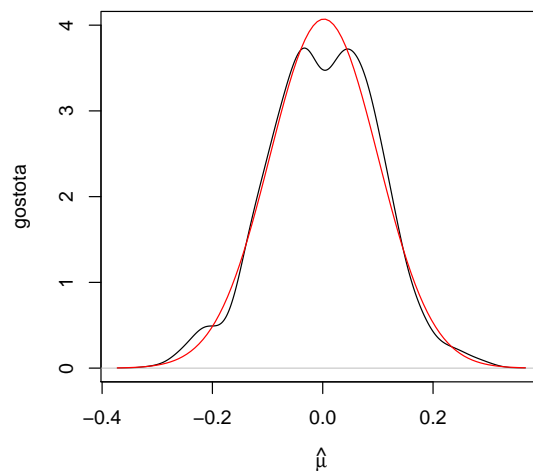
Na podlagi izidov simulacijskih preizkusov ni mogoče podati teoretsko veljavnega odgovora na naslednje raziskovalno vprašanje:

Slika 5: Porazdelitev vzorčnih ocen parametra δ_A



Legenda: Črna črta prikazuje jedrno gostoto (angleško *kernel density*) vzorčnih ocen parametra δ_A z metodo ML. Rdeča krivulja je funkcija gostote normalne spremenljivke z $\mu = \hat{\delta}_A$ in $\sigma^2 = \hat{\sigma}_{\hat{\delta}_A}^2$ iz sedme vrstice tabele 4.

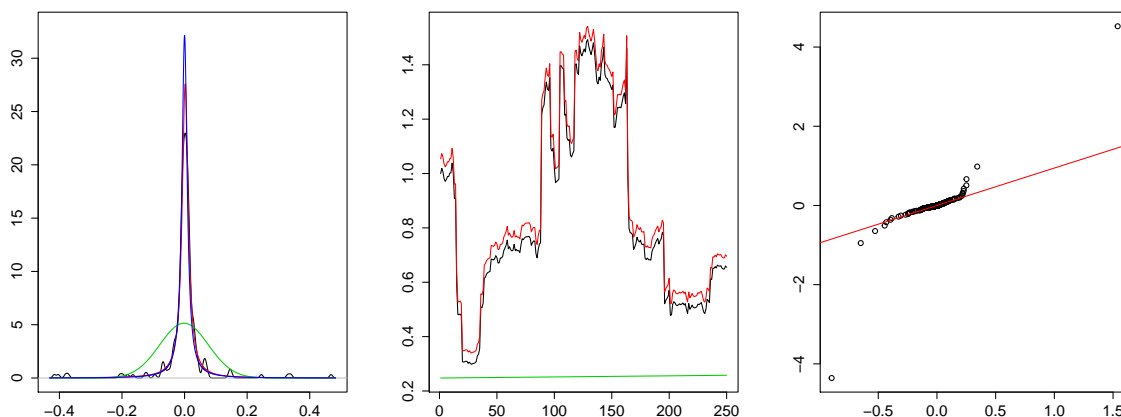
Slika 6: Porazdelitev vzorčnih ocen parametra μ_A



Legenda: Črna črta prikazuje jedrno gostoto (angleško *kernel density*) vzorčnih ocen parametra μ_A z metodo ML. Rdeča krivulja je funkcija gostote normalne spremenljivke z $\mu = \hat{\mu}_A$ in $\sigma^2 = \hat{\sigma}_{\hat{\mu}_A}^2$ iz enajste vrstice tabele 4.

Ali je ob kršitvah predpostavk klasičnega Mertonovega modela glede porazdelitve donosov na sredstva podjetja izhajajoča ocena PD pristranska?

Slika 7: Slike NIG porazdelitve



Legenda: Leva slika prikazuje jedrno gostoto (angleško *kernel density*) naravnih logaritmov donosov na ocenjena sredstva, \hat{A} , skupaj s funkcijo gostote verjetnosti NIG porazdelitve s praviimi parametri (modra), z ocenjenimi parametri (rdeča) ter funkcijo gostote normalne porazdelitve z vzorčnim povprečjem in varianco (zelena). Srednja slika prikazuje gibanje pravih (črna) in ocenjenih (rdeča) sredstev v času od $t = 1, \dots, 250$, ter diskontirano vrednost L (zelena) v času. Desna slika prikazuje sliko kvantilov (angleško *qq plot*) teoretične in ocenjene NIG porazdelitve naravnih logaritmov donosov na sredstva.

Teoretsko veljaven odgovor bi bilo mogoče podati na podlagi matematičnih dokazov o obstoju teoretskih razlik v PD-jih, ki bi bili izpeljani iz razlik v teoretskih lastnostih normalne in NIG porazdelitve. V tej disertaciji podajamo okviren odgovor na to raziskovalno vprašanje s primerjavo razlik v teoretskih PD-jih iz Mertonovega NIG modela, $PD(A_n, \vartheta_A)$, in klasičnega Mertonovega modela, $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$.

S tem namenom izračunamo teoretične $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ v programu R (R Core Team, 2016). Za izračun $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ je $\mu_A = M$ iz (18) in $\sigma_A^2 = V$ iz (19). L/A_n je za vse primere enak 0,5. Smiselno je opazovati, kako se giba razlika v PD-jih glede na spreminjanje zgolj enega parametra in glede na različne NIG porazdelitve. Izbrane so tri NIG porazdelitve, od izrazito strme, asimetrične v levo oziroma desno, do porazdelitve, ki konvergira k normalni. Pri določeni NIG porazdelitvi se nato spreminja zgolj enega izmed parametrov z namenom, da se ugotovi vpliv samo tega parametra na teoretsko razliko v PD-jih.

Slika 8 kaže, da obstajajo pomembne razlike v PD-jih pri nizkih vrednostih α_A , tj. pri izrazito strmih porazdelitvah, ne glede na to, kakšni so preostali parametri. Pri nizkih vrednostih α_A so razlike v PD-jih pri danih NIG porazdelitvah lahko večje od 10 odstotnih točk. Pri $\alpha_A > 40$ razlike v PD-jih konvergirajo proti 0.

Slika 9 kaže, da obstajajo pomembne razlike v PD-jih glede na spremembo β_A , tj. glede na

Tabela 5: Opisne statistike vzorčnih ocen izbranih količin, Mertonov NIG model

Statistike	ML/mm	Povprečje	Sd	Minimum	Maksimum
A_n		0,725	0,347	0,102	3,498
\hat{A}_n	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	0,724	0,347	0,098	3,498
	$l(\theta_A h; \hat{A}_{th})$	0,725	0,347	0,098	3,498
	mm	0,722	0,360	0,044	3,075
L/A_n		0,438	0,063	0,143	0,500
L/\hat{A}_n	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	0,439	0,063	0,143	0,536
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	0,439	0,063	0,143	0,527
	mm	0,437	0,064	0,162	0,551
$\rho(\hat{A}, A)$	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	1,000	0,000	0,987	1,000
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	1,000	0,000	0,990	1,000
	mm	1,000	0,000	0,997	1,000
Razmerje \hat{A}_n/A_n	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	0,999	0,011	0,883	1,007
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	0,999	0,010	0,904	1,007
	mm	1,001	0,006	0,907	1,007

Legenda: Pomen stolpcev je enak kot v tabeli 4. Opisne statistike za prava in ocenjena sredstva v n , A_n in \hat{A}_n , razmerja med dolgom in pravimi oziroma ocenjenimi sredstvi v n , L/A_n oziroma L/\hat{A}_n , korelacijska med ocenjenimi in pravimi sredstvi, $\rho(\hat{A}, A)$, razmerje med ocenjenimi in pravimi sredstvi v n , \hat{A}_n/A_n . $T - n = 250$, $(T - n)h = 1$, $m = 1000$. Pri metodi momentov, vrstica mm, je $m = 684$.

spremembo asimetričnosti porazdelitve, pri nizkih vrednostih α_A . Razlike v PD-jih so pri nizkih vrednostih α_A in izraziti asimetričnosti v levo in desno med -15 in 10 odstotnih točk. S zmanjševanjem strmine se vpliv asimetričnosti zmanjša tudi ob spremembi preostalih dveh parametrov.

Slika 10 kaže, da obstajajo razlike v PD-jih glede na spremembo δ_A , tj. glede na spremembo merila porazdelitve, ponovno pri nizkih vrednostih α_A . Razlike v PD-jih glede na spremembo δ_A niso tako velike kot pri spreminjanju strmine in asimetričnosti. Razlike v PD-jih pri nizkih vrednostih α_A in asimetričnosti v levo se gibajo od okoli 1 do -3 odstotne točke. S povečevanjem merila porazdelitve razlike v PD-jih ostajajo tudi pri $\alpha_A = 40$, vendar te razlike niso tako izrazite.

Slika 11 kaže podobno kot predhodna slika. Obstajajo razlike v PD-jih glede na spremembe μ_A , tj. lege, vendar za nobeno NIG porazdelitev niso tako izrazite kot pri spreminjanju strmine ali asimetričnosti. Razlike se pojavljajo zlasti v bližini $\mu_A = 0$ in se ohranjajo na

Tabela 6: Opisne statistike vzorčnih ocen PD, oba modela

Ocene PD	ML/mm	Povprečje	Sd	Minimum	Maksimum	Manjkajoče
$PD(\hat{A}_n, \vartheta_A)$, v %	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	24,883	24,261	0,000	96,459	0,000
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	24,855	24,281	0,000	96,452	0,000
	mm	15,803	19,228	0,000	93,843	316
$PD(A_n, \vartheta_A)$, v %		20,600	6,304	0,776	27,482	0,000
	mm	19,854	6,423	1,135	27,482	316
$PD(\hat{A}_n, \hat{\mu}_A, \hat{\sigma}_A)$, v %	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th} E_{th})$	26,356	26,871	0,000	97,409	0,000
	$l(\vartheta_A h; \hat{A}_{th})$	26,349	26,871	0,000	97,409	0,000
	mm	16,181	19,687	0,000	93,149	316

Legenda: Pomen stolpcev je enak kot v tabeli 4. $PD(\hat{A}_n, \vartheta_A)$ je ocena PD-jev na podlagi Mertonovega NIG modela. $PD(A_n, \vartheta_A)$ so pravi PD-ji na podlagi Mertonovega NIG modela. $PD(\hat{A}_n, \hat{\mu}_A, \hat{\sigma}_A)$ je ocena PD-jev na podlagi klasičnega Mertonovega modela, izvedena na podlagi sredstev, ki se gibajo po NIG Lévyjevem procesu. Analiza ocen PD za časovni horizont enega leta, $(T - n)h = 1$, $m = 1.000$.

približno isti ravni ne glede na vrsto NIG porazdelitve.

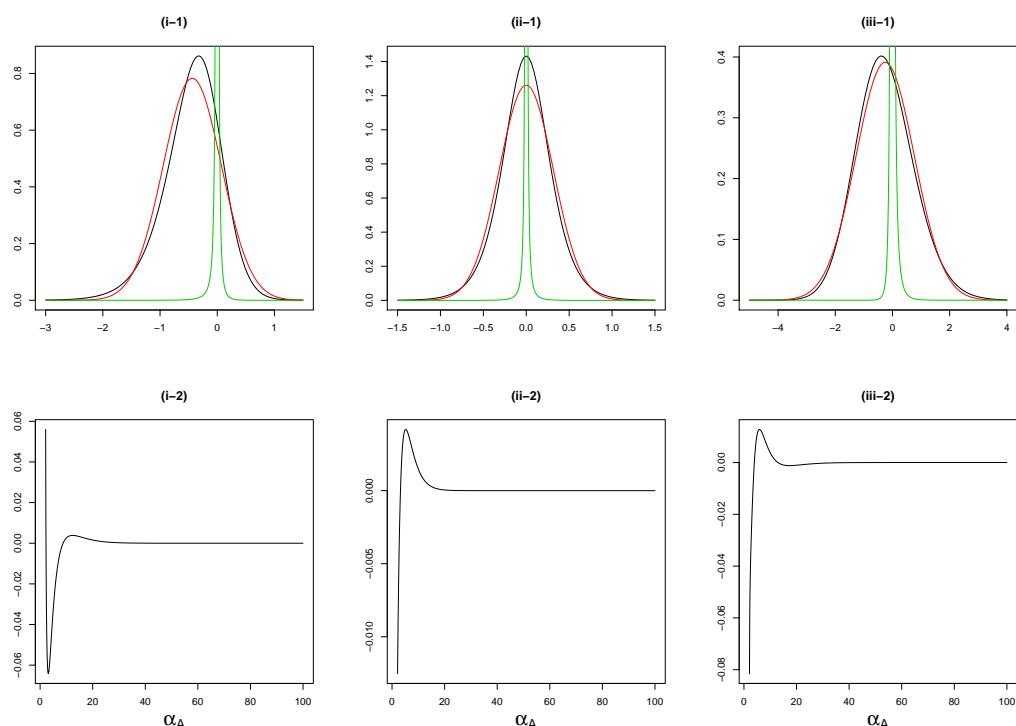
Na podlagi primerjave razlik v PD-jih je mogoče podati okviren odgovor na postavljeno raziskovalno vprašanje. Če ne bo veljala predpostavka normalno porazdeljenih naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetja⁸, bo klasični Mertonov model dal pristranske ocene PD. To zlasti velja pri izrazito strmi NIG porazdelitvi in/ali ob izraziti asimetričnosti v levo ali desno. Pristranskost klasičnega Mertonovega modela gre v obe smeri. To pomeni, da bodo ocene PD na podlagi klasičnega Mertonovega modela pri določenih NIG porazdelitvah precenjene, pri določenih pa podcenjene, glede na Mertonov NIG model.

2.8.6 Izvor pristranskosti ocen parametrov Mertonovega NIG modela

Izidi preizkusa v podpoglavju 2.8.5 kažejo, da so ocene, izdelane na podlagi opredeljenih EM algoritmov, pristranske. V tem podpoglavju se izvede preprost preizkus z namenom ugotoviti, ali je mogoče izvor pristranskosti pripisati določenemu parametru, katerega pristranskost ocen povzroči, da so tudi preostali parametri ocenjeni pristransko. Preizkus se izvede z EM algoritmom, ki vključuje poenostavljeno funkcijo največjega verjetja (38). Preizkus se izvede tako, da se zaporedoma ocenjuje vsak parameter NIG porazdelitve posebej, pri tem pa se vse preostale parametre drži nespremenjene. Na ta način se lahko osredotoči na asimptot-ske lastnosti vzorčnih ocen za vsak parameter posebej. Uporabljeni so enaki parametri NIG porazdelitve kot predhodno, $\alpha_A = 5$, $\beta_A = -2$, $\delta_A = 1$ in $\mu_A = 0$. Preverjata se ničelni domnevi: povprečje ocen parametrov ni statistično značilno različno od pravih parametrov;

⁸Velja predpostavka, da se naravni logaritmi donosov na sredstva podjetja porazdeljujejo po NIG porazdelitvi.

Slika 8: Primerjava razlik med $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ s spreminjajočo α_A



Legenda:

(i-1): Črna krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve s parametri $\alpha_A = 5$, $\beta_A = -2$, $\delta_A = 1$, $\mu_A = 0$. Rdeča krivulja je funkcija gostote normalne porazdelitve z $\mu_A = M$ iz (18) in $\sigma_A^2 = V$ iz (19). Zelena krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve za dnevne naravne logaritme donosov na sredstva podjetja, δ_A in μ_A se zato množita s h , α_A in β_A ostajata nespremenjena.

(ii-1): Črna krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve s parametri $\alpha_A = 5$, $\beta_A = 0$, $\delta_A = 0,5$, $\mu_A = 0$. Rdeča in zelena krivulja sta izdelani enako kot v prejšnji sliki.

(iii-1): Črna krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve s parametri $\alpha_A = 5$, $\beta_A = 2$, $\delta_A = 4$, $\mu_A = -2$. Rdeča in zelena krivulja sta izdelani enako kot v prejšnji sliki.

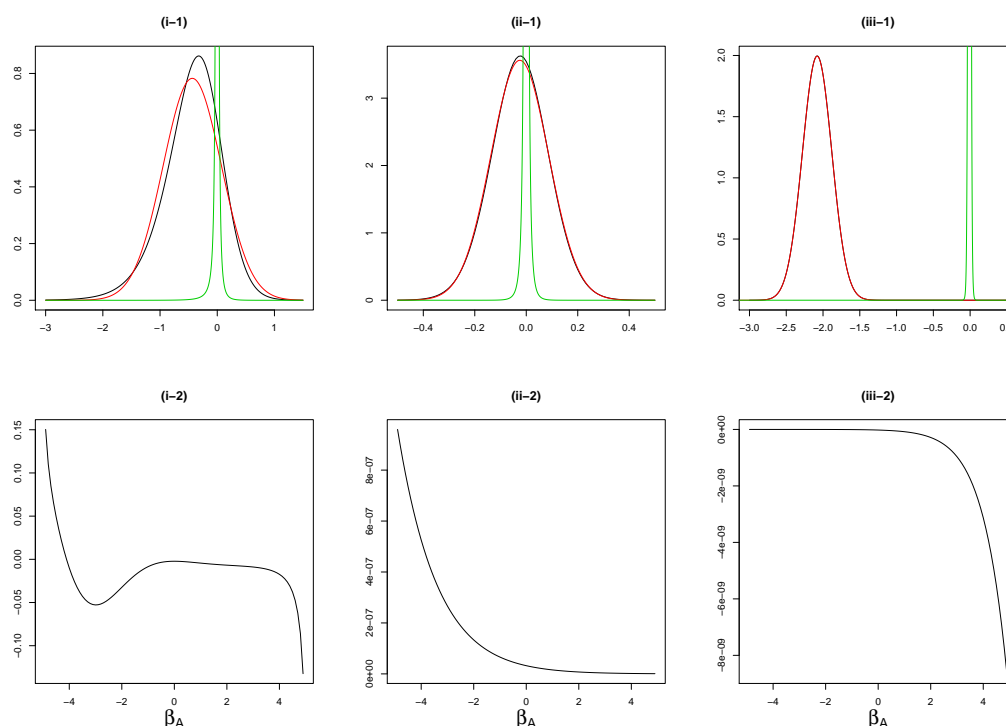
(i-2): Na osi x je parameter α_A , ki se spreminja. Na osi y je razlika med $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ glede na dane parametre iz slike (i-1), ob spreminjajočem parametru α_A . Enako velja tudi za sliki (ii-2) in (iii-2).

porazdelitev vzorčnih ocen parametrov ni statistično značilno različna od normalne porazdelitve. Domnevi se preizkusita s t-testom in KS preizkusom.

Izidi tega preizkusa kažejo, da pristranskost ocen parametrov povzroča pristranskost ocen parametra α_A in β_A . Povprečje vzorčnih ocen preostalih dveh parametrov NIG porazdelitve ni statistično značilno različno od pravih parametrov glede na t-test. Ocene preostalih dveh parametrov se porazdeljujejo normalno glede na aproksimativni KS preizkus.

Dodatno smo izvedli preprosto simulacijo, v kateri spreminjamo dolžino časa opazovanja, kar je ekvivalentno povečevanju vzorca. S tem okvirno ugotavljamo, ali tudi čas opazovanja vpliva

Slika 9: Primerjava razlik med $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ s spreminjajočo β_A



Legenda:

(i-1): Črna krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve s parametri $\alpha_A = 5$, $\beta_A = -2$, $\delta_A = 1$, $\mu_A = 0$. Rdeča krivulja je funkcija gostote normalne porazdelitve z $\mu_A = M$ iz (18) in $\sigma_A^2 = V$ iz (19). Zelena krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve za dnevne naravne logaritme donosov na sredstva podjetja, δ_A in μ_A se zato množita s h , α_A in β_A ostajata nespremenjena.

(ii-1): Črna krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve s parametri $\alpha_A = 40$, $\beta_A = -2$, $\delta_A = 0,5$, $\mu_A = 0$. Rdeča in zelena krivulja sta izdelani enako kot v prejšnji sliki.

(iii-1): Črna krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve z naslednjimi parametri: $\alpha_A = 100$, $\beta_A = -2$, $\delta_A = 4$, $\mu_A = -2$. Rdeča in zelena krivulja sta izdelani enako kot v prejšnji sliki.

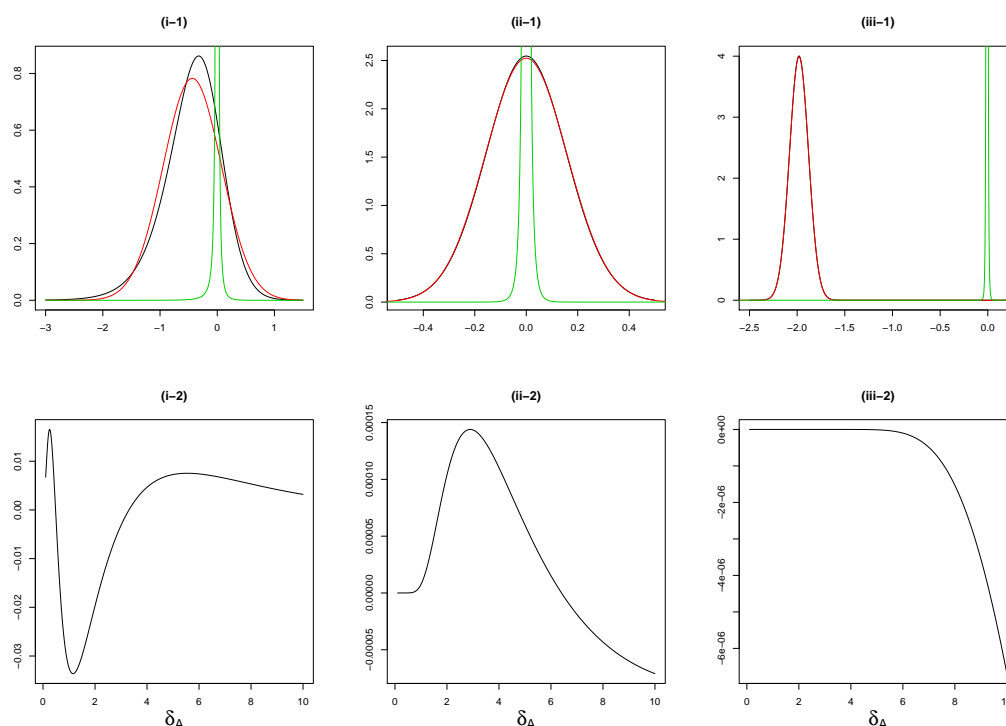
(i-2): Na osi x je parameter β_A , ki se spreminja. Na osi y je razlika med $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ glede na dane parametre iz slike (i-1), ob spreminjajočem parametru β_A . Enako velja tudi za sliki (ii-2) in (iii-2).

Tabela 7: Opisne statistike vzorčnih ocen parametrov, Mertonov NIG model

Parameter	ML	Povprečje	Sd	Min.	Maks.	T-test	KS	Manjkajoče
$\hat{\alpha}_A$	$l(\vartheta_{Ah}; \hat{A}_{th})$	6,805	3,871	2,160	29,906	0,000	0,000	0,000
$\hat{\beta}_A$	$l(\vartheta_{Ah}; \hat{A}_{th})$	-1,659	1,696	-4,762	3,741	0,000	0,001	0,000
$\hat{\delta}_A$	$l(\vartheta_{Ah}; \hat{A}_{th})$	1,005	0,095	0,739	1,337	0,107	0,236	0,000
$\hat{\mu}_A$	$l(\vartheta_{Ah}; \hat{A}_{th})$	-0,003	0,090	-0,297	0,301	0,304	0,899	0,000

Legenda: Pomen stolpcov je enak kot v tabeli 4, $\alpha_A = 5$, $\beta_A = -2$, $\delta_A = 1$, $\mu_A = 0$.

Slika 10: Primerjava razlik med $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ s spreminjajočo δ_A



Legenda:

(i-1): Črna krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve s parametri $\alpha_A = 5$, $\beta_A = -2$, $\delta_A = 1$, $\mu_A = 0$. Rdeča krivulja je funkcija gostote normalne porazdelitve z $\mu_A = M$ iz (18) in $\sigma_A^2 = V$ iz (19). Zelena krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve za dnevne naravne logaritme donosov na sredstva podjetja, δ_A in μ_A se zato množita s h , α_A in β_A ostajata nespremenjena.

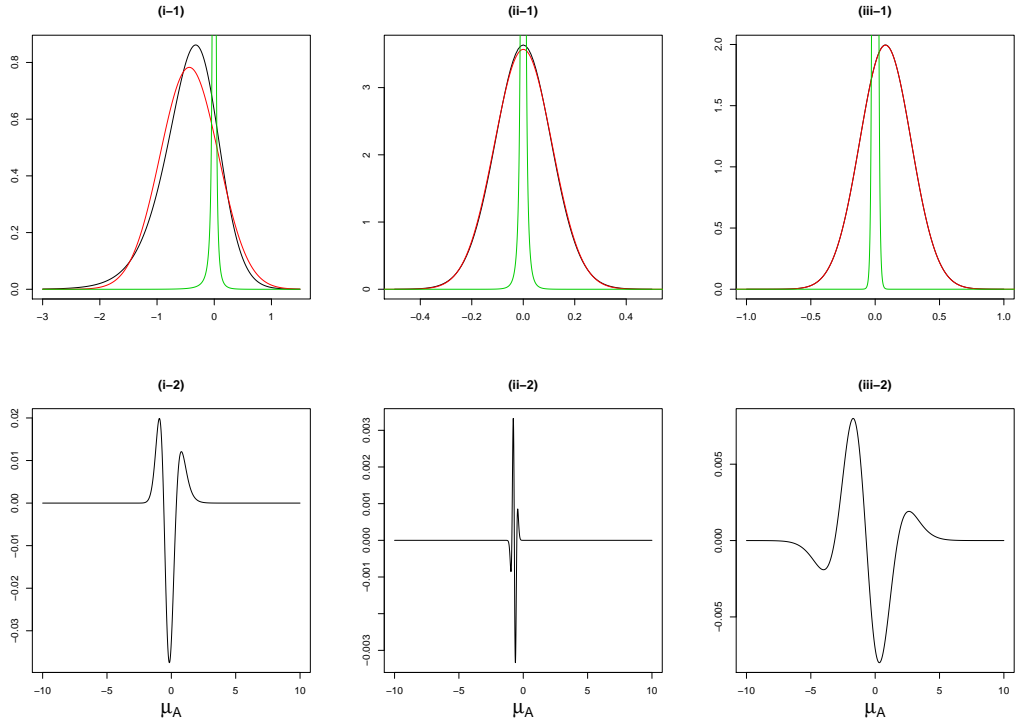
(ii-1): Črna krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve s parametri $\alpha_A = 40$, $\beta_A = 0$, $\delta_A = 1$, $\mu_A = 0$. Rdeča in zelena krivulja sta izdelani enako kot v prejšnji sliki.

(iii-1): Črna krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve s parametri $\alpha_A = 100$, $\beta_A = 2$, $\delta_A = 1$, $\mu_A = -2$. Rdeča in zelena krivulja sta izdelani enako kot v prejšnji sliki.

(i-2) Na osi x je parameter δ_A , ki se spreminja. Na osi y je razlika med $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ glede na dane parametre iz slike (i-1), ob spreminjajočem parametru δ_A . Enako velja tudi za sliki (ii-2) in (iii-2).

na pristranskost vzorčnih ocen parametrov NIG porazdelitve. M -krat smo slučajno tvorili NIG spremenljivko s parametri $\alpha_A = 5$, $\beta_A = -2$, $\delta_A = 1$ in $\mu_A = 0$ ter z različnim številom enot opazovanja, $N = (250, 1.000, 10.000)$. Za vseh m simulacij smo potem parametre ocenili z metodo ML. Začetne vrednosti so bile enake pravim vrednostim. V preizkusu smo ponovno opazovali, če so vzorčne ocene parametrov nepristranske in se porazdeljujejo normalno. Pri nastavitvi simulacije je bila dana zgolj omejitev v funkciji največjega verjetja, da $0 < |\beta| < \alpha$ in $\delta > 0$, kar je skladno z zalogo vrednosti, ki jih ta parametra smeta imeti. V tem preizkusu tako ni treba pognati EM algoritma, saj so vrednosti sredstev znane. Izkáže se, da je približevanje povprečij vzorčnih ocen parametrov k pravim parametrom s povečevanjem

Slika 11: Primerjava razlik med $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ s spreminjajočim μ_A



Legenda:

(i-1): Črna krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve s parametri $\alpha_A = 5$, $\beta_A = -2$, $\delta_A = 1$, $\mu_A = 0$. Rdeča krivulja je funkcija gostote normalne porazdelitve z $\mu_A = M$ iz (18) in $\sigma_A^2 = V$ iz (19). Zelena krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve za dnevne naravne logaritme donosov na sredstva podjetja, δ_A in μ_A se zato množita s h , α_A in β_A ostajata nespremenjena.

(ii-1): Črna krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve s parametri $\alpha_A = 40$, $\beta_A = 0$, $\delta_A = 0,5$, $\mu_A = 0$. Rdeča in zelena krivulja sta izdelani enako kot v prejšnji sliki.

(iii-1): Črna krivulja je funkcija gostote NIG porazdelitve s parametri: $\alpha_A = 100$, $\beta_A = -2$, $\delta_A = 4$, $\mu_A = 0$. Rdeča in zelena krivulja sta izdelani enako kot v prejšnji sliki.

(i-2): Na osi x je parameter μ_A , ki se spreminja. Na osi y je razlika med $PD(A_n, \vartheta_A)$ in $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ glede na dane parametre iz slike (i-1), ob spreminjajočem parametru μ_A . Enako velja tudi za sliki (ii-2) in (iii-2).

vzorca oziroma časa opazovanja dokaj počasno. Zlasti to velja za α . Enako velja tudi za porazdelitev vzorčnih ocen, ki se počasi približuje normalni. V tej preprosti simulaciji se nakazuje, da je lahko tudi dolžina časa opazovanja (N) dejavnik, ki povzroča pristranskost ocen parametrov NIG porazdelitve z opredeljenim EM algoritmom. Bolj poglobljena raziskava razlogov, zakaj EM algoritem ustvari pristranske ocene za α_A in β_A , v tej disertaciji ni bila izvedena, saj takšno raziskovanje presega obseg te doktorske disertacije.

Tabela 8: Izidi enostavne simulacije

N	$\widehat{\alpha}$	$\widehat{\beta}$	$\widehat{\delta}$	$\widehat{\mu}$
250	7,822	-2,441	1,015	0,006
1.000	5,780	-2,188	1,006	0,002
10.000	5,082	-2,006	1,000	0,000

Legenda: V stolpcih, ki označujejo parametre NIG porazdelitve, so navedena povprečja vzorčnih ocen m simulacij, $m=1000$.

2.9 Ocene PD za slovenska kotirajoča podjetja

V tem podpoglavju odgovarjamo na naslednje raziskovalno vprašanje:

Ali so za slovenska kotirajoča podjetja ocene PD, pridobljene na podlagi opisanih strukturnih modelov, uporabne za namen izračuna kapitalске zahteve za kreditno tveganje v pristopu IRB?

Uporabljeni so isti empirični podatki kot v Jovan (2010). S tem je mogoče to raziskavo uporabiti kot referenčno za primerjavo ocen PD iz klasičnega Mertonovega in Mertonovega NIG modela v tej disertaciji. Drugi razlog je v dejstvu, da je bil v opazovanem obdobju kapitalski trg v Sloveniji likviden, zaradi česar se je približeval, vsaj z najbolj likvidnimi delnicami v indeksu SBI20, večjim borzam in zaradi česar se lahko predpostavi, da se je trgovanje izvajalo neprenehoma. Primernost obdobja posredno potrди Ahčan (2011), ki pokaže, da je bil kapitalski trg od leta 2007 (pre)napihnjjen. Dolžnina obdobja opazovanja je ustrezna glede na predhodne raziskave (na primer Duan, Gauthier, & Simonato, 2005; Duan, Simonato, et al., 2005)⁹ ter omogoča odgovore na raziskovalna vprašanja.

Za namen ocenjevanja PD slovenskih podjetij po opisani metodologiji so uporabljeni enotni tečaji delnic podjetij, ki so kotirala na Ljubljanski borzi in katerih delnice so bile uvrščene v indeks SBI20. Z delnicami teh podjetij se je v tem obdobju največ trgovalo, kapitalski trg je bil likviden, zato se gibanje njihovih cen približuje gibanju cen delnic na večjih borzah. V Mertonovem teoretskem konceptu to pomeni, da se je trgovanje v času izvajalo neprekinjeno. Podjetja so imela bodisi revidirane ali nerevidirane konsolidirane bilance stanja po stanju na dan 31. 12. 2005 po takrat veljavnih Mednarodnih standardih računovodskega poročanja. Časovna vrsta podatkov obsega vse trgovalne dni v letih 2004 in 2005. Število trgovalnih dni v tem obdobju je $n = 505$. Vključena so podjetja: Krka, Mercator, Petrol, Gorenje, Pivovarna Laško, Sava, Luka Koper, Intereuropa, Istrabenz in Aerodrom Ljubljana.

V ocenjevanje so vključeni dejanski podatki na naslednji način. Vrednost delnice, E_t , je enaka tržni kapitalizacija podjetja v t , tj. številu delnic \times vrednosti delnice v t . L je enak

⁹Avtorji v svojih raziskavah uporabljajo letno ali dvoletno časovno vrsto simuliranih podatkov.

celotnemu knjigovodskemu dolgu iz konsolidirane bilance stanja po stanju na dan 31. 12. 2005. $r = 0,04$. S tem so opredeljeni vsi ustrezni podatki, na podlagi katerih se lahko oceni PD za posamezno podjetje.

Pri ocenjevanju empiričnih podatkov in iz njih ocenjenih PD-jev se pojavi problem začetnih vrednosti, ki vstopajo v EM algoritem. To zlasti velja za EM algoritme na podlagi Mertonovega NIG modela. Učinki različnih začetnih vrednosti parametrov pri Mertonovem NIG modelu bodo opisani v nadaljevanju. Za klasični Mertonov model sta bili začetni vrednosti $\mu_A^{(1)} = 0$ in $\sigma_A^{(1)} = 1$.

V tabeli 9 izidi kažejo, da modela dajeta približno enake ocene \hat{A}_n . Parametri porazdelitev, na podlagi katerih so ocenjeni PD-ji, so prikazani v vrsticah pod ocenjenimi sredstvi. Nadalje izidi kažejo, da je pri vseh podjetjih ocenjen enoletni $PD(\hat{A}_n, \hat{\mu}_A, \hat{\sigma}_A)$ na podlagi klasičnega Mertonovega modela manjši od 0,03 %. Slednji odstotek predstavlja najmanjši dovoljeni PD za podjetja po CRR. Z vidika pristopa IRB ti PD-ji niso informativni, saj bi bila kapitalaska zahteva za vsa obravnavana podjetja enaka, ob predpostavki, da so tudi drugi parametri v enačbi enaki. Ocene $PD(\hat{A}_n, \hat{\mu}_A, \hat{\sigma}_A)$ potrjujejo, da teoretsko opredeljen položaj neplačila v klasičnem Mertonovem modelu podcenjuje dejansko pojavitev neplačila, saj so vsi PD-ji praktično 0 %. In to kljub temu, da je bil v ocenjevanje vključen celotni knjigovodski dolg. Zaradi navedenega tudi niso neposredno uporabni za izračun kapitalске zahteve, saj bi bile te podcenjene. Crosbie in Bohn (2003) navajata dejstvo, da so PD-ji v Mertonovem modelu podcenjeni, in dodata, da *razdalja-do-neplačila* enaka 4 na osnovi vzporejanja na empirične podatke o neplačilih pomeni 1-odstotni PD, medtem ko je teoretični PD pri taki *razdalji-do-neplačila* praktično nič. Dodaten razlog je porazdelitev dnevni naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetij. KS preizkusi v tabeli 9 v vrstici KS(norm) kažejo, da je mogoče za vsa obravnavana podjetja zavrni ničelno domnevo, da se ti donosi porazdeljujejo normalno¹⁰. Slika 12 to vidno potrjuje. Porazdelitve zadevni donosov so bolj strme, zaradi česar imajo več gostote v repih, česar pa normalna porazdelitev ne opiše ustrezno. To potrjujejo izidi ocenjevanja na podlagi Mertonovega NIG modela.

Domneve, da se dnevni naravni logaritmi donosov na sredstva podjetij porazdeljujejo po NIG porazdelitvi, ni mogoče zavrni pri nobenem obravnavanem podjetju in ne glede na dane začetne vrednosti. V tabeli 9 je izid tega preizkusa podan v vrsticah $KS(NIG|\alpha_A^{(1)}=10)$ in $KS(NIG|\alpha_A^{(1)}=1)$, kjer so bile začetne vrednosti $\alpha_A^{(1)} = x$, $\beta_A^{(1)} = 0$, $\delta_A^{(1)} = 1$ in $\mu_A^{(1)} = 0$. V sliki 12 je vidno dobro prileganje ocenjene NIG porazdelitve tem donosom. Pomembno različne so ocene $PD(\hat{A}_n, \vartheta_A)$ v primerjavi s $PD(\hat{A}_n, \hat{\mu}_A, \hat{\sigma}_A)$. Razlike v ocenah PD so različne tudi glede na začetne vrednosti parametrov NIG porazdelitve, ki vstopajo v EM algoritem.

Na podlagi razlik v teoretskih $PD(A_n, \mu_A, \sigma_A)$ in $PD(A_n, \vartheta_A)$ je bilo mogoče pričakovati, da bodo te razlike pomembne pri nizkih vrednostih $\hat{\alpha}_A$ in negativnih vrednostih $\hat{\beta}_A$. Dejansko

¹⁰Podobno kot zgoraj je preizkus KS v tem primeru aproksimativen, saj je izveden na podlagi vzorčnih ocen.

se večje razlike v PD-jih kažejo v omenjenih primerih, tj. pri podjetjih Mercator, Gorenje in Istrabenz.

Pomembne razlike so v ocenah parametrov NIG porazdelitve glede na različne začetne vrednosti. Iz tega razumljivo izhajajo tudi pomembne razlike v ocenah PD znotraj Mertonovega NIG modela. Taka primera sta Sava in Istrabenz, saj sta oceni PD na podlagi Mertonovega NIG modela različni pri različnih začetnih vrednostih $\alpha_A^{(1)}$. Pri prvem PD rahlo naraste, pri drugem pomembno pade. Povsod tam, kjer se $\hat{\alpha}_A$ povečuje proti 100 in več, ocene PD konvergirajo k ocenam PD na podlagi Mertonovega modela, kar je skladno s pričakovanji. Glede na začetne vrednosti se pomembno spreminja tudi ocena β_A , medtem ko ocene drugih dveh parametrov NIG porazdelitve niso občutljive na začetne vrednosti v taki meri.

Katere parametre NIG porazdelitve jemati kot ustreznejše (manj pristranske)? Z vidika regulatorja je odgovor preprost. Vse dokler ni mogoče zavrniti ničelne domneve, da se naravni logaritmi donosov na sredstva podjetja porazdeljujejo po NIG porazdelitvi, se naj upravljavec tveganj v banki odloči za takšno NIG porazdelitev, ki je strmejša in zato z debelejšimi repi. Takšna porazdelitev ustvarja višje PD-je, kar omogoča bolj skrbno obravnavo in spremljanje podjetij.

Mogoče je zaključiti, da ocene PD na podlagi Mertonovega NIG modela niso neposredno uporabne za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje v pristopu IRB. Do zdaj je bilo navedenih več razlogov za takšen zaključek. Najprej, teoretska opredelitev položaja neplačila ni skladna z regulatorno, zaradi česar so PD-ji po obeh modelih podcenjeni. Ocene PD na podlagi klasičnega Mertonovega modela so pristranske, če ni izpolnjena predpostavka geometričnega Brownovega gibanja naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetja. Drugič, Mertonov NIG model v tej disertaciji ne omogoča nepristransko ocenjenih parametrov NIG porazdelitve pri danih okvirih ocenjevanja, zaradi česar bodo ocene PD pristranske in nedosledne. To velja tudi za primere, ko ni mogoče zavrniti domneve, da se naravni logaritmi donosov na sredstva podjetij porazdeljujejo po NIG porazdelitvi glede na aproksimativni KS preizkus. Zaradi tega tudi ocene PD na podlagi Mertonovega NIG modela ni mogoče neposredno uporabiti za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje v pristopu IRB.

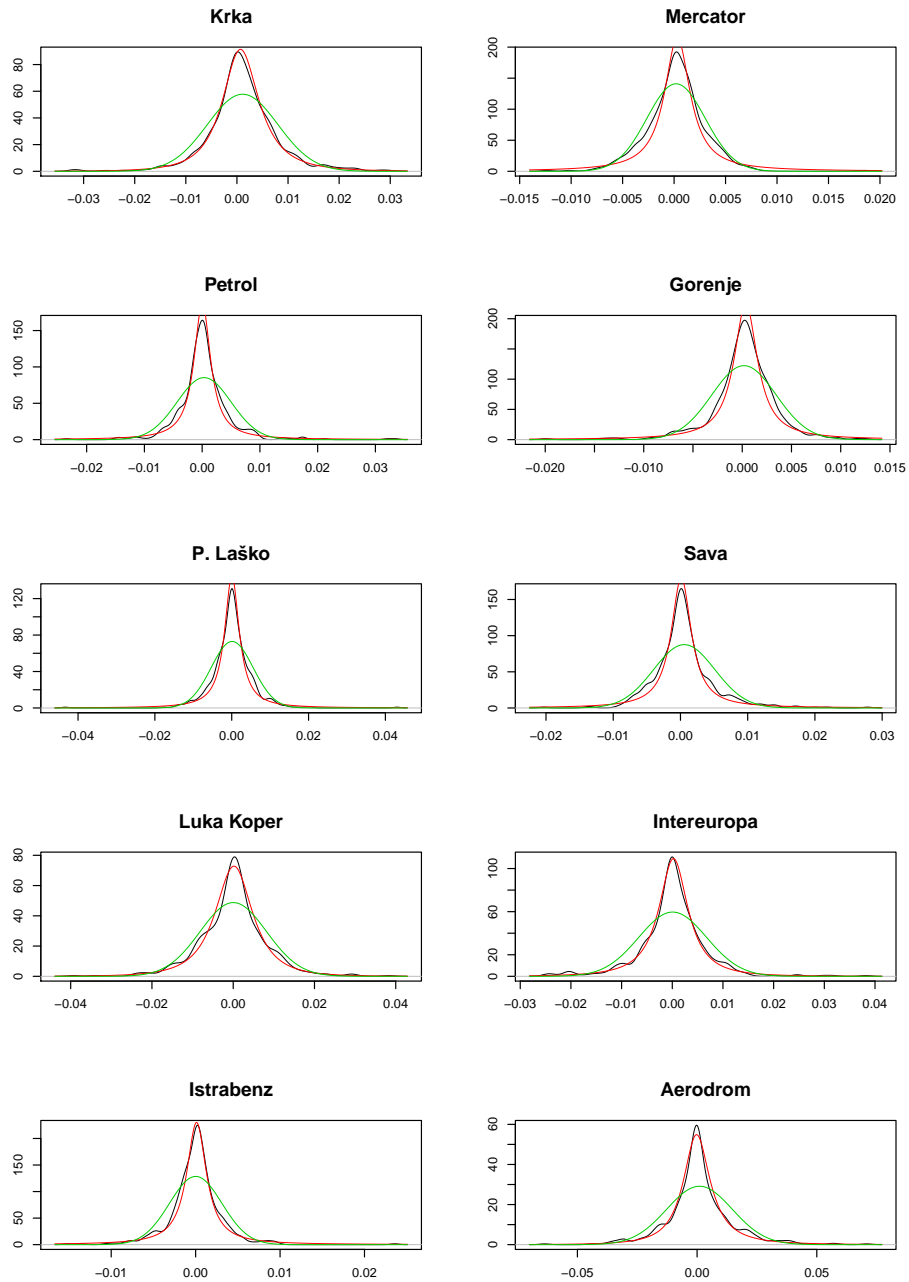
Izidi analiz na empiričnih podatkih kažejo, da je na podlagi Mertonovega NIG modela mogoče dobro opisati gibanje tržnih vrednosti sredstev slovenskih podjetij, ki kotirajo ali so kotirala na Ljubljanski borzi. Ta informacija ima lahko vrednost pri uporabljanju s kreditnim tveganjem v banki, denimo pri razvrščanju dolžnikov ali v sistemih zgodnjega opozarjanja. Pri tej uporabi je potrebna previdnost pri izbiri začetnih vrednosti, ki vstopajo v EM algoritem, saj izidi kažejo, da so ocene parametrov NIG porazdelitve v tem modelu odvisne od začetnih vrednosti.

Tabela 9: Ocene PD za nekatera slovenska kotirajoča podjetja

Količina/parameter	Krka	Mercator	Petrol	Gorenje	P. Laško	Sava	Luka Koper	Intereuropa	Istrabenz	Aerodrom
L	73.952	235.331	119.054	136.789	64.536	61.849	12.255	20.684	147.265	846
$\hat{A}_n(\text{norm})$	433.611,2	344.366,4	261.972,2	197.567,1	126.989,4	146.155,0	111.281,7	62.252,4	183.443,5	39.228,3
$\hat{A}_n(\text{NIG} \alpha_A^{(1)}=10)$	433.611,2	343.470,9	261.971,1	197.269,4	126.988,5	146.153,2	111.281,7	62.252,4	182.419,7	39.228,3
$\hat{A}_n(\text{NIG} \alpha_A^{(1)}=1)$	433.611,2	344.366,4	261.972,2	197.567,1	126.989,4	146.146,8	111.281,7	62.252,4	183.443,5	39.228,3
$\hat{\mu}_A(\text{norm})$	0,279	0,048	0,084	0,044	0,028	0,141	0,007	0,019	0,002	0,250
$\hat{\sigma}_A(\text{norm})$	0,109	0,045	0,074	0,052	0,086	0,072	0,129	0,106	0,049	0,217
$\hat{\alpha}_A \alpha_A^{(1)}=10$	92,548	10,029	11,731	11,759	18,750	10,129	85,850	74,454	12,340	33,201
$\hat{\beta}_A \alpha_A^{(1)}=10$	9,965	-0,002	0,458	-0,268	0,180	0,049	-3,569	-4,576	-0,182	5,913
$\hat{\delta}_A \alpha_A^{(1)}=10$	1,146	0,375	0,433	0,360	0,572	0,450	1,502	0,882	0,352	1,716
$\hat{\mu}_A \alpha_A^{(1)}=10$	0,150	0,079	0,007	0,090	0,014	0,030	0,061	0,068	0,028	-0,084
$\hat{\alpha}_A \alpha_A^{(1)}=1$	95,212	350,146	107,163	194,074	110,129	7,720	85,332	73,323	179,959	33,197
$\hat{\beta}_A \alpha_A^{(1)}=1$	10,162	-22,360	19,091	-30,550	1,675	1,258	-3,513	-4,267	-7,470	5,909
$\hat{\delta}_A \alpha_A^{(1)}=1$	1,161	0,697	0,562	0,509	0,793	0,449	1,497	0,878	0,443	1,716
$\hat{\mu}_A \alpha_A^{(1)}=1$	0,149	0,094	-0,021	0,124	0,012	0,025	0,060	0,066	0,020	-0,084
$PD(\hat{A}_n, \hat{\mu}_A, \hat{\sigma}_A)$, %	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0004	0
$PD(\hat{A}_n, \vartheta_A \alpha_A^{(1)}=10)$, %	0	1,244	0,015	0,859	0,014	0,021	0	0	7,607	0
$PD(\hat{A}_n, \vartheta_A \alpha_A^{(1)}=1)$, %	0	0	0	0	0	0,026	0	0	0,0008	0
KS(norm)	0,002	0,033	0	0	0,0003	0	0,002	0	0	0
KS(NIG $ \alpha_A^{(1)}=10$)	0,916	0,102	0,406	0,312	0,666	0,165	0,576	0,666	0,474	0,081
KS(NIG $ \alpha_A^{(1)}=1$)	0,911	0,675	0,893	0,904	0,707	0,175	0,583	0,667	0,571	0,081

Legenda: Vrednosti L in \hat{A}_n so v mio SIT. Obdobje opazovanja tržnih vrednosti delnic so vsi trgovalni dnevi v letih 2004 in 2005, $n = 505$, $h = 1/250$. $r = 0,04$. $T - n = 250$ oziroma $(T - n)h = 1$, tj. časovna točka veljavnosti PD. L je celoten knjigovodski dolg podjetja po stanju 31. 12. 2005. $\hat{A}_n(\text{norm})$ in $\hat{A}_n(\text{NIG})$ so ocene tržne vrednosti sredstev na podlagi klasičnega Mertonovega modela in na podlagi Mertonovega NIG modela, zaporedoma, po stanju 31. 12. 2005. $\hat{\mu}_A(\text{norm})$ in $\hat{\sigma}_A(\text{norm})$ sta oceni parametrov normalne porazdelitve naravnih logaritmov donosov na ocenjene tržne vrednosti sredstev skladno s klasičnim Mertonovim modelom. $\hat{\alpha}_A, \hat{\beta}_A, \hat{\delta}_A, \hat{\mu}_A$ so ocene parametrov NIG porazdelitve naravnih logaritmov donosov na ocenjene tržne vrednosti sredstev skladno z Mertonovim NIG modelom, kjer $|\alpha_A^{(1)} = x$ označuje, katera začetna vrednost α_A je bila uporabljena, ob nespremenjenih preostalih začetnih vrednostih parametrov $\beta_A^{(1)} = 0, \delta_A^{(1)} = 1$ in $\mu_A^{(1)} = 0$. $PD(\hat{A}_n, \hat{\mu}_A, \hat{\sigma}_A)$ je ocena PD na podlagi klasičnega Mertonovega modela, v %. $PD(\hat{A}_n, \vartheta_A)$ sta oceni PD na podlagi Mertonovega NIG modela glede na različni začetni vrednosti $\alpha_A^{(1)}$, v %. $KS(\text{norm})$ je KS preizkus domneve, da se naravni logaritmi donosov dnevnih tržnih vrednosti sredstev porazdeljujejo normalno, navedena p-vrednost. $KS(\text{NIG})$ sta KS preizkusa domneve, da se naravni logaritmi donosov dnevnih tržnih vrednosti sredstev porazdeljujejo po NIG porazdelitvi, glede na različni začetni vrednosti $\alpha_A^{(1)}$.

Slika 12: Ocenjene porazdelitve naravnih logaritmov donosov na izbrana sredstva podjetij iz SBI20



Legenda: Črna krivulja je jedrna gostota (angleško *kernel density*) porazdelitve ocenjenih naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetja skladno z EM algoritmom iz poglavja 2.8.2. Rdeča krivulja je krivulja prileganja NIG porazdelitve s parametri iz tabele 9, z začetno $\alpha_A^{(1)} = 10$. Zelena krivulja je krivulja prileganja normalne porazdelitve s parametri iz tabele 9.

2.10 Povzetek spoznanj in praktične implikacije

V drugem poglavju te disertacije sta obravnavana dva strukturna modela za ocenjevanje PD kotirajočih podjetij, klasični Mertonov model in Mertonov NIG model. Klasični Mertonov model je teoretsko jasen. V obsežni literaturi je že bila raziskana njegova praktična uporabnost pri ocenjevanju PD kotirajočih podjetij in pri uporabi v multivariatnih statističnih PD modelih. Nadalje je v tej disertaciji razvit Mertonov NIG model. Mertonov NIG model je izpeljan iz prvega, vendar uporablja drug gonilni proces gibanja tržnih vrednosti sredstev v času. Gonilni proces Mertonovega NIG modela je Lévyjev proces, kjer se naravni logaritmi prirastkov – v našem primeru naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetja – porazdeljujejo po normalni inverzni Gaussovi porazdelitvi. Zaradi tega je Mertonov NIG model prožnejši, saj lahko opiše širši razpon verjetnostnih porazdelitev. S tem je lahko tudi bolj robusten pri ocenjevanju PD kotirajočih podjetij. Vpliv NIG Lévyjevega procesa na ocene PD kotirajočih podjetij v literaturi ni obširno raziskan, zato ta disertacija zmanjšuje vrzel teoretskih in empiričnih analiz njegovega delovanja.

V tej disertaciji so opisane teoretske predpostavke obeh modelov. Natančen opis teoretskih predpostavk modelov omogoča (i) izdelavo EM algoritma za ocenjevanje ustreznih parametrov in (ii) regulatorno analizo, tj. ali in v kakšnem obsegu modela na teoretski ravni izpolnjujeta minimalne zahteve pristopa IRB. Analiza izpolnjevanja zadevnih minimalnih zahtev ima pomembne praktične implikacije, saj daje jasen vpogled regulatorju in bankam v to, na kaj morajo biti pozorni, če želijo odobriti oziroma uporabljati ocene PD iz teh modelov v pristopu IRB. Natančneje, analiza jasno kaže, katere so neusklajenosti obeh modelov z minimalnimi zahtevami IRB na teoretski ravni, ki jih morajo banke brezpogojno nasloviti.

Ocenjevanje PD kotirajočih podjetij na podlagi strukturnih modelov se v tej disertaciji izvaja z EM algoritmi. Opredeljeni so trije EM algoritmi skladno z Duan, Gauthier in Simonato (2005). Vključujejo ocenjevanje parametrov z metodo ML in metodo momentov. Podrobno je opisano in preizkušeno delovanje vseh EM algoritmov. Namen preizkusov je ugotoviti, ali EM algoritmi ustvarjajo teoretsko dosledne ocene parametrov porazdelitev in ocene PD, s tem pa tudi teoretsko neizkrivljene kapitalske zahteve za kreditno tveganje v pristopu IRB. Za preizkus delovanja EM algoritmov so uporabljeni simulirani podatki. Izidi preizkusov kažejo, da EM algoritmi, ki vsebujejo klasični Mertonov model, dajo dosledne ocene parametrov porazdelitev, če je proces, ki je ustvaril podatke, Brownovo gibanje. Izidi namreč kažejo, da vzorčne ocene parametrov niso nepristranske in se porazdeljujejo asimptotsko normalno. Za Mertonov NIG model izidi kažejo, da EM algoritmi ne ustvarijo doslednih ocen parametrov NIG porazdelitve pri danih nastavitvah simulacije in ocenjevanja, tudi če je proces, ki je ustvaril podatke, NIG Lévyjev proces. Izkaže se, da je nedoslednost posledica pristranskih ocen α_A in β_A , tj. ocen strmine in asimetričnosti. Razlogi nedoslednosti v tej disertaciji niso nadalje raziskani, saj bi to raziskovanje presegalo obseg te doktorske disertacije. Izkazuje se, da Mertonov NIG model z metodo momentov deluje slabše kot metoda ML, saj so ocene pristranske, ne porazdeljujejo se asimptotsko normalno, poleg tega v tretjini primerov ni bilo

mogoče oceniti parametrov NIG porazdelitve.

V tej disertaciji je izvedena primerjava razlik v teoretskih PD-jih med obema strukturnima modeloma. Izidi primerjave kažejo, da so lahko razlike pomembne glede na različne parametre NIG porazdelitve. Ta analiza potrjuje nedoslednost ocen PD na podlagi klasičnega Mertonovega modela, če se naravni logaritmi donosov porazdeljujejo po NIG porazdelitvi in ta porazdelitev statistično značilno odstopa od normalne porazdelitve. Izvedena analiza ima prav tako pomembne praktične implikacije, saj bodo v teh primerih PD-ji iz klasičnega Mertonovega modela nedosledni in se kot taki ne morejo uporabiti v pristopu IRB kot neposredne ocene PD za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje.

Nazadnje so izdelane ocene PD z obema strukturnima modeloma na empiričnih podatkih. Uporabljeni so podatki nekaterih slovenskih kotirajočih podjetij, ki so bila v letih 2004 in 2005 vključena v indeks SBI20. Te ocene praktično zrcalijo vsa predhodna dognanja te disertacije. Izidi na empiričnih podatkih potrjujejo, da ni mogoče zavreči domneve, da se dnevni naravni logaritmi donosov na tržne vrednosti sredstev porazdeljujejo po NIG porazdelitvi glede na aproksimativni KS preizkus. Hkrati je mogoče zavreči domnevo, da se ti donosi porazdeljujejo normalno glede na aproksimativni KS preizkus. Zaradi tega so ocene PD na podlagi klasičnega Mertonovega modela za obravnavana podjetja nedosledne. Drugič, ocene PD na podlagi Mertonovega NIG modela so odvisne od začetnih vrednosti parametrov. To pomeni, da so ocene PD lahko različne zgolj zaradi različnih začetnih vrednosti in ob uporabi istega Mertonovega NIG modela. V tem primeru naj se upravljavec tveganj v banki odloči za takšno NIG porazdelitev, ki je strmejša in zato z debelejšimi repi, dokler ni mogoče zavreči domneve, da se naravni logaritmi donosov na sredstva podjetja porazdeljujejo po NIG porazdelitvi. Takšna porazdelitev ustvarja višje PD-je, kar omogoča bolj skrbno obravnavo in spremljanje podjetij. Ocene PD se med strukturnima modeloma pomembno razlikujejo, kar potrjuje ugotovitve iz teoretske analize razlik v PD-jih. Izidi na empiričnih podatkih kažejo, da so PD-ji na podlagi Mertonovega NIG modela višji in bolj informativni od PD-jev iz klasičnega Mertonovega modela, saj se v več primerih razlikujejo od nič, kar je običajno za nefinančna podjetja. Zaradi tega je z vidika banke primernejše uporabiti Mertonov NIG model za ocenjevanje PD-jev kot mere kreditne kakovosti, dokler ni mogoče zavrniti ničelne domneve, da se naravni logaritmi donosov na sredstva podjetja porazdeljujejo po NIG porazdelitvi (glede na aproksimativni KS preizkus).

Oceno PD iz klasičnega Mertonovega modela in tudi iz Mertonovega NIG modela se lahko uporablja pri upravljanju kreditnih tveganj v banki kot mero za razvrščanje podjetij od najboljšega do najslabšega po kreditni kakovosti, kot orodje zgodnjega opozarjanja sprememb kreditne kakovosti ali kot pojasnjevalno spremenljivko v multivariatnem statističnem modelu. In to kljub prej opisanim pomanjkljivostim modelov, ki jih lahko označimo kot modelska tveganja. To ugotavljajo tudi drugi avtorji. Vassalou in Xing (2004) navajata, da je ocena PD iz Mertonovega modela kazalnik kreditne kakovosti (angleško *default likelihood indicator*) in ne neposredna ocena PD. Bharath in Shumway (2008) navajata, da obstaja visoka

korelacija med bonitetnimi ocenami agencije Moody's in ocenami PD na podlagi Mertonovega modela. Zadevne ugotovitve tako pomenijo, da strukturna modela, obravnavana v tej disertaciji, vsebujeta informacije, na podlagi katerih je mogoče ugotavljati razlike v kreditni kakovosti kotirajočih podjetij. Strukturna modela sta po svoji zgradbi prožna, zaradi česar ju je mogoče uporabiti v sistemih zgodnjega opozarjanja. Vsakodnevno je mogoče ocenjevati PD in zato spremljati razvoj kreditne kakovosti podjetja. Skoki v PD lahko pomenijo kazalnik nenadnega poslabšanja kreditne kakovosti ali njene povečane spremenljivosti. Povečana spremenljivost PD-jev pa običajno pomeni nestanovitnost v poslovanju podjetja.

V zadnjem desetletju avtorji pogosto klasični Mertonov model vključujejo kot pojasnjevalno spremenljivko v statistične modele (na primer Agarwal & Taffler, 2008; Bauer & Agarwal, 2014; Bharath & Shumway, 2008; Duffie et al., 2007). Pri tem je smiselnost vključitve odvisna od števila kotirajočih podjetij. Na obsežnih in likvidnih trgih, kjer obstaja veliko kotirajočih podjetij in je likvidnost delnic visoka – trgovanje z delnicami teh podjetij v času poteka neprekinjeno –, je vključevanje smiselno, saj lahko obstaja ocena PD ali ocena *razdalje-do-neplačila* iz Mertonovega modela za vsa podjetja. Za Slovenijo pa bi za vsa podjetja, ki ne kotirajo, in teh je v slovenskih bančnih portfeljih večina, ta spremenljivka vsebovala večino manjkajočih vrednosti. Zaradi navedenega v slovenskem bančnem sistemu tovrstne vključitve ni mogoče smiselno izvesti. Klasični Mertonov model pa tudi za slovenski bančni sistem ponuja teoretsko podlago, na kateri je mogoče tvoriti pojasnjevalne spremenljivke in jih vključevati v ocenjevanje PD s statističnimi modeli. Slednje je pokazano v tretjem poglavju te doktorske disertacije.

3 Statistični model za ocenjevanje PD: model ogroženosti v diskretnem času

3.1 Uvod

Statistični modeli se pogosto uporabljajo pri upravljanju kreditnega tveganja v bankah bodisi kot razvrščevalne metode, ki razvrščajo dolžnike glede na kreditno kakovost, in/ali metode za ocenjevanje verjetnosti neplačila dolžnikov. Pomemben razlog je zgodovinski. Razvoj modelov poteka od prvinskih raziskav Altmana (1968), ki je za napovedovanje stečajev uporabil diskriminantno analizo. Drugi razlog je regulatorni, saj je velik pospešek za uporabo modelov v bančništvu dala bančna regulativa v letu 2007, ki je artikulirala regulatorne pogoje za njihovo uporabo.

Pomemben mejnik v metodološkem razvoju modelov napovedovanja stečajev predstavlja raziskava Shumwaya (2001), ki je razvil model ogroženosti v diskretnem času (angleško *discrete-time hazard model*). Od takrat osrednje mesto zavzemajo modeli ogroženosti (na primer Bauer & Agarwal, 2014; Bharath & Shumway, 2008; Campbell et al., 2008; Chava & Jarrow, 2004; Duan et al., 2012; Duffie et al., 2007; Hillegeist et al., 2004; Löffler & Maurer, 2011; Nam, Kim, Park, & Lee, 2008), kjer pa osnovna teorija ni spremenjena. V osnovi gre za analizo preživetja, za modeliranje časa do prvega – in edinega – dogodka zanimanja.

S prihodom regulative v letu 2007, ki jo posodablja CRR, postane dogodek zanimanja v bančništvu položaj neplačila, ki se pri nekem podjetju lahko ponovi. Slednje napotuje k opredelitvi teorije, ki bo te položaje ustrezno opisala oziroma na podlagi katere se bo ustrezno napovedovalo položaj neplačila.

Izhodiščna motivacija v tej disertaciji in v okviru raziskovanja modela ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami je zato bila, da bi se opredelila teorija, ki bi pri ocenjevanju PD omogočala vključevanje večkratnih neplačil in večkratnih dogodkov v splošnem. Izhajajoč iz tega je podana teoretska osnova za napovedovanje položaja neplačila, kjer se za tovrstno ocenjevanje uporablja tudi podjetja, ki so večkrat prišla v položaj neplačila ali so v preteklosti večkrat poplačala obveznosti do bank. V tem pogledu je predstavljena teorija nadaljevanje ali razširitev Shumwayeve (2001) teoretske podlage. Dinamika podjetij v kreditnih portfeljih se opisuje z večkratnimi epizodami v diskretnem času, teorijo, ki je poznana v političnih in socioloških vedah (na primer Allison, 1982; Beck, Katz, & Tucker, 1998; Willett & Singer, 1995). V osnovi gre za modeliranje časa do vsakokratnega dogodka zanimanja.

V drugem in tretjem podpoglavju tega poglavja so zato podani opis narave dogodkov in pojmi, uporabljeni pri izdelavi teoretske osnove večkratnih epizod v diskretnem času. Obrazloženi so dinamika kreditnih epizod in osnovni statistični koncepti analize preživetja. V

četrtem podpoglavju je v celoti izpeljana funkcija največjega verjetja. V petem poglavju je podan dokaz o doslednosti cenilk modela ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami. V šestem podpoglavju je pokazano, da je obravnavani model umerjen z dolgoročnim povprečjem enoletnih stopenj neplačila, skladno z minimalnimi zahtevami CRR. Potem sta v sedmem podpoglavju opisani izdelava modela in njegova struktura. Podatkovna osnova ter opredelitev populacije in dogodka neplačila sta opisani v osmem podpoglavju. Nazadnje so v devetem in desetem podpoglavju predstavljeni izidi ocenjevanja.

3.2 Narava dogodkov

Slovenska nefinančna družba, v nadaljevanju tudi podjetje, začne svoje uradno življenje z dnem vpisa v Poslovni register Republike Slovenije (RS) in ga konča z dnem izbrisa iz Poslovnega registra RS. Z vidika analize preživetja bi bil lahko predmet zanimanja verjetnost preživetja podjetja do nekega časa. Podjetje pogosto ni več sposobno ustrezno opravljati svoje dejavnosti, že preden je izbrisano iz Poslovnega registra RS. Ustrezno opravljanje dejavnosti pomeni, da podjetje ni sposobno v celoti poplačevati upnikov. Slednje vodi v dogodke, kot so stečaj, prisilna poravnava, prisilna likvidacija itd., ki se z vidika življenja podjetja zgodijo prej kot izbris iz poslovnega registra. Z vidika upnikov podjetja je zato bolj smiselno ocenjevanje verjetnosti, da se bodo zgodili prej omenjeni dogodki in ne izbris iz poslovnega registra. Izbris iz poslovnega registra, stečaj in likvidacija so dogodki, ki so dokončni in zato enkratni. To so dogodki, iz katerih se ni mogoče vrniti v preteklo stanje, in so v markovskih verigah imenovani absorpcijski. Izbrisano podjetje ne more ponovno zaživeti. Prav tako podjetje, ki pride v stečaj ali je likvidirano, gotovo preneha delovati in je po končanem stečajnem ali likvidacijskem postopku izbrisano iz poslovnega registra. Iz navedenega izhaja, da je mogoče za ocenjevanje verjetnosti zadevnih in enkratnih dogodkov v zveznem ali diskretnem času uporabiti analizo preživetja. Primeri uporabe analize preživetja, natančneje modelov ogroženosti v diskretnem času z enkratnimi dogodki, so Shumway (2001), Chava in Jarrow (2004) in Hillegeist et al. (2004).

Dodatno posebnost v analizo preživetja podjetij vnaša CRR, ki opredeli položaj neplačila podjetja kot dogodek zanimanja. Opredeljen je v 178. členu CRR in se zgodi takrat, ko podjetje več kot 90 dni zamuja s pomembno obveznostjo ali obstaja majhna verjetnost plačila. Na podlagi ocenjene verjetnosti, da se bo zgodilo neplačilo v enoletnem obdobju za določeno podjetje, morajo banke, ki za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje uporabljajo pristop IRB, izračunati kapitalsko zahtevo za to podjetje. V analizi preživetja predmet zanimanja za banke in regulatorja postane preživetje do dogodka neplačila. Natančneje, predmet zanimanja postane ogroženost za nastanek neplačila v naslednjem enoletnem obdobju. Dogodek neplačila v nasprotju z dokončnim dogodkom v življenju podjetja ni enkrat in se pri nekem podjetju lahko ponavlja. Slednje zahteva uporabo metodologije, ki bo vključevala ocenjevanje verjetnosti neplačila pri ponavljajočih se dogodkih neplačila.

3.3 Teoretska podlaga: opredelitev pojmov

V tem poglavju so opredeljeni pojmi, ki bodo uporabljeni v nadaljnjem besedilu.

3.3.1 Časovna enota

V tem poglavju je čas diskreten, razdeljen v časovna obdobja, kjer k -to časovno obdobje, $(t_{k-1}, t_k]$, obsega obdobje takoj po časovni točki t_{k-1} vse do in vključno s časovno točko t_k . V tem poglavju k obsega *eno leto*, kjer je $t_{k-1} = 31. 5. leto - 1$ in $t_k = 31. 5. leto$. Časovni točki t_{k-1} in t_k sta izbrani zaradi časa objave letnih finančnih izkazov podjetij, ki jih večina podjetij poroča zgolj enkrat letno v aprilu po stanju 31. 12. ter izkazujejo njihovo delovanje v enoletnem obdobju. Finančni izkazi podjetij predstavljajo osnovo za izdelavo finančnih kazalnikov oziroma neodvisnih spremenljivk v regresijskem modelu, ki je obravnavan v tej disertaciji. Drugi razlog izhaja iz opredelitve verjetnosti neplačila v 4. členu, 54. odstavku CRR, ki določa, da PD pomeni verjetnost dogodka neplačila nasprotne stranke v obdobju enega leta.

Takšna opredelitev časovne enote omogoča, da je funkcija največjega verjetja pravilno opredeljena za vsako obdobje k .

3.3.2 Kreditna epizoda

Vpeljava koncepta kreditne epizode (iz angleškega pojma *spell*) v napovedovanje položaja neplačila podjetij temelji na motivaciji, da bi se kot podatkovno osnovo za to napovedovanje uporabilo vsa podjetja, ki so opazovana v neki banki ali v bančnem sistemu, ter opazovanja ustrezno teoretsko opisalo. To bi zagotavljajo manjše posege v podatke, učinkovitejše ocene PD in ustrezno posploševanje. V statičnih statističnih modelih (Altman 1968; Ohlson 1980; Zmijewski 1984) so denimo podatki v ocenjevanje vključeni pristransko, ocene pa nedosledne (več o tem v Shumway, 2001). V modelih ogroženosti v diskretnem času z eno kreditno epizodo, ki v zadnjem desetletju prevladujejo v statističnih modelih napovedovanja stečajev (na primer Bauer & Agarwal, 2014; Chava & Jarrow, 2004; Shumway, 2001), se prav tako ne more obravnavati ponavljajočih dogodkov zanimanja. Vendar so dogodki neplačila lahko ponavljajoči. Zlasti je to prisotno v državah, ki so ali so bile v finančni krizi, ki je v portfeljih bank povzročila visoko stopnjo prehodov v položaj neplačila, s tem pa tudi sistemske ukrepe za finančna prestrukturiranja, ki del teh podjetij vrača v običajno poslovanje, med plačnike. Tudi v splošnem lahko vsak dolжник, ne samo podjetje, preide iz položaja neplačila v položaj plačila. Ali pa podjetje v različnih časovnih obdobjih vzame kredit pri banki in nikoli ne pride v položaj neplačila pri banki in/ali v bančnem sistemu.

Ena izmed možnosti, kako opisati gibanje podjetij v banki ali bančnem sistemu, je teorija

večkratnih epizod (angleško *multiple spell*) v analizi preživetja (Allison, 1982; Beck et al., 1998; Willett & Singer, 1995). Zdi se primerna, saj vsebuje koncept ponavljajočih se dogodkov zanimanja. Skladno s to teorijo je življenje opazovanih enot razdeljeno v več epizod, bodisi v epizode poučevanja, epizode političnih sporov itd., ki se končajo z dogodkom zanimanja. V tem smislu je lahko uporabna tudi za ocenjevanje ogroženosti za nastanek dogodka neplačila oziroma ocenjevanje PD, saj so ti dogodki lahko ponavljajoči. Podjetja lahko večkrat preidejo v položaj neplačila ali večkrat vzamejo kredit.

Razlog, da se za namen ocenjevanja PD v tej disertaciji vključujejo samo podjetja, ki so opazovana v bančnem sistemu, je naslednji. Brez vstopa v kreditno epizodo podjetje lahko med svojim obstojem postane neplačnik skladno s 178. členom CRR, kar opazujejo sodišča in je tudi javno dostopno, če gre podjetje v stečaj, prisilno poravnavo ali prisilno likvidacijo; vendar ti dogodki samo delno opredeljujejo položaj neplačila po tem členu. Posledično je stopnja neplačila pomembno višja od stopnje stečaja in bi vključevanje tistih podjetij v vzorec, do katerih banke niso izpostavljene, v ocenjevanje vneslo heterogenost dogodka neplačila. Prav tako banke za ocenjevanje PD običajno lahko uporabljajo zgolj podatke iz lastnega kreditnega portfelja, zato tovrstno vključevanje podatkov posnema položaje bank.

Skladno z navedenim se opredeli kreditna epizoda. Kreditna epizoda je čas izpostavljenosti banke (ali bančnega sistema) do posameznega podjetja, ki se začne in konča z naslednjimi dogodki¹¹:

1. začetek kreditne epizode j podjetja i , $k_{ij} = 1$, je obdobje, v katerem
 - (a) se je začela j -ta izpostavljenost banke do podjetja i . $j_i - 1$ se časovno ne prekriva z j_i ;
 - (b) je podjetje i prešlo v položaj plačila do začetka obdobja k_{ij} in je tako v položaju plačila takoj po časovni točki t_{k-1} , če je bilo v položaju neplačila v enem ali več zaporednih obdobjih neposredno pred k_{ij} . Ta položaj neplačila podjetja i je upoštevan v predhodni kreditni epizodi, $j_i - 1$;
2. konec kreditne epizode j podjetja i , $k_{ij} = K_{ij}$, je obdobje,
 - (a) ko je podjetje i zadnjič opazovano v j , kar se lahko zgodi zaradi tega, ker je poplačalo kredit in ni več izpostavljeno in zato ni več opazovano celotno obdobje takoj po obdobju K_{ij} , ali pa je to zadnje opazovano obdobje v vzorcu – podjetje je v j desno krnjeno;
 - (b) v katerem je podjetje i prvič v j -ti kreditni epizodi prešlo iz položaja plačila v položaj neplačila – podjetje v j ni krnjeno.

Takšna opredelitev kreditne epizode omogoča, da je funkcija največjega verjetja pravilno opredeljena za vsak j .

¹¹V tabeli 10 je za lažjo predstavo podan primer kreditnih epizod dveh hipotetičnih podjetij.

Oprelitev kreditne epizode je razumljivo odvisna od ravni opazovanja. Na ravni bančnega sistema, ki je raven opazovanja v tej disertaciji, je kreditna epizoda opredeljena z obstojem podjetja v bančnem sistemu, tj. da je vsaj ena banka izpostavljena do tega podjetja. Podjetje lahko poplača kredit pri eni banki s kreditom, ki ga je dobilo pri drugi banki, vendar pri tem z vidika sistema gre za isto kreditno epizodo, saj je bančni sistem do tega podjetja izpostavljen neprekinjeno. Tudi če podjetje vzame kredit najprej pri eni banki, čez nekaj obdobj pa pri drugi banki – in ima zato isto podjetje kredite pri dveh bankah istočasno, to na ravni sistema pomeni, da je v isti kreditni epizodi. Raven opazovanja banke pa ne vključuje systemskega pogleda na kreditne epizode, saj banke nimajo celovitih systemskih podatkov o dolžnikih. V tem primeru bi bile kreditne epizode opredeljene z istimi dogodki, vendar opazovanimi zgolj na ravni posamezne banke.

Z vidika življenja podjetja, ki se uradno začne z dnem vpisa v poslovni register in konča z dnem izbrisa iz poslovnega registra, se tako opredeljene kreditne epizode lahko nizajo prekinjeno. Podjetje lahko začne kreditno epizodo nekaj let po tem, ko je bilo ustanovljeno, in jo lahko zaključi pred izbrisom iz poslovnega registra. Prav tako lahko med kreditnima epizodama preteče nekaj let, odvisno od poslovnega načrta podjetja, ki določa investicijske cikle in s tem vstop v kreditno epizodo. Kreditni epizodi posameznega podjetja si lahko neposredno sledita, če je to podjetje prešlo v položaj neplačila v nekem obdobju, vendar je na začetku naslednjega obdobja, ki mu neposredno sledi, v položaju plačila. S tem je mogoče ustrezno opisati dejanski položaj podjetja, ki bodisi prvič vzame kredit pri banki ali preide iz položaja neplačila v položaj plačila. Banka s pristopom IRB mora namreč ocenjevati PD-je za vsa podjetja, ki so v položaju plačila, torej tudi za tista, ki so prvič vzela kredit ali so ravnokar prešla v položaj plačila¹².

Posamezno podjetje i ima kreditne epizode $j_i = 1, \dots, J_i$, kjer je J_i zadnja epizoda podjetja i v opazovanem obdobju. Najvišje število epizod vseh opazovanih podjetij v opazovanem obdobju je $\max(J_i) = J$. Kreditna epizoda j podjetja i obsega časovna obdobja $k_{ij} = 1, \dots, K_{ij}$. Najvišje število časovnih obdobj v kateri koli kreditni epizodi vseh opazovanih podjetij je $\max(K_{ij}) = K$. V podpoglavju 3.8.5 so podane osnovne opisne statistike kreditnih epizod na podatkih, na katerih je bil ovrednoten model.

Opreli se binarna slučajna spremenljivka, Y , katere vrednosti, y_{ijk} , kažejo, ali se je zgodil položaj neplačila ali ne, ter je

$$y_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{podjetje } i \text{ je v času } k \text{ kreditne epizode } j \text{ prešlo v položaj neplačila,} \\ 0 & \text{podjetje } i \text{ v času } k \text{ epizode } j \text{ ni prešlo v položaj neplačila.} \end{cases}$$

Za ilustracijo sosledja kreditnih epizod v času, pri dani opredelitvi časovne enote, k , kreditne

¹²CRR določa, da je PD za podjetja v položaju neplačila enak 100 %. To pomeni, da banka za neplačnike ne sme dodeliti PD-ja, ki je manjši od 100 %.

epizode, j , in kazalnika položaja neplačila, Y , je v tabeli 10 podan enostaven primer dveh hipotetičnih podjetij.

Podjetje 1 prvič vzame kredit pri banki v drugem letu svojega življenja, kar označuje začetek njegove prve kreditne epizode in znotraj te epizode njegovo prvo obdobje izpostavljenosti. V tretjem obdobju prve kreditne epizode *Podjetje 1* preide v položaj neplačila, kar označuje konec njegove prve kreditne epizode. *Podjetje 1* ostane v položaju neplačila dve zaporedni obdobji. Pri starosti šest let ponovno preide v položaj plačila, kar označuje začetek njegove druge kreditne epizode. *Podjetje 1* ponovno preide v položaj neplačila v drugem obdobju svoje druge kreditne epizode, kar označuje konec njegove druge kreditne epizode. V obdobju takoj po obdobju njegovega drugega prehoda v položaj neplačila *Podjetje 1* ni več opazovano v banki in/ali bančnem sistemu.

Podjetje 2 prvič vzame kredit pri banki pri starosti deset let. V drugem obdobju svoje prve kreditne epizode v celoti poplača kredit pri banki. Zaradi celotnega poplačila kredita *Podjetje 2* ni več opazovano v banki in/ali bančnem sistemu takoj po drugem obdobju svoje prve kreditne epizode; *Podjetje 2* je desno krnjeno v svoji prvi kreditni epizodi. Po določenem času *Podjetje 2* vzame svoj drugi kredit pri banki, kar označuje začetek njegove druge kreditne epizode. Obdobje opazovanja vzorca podjetij se konča, ko je *Podjetje 2* staro šestnajst let, tj. v drugem obdobju njegove druge kreditne epizode, zaradi česar je *Podjetje 2* desno krnjeno v svoji drugi kreditni epizodi.

V prikazanem primeru podjetji prispevata devet opazovanj v vzorec podjetij.

Tabela 10: Ilustracija sosledja kreditnih epizod dveh hipotetičnih podjetij

Podjetje, i	Starost	Epizoda, j_i	Obdobje, k_{ij}	y_{ijk}	Izpostavljenost	Dogodek
1	1				ne	
1	2	1	1	0	da	1a
1	3	1	2	0	da	
1	4	1	3	1	da	2b
1	5			1	da	
1	6	2	1	0	da	1b
1	7	2	2	1	da	2b
1	≥ 8				ne	
2	≤ 9				ne	
2	10	1	1	0	da	1a
2	11	1	2	0	da	2a
2	12–14				ne	
2	15	2	1	0	da	1a
2	16	2	2	0	da	2a

Opredelitve časovne enote, kreditne epizode in položaja neplačila omogočajo ustrezno be-

leženje vseh enoletnih prehodov podjetij iz položaja plačila v položaj neplačila v obdobju opazovanja vzorca podjetij. Omogočajo tudi ustrezno beleženje vseh podjetij, ki so izpostavljena tveganju za ta prehod. To pomeni, da se v opazovanem obdobju vzorca podjetij lahko pravilno izračuna dolgoročno povprečje enoletnih stopenj neplačil za to opazovano obdobje, kjer je stopnja neplačila delež vseh prehodov podjetij iz položaja plačila v položaj neplačila. Zaradi tega je lahko izpolnjena zahteva odstavka 1 (a) 180. člena CRR, kjer »institucije ocenjujejo PD za vsak bonitetni razred dolžnika na podlagi dolgoročnih povprečij enoletnih stopenj neplačil«. Ta zahteva je lahko izpolnjena, če ni drugih manjkajočih podatkov, denimo manjkajočih računovodskih podatkov, zaradi česar bi se lahko izkrivilo to dolgoročno povprečje enoletnih stopenj neplačil. Izpolnjevanje zadevnega člena je želena lastnost vsake metode za ocenjevanje PD v banki IRB, saj niso potrebni dodatni posegi v podatke in/ali ocene PD za to, da se umerita obe količini: dolgoročno povprečje enoletnih stopenj neplačila in povprečni PD. To je izrecno pokazano v podpoglavjih 3.6 in 3.9.

3.3.3 Problem desnega krnjenja

Razmislek v zasnovi kreditnih epizod je, ali je desno krnjenje iz 2a neinformativno, kar je osnovna predpostavka vsake analize preživetja. Tako krnjenje lahko ne bi bilo neinformativno, če bi podjetje, ki je poplačalo kredite do ene ali vseh bank (do katerih je izpostavljeno), bilo drugačno od podjetij, ki v opazovanem obdobju kredita ne poplačajo. Drugačno v smislu, da po tem ne bi moglo več preiti v položaj neplačila. V tem primeru bi se problem moral obravnavati kot problem treh stanj (položajev), poleg stanja plačila in stanja neplačila še stanje poplačila kot od prvih dveh različnega stanja. Vendar dejstvo, da je podjetje poplačalo kredit pri banki ali vseh bankah v nekem bančnem sistemu, ne pomeni, da od poplačila ni izpostavljeno tveganju neplačila. Podjetje je v celotnem času življenja izpostavljeno neplačilu. Da je podjetje poplačalo kredit, zgolj pomeni, da dogodek neplačila od tistega trenutka ni več opazovan v banki ali v bančnem sistemu v celoti, še vedno pa je podjetje izpostavljeno tveganju neplačila in zato lahko preide v položaj neplačila zunaj bančnega sistema, na primer do svojih nebančnih upnikov. Neko podjetje lahko ugotovi, da je financiranje neke naložbe cenejše zunaj bančnega sistema, zato refinancira svoje vire tako, da poplača obstoječ kredit pri banki in vzame kredit pri nebančnem subjektu. Podjetje se lahko tudi zavestno vede na način, da med vsemi upniki prednostno poplačuje bančne upnike, ker od tega pričakuje koristi. Zato ni mogoče izključiti, da se je neplačilo zgodilo zunaj bančnega sistema po tem, ko je podjetje poplačalo kredite do bank. Zaradi navedenega je mogoče zaključiti, da je desno krnjenje neinformativno z vidika stanja, v katerem se bo podjetje nahajalo v času po tem. Poplačilo pri banki ali bankah ne preprečuje položaja, da bi podjetje že v naslednjem k prešlo v položaj neplačila. V naslednjem k zgolj ni opazovano v bančnem sistemu. Lahko pa pretekla poplačila kažejo na manjši PD, zaradi česar je ta učinek treba upoštevati v modelu, denimo s slamnatimi spremenljivkami, ki kažejo število kreditnih epizod in število predhodnih neplačil. Na podlagi navedenega v tej disertaciji predpostavljamo, da je desno krnjenje neinformativno.

3.3.4 Porazdelitev dogodkov znotraj kreditne epizode

Če je T_j diskretna slučajna spremenljivka, ki znotraj kreditne epizode j označuje čas pojavitve dogodka neplačila, se lahko porazdelitev T_j opiše s funkcijo verjetnosti, ki je dana z

$$f_{ij}(k) = P_i(T_j = k), \quad (43)$$

ki opisuje verjetnost, da se je neplačilo podjetja i v epizodi j zgodilo v času k , s čimer se epizoda j tudi konča. V analizi preživetja sta pogosto zaradi krnjenih opazovanj predmet zanimanja funkcija preživetja in funkcija ogroženosti. Prva je opredeljena kot

$$S_{ij}(k) = P_i(T_j > k) \quad (44)$$

in opisuje verjetnost, da se neplačilo podjetja i v epizodi j ni zgodilo vse do k , ali drugače, da se je zgodilo po času k . Funkcija ogroženosti je opredeljena kot

$$h_{ij}(k) = P_i(T_j = k | T_j \geq k) \quad (45)$$

in opisuje verjetnost, da se je neplačilo podjetja i v epizodi j zgodilo v k , če se do časa k neplačilo ni zgodilo. Znotraj kreditne epizode j je verjetnost ogroženosti podjetja i za vsako časovno enoto, k_{ij} , enaka populacijski funkciji ogroženosti, vektorju $h_{ij}(1), \dots, h_{ij}(k), \dots$ (Willett & Singer, 1995).

3.4 Vzorčna funkcija največjega verjetja

Pri izdelavi vzorčne funkcije največjega verjetja se ta disertacija v veliki meri opira na opise in pojme iz Willett in Singer (1995), ki so uporabni tudi za ocenjevanje PD pri ponavljajočih se dogodkih neplačila. Izpeljava funkcije je podana v celoti zaradi dveh razlogov. Prvi je ta, da je v izpeljavi pomembna različnost z izpeljavo Willetta in Singerja (1995). Drugi razlog je v tem, da celotna izpeljava omogoča jasno povezavo z dokazom o doslednosti.

Vsak vzorec podjetij je mogoče videti kot zbir medsebojno izključujočih se *podvzorcev*, kjer *podvzorec*₁ vsebuje n_1 podjetij, ki so imela zgolj eno kreditno epizodo, *podvzorec*₂ vsebuje n_2 podjetij, ki so imela zgolj dve epizodi, vse do j -tega podvzorca z n_j podjetij, ki so imela j kreditnih epizod. Za nadaljnjo izpeljavo se smatra, da so enote opazovanja v vzorcu urejene naraščajoče glede na številko *podvzorca*, v katerega spadajo. Število vseh podjetij v vzorcu, n , je vsota $n = n_1 + \dots + n_J$.

Podjetja iz *podvzorca*₁ so imela zgolj eno kreditno epizodo. Nekrnjena podjetja so prešla v položaj neplačila v času K_{i1} . K_{i1} je zadnje opazovano obdobje i -tega podjetja v prvi

epizodi oziroma drugače, dogodek v času K_{i1} opredeli zaključek prve epizode i -tega podjetja. Prispevek i -tega nekrnjenega podjetja k funkciji največjega verjetja je

$$L_i^1(\text{nekrnjeno}) = P_i(T_1 = K_{i1}) = f_{i1}(K_{i1}), \quad (46)$$

kjer je $f_{i1}(K_{i1})$ funkcija verjetnosti dogodka T_1 v času K_{i1} .

Desno krnjena podjetja iz *podvzorca*₁ niso prešla v položaj neplačila v nobeni časovni točki te epizode, vključno z zadnjo opazovano v tej epizodi. Prispevek i -tega desno krnjenega podjetja k funkciji največjega verjetja je enaka verjetnosti, da se bo neplačilo zgodilo po zadnjem opazovanem obdobju v prvi epizodi K_{i1} ,

$$L_i^1(\text{desno krnjeno}) = P_i(T_1 > K_{i1}) = S_{i1}(K_{i1}), \quad (47)$$

kjer je $S_{i1}(K_{i1})$ funkcija preživetja dogodka T_1 v času K_{i1} .

Enačbi (46) in (47) se združi z vpeljavo kazalnika desnega krnjenja, C , z vrednostmi

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{podjetje je krnjeno,} \\ 0 & \text{podjetje ni krnjeno.} \end{cases}$$

Funkcija največjega verjetja za katero koli podjetje v *podvzorcu*₁ je tako

$$L_i^1 = f_{i1}(K_{i1})^{1-c_{i1}} S_{i1}(K_{i1})^{c_{i1}}. \quad (48)$$

Podjetja v *podvzorcu*₂ so imela zgolj dve kreditni epizodi. Pogoj za vključitev v drugo epizodo je, da so imela prvo epizodo. Dodatni pogoj, ki ga opredelita Willett in Singer (1995), da je morala enota opazovanja v prvi epizodi imeti dogodek zanimanja, ni postavljen zaradi narave kreditnih epizod. Ko podjetje začne z drugo kreditno epizodo, se ta ponovno lahko konča z dogodkom neplačila, v K_{i2} , ali brez tega dogodka v celotni drugi kreditni epizodi.

Za nekrnjeno podjetje v drugi kreditni epizodi, ki je bilo nekrnjeno tudi v prvi, je pri izdelavi funkcije največjega verjetja treba upoštevati verjetnost dogodka neplačila v K_{i2} in verjetnost dogodka neplačila v K_{i1} . Ob predpostavki, da sta oba dogodka neodvisna, opredelitev pogojne verjetnosti (na primer Rice, 2007) dovoljuje, da se prispevek takšnega podjetja k vzorčni funkciji največjega verjetja zapiše kot

$$\begin{aligned}
L_i^2(\text{nekrnjeno v obeh epizodah}) &= P_i(T_1 = K_{i1})P_i(T_2 = K_{i2}|T_1 = K_{i1}) \\
&= P_i(T_1 = K_{i1})P_i(T_2 = K_{i2}) \\
&= f_{i1}(K_{i1})f_{i2}(K_{i2}). \tag{49}
\end{aligned}$$

Enako velja tudi za desno krnjeno podjetje v drugi kreditni epizodi, ki je bilo v prvi kreditni epizodi nekrnjeno. Takšno podjetje prispeva k vzorčni funkciji največjega verjetja

$$\begin{aligned}
L_i^2(\text{nekrnjeno v prvi in krnjeno v drugi epizodi}) &= P_i(T_1 = K_{i1})P_i(T_2 > K_{i2}) \\
&= f_{i1}(K_{i1})S_{i2}(K_{i2}). \tag{50}
\end{aligned}$$

Funkcija največjega verjetja za katero koli podjetje v *podvzorcu*₂, upošteva tudi desno krnjena podjetja v prvi kreditni epizodi, je potem

$$\begin{aligned}
L_i^2 &= [[f_{i1}(K_{i1})f_{i2}(K_{i2})]^{1-c_{i2}}[f_{i1}(K_{i1})S_{i2}(K_{i2})]^{c_{i2}}]^{1-c_{i1}} \tag{51} \\
&\quad \times [[S_{i1}(K_{i1})f_{i2}(K_{i2})]^{1-c_{i2}}[S_{i1}(K_{i1})S_{i2}(K_{i2})]^{c_{i2}}]^{c_{i1}} \\
&= [f_{i1}(K_{i1})]^{(1-c_{i2})(1-c_{i1})}[f_{i2}(K_{i2})]^{(1-c_{i2})(1-c_{i1})}[f_{i1}(K_{i1})]^{c_{i2}(1-c_{i1})}[S_{i2}(K_{i2})]^{c_{i2}(1-c_{i1})} \\
&\quad \times [S_{i1}(K_{i1})]^{(1-c_{i2})c_{i1}}[f_{i2}(K_{i2})]^{(1-c_{i2})c_{i1}}[S_{i1}(K_{i1})]^{c_{i2}c_{i1}}[S_{i2}(K_{i2})]^{c_{i2}c_{i1}} \\
&= [f_{i1}(K_{i1})]^{(1-c_{i2})(1-c_{i1})+c_{i2}(1-c_{i1})}[f_{i2}(K_{i2})]^{(1-c_{i2})(1-c_{i1})+(1-c_{i2})c_{i1}} \\
&\quad \times [S_{i1}(K_{i1})]^{(1-c_{i2})c_{i1}+c_{i2}c_{i1}}[S_{i2}(K_{i2})]^{c_{i2}(1-c_{i1})+c_{i2}c_{i1}} \\
&= [f_{i1}(K_{i1})]^{(1-c_{i2}+c_{i2})(1-c_{i1})}[f_{i2}(K_{i2})]^{(1-c_{i2})(1-c_{i1}+c_{i1})}[S_{i1}(K_{i1})]^{(1-c_{i2}+c_{i2})c_{i1}}[S_{i2}(K_{i2})]^{c_{i2}(1-c_{i1}+c_{i1})} \\
&= [f_{i1}(K_{i1})]^{1-c_{i1}}[f_{i2}(K_{i2})]^{1-c_{i2}}[S_{i1}(K_{i1})]^{c_{i1}}[S_{i2}(K_{i2})]^{c_{i2}}, \tag{52}
\end{aligned}$$

kjer sta $f_{i2}(K_{i2})$ in $S_{i2}(K_{i2})$ funkcija verjetnosti in funkcija preživetja dogodka T_2 v času K_{i2} .

Posplošeno je (51) za j -to epizodo

$$L_i^j = [f_{i1}(K_{i1})]^{1-c_{i1}}[S_{i1}(K_{i1})]^{c_{i1}} \cdots [f_{ij}(K_{ij})]^{1-c_{ij}}[S_{ij}(K_{ij})]^{c_{ij}}, \tag{53}$$

ki je tudi končna funkcija največjega verjetja za i -to podjetje, saj je podjetje lahko uvrščeno zgolj v *podvzorcu* _{j} , kjer je j končno število kreditnih epizod tega i -tega podjetja. Vzorčna funkcija največjega verjetja je potem

$$\begin{aligned}
L &= \prod_{i=1}^{n_1} [f_{i1}(K_{i1})]^{1-c_{i1}} [S_{i1}(K_{i1})]^{c_{i1}} \\
&\cdots \times \\
&\cdots \prod_{i=n_1+\cdots+n_{J-1}+1}^{n_1+\cdots+n_J} [f_{i1}(K_{i1})]^{1-c_{i1}} [S_{i1}(K_{i1})]^{c_{i1}} \cdots [f_{iJ}(K_{iJ})]^{1-c_{iJ}} [S_{iJ}(K_{iJ})]^{c_{iJ}}.
\end{aligned} \tag{54}$$

Funkcija (54) se krajše lahko zapiše kot

$$L = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{J_i} [f_{ij}(K_{ij})]^{1-c_{ij}} [S_{ij}(K_{ij})]^{c_{ij}}. \tag{55}$$

V tej disertaciji je predmet zanimanja model ogroženosti v diskretnem času, zato je predmet zanimanja ogroženost za nastanek dogodka neplačila ali verjetnost dogodka nastanka neplačila v nekem k . Zato se funkcijo gostote verjetnosti in preživetja izrazi s funkcijo ogroženosti. Funkcija gostote verjetnosti za dogodek v času K_{ij} podjetja i v kreditni epizodi j je (Willett & Singer, 1995)

$$\begin{aligned}
f_{ij}(K_{ij}) &= P(T_j = K_{ij} | T_j \geq K_{ij}) P(T_j \neq K_{ij} - 1 | T_j \geq K_{ij} - 1) \cdots P(T_j \neq 1 | T_j \geq 1) \\
&= h_{ij}(K_{ij}) \prod_{k=1}^{K_{ij}-1} (1 - h_{ij}(k)),
\end{aligned} \tag{56}$$

kar pomeni, da je enaka ogroženosti ali verjetnosti za pojavitev dogodka v času K_{ij} pod pogojem, da se pred tem časom ta dogodek v epizodi j ni zgodil.

Funkcija preživetja vsaj do K_{ij} , izražena s funkcijo ogroženosti, je

$$\begin{aligned}
S_{ij}(K_{ij}) &= P(T_j \neq K_{ij} | T_j \geq K_{ij}) P(T_j \neq K_{ij} - 1 | T_j \geq K_{ij} - 1) \cdots P(T_j \neq 1 | T_j \geq 1) \\
&= \prod_{k=1}^{K_{ij}} (1 - h_{ij}(k)),
\end{aligned} \tag{57}$$

kar pomeni, da je enaka verjetnosti, da se ta dogodek ni zgodil v K_{ij} , pod pogojem, da se tudi pred tem časom ta dogodek ni zgodil v epizodi j .

Vključitev (56) in (57) v (55) da naslednjo funkcijo največjega verjetja

$$\begin{aligned}
L &= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{J_i} \left[h_{ij}(K_{ij}) \prod_{k=1}^{K_{ij}-1} (1 - h_{ij}(k)) \right]^{1-c_{ij}} \left[\prod_{k=1}^{K_{ij}} (1 - h_{ij}(k)) \right]^{c_{ij}} \\
&= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{J_i} \left[\frac{h_{ij}(K_{ij})}{1 - h_{ij}(K_{ij})} \prod_{k=1}^{K_{ij}} (1 - h_{ij}(k)) \right]^{1-c_{ij}} \left[\prod_{k=1}^{K_{ij}} (1 - h_{ij}(k)) \right]^{c_{ij}} \\
&= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{J_i} \left[\frac{h_{ij}(K_{ij})}{1 - h_{ij}(K_{ij})} \right]^{1-c_{ij}} \left[\prod_{k=1}^{K_{ij}} (1 - h_{ij}(k)) \right]^{c_{ij}}. \tag{58}
\end{aligned}$$

Izraz v levem oglatem oklepaju (58) se na podlagi povezave kazalnika cenzuriranosti, C , s kazalnikom dogodka položaja neplačila v podatkih, Y , lahko zapiše v obliki, ki bo ustrežnejša za nadaljnje ocenjevanje modela ogroženosti v diskretnem času, zaradi naslednjega dejstva. Podjetje i , ki je bilo v kreditni epizodi j krnjeno, bo imelo vrednost pri kazalniku dogodka položaja neplačila, y_{ijk} , za vse časovne enote k enako 0. Podjetje, ki ni bilo krnjeno, bo imelo zgolj v zadnji časovni enoti, K_{ij} , vrednost kazalnika y_{ijk} enako 1, sicer pa prav tako 0. Sledi

$$\prod_{k=1}^{K_{ij}} \left[\frac{h_{ij}(k)}{1 - h_{ij}(k)} \right]^{y_{ijk}} = \left[\frac{h_{ij}(K_{ij})}{1 - h_{ij}(K_{ij})} \right]^{1-c_{ij}}. \tag{59}$$

Funkcija v (59) tako postane zgolj funkcija y_{ijk} in populacijske ogroženosti, $h_{ij}(k)$.

Vključitev (59) v (58) da naslednjo vzorčno funkcijo največjega verjetja, ki je zdaj funkcija kazalnika dogodka neplačila, Y ,

$$L = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{J_i} \prod_{k=1}^{K_{ij}} h_{ij}(k)^{y_{ijk}} (1 - h_{ij}(k))^{1-y_{ijk}}. \tag{60}$$

Funkcijo (60) je mogoče razlagati na naslednji način. Za vsako podjetje i , $i = 1, \dots, n$, za vse njihove epizode j , $j = 1, \dots, J$ ter vse časovne enote znotraj vsake epizode k , $k = 1, \dots, K$ je opredeljena funkcija največjega verjetja, ki omogoča ocenjevanje ogroženosti ali PD v določeni časovni enoti. Vzorec enot opazovanja je potem enak N , produktu vseh podjetij, vseh epizod teh podjetij in vseh časovnih enot znotraj epizod, $N = nJ_iK_{ij}$. Zaradi navedenega Willett in Singer (1995) imenujeta takšno podatkovno osnovo z nazivom *oseba-epizoda-obdobje*, angleško *person-spell-period data set*. Ugotoviti je mogoče, da je (60) enaka funkciji največjega verjetja za N neodvisnih poskusov, ki se porazdeljujejo po Bernoullijevi porazdelitvi z verjetnostjo za uspešnost poskusa enako $h_{ij}(k)$, $Y \sim \text{Bernoulli}(h_{ij}(k))$.

Naj bo dan naslednji binarni logistični regresijski model

$$P(Y = 1|X, \theta) = p(X, \theta) = \frac{1}{1 + e^{-g(X, \theta)}}, \quad (61)$$

kjer je Y kazalnik položaja neplačila, $g(\cdot)$ označuje, da je model izražen z vrstami spremenljivk, X , vključno s kazalnikom časa, kazalnikom kreditne epizode ter finančnimi ali nefinančnimi kazalniki, ki jim pripada θ , vektor parametrov modela. V nadaljevanju je $p(X, \theta)$ krajše zapisana kot $p(\theta)$.

Iz (61) izhaja, da se ocenjuje verjetnost dogodka opazovanja pogojno glede na θ . Gostota verjetnosti za Bernoullijevo slučajno spremenljivko je

$$p(y|\theta) = p(\theta)^y(1 - p(\theta))^{1-y}, \quad (62)$$

funkcija največjega verjetja za N tovrstnih, pogojno na θ neodvisnih opazovanj pa

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^N p_i(\theta)^{y_i}(1 - p_i(\theta))^{1-y_i}. \quad (63)$$

Ker je $h_{ij}(k) = P(Y_{ijk} = 1) = p_{ij}(k)$, saj

$$\begin{aligned} E(Y_{ijk}) &= P(Y_{ijk} = 1) = P(Y_{ijk} = 1 | Y_{ij,k-1} = 0, \dots, Y_{ij1} = 0) \\ &= P(T_j = k | T_j \geq k) \\ &= h_{ij}(k), \end{aligned} \quad (64)$$

je $h_i(\theta) = p_i(\theta)$ glede na (61). Sledi

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^N h_i(\theta)^{y_i}(1 - h_i(\theta))^{1-y_i}, \quad (65)$$

ki je funkcija največjega verjetja za ocenjevanje ogroženosti ali stopnjo neplačila podjetij, pogojno glede na θ . Parametre iz (65) je mogoče oceniti s standardnimi programskimi orodji.

3.5 Doslednost in nepristranskost

Shumway (2001) dokaže, da so ocene parametrov modela ogroženosti v diskretnem času za eno kreditno epizodo dosledne.

Mogoče je dokazati, da so ocene parametrov modela ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami prav tako dosledne.

Naj bodo dane predpostavke, da je funkcija (55):

- (i) zadostno opredeljena, da velja neodvisnost med k v nekem j ,
- (ii) zadostno opredeljena, da velja neodvisnost med j ,
- (iii) pravilno opredeljena za vsako kreditno epizodo, tj. funkcija največjega verjetja za j -to kreditno epizodo, $\ln L_j(\theta)/n$, enakomerno konvergira k neslučajni funkciji, $\ln L_j(\theta)/n = Q_j(\theta)$, ko gre $n \rightarrow \infty$, ter doseže enolično določen globalni maksimum v pravi vrednosti θ (Amemiya, 1985).

Trditev. Skladno s predpostavkami (i)–(iii) je cenilka $\hat{\theta}$ v modelu ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami in s ponavljajočimi neplačili dosledna za θ .

Dokaz. Da sta predpostavki (i) in (ii) izpolnjeni, izhajajo iz opredelitve $h_{ij}(k)$ v (60), ki je ogroženost za nastanek neplačila v vsakem k v vsakem j .

Predpostavki (i) in (ii) sta predpostavki pogojne neodvisnosti, na podlagi katerih se privzame, da je model zadostno opredeljen, da so ostanki različnih enot opazovanja v nekem j in tudi ostanki različnih j med seboj neodvisni. Dejansko je to izrecna predpostavka, na podlagi katere je bila izdelana funkcija največjega verjetja (55) oziroma ekvivalentno (60). To lahko ne bi bilo res, če bi obstajala v modelu neopazovana heterogenost, ki z vključenimi neodvisnimi spremenljivkami modela ne bi bila pojasnjena.

Na podlagi predpostavke (iii) je (55) mogoče zapisati kot

$$\ln L(\theta)/n = Q(\theta) = Q_1(\theta) + \dots + Q_J(\theta), \quad n \rightarrow \infty \quad (66)$$

in dalje

$$\theta = \arg \max_{\theta} Q(\theta). \quad (67)$$

Cenilka $\hat{\theta}$ je skladno z zadevnimi predpostavkami dosledna za θ .

Običajen problem pri podatkih, ki vsebujejo razsežnost časa, je, da enote opazovanja v času med seboj niso neodvisne. To bi pomenilo, da predpostavki (i) in (ii) nista izpolnjeni. Kršitev predpostavke neodvisnih opazovanj se izkazuje v preveč optimističnih posploševanjih, saj so standardne napake ocen parametrov premajhne. Beck et al. (1998) predlagajo preprosto rešitev, da se v model vključi zbir slamatih spremenljivk, ki kažejo čas, s čimer popravijo učinke časovne odvisnosti. V tej disertaciji so tovrstne spremenljivke vključene, saj so sestavni del značilnosti kreditnih epizod.

Obstajajo tudi drugi načini popravka za časovno odvisnost. Hwang et al. (2013) uporabijo prilagoditev za avtokorelacijo z dvema avtokorelacijskima shemama. Shumway (2001) po-

pravi testno statistiko za ocene parametrov modela, χ^2 , za povprečno število pojavitev istega podjetja v vzorcu.

3.5.1 Ilustrativni primer

V nadaljevanju je podan ilustrativni primer doslednosti $\hat{\theta}$ za pravo θ . Naj obstaja vzorec podjetij, ki imajo lahko do največ dve kreditni epizodi, $J = 2$, in ponavljajoča neplačila. Funkcija največjega verjetja je glede na (55)

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \prod_{i=1}^{n_1} f_{i1}(K_{i1})^{1-c_{i1}} S_{i1}(K_{i1})^{c_{i1}} \prod_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} f_{i1}(K_{i1})^{1-c_{i1}} S_{i1}(K_{i1})^{c_{i1}} f_{i2}(K_{i2})^{1-c_{i2}} S_{i2}(K_{i2})^{c_{i2}} \\ &= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{J_i} f_{ij}(K_{ij})^{1-c_{ij}} S_{ij}(K_{ij})^{c_{ij}}, \end{aligned} \quad (68)$$

kjer je $n = n_1 + n_2$ in je n_1 število podjetij samo z eno in n_2 število podjetij z dvema kreditnima epizodama. $f_{ij}(K_{ij}) = P_i(T_j = K_{ij}|\theta)$ in $S_{ij}(K_{ij}) = P_i(T_j > K_{ij}|\theta)$.

Naravni logaritem (68) je

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{J_i} \left[(1 - c_{ij}) \ln f_{ij}(K_{ij}) + c_{ij} \ln S_{ij}(K_{ij}) \right]. \quad (69)$$

Naj bosta obe kreditni epizodi dolgi eno časovno enoto, $k_{i1} = K_{i1} = 1$ in $k_{i2} = K_{i2} = 1$. Naj bo

$$f_{ij}(1) = P_i(T_j = 1) = P_{ij1}(Y = 1) = h_{ij}(1) = \theta x_{ij} \quad (70)$$

in

$$S_{ij}(1) = P_i(T_j > 1) = P_{ij1}(Y = 0) = 1 - h_{ij}(1) = 1 - \theta x_{ij}, \quad (71)$$

kjer je x_{ij} neslučajna spremenljivka, ki zavzema samo vrednosti 0 in 1. Y_j je kazalnik neplačila. Parcialni odvod (69) po θ je

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \hat{\theta}} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{y_{i1}}{\hat{\theta}} - \frac{(1 - y_{i1})x_{i1}}{1 - \hat{\theta}x_{i1}} + \frac{y_{i2}}{\hat{\theta}} - \frac{(1 - y_{i2})x_{i2}}{1 - \hat{\theta}x_{i2}} \right] = 0, \quad (72)$$

kar se zaradi tega, ker sta lahko y_{ij} in x_{ij} zgolj nič ali ena, poenostavi na

$$\sum_{i=1}^n \frac{y_{i1} + y_{i2}}{\hat{\theta}} = \sum_{i=1}^n \frac{(1 - y_{i1})x_{i1} + (1 - y_{i2})x_{i2}}{1 - \hat{\theta}}, \quad (73)$$

kar pripelje do cenilke največjega verjetja

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{i1} + y_{i2})}{\sum_{i=1}^n (x_{i1} + x_{i2})}. \quad (74)$$

Razvidno je, da je ocena PD (74) intuitivna. Števec je vsota neplačil v obeh kreditnih epizodah. Imenovalec je vsota vseh podjetij, ki so bila v obeh kreditnih epizodah izpostavljena tveganju.

Cenilka $\hat{\theta}$ je nepristranska,

$$E(\hat{\theta}) = \frac{\sum_{i=1}^n (E(y_{i1}) + E(y_{i2}))}{\sum_{i=1}^n (x_{i1} + x_{i2})} = \frac{\sum_{i=1}^n (\theta x_{i1} + \theta x_{i2})}{\sum_{i=1}^n (x_{i1} + x_{i2})} = \theta,$$

skladno s teorijo največjega verjetja pa je tudi dosledna in se porazdeljuje asimptotsko normalno (na primer Rice, 2007).

Nadalje, opredeli se vzorec podjetij, ki imajo lahko do največ dve kreditni epizodi, $J = 2$, vendar največ eno neplačilo. Funkcija največjega verjetja za ta vzorec je v odnosu do (68)

$$\begin{aligned} L_S(\theta_S) &= \prod_{i=1}^{n_1} f_{i1}(K_{i1})^{1-c_{i1}} S_{i1}(K_{i1})^{c_{i1}} \\ &\times \prod_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \left[f_{i1}(K_{i1})^{1-c_{i1}} S_{i1}(K_{i1})^{c_{i1}} f_{i2}(K_{i2})^{1-c_{i2}} S_{i2}(K_{i2})^{c_{i2}} \right. \\ &\times \left. \frac{1}{[f_{i2}(K_{i2})]^{(1-c_{i2})(1-c_{i1})} [S_{i2}(K_{i2})]^{c_{i2}(1-c_{i1})}} \right] \\ &= \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^{J_i} f_{ij}(K_{ij})^{1-c_{ij}} S_{ij}(K_{ij})^{c_{ij}} \prod_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \frac{1}{[f_{i2}(K_{i2})]^{(1-c_{i2})(1-c_{i1})} [S_{i2}(K_{i2})]^{c_{i2}(1-c_{i1})}}. \end{aligned} \quad (75)$$

Razlika med $L(\theta)$ in $L_S(\theta_S)$ je v tem, da podjetja, ki so prešla v položaj neplačila v prvi kreditni epizodi, ne morejo prispevati k funkciji največjega verjetja v drugi kreditni epizodi. To so točno podjetja, ki prispevajo k funkciji največjega verjetja $[f_{i2}(K_{i2})]^{(1-c_{i2})(1-c_{i1})}$ oziroma $[S_{i2}(K_{i2})]^{c_{i2}(1-c_{i1})}$ v $L(\theta)$, zaradi česar se mora $L(\theta)$ pomnožiti z

$$\prod_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \frac{1}{[f_{i2}(K_{i2})]^{(1-c_{i2})(1-c_{i1})} [S_{i2}(K_{i2})]^{c_{i2}(1-c_{i1})}}. \quad (76)$$

Naravni logaritem funkcije največjega verjetja (75) je

$$\begin{aligned} \ln L_S(\theta_S) &= \sum_{i=1}^n \sum_{J=1}^{J_i} \left[(1 - c_{ij}) \ln f_{ij}(K_{ij}) + c_{ij} \ln S_{ij}(K_{ij}) \right] \\ &\quad - \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \left[(1 - c_{i2})(1 - c_{i1}) \ln f_{i2}(K_{i2}) + c_{i2}(1 - c_{i1}) \ln S_{i2}(K_{i2}) \right]. \end{aligned} \quad (77)$$

Velja, da je $\ln L(\theta) \leq \ln L_S(\theta_S)$, saj je drugi člen $\ln L_S(\theta_S)$ kot vsota naravnih logaritmov verjetnosti vedno ≤ 0 .

Cenilka za (77) je

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L_S}{\partial \hat{\theta}_S} &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{y_{i1}}{\hat{\theta}_S} - \frac{(1 - y_{i1})x_{i1}}{1 - \hat{\theta}_S x_{i1}} + \frac{y_{i2}}{\hat{\theta}_S} - \frac{(1 - y_{i2})x_{i2}}{1 - \hat{\theta}_S x_{i2}} - \frac{y_{i1}y_{i2}}{\hat{\theta}_S x_{i2}} + \frac{(1 - y_{i2})y_{i1}x_{i2}}{(1 - \hat{\theta}_S)x_{i2}} \right] = 0 \\ \hat{\theta}_S &= \frac{\sum_{i=1}^n (y_{i1} + y_{i2}(1 - y_{i1}))}{\sum_{i=1}^n (x_{i1} + x_{i2}(1 - y_{i1}))}. \end{aligned} \quad (78)$$

Razvidno je, da je cenilka (78) drugačna od $\hat{\theta}$. In sicer so pri izračunu upoštevane zgolj tiste vrednosti x_{i2} in y_{i2} , za katere velja $y_{i1} = 0$. Skladno s teorijo največjega verjetja cenilka (78) dosledno ocenjuje parameter θ_S , vendar pa je predmet zanimanja v tej disertaciji parameter θ . V danem primeru se lahko pokaže, da je $\hat{\theta}_S$ dosledna tudi za θ .

Cenilko $\hat{\theta}_S$ se lahko zapiše kot

$$\hat{\theta}_S = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{i1} + y_{i2} - y_{i1}y_{i2})}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{i1} + x_{i2} - x_{i2}y_{i1})}.$$

V števcu je vsota neodvisnih enako porazdeljenih slučajnih spremenljivk, $y_{i1} + y_{i2} - y_{i1}y_{i2}$, $E(y_{i1} + y_{i2} - y_{i1}y_{i2}) = \theta(x_{i1} + x_{i2} - \theta x_{i1}x_{i2})$, $i = 1, \dots, n$. Dejansko v danem primeru obstaja zgolj vsota tistih slučajnih spremenljivk, za katere velja $x_{ij} = 1$, ker podjetja z $x_{ij} = 0$ glede na dani model ne morejo preiti v položaj neplačila. Zato je konstanta x_{ij} za vse y_{ij} enaka in posledično je tudi porazdelitev spremenljivk y_{ij} enaka. Po zakonu velikih števil torej velja

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{i1} + y_{i2} - y_{i1}y_{i2}) \xrightarrow{P} \theta(x_{i1} + x_{i2} - \theta x_{i1}x_{i2}),$$

kjer \xrightarrow{P} označuje konvergenco v verjetnosti. Podobno, v imenovalcu, imamo vsoto neodvisnih enako porazdeljenih slučajnih spremenljivk, $x_{i1} + x_{i2} - x_{i2}y_{i1}$, $E(x_{i1} + x_{i2} - x_{i2}y_{i1}) = x_{i1} + x_{i2} - \theta x_{i2}x_{i1}$, $i = 1, \dots, n$, zato po zakonu velikih števil velja

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{i1} + x_{i2} - x_{i2}y_{i1}) \xrightarrow{P} x_{i1} + x_{i2} - \theta x_{i2}x_{i1}.$$

Inverz je zvezna funkcija, zato velja

$$\frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{i1} + x_{i2} - x_{i2}y_{i1})} \xrightarrow{P} \frac{1}{x_{i1} + x_{i2} - \theta x_{i2}x_{i1}}.$$

Po izreku Slutskyja potem velja, če je imenovalec večji od 0, kot sledi

$$\frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{i1} + y_{i2} - y_{i1}y_{i2})}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{i1} + x_{i2} - x_{i2}y_{i1})} \xrightarrow{P} \frac{\theta(x_{i1} + x_{i2} - \theta x_{i2}x_{i1})}{x_{i1} + x_{i2} - \theta x_{i2}x_{i1}} = \theta.$$

V tem ilustrativnem primeru tako obstajata dve različni dosledni cenilki za θ , vendar je bistvena razlika med njima v njuni učinkovitosti. Ker v cenilki $\hat{\theta}_S$ v drugi epizodi upoštevamo zgolj tista podjetja, ki v prvi niso prešla v položaj neplačila, bo varianca te cenilke večja od variance cenilke $\hat{\theta}$, kar se bo odražalo v širših intervalih zaupanja.

3.6 Umerjanje modela na dejanske pojavitve neplačil

V tem podpoglavju je podan preprost primer, na katerem je mogoče pokazati, da sta dolgoročno povprečje enoletnih stopenj neplačila in povprečni PD, ocenjen z (61), enaka. Enakost velja ob predpostavki, da je vzorec, na katerem se ocenjuje parametre modela, enak vzorcu, na katerem se ocenjuje dolgoročno povprečje enoletnih stopenj neplačila. V podpoglavju 3.3.2 je bilo pokazano, da teoretska podlaga modela ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami omogoča opredelitev vzorca, ki zajema vsa podjetja, do katerih so banke izpostavljene v obdobju opazovanja, tudi večkratne neplačnike. Naj zato velja, da sta oba vzorca enaka oziroma da gre za isti vzorec. Iz opredelitve funkcije ogroženosti, $h_{ij}(k)$, izhajajo, da se v vsakem k ocenjuje verjetnost za prehod v položaj neplačila zgolj za podjetja, ki pred tem obdobjem niso prešla v položaj neplačila v kreditni epizodi j . Skladno s tem je opredeljena kreditna epizoda j . Kreditna epizoda j se vedno začne takrat, ko je podjetje v položaju plačila, in konča takrat, ko podjetje prvič preide v položaj neplačila ali je desno krnjeno v j . Če je podjetje i v obdobju k kreditne epizode j že v položaju neplačila, potem bi v $k + 1$ sledilo $h_{ij}(k + 1) = P_i(T_j = k + 1 | T_j = k)$, kar ni skladno s (45).

Naj bo nadalje za namen prikaza proces prehajanja iz položaja plačila v položaj neplačila enostaven markovski proces. V enostavnem markovskem procesu je predmet zanimanja ver-

jetnost dogodka v k glede na stanje v $k - 1$, $p_{y_{k-1}, y_k} = P(Y_k = y_k | Y_{k-1} = y_{k-1})$. V tem enostavnem procesu je verjetnost prehoda v položaj neplačila $p_{01} = P(Y_k = 1 | Y_{k-1} = 0)$. Slednje je enako ogroženosti za prehod v neplačilo v k , $h(k) = P(T = k | T \geq k)$, saj $h(k) = P(Y_k = 1 | Y_{k-1} = 0)$. Skladno z opredelitvijo pogojne verjetnosti velja, da je $P(Y_k = 1 | Y_{k-1} = 0) = P(Y_k = 1 \cap Y_{k-1} = 0) / P(Y_{k-1} = 0)$. Zaradi tega, ker je verjetnost položaja plačila v $k - 1$ enaka 1, $P(Y_{k-1} = 0) = 1$, saj sicer ne bi veljalo $h(k) = P(T = k | T \geq k)$, sledi $P(Y_k = 1 | Y_{k-1} = 0) = P(Y_k = 1)$. Ta proces je mogoče opredeliti kot Bernoullijevo slučajno spremenljivko, Y_k , kjer je verjetnost za dogodek neplačila v k enaka pričakovani vrednosti $E(Y_k) = p_{01}$.

Skladno z vzorčno funkcijo največjega verjetja za (61) velja $0 = \sum_i (y_i - p_i(\theta))$ (glej na primer Hosmer & Lemeshow, 2000, enačba (1.5)). Sledi, da je dolgoročno povprečje enoletnih stopenj neplačila ali ekvivalentno enoletnih prehodov iz položaja plačila v položaj neplačila enako $p_{01} = N^{-1} \sum_i y_i$ ter enako povprečju PD, $p(\theta) = N^{-1} \sum_i p_i(\theta)$, $N = nJ_iK_{ij}$.

Nadalje je mogoče pokazati, da to drži tudi za vsak bonitetni razred. Naj bodo bonitetni razredi opredeljeni skladno s 3. odstavkom 169. člena CRR, kar pomeni, da banka uporablja neposredne ocene PD za posamezne dolžnike in se slednje obravnavajo kot ocene, dodeljene bonitetnim razredom na zvezni bonitetni lestvici. Po tem členu je vsak $PD_i = p_i(\theta)$ svoj bonitetni razred, $i = 1, \dots, N$. Pričakovana vrednost za posamezen bonitetni razred i je $E(Y|\theta) = \sum_i y_i P(Y = 1|\theta) = p(\theta)$. Ker je v tem modelu $p_{01} = p(\theta)$, potem sledi, da je PD_i za vsak bonitetni razred dolžnika ocenjen na podlagi dolgoročnih povprečij enoletnih stopenj neplačila s pričakovano vrednostjo $E(Y|\theta) = p(\theta)$. Zaradi tega je lahko izpolnjena zahteva odstavka 1 (a) 180. člena CRR, kjer »institucije ocenjujejo PD za vsak bonitetni razred dolžnika na podlagi dolgoročnih povprečij enoletnih stopenj neplačil.«

V vseh drugih primerih, kjer vzorec, na katerem se ocenjuje model, ni slučajni (pod)vzorec vzorca, na katerem se izračuna dolgoročno povprečje enoletnih stopenj neplačila, enakost $p_{01} = p(\theta)$ ne bo veljala. V tem primeru je potrebna umeritev modela. Umeritev modela se običajno izvede tako, da se zagotovi omenjena enakost.

3.7 Izdelava modela

V (61) je dana logistična funkcija kot funkcija povezovanja, ki *poveže* linearno regresijsko enačbo v $g(\cdot)$ z enotskim intervalom, tj. verjetnostjo, in bo uporabljena v tej disertaciji za ocenjevanje PD. Izbira te funkcije za ocenjevanje $h_i(\theta)$ je do določene mere arbitrarna, lahko bi se uporabila katera koli funkcija iz McCullagh in Nelder (1989) za binarno odvisno spremenljivko. Binarna logistična regresijska funkcija se zaradi svoje sorazmerne preprostosti pogosto uporablja za ocenjevanje modela ogroženosti v diskretnem času (glej na primer Bauer & Agarwal, 2014; Campbell et al., 2008; Chava & Jarrow, 2004; Hillegeist et al., 2004; Hwang et al., 2013; Shumway, 2001).

CRR v 4. členu, 54. odstavku določa, da je PD verjetnost dogodka neplačila nasprotne stranke v obdobju enega leta. Zato mora model z neko verjetnostjo *napovedati* ta dogodek za eno leto naprej. Za to, da bi model izpolnjeval tudi bančne predpise, je ta določba tudi v tej disertaciji vodilo pri opredelitvi časovnega obdobja, za katerega se ocenjuje PD. Model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami bo tako napovedoval dogodek neplačila v $k + 1$ z neodvisnimi spremenljivkami, opazovanimi eno leto pred tem, v k .

3.7.1 Spremenljivke kreditnih epizod

V dosedanjih raziskavah pri napovedovanju stečajev ali dogodkov neplačila po vedenju avtorja te disertacije ni bilo obravnavanih vplivov, ki izhajajo iz teoretske osnove modelov ogroženosti v diskretnem času z večkratnimi epizodami. Zadevna teoretska osnova vodi v izrecno obravnavo učinkov večkratnih epizod, da se izpolnijo predpostavke od (i) do (iii) iz poglavja 3.5.

Kazalniki kreditnih epizod so v tej disertaciji obravnavani skladno s predlogi iz Willett in Singer (1995). Avtorja predlagata, da se te učinke obravnava kot zbir slamnatih spremenljivk, ki kažejo čas in kreditne epizode.

Naj bodo P_k slamnate spremenljivke, ki kažejo čas v kateri koli kreditni epizodi. P_k se dodeli vrednost 1, če je podjetje opazovano v k v kateri koli kreditni epizodi, sicer pa 0. To pomeni, da bo neko podjetje imelo vrednost 1 v vseh j kreditnih epizodah, če bo v teh epizodah opazovano v k . Na ta način se je tvorilo K slamnatih spremenljivk. Najvišji K , $\max(K_{ij})$, je lahko enak številu obdobji opazovanja v vzorcu, ki jih je v tej disertaciji 16.

Podobno se tvorijo slamnate spremenljivke, ki ločujejo čas med kreditnimi epizodami. Naj bodo tovrstne slamnate spremenljivke označene s S_j , kjer imajo vsa podjetja v j -ti epizodi dodeljeno vrednost na tej spremenljivki 1, sicer 0. Na ta način se tvori J slamnatih spremenljivk, ki kažejo kreditno epizodo, v kateri se neko podjetje nahaja.

Nadalje se opredelijo slamnate spremenljivke, ki kažejo število predhodnih neplačil za neko podjetje. Slednje je smiselno, saj S_j ne določa enolično, ali se je v j -ti kreditni epizodi za neko podjetje zgodil dogodek neplačila. Zaradi tega je teh slamnatih spremenljivk manj ali enako število, kot je število S_j . Naj bodo tovrstne slamnate spremenljivke označene z D_d , kjer se vsakemu podjetju dodeli vrednost 1, če je predhodno doživelo d neplačil, kjer sta D_{J-1} najvišje možno število predhodnih neplačil v opazovanem obdobju pri katerem koli podjetju in D_0 najnižje število predhodnih neplačil, enako 0. Opredelitev teh spremenljivk izhaja iz dejstva, da so večkratni neplačniki bolj tvegani kot podjetja, ki nikoli niso prešla v položaj neplačila, saj so zato, ker so bolj tvegana, večkrat prešla v položaj neplačila.

S tem, ko sta opredeljeni S in D , so implicitno opredeljene tudi slamnate spremenljivke, ki kažejo število predhodnih poplačil. Število predhodnih poplačil, R , je enako $R = S - (D + 1)$,

tj. razliki med številom kreditnih epizod nekega podjetja in številom predhodnih neplačil, povečanih za 1 (v prvi kreditni epizodi podjetje nima predhodne zgodovine). Podajamo preprost primer. Naj bo podjetje v svoji tretji kreditni epizodi, $S = 3$, in naj ima eno predhodno neplačilo, $D = 1$. Potem je število predhodnih poplačil enako 1.

Opredele se slamnate spremenljivke, ki kažejo čas, pretečen od začetka zadnjega položaja neplačila nekega podjetja. Označi se jih s $T_t = k_{j+1}(\text{leto}) - K_j(\text{leto})$, kjer se vsakemu podjetju dodeli vrednost 1, če je čas od začetka zadnjega položaja neplačila tega podjetja enak t , sicer 0. Najvišje število let, pretečenih od začetka zadnjega položaja neplačila v opazovanem obdobju, je lahko $K - 1$ ¹³ in najnižje 0, ki se dodeli podjetjem, ki v opazovanem obdobju niso nikoli prešla v položaj neplačila. Opredelitev teh spremenljivk izhaja iz intuicije, da se z oddaljevanjem od začetka predhodnega neplačila podjetje vedno bolj poslovno stabilizira, zaradi česar se tveganost dolžnika s pretečenim časom zmanjšuje.

Opisana teoretska osnova omogoča tvorjenje tudi drugih ali drugačnih spremenljivk, povezanih s kreditnimi epizodami in/ali z njimi povezanim časom. Te možnosti v tej disertaciji niso raziskane, tudi zaradi razloga, ki ga navaja Allison (1982), da bi moral za ocenjevanje vplivov pretekle zgodovine zadostovati že sorazmerno preprost model.

3.7.2 Finančne spremenljivke

Iz preteklih raziskav izhaja, da finančni kazalniki tvorijo dobro osnovo za napovedovanje neplačila (in stečaja). Zato v tej disertaciji predstavljajo ključni zbir neodvisnih spremenljivk v modelu. Vpliv finančnih kazalnikov je teoretsko in empirično ustrezno dokumentiran (na primer Altman, 1968; Chava & Jarrow, 2004; Hillegeist et al., 2004; Ohlson, 1980; Shumway, 2001; Zmijewski, 1984). V slovenskem bančnem sistemu so učinki finančnih kazalnikov na pojavitev neplačila opisani denimo v Volk (2013) ter Brezigar-Masten, Masten in Volk (2015). Prednost modelov ogroženosti je možnost, da se vključujejo časovno spreminjajoči se finančni kazalniki na ravni podjetja, s čimer se vključujejo vplivi časa na PD, kar bo uporabljeno tudi v tej disertaciji. Enako kot finančni kazalniki je kot intervalna spremenljivka vključena starost, čeprav je po svoji vsebini časovna spremenljivka.

Finančne neodvisne spremenljivke označimo z X_k , $k = 1, \dots, m$ je število vključenih tovrstnih spremenljivk in k čas, v katerem je vrednost na nekem X pri nekem podjetju opazovana.

3.7.3 Nefinančne spremenljivke

Poleg finančnih kazalnikov in časovnih spremenljivk se v model vključi nefinančne spremenljivke. Nefinančne spremenljivke so spremenljivke, ki opisujejo lastnosti podjetja, ki niso

¹³Podjetju, ki je prišlo v položaj neplačila v prvem obdobju prve kreditne epizode in na začetku opazovanega obdobja, preostane zgolj $K-1$ obdobji, v katerih je lahko opazovano v bančnem sistemu.

zajete v računovodskih izkazih in imajo lahko vpliv na oceno PD. Z vključevanjem nefinančnih spremenljivk v ocenjevanje PD odgovarjamo na raziskovalno vprašanje:

Ali vključitev nefinančnih spremenljivk v modelu ogroženosti v diskretnem času izboljša njegovo razločevalno in napovedno moč?

Preizkuša se naslednja ničelna domneva: vključevanje nefinančnih spremenljivk v model za ocenjevanje PD ne izboljša njegove razločevalne in napovedne moči. Domnevo bomo preizkusili s splošnim preizkusom razmerja verjetij ter 10-kratnim prečnim preverjanjem z AUC in Tjurjevim D.

Chava in Jarrow (2004) ugotavljata, da vključitev spremenljivke dejavnosti podjetja – v Sloveniji je dejavnost podjetja označena s standardno klasifikacijo dejavnosti (SKD) –, izboljšuje natančnost ocen PD. Volk (2013) pri ocenjevanju PD v slovenskem bančnem sistemu kot pojasnjevalno spremenljivko prav tako vključuje SKD, vendar izidi kažejo, da se razločevalna moč (AUC¹⁴) in napovedna moč (psevdo-R²) ne izboljšata pomembno. Kot imenska spremenljivka se SKD lahko vključuje v modeliranje kot zbir slamnatih spremenljivk, kjer je število slamnatih spremenljivk enako številu dejavnosti, kar bo uporabljeno tudi v tej disertaciji.

Med nefinančne spremenljivke je mogoče vključevati tudi t. i. tržne spremenljivke (na primer Bauer & Agarwal, 2014; Bharath & Shumway, 2008; Campbell et al., 2008; Duffie et al., 2007). Omenjeni avtorji v modele za ocenjevanje PD oziroma stečajev vključujejo kot pojasnjevalno spremenljivko t. i. *razdaljo-do-neplačila*, kar je dejansko (11) iz Mertonovega modela. Ali pa vključujejo posamezne parametre Mertonovega modela, kot denimo standardni odklon donosov na delnice podjetja (Shumway, 2001). V raziskavah ugotavljajo, da vključevanje tovrstnih spremenljivk statistično značilno izboljša natančnost ocen PD. Zaradi navedenega je za nadzornika nujno, da pozna teoretsko zgradbo Mertonovega modela, saj je šele tako mogoče ustrezno ocenjevati smiselnost vključitve tržnih spremenljivk v modele za ocenjevanje PD v pristopu IRB. Dodatna prednost poznavanja tega modela je tudi teoretska podlaga, ki omogoča tvorbo izpeljanih spremenljivk.

V drugem poglavju te disertacije je bilo ugotovljeno, da za slovenska podjetja Mertonovega modela ni mogoče uporabljati za ocenjevanje PD, ker so PD-ji podcenjeni in niso umerjeni na dolgoročno povprečje enoletnih stopenj neplačila. Ugotovljeno je bilo, da zaradi majhnega števila slovenskih kotirajočih podjetij Mertonovega modela ni mogoče smiselno vključiti kot pojasnjevalne spremenljivke. Vendar ta model podaja ustrezno teoretsko podlago za tvorjenje spremenljivk, ki se iz tega modela teoretsko lahko izpeljejo.

Vzemimo boniteto podjetja, ki jo dodeli določena banka določenemu dolžniku skladno s 5. členom Sklepa o ocenjevanju izgub iz kreditnega tveganja bank in hranilnic (Ur.l RS, št. 50/2015, v nadaljevanju Sklep o ocenjevanju izgub). V teoriji Mertonovega modela je to boniteto mogoče razumeti kot implicitno oceno PD iz (12). Za podjetje posledično implicitno

¹⁴Angleško *Area Under the ROC Curve*, Hosmer in Lemeshow (2000).

obstaja Brownovo gibanje njegovih sredstev, z implicitnim μ_A in σ_A . V kreditnem registru lahko za isto podjetje in v istem časovnem obdobju obstaja več različnih bonitetnih ocen oziroma več implicitnih ocen PD, če je do tega podjetja izpostavljenih več bank. Teoretsko je mogoče izpeljati, da so različni implicitni PD-ji ocenjeni na podlagi uresničitve implicitnega geometričnega Brownovega gibanja sredstev podjetja s parametroma μ_A in σ_A . Standardni odklon PD je funkcija σ_A , kar pokaže tudi Duan (1994) v enačbi (4.8). Iz tega nadalje sledi, da večji standardni odklon implicitnih ocen PD pomeni večji standardni odklon implicitnih naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetja, kar pomeni, da je kreditno tveganje tega podjetja povečano. Standardni odklon bonitet je potem teoretsko smiselna pojasnjevalna spremenljivka v modelu ogroženosti v diskretnem času, ki se uporabi tudi v tej disertaciji.

Med nefinančne spremenljivke je mogoče vključevati tudi kakovost upravljanja podjetja, rednost poravnavanja obveznosti do bank in drugih nebančnih upnikov, blokacije transakcijskih računov, število izpostavljenosti pri bankah v bančnem sistemu in podobno.

Vključevanje nefinančnih spremenljivk v ocenjevanje PD je razumljivo odvisno od obstoja podatkovnih virov, ki omogočajo tvorbo nefinančnih spremenljivk. Banke denimo v omejenem obsegu razpolagajo s podatki o določenem podjetju na ravni bančnega sistema. Na drugi strani regulator običajno ne razpolaga z natančnimi in/ali celovitimi podatki o kakovosti upravljanja nekega podjetja.

Nefinančne spremenljivke se označijo enako kot finančne.

3.7.4 Interakcije

Za to, da se v celoti opredeli model ogroženosti v diskretnem času, ki bo potem veljal za vsak $h_{ij}(k)$ iz (60) ali ekvivalentno za vsak $h_i(\theta)$ iz (65), je poleg vključitve zgoraj opredeljenih vrst spremenljivk treba upoštevati tudi interakcije med njimi. Model implicira J različnih vektorjev θ ali ekvivalentno J različnih modelov. To bi pomenilo, da se ločeno ocenjuje vsako kreditno epizodo, ki jim pripada točno določen vektor parametrov θ . Posledično bi to pomenilo, da ima vsaka kreditna epizoda lastno dinamiko, ki vpliva na pojavitev dogodka neplačila. Vendar je enake izide mogoče doseči z enim samim modelom, ki poleg vplivov posameznih spremenljivk vključuje tudi interakcije (Willett & Singer, 1995) teh spremenljivk s kreditnimi epizodami. Interakcije med spremenljivkami pomembno zapletejo model, saj se skokovito poveča število ocenjevanih parametrov v θ , za izvedene interakcije, tj. vsaka spremenljivka v modelu je v interakciji z vsako izmed slamnatih spremenljivk S_j . Slednje je nezaželena lastnost, saj model zaradi zapletenosti postane neintuitiven. Poleg tega so dogodki neplačila redki, zato je v vsaki naslednji kreditni epizodi opazovanih manj podjetij, vključitev interakcij pa bi zaradi navedenega vodila v nestanovitne ocene parametrov za te interakcije. V tej disertaciji se zato uporabi model brez interakcij.

3.7.5 Model

Na podlagi navedenega je model za oceno (60) ali ekvivalentno (65)

$$P(Y_{ij,k+1} = 1 | X_{ijk}, \theta) \equiv h_i(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-g(X_{ijk}, \theta)}}, \quad (79)$$

kjer je

$$\begin{aligned} g(X_{ijk}, \theta) \equiv & [\alpha_1 P_1 + \dots + \alpha_K P_K] \\ & + [\delta_1 S_1 + \dots + \delta_J S_J] \\ & + [\gamma_0 D_0 + \dots + \gamma_{J-1} D_{J-1}] \\ & + [\tau_0 T_0 + \dots + \tau_{K-1} T_{K-1}] \\ & + [\beta_1 X_{k,1} + \dots + \beta_m X_{k,m}], \end{aligned} \quad (80)$$

in so α , δ , γ , τ , β vektorji parametrov modela, θ . Model ne vključuje konstante, saj njegovo vlogo prevzamejo slamnate spremenljivke P , ki jih je mogoče razumeti kot specifikacijo osnovne ogroženosti, na primer Beck et al. (1998).

Tak model predpostavlja, da sta vpliv časa od vstopa v kreditno epizodo ter vpliv finančnih in nefinančnih spremenljivk enaka v vseh kreditnih epizodah. Slamnate spremenljivke P kažejo spremembo ravni ogroženosti glede na čas v kreditni epizodi, ob nespremenjenih preostalih vrednostih spremenljivk, s tem pa oceno o vplivu tega časa na oceno PD. Enako velja za vse preostale slamnate spremenljivke.

3.8 Podatki

V tem poglavju so opisani viri podatkov, populacija podjetij, na kateri se bo ovrednotil model, način opredelitve kazalnika položaja neplačila in ključne opisne statistike končne populacije podjetij.

3.8.1 Viri podatkov

Prvi vir so podatki iz kreditnega portfelja vseh slovenskih bank. To so podatki o vseh dolžnikih, do katerih je katera koli banka v slovenskem bančnem sistemu izpostavljena in ki jih od leta 2007 vse banke mesečno poročajo Banki Slovenije skladno s Sklepom o ocenjevanju izgub. Pred tem so se tovrstni podatki pošiljali Banki Slovenije na tri mesece. Podatkovna struktura teh poročil je tako *dolžnik-obdobje-banka*, kjer je tokrat *obdobje* enako obdobju poročanja, naj bo imenovano z x . Ta poročila vsebujejo tudi informacijo o razvrstitvi dolžnika

v bonitetno skupino skladno s 5. členom Sklepa o ocenjevanju izgub, iz katere je mogoče ugotoviti, ali je podjetje v nekem k prešlo v položaj neplačila. Navedeno zagotavlja, da je mogoče izračunati dolgoročno povprečje enoletnih stopenj neplačila, ki je pravo za populacijo podjetij, ki je predmet ocenjevanja PD. Ta vir podatkov tudi zagotavlja, da je mogoče v opazovanem obdobju, od vključno leta 1999 do vključno leta 2014, pravilno določiti začetek in konec kreditnih epizod oziroma vsak k in vsak j . Iz podatkov kreditnega registra je mogoče tvoriti nefinančne spremenljivke, na primer volatilitnost bonitetnih ocen določenega dolžnika v nekem k , število izpostavljenosti nekega dolžnika itd. Velja omeniti, da je v letu 2007 prišlo do upada števila dolžnikov v kreditnem registru. Od takrat so predpisi dovoljevali, da dolžniki z izpostavljenostjo manjšo od 500 EUR niso vključeni v kreditni register. Vendar bi bilo mogoče oceniti, da zaradi majhne pomembnosti neopazovanih dolžnikov reprezentativnost podatkov ni pod vprašajem.

V obdobju od leta 1998 do leta 2014 je v bankah v kreditni register vključenih nekaj manj kot 7 mio enot opazovanj. Od tega je dobrih 4 mio enot opazovanj, ki jih ustvarjajo nefinančne družbe.

Drugi vir so podatki o finančnih izkazih, podatki poslovnega registra in registra transakcijskih računov, ki jih zbira in hrani AJPES. Ti podatki zajemajo vsa podjetja s sedežem v Republiki Sloveniji, ki so po Zakonu o gospodarskih družbah obvezana, da AJPES-u pošiljajo svoje finančne izkaze. Slednje zagotavlja, da so podatki pri razvoju modela reprezentativni za populacijo podjetij s sedežem v Republiki Sloveniji. Ti podatki so strukturirani v obliki *podjetje-leto*. Finančni izkazi so sporočeni granularno, na ravni posameznih postavk finančnih izkazov, zato je mogoča poljubna tvorba finančnih kazalnikov.

V obdobju od leta 1998 do leta 2013 je enot opazovanja nekaj manj kot 750 tisoč, od tega okoli 98 % nefinančnih družb. Za to, da se podatki iz kreditnega registra in iz poslovnega registra lahko združijo na ravni *podjetje-leto*, se je podatke kreditnega registra smiselno združilo. Natančneje bo to združevanje opisano v podpoglavju 3.8.3.

Združevanje različnih virov podatkov na ravni določenega podjetja v določeni časovni točki je omogočeno z matično številko podjetja, datumom bilance in datumom poročanja v kreditni register. Na ta način je mogoče določenemu podjetju v določeni časovni točki dodeliti vse bistvene značilnosti, ki zanj veljajo v tej časovni točki.

3.8.2 Opredelitev populacije

V tej disertaciji je predmet zanimanja omejen na podjetja, ki so nefinančne družbe. To so podjetja, ki so po standardni klasifikaciji institucionalnih sektorjev (SKIS) razvrščena v sektor 11.

S tem je mogoče opredeliti populacijo podjetij, na kateri se bo vrednotil model ogroženosti v

diskretnem času. Populacijo sestavljajo nefinančne družbe s sedežem v Republiki Sloveniji, ki so v nekem k izpostavljene do katere koli banke v slovenskem bančnem sistemu.

3.8.3 Opredelitev položaja neplačila

Podatki o položaju neplačila so se v tej disertaciji pridobili iz kreditnega registra. Banke so v opazovanem obdobju morale razvrščati vse dolžnike, do katerih so bile izpostavljene, v bonitetne skupine skladno s prej navedenima členoma. Bonitetna razreda D in E sta v Sklepu o ocenjevanju izgub opredeljena z:

»(5) V skupino D se razvrstijo finančna sredstva oziroma prevzete obveznosti po zunajbilančnih postavkah do dolžnikov:

- (a) za katere obstaja velika verjetnost izgube dela finančnega sredstva oziroma plačila po prevzeti obveznosti,
- (b) pri katerih je banka zaznala občutno poslabšanje kreditne kvalitete in v zvezi s tem oblikovala oslabitve oziroma rezervacije,
- (c) za katere je banka v računovodskih izkazih prenehala obračunavati obresti,
- (d) pri katerih je banka že utrpela pomembno ekonomsko izgubo ob odpisu ali prodaji njihovih finančnih sredstev,
- (e) katerih finančna sredstva je banka restrukturirala v skladu z 21. členom tega sklepa, pri čemer je prišlo oziroma je verjetno, da bo prišlo do odpusta pomembnega dela finančne obveznosti dolžnika,
- (f) ki plačujejo obveznosti z zamudo nad 90 do 360 dni,
- (g) ki so nesolventni,
- (h) za katere je bil pri pristojnem sodišču vložen predlog za začetek postopka prisilne poravnave ali stečaja,
- (i) ki so v postopku prisilne poravnave ali stečaja.

(6) V skupino E se razvrstijo finančna sredstva oziroma prevzete obveznosti po zunajbilančnih postavkah do dolžnikov:

- (a) ki imajo enake značilnosti kot dolžniki, katerih finančna sredstva oziroma prevzete obveznosti so razvrščene v skupino D, vendar se zanje ocenjuje, da terjatve do njih sploh ne bodo poplačane,
- (b) s sporno pravno podlago,

(c) ki plačujejo obveznosti z zamudo nad 360 dni.«

Ugotoviti je mogoče, da sta bonitetni skupini D in E okvirno skladni z opredelitvijo 178. člena CRR, zaradi česar se v tej disertaciji obravnava, da je podjetje i v času x znotraj k pri banki b v položaju neplačila, če ga je banka b razvrstila v eno izmed teh dveh bonitetnih skupin.

Ker so podatki iz kreditnega registra strukturirani v obliki *dolžnik-obdobje-banka* ter se lahko neko podjetje v neki časovni točki x pojavi večkrat in tudi večkrat v posameznem k , je bilo za pretvorbo v strukturo *dolžnik-obdobje*, kjer je tokrat časovno obdobje enako k , treba za vsak k enolično opredeliti kazalnik položaja neplačila. Podjetje je bilo tako v k opredeljeno kot neplačnik, če je kadar koli znotraj k pri kateri koli banki prešlo v položaj neplačila

$$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{podjetje } i \text{ je vsaj v enem } x \text{ znotraj } k \\ & \text{pri vsaj eni banki prešlo v položaj neplačila,} \\ 0 & \text{vse drugo.} \end{cases}$$

Način opredelitve položaja neplačila za podjetje i v nekem k je zato določalo združevanje podatkov kreditnega registra. Ko so bili podatki kreditnega registra združeni v strukturo *podjetje-let*, se jih je združilo s podatki iz poslovnega registra. Na ta način so se združili podatki iz vseh treh virov podatkov, struktura podatkov pa je bila potem *podjetje-let*.

3.8.4 Postopek opredelitve podatkov za ocenjevanje parametrov modela

Za ocenjevanje parametrov modela se je izhajalo iz podatkov, ki so od leta 1998 do leta 2014 vključevali 440.651 enot, *podjetij-let*. Skladno z opredelitvijo časovnega horizonta ocenjevanja v (79) se je vsaki enoti opazovanja dodelila vrednost na kazalniku neplačila za obdobje $k + 1$, če je za to obdobje obstajal podatek o tem položaju. Nekaterim enotam ni bilo mogoče dodeliti vrednosti na kazalniku položaja plačila/neplačila v $k + 1$, saj banke do podjetij v tej časovni enoti niso bile izpostavljene. Te enote opazovanja so bile izločene iz vzorca, saj nimajo vrednosti na odvisni spremenljivki. Po tem koraku je bilo enot opazovanja 394.853. Nadalje so se izločile enote opazovanja v tistem obdobju k , ki neposredno sledi obdobju $k - 1$, v katerem so podjetja prešla v položaj neplačila ali so ostala v položaju neplačila, in se je položaj neplačila nadaljeval tudi v $k + 1$. Skladno z opredelitvijo kreditnih epizod niso bile izločene enote v tistem obdobju k , v katerem so podjetja prešla v položaj neplačila ali so ostala v položaju neplačila, vendar so do konca obdobja k ozdravela in prešla v naslednje obdobje, $k + 1$, v položaju plačila. S tem je mogoče ustrezno opisati dejanski položaj podjetja, ki preide iz položaja neplačila v položaj plačila in mora banka zanj ocenjevati PD. Banka s pristopom IRB mora namreč ocenjevati PD-je za vsa podjetja, ki so v položaju plačila, torej tudi za tista, ki so ravnokar prešla v položaj plačila. Po tem koraku je bilo v vzorcu 349.991

enot.

Po tem koraku je bilo mogoče vsaki enoti opazovanja dodeliti spremenljivke kreditnih epizod skladno z opredelitvijo kreditnih epizod v poglavju 3.7.1. Ko se je podjetje prvič pojavilo v bančnem sistemu, se je začelo prvo obdobje njegove prve kreditne epizode. V opazovanem vzorcu se prvo obdobje prve kreditne epizode začne najprej na začetku junija 1999 in traja do konca maja 2000. Zaradi časovnega horizonta napovedovanja neplačila je moralo podjetje živeti in imeti finančne izkaze že eno obdobje pred prvim obdobjem svoje prve kreditne epizode. Za prvo obdobje v vzorcu so to finančni izkazi po stanju konec leta 1998. Ko je izhodiščno stanje določeno, tj. prvo obdobje prve kreditne epizode, lahko vrednosti na spremenljivkah kreditnih epizod dodeljujemo skladno z obstojem podjetij v obdobjih in skladno z dogodki, ki označujejo začetek ali konec kreditnih epizod. Ko denimo podjetje prvič v določeni kreditni epizodi preide iz položaja plačila v položaj neplačila, je to zadnje obdobje te kreditne epizode. To se lahko zgodi že v prvem obdobju določene kreditne epizode. Ohranitev te strukture je pomembna, saj je nadaljnje izključevanje manjkajočih vrednosti, zaradi manjkajočih vrednosti na finančnih kazalnikih, mogoče šele, ko so epizodne spremenljivke pravilno ohranjene (Beck et al. 1998).

V nadaljevanju so se izločile enote opazovanja, za katere v nekem k niso obstajali finančni podatki. Če ni finančnih podatkov v k , potem ni mogoče z modelom ocenjevati PD za obdobje $k + 1$. Razlog je lahko v tem, da ta podjetja dejansko v enem ali več obdobjih niso oddala teh podatkov AJPEŠ-u. Glede na določbo odstavka 1 (a) 173. člena CRR, po katerem mora banka v okviru procesa odobritve posla vsakega dolžnika razvrstiti v bonitetni razred dolžnika, to pomeni, da se izloči tista podjetja, ki jih s tem modelom ni mogoče razvrstiti na bonitetno lestvico dolžnikov, saj finančni izkazi manjkajo v celoti. Ta podjetja so lahko drugačna od podjetij, ki finančne izkaze poročajo AJPEŠ-u, zaradi česar je treba za taka podjetja v pristopu IRB razviti druga orodja razvrščanja na bonitetno lestvico. Po izločitvi teh enot je bila velikost vzorca 332.546 enot.

Izločena so bila podjetja, ki so v določenem k imela manj kot 50 tisoč EUR sredstev, in to zaradi enakih razlogov, kot jih navaja Hayden (2011). Pri tovrstnih mikro podjetjih je kreditna kakovost odvisna prav toliko od finančnih izkazov kot od samih podjetij, tj. posebnosti delovanja upravljavcev teh podjetij, ki niso vsebovane v finančnih izkazih. Meja izločitve je bila določena arbitrarno, zasledovalo se je ravnotežje med zmanjševanjem neinformativnosti finančnih izkazov teh podjetij, torej šumom v podatkih, in zmanjševanjem vzorca. Izločila so se tudi podjetja, ki še niso poslovala eno celo leto, zaradi česar finančni izkazi takih podjetij niso reprezentativni za nek k . Po tem koraku je bila velikost populacije 259.357 enot, kar je bila tudi končna velikost vzorca.

Model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami je tako dosleden za nefinančna podjetja s sedežem v Republiki Sloveniji s sredstvi nad 50 tisoč EUR, ki so stara leto ali več, so izpostavljena do katere koli banke v slovenskem bančnem sistemu in so poročala finančne izkaze AJPEŠ-u.

Na tem vzorcu lahko na posameznih neodvisnih spremenljivkah obstajajo manjkajoče vrednosti. V tej disertaciji se je za tovrstne enote opazovanja manjkajoče vrednosti nadomeščalo z metodo ujemanja napovedanih povprečij (angleško *predictive mean matching*, *pmm*, Little, 1988). Vstavljanje je bilo izvedeno s paketom *mice* (angleška kratica za *multivariate imputations by chained equations*) v programu R (R Core Team, 2016). Natančno je algoritem vstavljanja opisan v Vink, Frank, Pannekoek in van Buuren (2014). *pmm* je primerna za obsežne podatke in polzvezne oziroma delnozvezne (angleško *semicontinuous*) spremenljivke, ki so zgoščene v določenih vrednostih, in zvezne v preostalih. Primeri delnozveznih spremenljivk s točkovnimi gostotami (angleško *point masses*) pri vrednosti nič so denimo prihodki, število zaposlenih itd. Glede na dobro delovanje te metode (glej Vink et al., 2014) se zdi primerna kot metoda vstavljanja manjkajočih vrednosti tudi v tej disertaciji. Na ta način se je nadomeščalo manjkajoče vrednosti za finančne in nefinančne spremenljivke. Z nadomeščanjem manjkajočih vrednosti se zagotovi, da ne pride do nadaljnjega zmanjšanja obsega podatkov. Delež manjkajočih vrednosti pri obravnavanih spremenljivkah v tej disertaciji je podan v prilogi 2.

V spodnji tabeli 11 je prikazano gibanje stopnje neplačila po letih. Jasno je razviden skok stopnje neplačila v obdobju gospodarske krize v letih od 2008 do 2013.

Tabela 11: Število dolžnikov in stopnja neplačila po letih

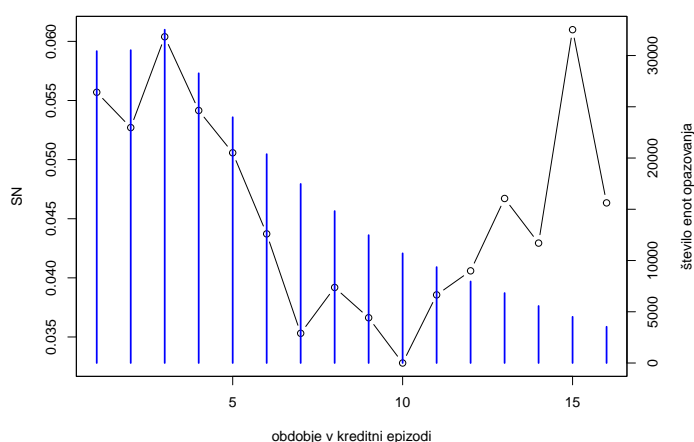
Leto, k	Št. plačnikov v $k + 1$	Št. neplačnikov v $k + 1$	Stopnja neplačila
1998	10.563	304	0,028
1999	11.446	485	0,041
2000	12.580	576	0,044
2001	14.124	746	0,050
2002	14.647	667	0,044
2003	15.748	660	0,040
2004	16.443	504	0,030
2005	16.981	673	0,038
2006	15.913	530	0,032
2007	17.149	740	0,041
2008	17.463	1.059	0,057
2009	17.542	1.165	0,062
2010	17.408	1.134	0,061
2011	17.125	1.100	0,060
2012	16.119	1.323	0,076
2013	15.516	924	0,056
Skupaj	246.767	12.590	0,049

3.8.5 Osnovne opisne statistike kreditnih epizod

V spodnjih slikah so prikazane spremenljivke kreditnih epizod, kjer je mogoče videti osnovni odnos z neplačilom in pojavnost posameznih značilnosti epizod.

V opazovanem obdobju se kaže, da več podjetij prehaja v položaj neplačila ob začetkih in koncih kreditnih epizod, slika 13. Slednje je lahko posledica pojava gospodarske krize, ki je nastopila proti koncu opazovanega obdobja in je vplivala na stopnjo neplačila pri tistih podjetjih, ki so bila v celotnem opazovanem obdobju v zgolj eni kreditni epizodi. S potekom časa v kreditni epizodi število enot opazovanja enakomerno pada.

Slika 13: Opisne statistike časa v kreditni epizodi

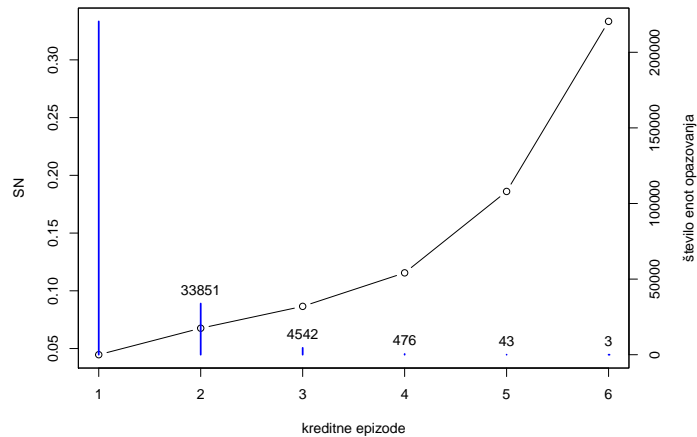


Legenda: Os x prikazuje časovne enote znotraj kreditnih epizod. $K = 16$. Leva os y prikazuje stopnjo neplačila (SN) v k , v črni barvi. Desna os y prikazuje v modri barvi število enot opazovanja v k .

S povečevanjem števila kreditnih epizod stopnja neplačila rahlo narašča, slika 14, kar je deloma posledica učinkov večkratnih neplačnikov, ki se jim s povečevanjem predhodnih neplačil in zato s povečevanjem števila epizod stopnja neplačila povečuje. Lahko pa je povečevanje deloma posledica ekonomske recesije, ki je nastopila v zadnjih obdobjih opazovanja. Približno 15 % enot opazovanja ima več kot eno kreditno epizodo, torej nekaj več kot 35.000 enot opazovanja.

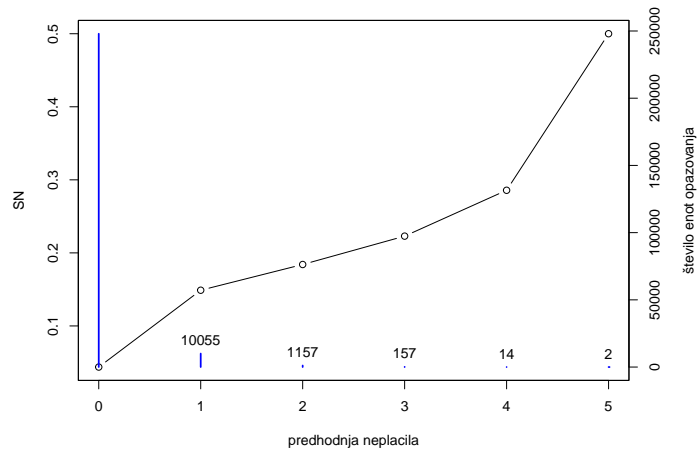
Po pričakovanju se s številom predhodnih neplačil povečuje verjetnost za naslednje neplačilo, kar je razvidno v sliki 15. Stopnja neplačila s povečevanjem predhodnih neplačil raste hitreje, kot stopnja neplačila s povečevanjem kreditnih epizod. To je razumljivo, saj povečevanje števila kreditnih epizod ni nujno izid predhodnega neplačila. Razvidno je, da ima nekaj nad 4 % enot v vzorcu večkratna neplačila, kar pomeni nekaj nad 11.000, pri čemer število enot s povečevanjem števila predhodnih neplačil hitro pada.

Slika 14: Opisne statistike kreditnih epizod



Legenda: Os x prikazuje število kreditnih epizod. $J = 6$. Leva os y prikazuje stopnjo neplačila v j , v črni barvi. Desna os y prikazuje v modri barvi število enot opazovanja v j .

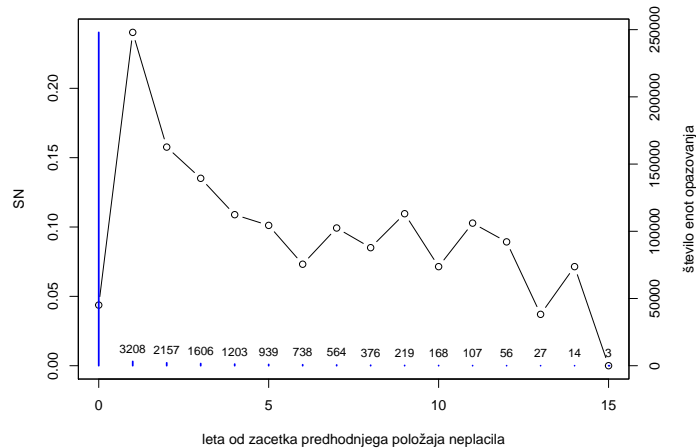
Slika 15: Opisne statistike predhodnih neplačil



Legenda: Os x prikazuje število predhodnih neplačil. $D_{J-1} = 5$. Leva os y prikazuje stopnjo neplačila v d , v črni barvi. Desna os y prikazuje v modri barvi število enot opazovanja v d .

Na sliki 16 se vidi, da se z oddaljevanjem časa od začetka predhodnega neplačila stopnja neplačila zmanjšuje, kar je skladno z intuicijo, da se je podjetje uspelo stabilizirati. Od približno 5. leta od začetka predhodnega položaja neplačila postane stopnja neplačila volatilna, kar nakazuje, da samo oddaljevanje od tega leta naprej ni več informativno.

Slika 16: Opisne statistike časa od začetka predhodnega položaja neplačila



Legenda: Os x prikazuje število let od začetka predhodnega neplačila. $T_{K-1} = 15$. Leva os y prikazuje stopnjo neplačila v t , v črni barvi. Desna os y prikazuje v modri barvi število enot opazovanja v t .

3.9 Ocenjevanje

V ocenjevanje je bilo vključenih okoli 130 finančnih kazalnikov in nefinančne spremenljivke. Finančni kazalniki in nefinančne spremenljivke so bili podvrženi preizkusu linearnosti, razločevalne moči in multikolinearnosti. Preizkus linearnosti se izvede zaradi predpostavk modela, kjer se predpostavlja, da naravni logaritem obetov za nastanek dogodka neplačila narašča ali pada linearno glede na naraščanje ali padanje vrednosti nekega finančnega kazalnika. S tem preizkusom pridobimo osnovni pregled in intuicijo glede razločevalne in napovedne moči posameznega finančnega kazalnika. Analiza korelacije finančnih kazalnikov omogoča pregled nad skupinami finančnih kazalnikov, ki močno korelirajo, in njihovo izločitev iz nadaljnje analize.

3.9.1 Preizkus linearnosti in transformacije spremenljivk

Zaradi velikega števila finančnih kazalnikov se najprej izloči spremenljivke, ki paroma korelirajo zunaj $\pm 0,95$. To zagotavlja izvedbo vstavljanja manjkajočih vrednosti, saj sicer prihaja do singularnosti korelacijske matrike, ki jo algoritem *pmm* uporablja pri vstavljanju manjkajočih vrednosti, in zato algoritem ne konvergira oziroma se vstavljanje ne more izvesti. Po tem koraku je ostalo 77 spremenljivk za nadaljnjo analizo. Nato se izvede vstavljanje manjkajočih vrednosti z opisanim postopkom. Za vstavljanje uporabimo vse spremenljivke, to pomeni, da so vstavljene manjkajoče vrednosti izid informacij vseh vključenih spremenljivk. Osnovne opisne statistike spremenljivk z vstavljenimi manjkajočimi vrednostmi na podlagi metode *pmm* so v prilogi 2.

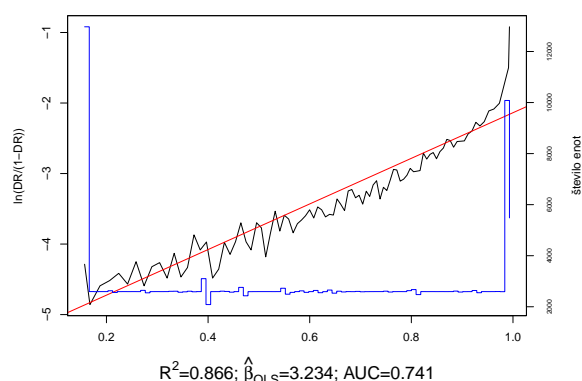
Nato smo spremenljivke krnili oziroma pristrigili. V tem primeru je izraz krnjen uporabljen kot prevod za angleški izraz *winsorization*. Krnjenje se običajno uporablja za zmanjševanje vplivov osamelcev (na primer Bauer & Agarwal, 2014; Campbell et al., 2008). Spremenljivke so bile po vzoru Campbell et al. (2008) krnjene pri 5 in 95 % vrednosti, upošteva je celoten vzorec. To pomeni, da se je vsem vrednostim neke spremenljivke, ki so bile nižje od 5 percentila oziroma višje od 95 percentila celotne zaloge vrednosti te spremenljivke v opazovanem obdobju, dodelila vrednost tega percentila. Krnjenje se je izvedlo na vseh spremenljivkah.

Preizkus linearnosti se je izvedel na spremenljivkah z vstavljenimi manjkajočimi vrednostmi in po krnjenju. Izvedba preizkusa linearnosti po krnjenju omogoča intuicijo o krnjenih spremenljivkah, ki bodo vstopale v končni model. Pri tem je bila vsaka spremenljivka kategorizirana v kategorije: 5 % najnižjih vrednosti je zaradi krnjenja v prvi kategoriji, 5 % najvišjih vrednosti je v zadnji kategoriji, od 5. do 95. percentila pa so bile spremenljivke kategorizirane v percentilne kategorije. Pri nekaterih spremenljivkah je zaradi zgoščenosti posameznih vrednosti teh kategorij manj kot pri spremenljivkah, ki niso zgoščene pri posameznih vrednostih. Vsem enotam znotraj določene kategorije se je dodelila povprečna vrednost spremenljivke v tej kategoriji. Za vsako kategorijo je bila izračunana povprečna stopnja neplačila, DR . Potem je bila ocenjena regresija OLS (angleško *ordinary least squares*) z enačbo $\ln(DR/(1 - DR)) = \alpha + \beta_{OLS} \times$ kategorizirana spremenljivka. Analiza je pokazala, da nekatere spremenljivke kljub sorazmerno dobri stopnji linearnosti, glede na R^2 , izkazujejo nelinearnost pri najnižjih/najvišjih vrednostih, kar pomeni skok stopnje neplačila pri teh vrednostih. Zato se je dodatno tvorilo nekatere slamnate spremenljivke, s katerimi se je te skoke skušalo opisati. Na ta način sta bili tvorjeni slamnati spremenljivki *negativni kapital* in *izguba*: če je neka enota opazovanja v nekem k izkazovala negativni kapital, ji je bila na tej spremenljivki dodeljena vrednost 1, sicer 0; enako tudi v primeru, če je enota opazovanja izkazovala izgubo. Tvorba slamnate spremenljivke negativni kapital je smiselna tudi z vidika Zakona o finančnem poslovanju, postopkih zaradi insolventnosti in prisilnem prenehanju (Ur. l. RS, št. 100/2013, v nadaljevanju: ZFPPIPP). V 11. členu ZFPPIPP je dolgoročna plačilna nesposobnost dolžnika opredeljena med drugim s tem, da je vrednost premoženja podjetja manjša od vsote njegovih obveznosti, če ima torej dolжник negativni kapital. Slika 17 prikazuje izid preizkusa linearnosti pri finančnem kazalniku *dolg / sredstva*. Tabeli P12 in P13 v prilogi podajata izide navedenega preizkusa linearnosti. Slamnate spremenljivke *negativni kapital* nismo krnili.

Za celovitejšo informacijo o posameznih spremenljivkah se je izvedel preizkus napovedne moči tudi na nekategoriziranih, vendar krnjenih spremenljivkah. Za vsako spremenljivko se je izvedel preizkus z modelom $P(Y = 1 | \text{krnjena spremenljivka}) = 1 / (1 + \exp(-(\alpha + \beta_{GLM} \times \text{krnjena spremenljivka})))$, kjer je Y odvisna spremenljivka (0 – položaj plačila, 1 – položaj neplačila), $\hat{\beta}_{GLM}$ je ocenjen parameter modela. Izidi preizkusa so podani v tabelah P12 in P13 v prilogi 2.

Nekateri avtorji, na primer Kane, Richardson, in Meade (1998) ter Falkenstein (2002), nava-

Slika 17: Preizkus linearnosti



Legenda: Preizkus linearnosti spremenljivke *dolg / sredstva*. Število enot opazovanja v vsaki kategoriji prikazuje modra črta, desna os y . Leva os y s črno črto prikazuje logaritme obetov, $\ln(DR/(1 - DR))$, po kategorijah. Os x prikazuje vrednosti spremenljivke. Ocenjena je regresija OLS z enačbo $\ln(DR/(1 - DR)) = \alpha + \beta_{OLS} \times$ kategorizirana spremenljivka. $\hat{\beta}_{OLS}$ prikazuje rdeča črta, $N = 259.357$. Razviden je skok $\ln(DR/(1 - DR))$ pri visokih vrednostih spremenljivke.

jajo prednosti kategoriziranja spremenljivk pri ocenjevanju PD, saj so ocene bolj robustne. Vendar zaradi tega, ker v tej disertaciji učinki kategorizacije niso predmet zanimanja, v modelu kategorizirane spremenljivke niso vključene.

Za ocenjevanje parametrov modela so se izvedle spremembe na spremenljivkah kreditnih epizod. Spremenljivke kreditnih epizod so bile zaradi majhnega števila enot v določenih časovnih enotah spremenjene na način, da se je te časovne enote združevalo. Združilo se je slamnate spremenljivki D_3, \dots, D_5 v D_3 . Združilo se je slamnate spremenljivke T_5, \dots, T_{15} v T_5 , saj v tem času spremenljivka ni več informativna zaradi precejšnje volatilnosti stopnje neplačila. Slamnate spremenljivke S_4, \dots, S_6 se je združilo v S_4 zaradi majhnega števila enot v 5. in 6. kreditni epizodi.

3.9.2 Izidi ocenjevanja

Končni model mora vsebovati spremenljivke kreditnih epizod, saj so učinki kreditnih epizod ključni predmet raziskave v tej disertaciji. Prav tako mora končni model vključevati finančne spremenljivke, ki se skozi celotno zgodovino napovedovanja kreditnih dogodkov izkazujejo kot pomembni napovedovalci (prediktorji) kreditnih dogodkov. Model mora vključevati tudi nefinančne spremenljivke, saj želimo raziskovati tudi njihov vpliv na pojavitev dogodka neplačila. Spremenljivke v končnem modelu so izbrane na podlagi predhodnih analiz in raziskav.

Ovrednotenih je pet modelov, ki jih prikazuje tabela 12. Osnovni model je *model 1* iz (80). Prvi trije modeli, od *modela 1* do *modela 3*, vključujejo spremenljivke kreditnih epizod, različno pa so vključene nefinančne spremenljivke. V prvih treh modelih se primerja vplive

posebej slamnatih spremenljivk SKD in preostalih nefinančnih spremenljivk na razločevalno in napovedno moč modelov. Modeli so ovrednoteni na istem vzorcu, vključujoč podjetja z večkratnimi neplačniki.

Model 4 in *model 5* ne vključujeta spremenljivk kreditnih epizod, finančne in nefinančne spremenljivke pa so vedno vključene. Razlika med *modelom 4* in *modelom 5* je v vzorcu. Prvi je ovrednoten na celotnem vzorcu, drugi pa na vzorcu, v katerem so podjetja s ponavljajočimi neplačili izključena. Na podlagi tako opredeljenih modelov je mogoče primerjati (i) vpliv nefinančnih spremenljivk na oceno PD in (ii) vpliv spremenljivk kreditnih epizod oziroma vpliv večkratnih neplačnikov na oceno PD.

Izidi ocenjevanja kažejo, da imajo vse vključene spremenljivke vpliv na dogodek neplačila, ki je statistično značilno različen od nič. Slamnate spremenljivke P kažejo, da se PD giblje ciklično prek celotnega trajanja kreditne epizode, kar je razvidno že v sliki 13. Po osmem letu v kreditni epizodi PD v povprečju narašča dokaj enakomerno. Deloma je to mogoče pojasniti z intuicijo, da podjetja, ki dalj časa ostajajo v kreditni epizodi, ne uspejo ustvariti dovolj denarnega toka za poplačilo kreditov v krajšem obdobju, zaradi česar so bolj izpostavljena tveganju neplačila. Dinamika je v modelih od 1 do 3 podobna. Slamnate spremenljivke D , kjer je D_0 referenčna slamnata spremenljivka, kažejo, da PD narašča, če je podjetje predhodno že bilo v položaju neplačila, kar je skladno s pričakovanji. Večkrat je bilo podjetje predhodno v položaju neplačila, višja je verjetnost ponovnega prehoda v položaj neplačila. PD kot funkcija časa od začetka predhodnega položaja neplačila pada, kar kažejo slamnate spremenljivke T , kjer je T_5 referenčna slamnata spremenljivka¹⁵. To potrjuje intuicijo, da se z oddaljevanjem od začetka predhodnega neplačila podjetje vedno bolj poslovno stabilizira, zaradi česar se tveganost dolžnika s pretečenim časom zmanjšuje. Zlasti v prvih dveh obdobjih po začetku zadnjega položaja neplačila je razvidno, da imajo podjetja statistično značilno višje PD-je kot podjetja, ki so oddaljena pet in več let. Slamnate spremenljivke S , kjer je S_1 referenčna slamnata spremenljivka, ne kažejo trenda naraščanja ali padanja, kar je intuitivno, saj vstop v novo kreditno epizodo ne pomeni povišanega tveganj, če pri tem nadziramo predhodno število neplačil oziroma čas od začetka zadnjega neplačila. Razviden pa je višji PD v tretji kreditni epizodi glede na prvo kreditno epizodo, pri *modelu 1* in *modelu 2*. V izvedeni dopolnilni analizi, ki je ne podajamo v tej disertaciji, se kaže, da so v S_3 vsebovani učinki gospodarske recesije v letih od 2008–2013, kar smo nadzirali s slamnato spremenljivko za to obdobje, ceteris paribus. V *modelu 3* so vplivi (predznaki) slamnatih spremenljivk S obrnjeni glede na *model 1* in *model 2*. Izidi kažejo, da je to posledica učinka starosti. Če se namreč spremenljivka *starost* (skupaj s preostalimi nefinančnimi spremenljivkami) umakne iz modela, potem so učinki starosti vsebovani v slamnatih spremenljivkah D , T in S , kar je mogoče opaziti v značilni spremembi $\hat{\beta}$ prek modelov za spremenljivko *starost*. To je mogoče pojasniti s tem, da s pretekom opazovanega obdobja naraščata tako starost kot število kreditnih epizod. Na

¹⁵Iz modeliranja izpade tudi T_0 , saj gre za identično spremenljivko, kot D_0 . Referenčna zato postane spremenljivka iz nabora od T_1 do T_5 , ki je linearna kombinacija preostalih slamnatih spremenljivk iz tega nabora.

podlagi navedenega se kaže, da število kreditnih epizod nima pomembnega vpliva na PD, če ustrezno nadziramo ostale časovne vplive. S tem, ko v model hkrati vključujemo slamnate spremenljivke S in D , nadziramo tudi učinke morebitnega informativnega desnega krnjenja, kot je pokazano v poglavju 3.3.3.

Vključeni finančni kazalniki izkazujejo ustrezne odnose s pojavitvijo dogodka neplačila v vseh petih modelih. V postopku razvoja in ovrednotenja modela se je izkazalo, da te finančne spremenljivke delujejo najboljše v tem multivariatnem modelu. Vključeni so finančni kazalniki, ki opisujejo najpomembnejše strukture finančnega položaja podjetij: finančni vzvod, likvidnost, denarni tok, uspešnost. Bolj zadolžena podjetja imajo višji PD, kar kaže kazalnik *dolg / sredstva*. Tak vpliv je mogoče utemeljiti s teorijo Mertonovega modela, v katerem višji delež dolga pomeni višjo vrednost $\ln(L/A_n)$ in zato višjo verjetnost, da bo $\ln(A_T)$ čez eno leto nižja od $\ln(L)$, ob nespremenjenih parametrih Brownovega gibanja, oziroma višji PD. Zaradi tega so kazalniki finančnega vzvoda najpomembnejši kazalniki kreditne kakovosti podjetja, na katerega se opirajo tudi banke. To potrjujejo izidi. Podobno kaže kazalnik *krat. fin. obveznosti / prihodki*: višje so kratkoročne finančne obveznosti glede na prihodke, višji je PD, saj mora podjetje razporediti več prihodkov za poravnavanje teh obveznosti in manj za preostale dejavnosti podjetja, denimo za naložbe ali za krepitev kapitalskega položaja. Višji delež skupnih finančnih naložb v sredstvih pomeni tudi višji PD, kot kaže kazalnik *fin. naložbe / sredstva*. To je intuitivno, saj primarna dejavnost nefinančnih družb, ki sestavljajo opazovano populacijo podjetij, niso finančne naložbe. Denarni tokovi iz finančnih naložb so funkcija delovanja podjetij, v katera so podjetja naložila svoj denar (finance). Visoka stopnja neplačila v slovenskem bančnem sistemu v času gospodarske krize potem logično povzroči, da finančne naložbe nefinančnih podjetij ne ustvarijo dovolj denarnega toka za to, da bi podjetja poplačevala kredite. Nadalje je razvidno, da imajo podjetja z višjimi čistimi prihodki od prodaje glede na kratkoročne poslovne obveznosti nižji PD, kar je pričakovano, saj taka podjetja lažje izpolnjujejo poslovne obveznosti. Podobno imajo podjetja z višjimi čistimi prihodki glede na sredstva nižji PD. V Mertonovem modelu negativni kapital opredeli dogodek neplačila, zato je bilo pričakovati, da negativni kapital vpliva na dogodek neplačila tudi v modelu ogroženosti v diskretnem času. Če ima podjetje negativni kapital, se PD tega podjetja pomembno poveča, kar kaže kazalnik *negativni kapital*.

Tudi dejavnost podjetja ima statistično značilen vpliv na pojavitev dogodka neplačila, kar je razvidno pri slamnatih spremenljivkah SKD od B do S, in je dejavnost A referenčna kategorija v modelih. Izidi so skladni z drugimi raziskavami, na primer Chava in Jarrow (2004) ali Volk (2013), kjer je pokazano, da dejavnost podjetja vpliva na pojavitev dogodka neplačila.

Od preostalih nefinančnih spremenljivk modeli vključujejo starost, standardni odklon bonitete, σ , in blokade transakcijskih računov, *blokade*. Spremenljivka *starost* kaže, da PD pada s staranjem podjetja, kar je pričakovano, saj so primerno vodena podjetja stabilnejša in na trgu uspejo preživeti dalj časa. Spremenljivka *blokade* kaže, da se z večanjem števila dni blokiranih računov v k za neko podjetje povečuje tudi njegov PD. Ker je blokirani račun pravni

akt in se zgodi, če podjetje ne poplačuje pogodbenih obveznosti do upnikov, je ta učinek pričakovan. Višji standardni odklon bonitete podjetja v k zvišuje PD, kar je skladno s teoretsko predpostavko iz podpoglavja 3.7.3.

V tabeli 12 je razvidno, da med modeli obstajajo statistično značilne razlike v $\hat{\beta}$, glede na vključene spremenljivke. Med *modelom 1* in *modelom 3* je $\hat{\beta}$ denimo pri kazalniku *dolg / sredstva* statistično značilno različen, kar je mogoče ugotoviti na podlagi standardnih napak za te ocene. Spremenijo se tudi $\hat{\beta}$ za nekatere spremenljivke kreditnih epizod, kot je omenjeno zgoraj. Statistično značilna razlika v $\hat{\beta}$ se pojavi pri nefinančnih spremenljivkah, glede na vključenost spremenljivk kreditnih epizod. Če v modelu niso vključene spremenljivke kreditnih epizod, so vplivi starosti statistično značilno različni, kot če so zadevne spremenljivke vključene. Te spremembe kažejo na pomembnost pravilno opredeljenega modela, ki je v tej disertaciji model (80). Vplivi posameznih dejavnikov so zaradi tega natančnejši, zaradi česar morajo biti tudi ocene PD natančnejše. Natančnost ocen PD je za vse modele prikazana v naslednjem podpoglavju.

3.10 Preizkus razločevalne in napovedne moči modelov

Za vsak model so bili ocenjeni parametri delovanja modela, ki so podani v tabeli 13. Za oceno razločevalne moči modela je bil ocenjen AUC. Napovedna moč je bila ocenjena s Hosmer-Lemeshowovo (Hosmer & Lemeshow, 2000, HL) statistiko prileganja modela podatkom (angleško *goodness-of-fit*). Število skupin v tem preizkusu je bilo določeno skladno z enačbo (15) iz Paul, Pennell in Lemeshow (2013). Avtorji navajajo, da za vzorce, večje od 25.000 enot, ne priporočajo uporabe preizkusa HL. Dajejo pa priporočila, kako obiti omejitve preizkusa HL pri zelo velikih vzorcih, kakršen je tudi v tej disertaciji. Eno izmed priporočil je, da se iz zelo velikih vzorcev naključno izbere podvzorce manjše velikosti in se na teh podvzorcih izvede preizkus HL. Denimo za vzorce velikosti $1.000 < n \leq 25.000$ predlagajo uporabo enačbe (15) (Paul et al., 2013). Zaradi navedenega je smiselno, da se preizkus HL v tej disertaciji uporabi samo pri 10-kratnem prečnem preverjanju (angleško *10-fold cross-validation*), kjer so vzorci nekaj večji kot 25.000 enot, in pri tem številu skupin skladno s predlagano enačbo. Dodatno so bili izvedeni preizkusi prileganja modelov podatkom s psevdo- R^2 statistikami. V tabeli 13 je poročan Tjurjev D (Tjur, 2009), saj modeli od 1 do 3 ne vsebujejo konstante in zato običajni psevdo- R^2 , na primer Cox in Snell (1989), niso primerljivi prek modelov. Opredeljen je kot $D = \bar{\pi}_1 - \bar{\pi}_0$, tj. razlika med povprečjem ocenjenih PD-jev za neplačnike in povprečjem ocenjenih PD-jev za plačnike.

Vsi trije preizkusi so bili izvedeni z 10-kratnim prečnim preverjanjem. Pri 10-kratnem prečnem preverjanju vzorec $N = 259.357$ naključno razdelimo na 10 približno enakih podvzorcev. Nato se parametre modela oceni na podatkih 9 podvzorcev, s tako ocenjenimi parametri modela pa se oceni PD-je ter AUC, HL in Tjurjev D na izpuščenem, 10. podvzorcju. Postopek ponovimo 10-krat, za vsak izpuščen podvzorec. Izidi 10-kratnega prečnega preverjanja za

Tabela 12: Ovrednoteni modeli ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami

	MODEL 1	MODEL 2	MODEL 3	MODEL 4	MODEL 5
<i>Sprem. kreditnih epizod</i>					
P ₁	-4,885*** (0,125)	-5,058*** (0,069)	-4,739*** (0,061)		
P ₂	-4,381*** (0,124)	-4,553*** (0,066)	-4,567*** (0,059)		
P ₃	-4,228*** (0,123)	-4,397*** (0,065)	-4,379*** (0,058)		
P ₄	-4,310*** (0,124)	-4,479*** (0,066)	-4,405*** (0,058)		
P ₅	-4,311*** (0,125)	-4,481*** (0,068)	-4,415*** (0,059)		
P ₆	-4,382*** (0,127)	-4,553*** (0,072)	-4,507*** (0,062)		
P ₇	-4,551*** (0,130)	-4,721*** (0,077)	-4,687*** (0,066)		
P ₈	-4,380*** (0,131)	-4,549*** (0,079)	-4,531*** (0,066)		
P ₉	-4,319*** (0,134)	-4,488*** (0,084)	-4,527*** (0,070)		
P ₁₀	-4,360*** (0,138)	-4,530*** (0,089)	-4,620*** (0,075)		
P ₁₁	-4,129*** (0,139)	-4,300*** (0,090)	-4,426*** (0,074)		
P ₁₂	-4,248*** (0,142)	-4,414*** (0,095)	-4,442*** (0,076)		
P ₁₃	-3,995*** (0,143)	-4,157*** (0,096)	-4,223*** (0,076)		
P ₁₄	-4,025*** (0,148)	-4,188*** (0,103)	-4,240*** (0,083)		
P ₁₅	-3,639*** (0,147)	-3,804*** (0,102)	-3,817*** (0,080)		
P ₁₆	-3,796*** (0,156)	-3,957*** (0,114)	-3,972*** (0,094)		
S ₂	0,034 (0,040)	0,029 (0,040)	-0,105*** (0,037)		
S ₃	0,271*** (0,089)	0,264*** (0,089)	-0,044 (0,083)		
S ₄	0,149 (0,263)	0,112 (0,264)	-0,202 (0,250)		
D ₁	0,537*** (0,079)	0,550*** (0,079)	0,827*** (0,075)		
D ₂	0,490*** (0,141)	0,502*** (0,141)	0,967*** (0,133)		
D ₃	0,881** (0,343)	0,922*** (0,345)	1,363*** (0,327)		
T ₁	0,205** (0,093)	0,203** (0,093)	0,982*** (0,087)		
T ₂	0,143 (0,102)	0,143 (0,102)	0,388*** (0,096)		
T ₃	0,016 (0,112)	0,010 (0,112)	0,120 (0,106)		
T ₄	-0,019 (0,128)	-0,029 (0,128)	-0,039 (0,121)		
<i>Finančne spremenljivke</i>					
Konstanta				-4,579*** (0,120)	-4,593*** (0,130)
Dolg/sredstva	1,653*** (0,062)	1,684*** (0,061)	2,181*** (0,059)	1,723*** (0,062)	1,731*** (0,066)
Kratk.fin.obvez./prihodki	0,722*** (0,040)	0,672*** (0,039)	0,859*** (0,037)	0,768*** (0,040)	0,787*** (0,043)
Fin.naložbe/sredstva	1,064*** (0,061)	0,956*** (0,060)	1,143*** (0,056)	1,063*** (0,061)	1,051*** (0,065)
Čist.prih.prodaje /kratk.posl.obvez.	-0,051*** (0,004)	-0,052*** (0,004)	-0,095*** (0,004)	-0,047*** (0,004)	-0,047*** (0,004)
Celotni dobiček(izguba) /sredstva	-5,987*** (0,177)	-5,984*** (0,176)	-6,937*** (0,171)	-5,958*** (0,176)	-6,307*** (0,190)
Negativni kapital	0,626*** (0,032)	0,612*** (0,032)	0,610*** (0,030)	0,616*** (0,032)	0,639*** (0,034)
<i>Nefinančne spremenljivke</i>					
SKD: B	0,069 (0,246)			0,106 (0,246)	0,070 (0,272)
SKD: C	-0,159 (0,109)			-0,149 (0,110)	-0,165 (0,119)
SKD: D	-0,158 (0,172)			-0,109 (0,172)	-0,199 (0,186)
SKD: E	-0,575*** (0,177)			-0,569*** (0,177)	-0,586*** (0,191)
SKD: F	0,143 (0,110)			0,166 (0,110)	0,169 (0,119)
SKD: G	-0,169 (0,108)			-0,166 (0,109)	-0,163 (0,117)
SKD: H	-0,137 (0,116)			-0,131 (0,116)	-0,086 (0,125)
SKD: I	-0,130 (0,116)			-0,092 (0,116)	-0,094 (0,125)
SKD: J	-0,315*** (0,119)			-0,285** (0,120)	-0,292** (0,129)
SKD: K	-0,368** (0,168)			-0,364** (0,168)	-0,346** (0,179)
SKD: L	-0,384*** (0,121)			-0,372*** (0,121)	-0,402*** (0,131)
SKD: M	-0,379*** (0,111)			-0,368*** (0,111)	-0,367*** (0,120)
SKD: N	-0,213** (0,124)			-0,204 (0,124)	-0,163 (0,133)
SKD: O	-6,111 (47,028)			-6,349 (47,489)	-6,289 (47,449)
SKD: P	-0,431** (0,170)			-0,424** (0,170)	-0,352** (0,180)
SKD: Q	-0,807*** (0,190)			-0,805*** (0,190)	-0,794*** (0,201)
SKD: R	-0,275** (0,151)			-0,274** (0,151)	-0,353** (0,164)
SKD: S	-0,106 (0,148)			-0,099 (0,148)	-0,093 (0,159)
Starost	-0,032*** (0,003)	-0,032*** (0,003)		-0,013*** (0,002)	-0,019*** (0,002)
σ	0,088*** (0,002)	0,088*** (0,002)		0,091*** (0,002)	0,092*** (0,002)
Blokade	0,072*** (0,001)	0,074*** (0,001)		0,072*** (0,001)	0,074*** (0,001)

Legenda: Odvisna spremenljivka v modelu je dogodek neplačila v k+1. Obdobje opazovanja je med letoma 1998 in 2014. Spremenljivke so opisane v predhodnem besedilu. *p<0,1; **p<0,05; ***p<0,01.

vsak model in vsak podvzorec so navedeni v tabelah od 14 do 18. Dodatno se je izvedel preizkus razločevalne in napovedne moči tako, da se je ocene PD iz 10-kratnega prečnega preverjanja združilo, s čimer je bilo mogoče izvesti preizkus na vseh $N = 259.357$ enotah. Izid tega preizkusa je naveden v tabeli 13 in je označen z *.

Podan je preizkus razmerja verjetij, $\lambda = 2[\ln l(model_x) - \ln l(model_y)]$, za preizkus domneve, ali so vplivi izključenih spremenljivk statistično značilno različni od nič, ob primerjavi modelov x in y . V tabeli 13 je naveden s preizkus LR.

Nazadnje je podana povprečna ocena PD, vključno z 99-odstotnim intervalom zaupanja. Slednji je enak povprečju $PD_{\pm} = 1 / (1 + e^{-(g \pm \Phi(0,99) \times se(g))})$, kjer je $se(g) = \sqrt{X^T \widehat{\Sigma}_{\beta} X}$ ter so $\widehat{\Sigma}_{\beta}$ ocenjena variančno-kovariančna matrika ocenjenih parametrov β , X spremenljivke modela in $\Phi(\cdot)$ porazdelitvena funkcija standardizirane slučajne normalne spremenljivke. Analogno je podano povprečje ocen PD za večkratne neplačnike. V tabeli 13 so povprečja označena s povprečje \widehat{PD} .

Najvišjo razločevalno moč, AUC, in napovedno moč, Hosmer-Lemeshowov preizkus in Tjurjev D, ima *model 1*. Razlike v razločevalni in napovedni moči med modeli *1*, *2*, *4* in *5* niso statistično značilno različne zunaj vzorca, kar kaže 10-kratno prečno preverjanje v oglatih oklepajih. *Model 3* ima tudi zunaj vzorca statistično značilno nižjo razločevalno in napovedno moč od vseh preostalih modelov. Ker slednji model ne vključuje nefinančnih spremenljivk, neposredno sledi odgovor na raziskovalno vprašanje, da vključitev nefinančnih spremenljivk v model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami izboljšuje njegovo razločevalno in napovedno moč. Izboljšanje je statistično značilno. Izidi so za AUC in Tjurjev D enaki tudi na združenih ocenah PD iz 10-kratnega prečnega preverjanja ($N=259.357$), medtem ko HL preizkus ni bil izveden zaradi zgoraj opisanih razlogov.

Preizkus LR kaže, da SKD statistično značilno vpliva na dogodek neplačila, čeprav njen učinek ni tako izrazit. Ta vpliv je manjši kot vpliv spremenljivk kreditnih epizod. Preizkus LR kaže, da imajo statistično značilen vpliv na dogodek neplačila spremenljivke kreditnih epizod. Nadalje izidi kažejo, da v modelih odsotnost nefinančnih spremenljivk najbolj poslabša delovanje modela. Slabše prilaganje modela podatkom se izkazuje pri *modelu 5* v primerjavi z *modelom 1*, ki je bil ovrednoten na vzorcu brez ponavljajočih neplačnikov.

Povprečje ocenjenih PD v modelih od *1* do *4* je enako. To je posledica enačbe verjetja $\sum_i (y_i - p_i(\theta)) = 0$ in dejstva, da so bili vsi modeli ovrednoteni na istem vzorcu. Če velja, da je vzorec enak tudi za oceno dolgoročnega povprečja enoletnih stopenj neplačila, potem sledi, da bodo ocene PD dosledne in jih je mogoče neposredno uporabiti za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje v pristopu IRB, kot izhaja tudi iz podpoglavja 3.6. Povprečna ocena PD tega istega vzorca podjetij, vendar izvedena iz ocen PD na podlagi *modela 5*, ki je bil ovrednoten na vzorcu brez večkratnih neplačnikov, je nižja. Še bolj očitna je razlika v povprečnih PD-jih pri podjetjih, ki so imela večkratna neplačila, in je to izrecno modelirano. Razlika povprečij ocen PD večkratnih neplačnikov je med modeli, ki vključujejo spremen-

ljivke kreditnih epizod, in modeloma, ki teh spremenljivk ne vključujeta, statistično značilno različna od nič. To sledi iz intervalov zaupanja za povprečno oceno PD, ki so navedeni v oglatih oklepajih. Večkratni neplačniki imajo pomembno višjo oceno PD. Izidi potrjujejo, da bodo imele banke, ki imajo v svojih portfeljih večkratne neplačnike, vendar ne upoštevajo značilnosti večkratnih kreditnih epizod, podcenjene PD-je. Razvidna je manjša standardna napaka za povprečje ocen PD v *modelu 4* v primerjavi z modeli od *1* do *3*, kar pomeni, da je v tem modelu posploševanje preveč optimistično, ker niso ustrezno zajeti vplivi časovne odvisnosti, kot je obravnavano v podpoglavju 3.5.

Na podlagi izidov je mogoče odgovoriti na naslednje, zadnje raziskovalno vprašanje:

Kako dobro model ogroženosti v diskretnem času razvršča slovenska podjetja glede na kreditno kakovost in kako dobro napoveduje pojavitev neplačila?

Za odgovor je smiselno opazovati *model 1* kot izhodiščni model v tej disertaciji. Ugotoviti je mogoče, da je razločevalna moč dobra, glede na razvrstitev, ki jo podata Hosmer in Lemeshow (2000): dobro razločevalno moč imajo modeli z AUC nad 0,80. Napovedna moč, ki je preizkušena z merami prileganja modela podatkom, kaže, da se *model 1* dobro prilega podatkom. Primerjave z izidi drugih raziskav so priročne, vendar pogosto neustrezne, saj so v modeliranje vključene drugačne populacije ali pa vsebujejo drugače opredeljene odvisne spremenljivke. Vse to lahko povzroči, da primerjave niso smiselne. Glede na to, da *model 1* (i) teoretsko jasno in pravilno opisuje dinamiko kreditnega portfelja v banki ali bančnem sistemu, (ii) so ocene PD dosledne, (iii) dobro deluje glede na mere razločevalne in napovedovalne moči, je vsekakor lahko prednostni izbor za ocenjevanje PD tudi v pristopu IRB.

3.11 Povzetek spoznanj in praktične implikacije

V tretjem poglavju te disertacije je razvit model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami za ocenjevanje PD. Teoretska osnova modela omogoča ustrezen opis prehanjanja podjetij v položaj neplačila v banki in/ali v bančnem sistemu. To bankam ali regulatorju omogoča uporabo vseh razpoložljivih podatkov za napovedovanje dogodkov neplačila, vključno z zgodovinsko dinamiko podjetij. Na teoretski ravni je pokazano, da so ocene modela dosledne. Zaradi tega so ocene PD iz tega modela bolj točne od PD ocen iz predhodnih istovrstnih modelov, bolj učinkovite in povezane z dolgoročnim povprečjem enoletnih stopenj neplačila, kot to zahteva CRR.

Model je mogoče ovrednotiti s standardnimi programskimi orodji, saj je funkcija največjega verjetja za ta model enaka funkciji največjega verjetja za binarni logistični regresijski model.

V tej disertaciji je podan natančen opis izdelave vzorca, na katerem je model ovrednoten, kar je lahko koristno pri izdelavi podobnih sistemskih PD modelov, ki uporabljajo večvrstne in ločene podatkovne vire. Praktične implikacije so zato lahko pomembne, saj se tovrstni modeli

Tabela 13: Razločevalna in napovedna moč ocenjenih modelov

	MODEL 1	MODEL 2	MODEL 3	MODEL 4	MODEL 5
N (ocenjevanje parametrov modela)	259.357	259.357	259.357	259.357	247.972
N (delovanje modela)	259.357	259.357	259.357	259.357	259.357
AUC	0,864 [0,855; 0,873]	0,863 [0,855; 0,872]	0,809 [0,801; 0,820]	0,861 [0,852; 0,871]	0,861 [0,852; 0,871]
AUC*	0,864 [0,861; 0,867]	0,863 [0,860; 0,866]	0,809 [0,805; 0,813]	0,861 [0,857; 0,864]	0,861 [0,857; 0,864]
HL	0,525 [0,042; 0,997]	0,519 [0,051; 1,000]	0,181 [0,000; 0,936]	0,630 [0,054; 1,000]	0,343 [0,000; 0,770]
Tjurjev D	0,166 [0,159; 0,172]	0,165 [0,157; 0,170]	0,095 [0,087; 0,100]	0,161 [0,155; 0,166]	0,161 [0,154; 0,166]
Tjurjev D^*	0,166	0,165	0,095	0,161	0,161
$\ln l$	-37.996,83 (df=53)	-38.117,77 (df=35)	-42.115,89	-38.329,86 (df=28)	-33.917,13 (df=28)
preizkus LR		241,88 (df=18)	8.238,13 (df = 21)	666,06 (df = 25)	
povprečje \widehat{PD}	0,049 [0,043; 0,055]	0,049 [0,044; 0,054]	0,049 [0,044; 0,054]	0,049 [0,045; 0,053]	0,047 [0,043; 0,051]
povprečje \widehat{PD} večkratni neplačniki	0,149 [0,133; 0,177]	0,149 [0,135; 0,174]	0,149 [0,135; 0,175]	0,117 [0,111; 0,128]	0,113 [0,107; 0,125]

Legenda: Časovno obdobje ocenjevanja zajema leta od 1998 do 2014. N (ocenjevanje parametrov modela) prikazuje število enot opazovanja, na katerih so bili posamezni modeli ocenjeni. N (delovanje modelov) prikazuje število enot opazovanja, na katerih so bile izvedene ocene delovanja modela. AUC je povprečje ocen AUC iz 10-kratnega prečnega preverjanja, v oglatih oklepajih so navedene najvišje in najnižje vrednosti. AUC^* je ocenjen na združenih podatkih iz 10-kratnega prečnega preverjanja, v oglatih oklepajih so intervali zaupanja. HL je povprečje p-vrednosti Hosmer-Lemeshowovega preizkusa iz 10-kratnega prečnega preverjanja, v oglatih oklepajih so navedene najvišje in najnižje vrednosti. $Tjurjev D$ je povprečje tega preizkusa iz 10-kratnega prečnega preverjanja, v oglatih oklepajih so navedene najvišje in najnižje vrednosti. $Tjurjev D^*$ je ocenjen na združenih podatkih iz 10-kratnega prečnega preverjanja, v oglatih oklepajih so navedene najvišje in najnižje vrednosti. $Tjurjev D^*$ je ocenjen na združenih podatkih iz 10-kratnega prečnega preverjanja. $\ln l$ je vrednost maksimiziranih logaritmov funkcij največjega verjetja. $Preizkus LR$ je preizkus razmerja verjetij. $Povprečje \widehat{PD}$ je povprečje ocen \widehat{PD} .

Tabela 14: Izidi 10-kratnega prečnega preverjanja za vsak podvzorec, model 1

Podvzorec	Št. enot	AUC	Tjurjev D	HL (p-vrednost)	Št. skupin v HL
1	25.871	0,858	0,164	0,995	1.183
2	25.966	0,866	0,166	0,884	1.261
3	25.846	0,873	0,172	0,909	1.247
4	25.967	0,866	0,159	0,997	1.241
5	25.910	0,864	0,162	0,137	1.261
6	25.998	0,861	0,168	0,100	1.303
7	25.912	0,855	0,164	0,042	1.291
8	25.844	0,868	0,171	0,854	1.259
9	26.105	0,866	0,172	0,191	1.291
10	25.938	0,862	0,165	0,145	1.253

Tabela 15: Izidi 10-kratnega prečnega preverjanja za vsak podvzorec, model 2

Podvzorec	Št. enot	AUC	Tjurjev D	HL (p-vrednost)	Št. skupin v HL
1	25.871	0,858	0,162	0,720	1.183
2	25.966	0,865	0,166	0,910	1.261
3	25.846	0,872	0,169	0,998	1.247
4	25.967	0,866	0,157	1,000	1.241
5	25.910	0,862	0,161	0,051	1.261
6	25.998	0,860	0,165	0,356	1.303
7	25.912	0,855	0,162	0,186	1.291
8	25.844	0,867	0,170	0,732	1.259
9	26.105	0,865	0,170	0,109	1.291
10	25.938	0,862	0,164	0,129	1.253

Tabela 16: Izidi 10-kratnega prečnega preverjanja za vsak podvzorec, model 3

Podvzorec	Št. enot	AUC	Tjurjev D	HL (p-vrednost)	Št. skupin v HL
1	25.871	0,806	0,095	0,936	1.183
2	25.966	0,813	0,100	0,045	1.261
3	25.846	0,814	0,099	0,082	1.247
4	25.967	0,812	0,090	0,529	1.241
5	25.910	0,801	0,087	0,000	1.261
6	25.998	0,806	0,095	0,000	1.303
7	25.912	0,801	0,091	0,000	1.291
8	25.844	0,820	0,099	0,211	1.259
9	26.105	0,811	0,095	0,000	1.291
10	25.938	0,808	0,099	0,002	1.253

Tabela 17: Izidi 10-kratnega prečnega preverjanja za vsak podvzorec, model 4

Podvzorec	Št. enot	AUC	Tjurjev D	HL (p-vrednost)	Št. skupin v HL
1	25.871	0,856	0,160	0,986	1.183
2	25.966	0,864	0,161	0,994	1.261
3	25.846	0,871	0,166	0,999	1.247
4	25.967	0,864	0,155	1,000	1.241
5	25.910	0,859	0,157	0,584	1.261
6	25.998	0,859	0,164	0,187	1.303
7	25.912	0,852	0,159	0,054	1.291
8	25.844	0,863	0,165	0,974	1.259
9	26.105	0,862	0,165	0,068	1.291
10	25.938	0,858	0,160	0,450	1.253

Tabela 18: Izidi 10-kratnega prečnega preverjanja za vsak podvzorec, model 5

Podvzorec	Št. enot	AUC	Tjurjev D	HL (p-vrednost)	Št. skupin v HL
1	25.871	0,856	0,160	0,763	1.183
2	25.966	0,864	0,162	0,770	1.261
3	25.846	0,871	0,166	0,770	1.247
4	25.967	0,864	0,154	0,726	1.241
5	25.910	0,859	0,156	0,004	1.261
6	25.998	0,859	0,163	0,000	1.303
7	25.912	0,852	0,159	0,000	1.291
8	25.844	0,863	0,166	0,334	1.259
9	26.105	0,862	0,165	0,048	1.291
10	25.938	0,858	0,160	0,012	1.253

lahko uporabljajo kot benčmark pri ovrednotenju pristopov IRB v bankah ali kot benčmark kreditne kakovosti portfeljev bank.

Model je ocenjen na populaciji slovenskih nefinančnih družb v časovnem obdobju od leta 1998 do leta 2014. Izidi kažejo, da vključevanje spremenljivk kreditnih epizod izboljšuje napovedno moč, s tem pa zmanjšuje morebitno pristranskost kapitalske zahteve v bankah s pristopom IRB. To je zlasti pomembno za večkratne neplačnike. Večkratni neplačniki imajo statistično značilno višji PD kot podjetja, ki v svojem življenju še nikoli niso bila v položaju neplačila, zaradi česar je treba zgodovinsko dinamiko podjetij izrecno modelirati. Izidi nadalje kažejo, da poleg spremenljivk kreditnih epizod in finančnih spremenljivk tudi nefinančne spremenljivke, kot so standardni odklon bonitete in blokade, vplivajo na dogodek neplačila. Pokazano je, da ima model ogroženosti v diskretnem času dobro razločevalno in napovedno moč. Vse navedeno omogoča zaključek, da je opisan model ogroženosti v diskretnem času vsekakor ustrezen model za ocenjevanje PD v pristopu IRB.

Opremljen model ogroženosti v diskretnem času, ki teoretsko izhaja iz analize preživetja s ponavljajočimi dogodki, je dovolj prožen, da se ga lahko uporabi na sorodnih področjih. Ker je funkcija preživetja v tem modelu jasno opredeljena in povezana s funkcijo ogroženosti, bi se uporabo modela lahko razširilo na ocenjevanje vseživljenjskega PD, tj. koncepta, ki je predlagan v prihajajočih Mednarodnih standardih računovodskega poročanja (IFRS 9) za ocenjevanje oslabitev finančnih sredstev. Praktične implikacije so lahko pomembne tudi za regulatorje. Regulatorjem dajejo okvir, v katerem lahko analizirajo vzroke in posledice daljših kreditnih epizod, ponavljajočih prestrukturiranj finančnih sredstev podjetij ter ne nazadnje uspešnost lokalnih ali sistemskih programov finančnih prestrukturiranj. Ponavljajoča neplačila in/ali ponavljajoča prestrukturiranja podjetij so namreč kazalnik, da prestrukturiranja niso (bila) uspešna. V tej disertaciji navedene analize niso izvedene in ostajajo za nadaljnje

raziskovanje.

Zaključek

V tem poglavju predstavljamo ključne prispevke te disertacije. Ločimo jih lahko na dva dela, na prispevke k znanosti in prispevke k bančni praksi. Vodilo pri raziskovanju v tej disertaciji je bila dispozicija s postavljenimi raziskovalnimi vprašanji. Prispevki te disertacije izhajajo iz odgovorov na ta vprašanja, ki so v tem poglavju povzeta.

Ključni prispevki

Ključni prispevek k znanosti sta v tej disertaciji razvita dva različna modela za ocenjevanje PD. Njun razvoj izhaja iz osnovne motivacije, da se izdelata modela, ki bi natančneje od predhodnih istovrstnih modelov ocenjevali PD in s tem kreditno tveganje v bankah oziroma bančnem sistemu. Disertacija podaja natančen teoretski opis modelov in njihovo delovanje na dejanskih ali simuliranih podatkih, zaradi česar sta obravnavana celovito. Disertacija tako prispeva dve novi orodji v zbir znanstvenih orodij za ocenjevanje PD, ki omogočata ali predstavljata možnost, da se PD-ji ocenjujejo bolj natančno glede na predhodne istovrstne modele.

Prvi izmed dveh modelov je Mertonov NIG model. Mertonov NIG model je strukturni model za ocenjevanje PD, ki klasični Mertonov model nadgrajuje z vpeljavo normalnega inverznega Gaussovega Lévyjevega procesa gibanja tržnih vrednosti sredstev v času. Zaradi tega je Mertonov NIG model prožnejši od klasičnega Mertonovega modela, saj lahko opiše širši razpon verjetnostnih porazdelitev. S tem je lahko tudi bolj robusten pri ocenjevanju PD kotirajočih podjetij glede na klasični Mertonov model, kar je ključni prispevek te disertacije na področju strukturnih modelov. Na empiričnih podatkih nekaterih slovenskih podjetij je pokazano, da Mertonov NIG model ustvarja bolj robustne in informativne ocene PD, zaradi česar je bolj primeren za upravljanje kreditnega tveganja kotirajočih podjetij, kot klasični Mertonov model.

Drugi model je model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami za ocenjevanje PD. Teoretska osnova modela omogoča ustrezen opis prehajanja podjetij v položaj neplačila v banki in/ali v bančnem sistemu. To bankam ali regulatorju omogoča uporabo vseh razpoložljivih podatkov za napovedovanje dogodkov neplačila, vključno z zgodovinsko dinamiko podjetij. Na teoretski ravni je pokazano, da so ocene modela dosledne in povezane z dolgoročnim povprečjem enoletnih stopenj neplačila, kot to zahteva CRR. Zaradi tega so lahko ocene PD iz tega modela neposredno uporabne za izračun kapitalne zahteve za kreditno tveganje v pristopu IRB, kar je prvi ključni prispevek te disertacije v povezavi z modelom ogroženosti v diskretnem času. V disertaciji je pokazano na empiričnih podatkih slovenskih nefinančnih podjetij, da imajo večkratni neplačniki statistično značilno višji PD kot podjetja, ki v svojem življenju še nikoli niso bila v položaju neplačila, zaradi česar je treba zgodovinsko dinamiko podjetij izrecno modelirati. To je drugi ključni prispevek disertacije v povezavi z

modelom ogroženosti v diskretnem času.

Ključni prispevek k bančni praksi sta prav tako oba razvita modela, ki ju banke lahko uporabijo. Informativna vrednost ocen PD je bila pri obeh modelih pokazana na empiričnih podatkih. Dodatno je prispevek tesna povezava obeh razvitih modelov s predpisi. Pokazano je, v kakšnem obsegu modela izpolnjujeta minimalne zahteve pristopa IRB. To je pomembno za banke, ki že imajo ali načrtujejo uvedbo pristopa IRB, saj morajo morebitne neusklajenosti modelov z minimalnimi zahtevami CRR odpraviti. Pomembno je tudi za regulatorja, ki mora modele ovrednotiti in izdati dovoljenje za njihovo uporabo za izračun kapitalske zahteve za kreditno tveganje. Za regulatorja je ključno, da uporaba modelov ne povzroči pristranske kapitalske zahteve, ki izhaja iz pomanjkljivosti modelov. Zato je povezava teoretskih predpostavk in pozneje izidov delovanja s predpisi uporabna za razvijalce in upravljavce teh modelov v bankah in/ali pri regulatorju.

Odgovori na raziskovalna vprašanja

Raziskovalna vprašanja so bila vodilo pri raziskovanju v tej disertaciji. Odgovori na postavljena vprašanja niso bili mogoči zgolj ob uporabi že poznanih modelov za ocenjevanje PD na empiričnih podatkih slovenskih podjetij. Za odgovore je bilo treba modele razviti. Raziskovalna vprašanja so v tej disertaciji izrecno postavljena in umeščena v ustrezna področja. Jasno so opredeljene domneve, ki se jih preverja s statističnimi preizkusi, izidi teh preizkusov pa nadalje omogočajo jasne odgovore na raziskovalna vprašanja.

1. Ali se z opisanim EM algoritmom nepristransko oceni parametre Mertonovega NIG modela?

Odgovor na to raziskovalno vprašanje zahteva najprej razvoj Mertonovega NIG modela. V tej disertaciji je tako razvit Mertonov NIG model za ocenjevanje PD, ki je izpeljan iz klasičnega Mertonovega modela (Merton, 1974). Opredeljene so teoretske predpostavke obeh modelov in njuna usklajenost z minimalnimi zahtevami pristopa IRB. Mertonov NIG model odpravlja pomanjkljivost klasičnega Mertonovega modela, ki predpostavlja normalno porazdelitev naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetja. V Mertonovem NIG modelu je ta predpostavka zamenjana s predpostavko, da se donosi porazdeljujejo po NIG porazdelitvi. NIG porazdelitev lahko v primerjavi z normalno ustrezno opiše širši nabor empiričnih porazdelitev, zlasti strme in asimetrične porazdelitve. Zaradi tega natančneje opisuje te donose, posledično pa tudi kreditno tveganje kotirajočih podjetij. Razviti so trije EM algoritmi, v katerih se parametre NIG porazdelitve in PD ocenjuje z metodo ML in metodo momentov, z namenom celovite empirične analize. Odgovor na raziskovalno vprašanje izhaja iz preizkusa domneve, da se z opisanim EM algoritmom nepristransko oceni parametre Mertonovega NIG modela. Domneva je preizkušena s statističnimi preizkusi. Izidi preizkusov kažejo, da opredeljeni EM algoritmi ustvarjajo pristranske ocene parametrov, pri danih pogojih simulacije

in ocenjevanja. Sledi, da so tudi ocene PD pristranske. Teoretske lastnosti ocen na podlagi metode ML na velikih vzorcih s tem ocenjevalnim postopkom niso izpolnjene, zato opredeljeni ocenjevalni postopki ne omogočajo doslednega posploševanja, pri danih pogojih. Ocene PD, pridobljene s temi postopki, zato niso neposredno uporabne za izračun kapitalске zahteve za kreditno tveganje v pristopu IRB.

2. Ali je ob kršitvah predpostavk klasičnega Mertonovega modela glede porazdelitve donosov na sredstva podjetja izhajajoča ocena PD pristranska?

Odgovor je podan s primerjavo razlik med teoretičnimi PD-ji iz klasičnega Mertonovega modela in Mertonovega NIG modela. V tej disertaciji smo opazovali, kako se giba razlika glede na spreminjanje parametrov normalne in NIG porazdelitve. Na podlagi primerjave razlik v PD-jih je mogoče podati okvirni odgovor na postavljeno raziskovalno vprašanje. Če ne velja predpostavka normalne porazdelitve naravnih logaritmov donosov na sredstva podjetja, vendar velja predpostavka, da se ti donosi porazdeljujejo po NIG porazdelitvi, bo klasični Mertonov model dal pristranske ocene PD. To zlasti velja pri izrazito strmi NIG porazdelitvi, ob sočasni izraziti asimetričnosti v levo ali desno. Pristranskost klasičnega Mertonovega modela gre v obe smeri. To pomeni, da bo pri določenih NIG porazdelitvah precenjeval, pri določenih pa podcenjeval pravi PD. Teoretične razlike v PD-jih potrjujejo PD-ji, ocenjeni na empiričnih podatkih. Empirični podatki gibanja tržnih vrednosti delnic nekaterih slovenskih podjetij v obdobju 2004–2005 kažejo, da se donosi na ocenjene tržne vrednosti njihovih sredstev porazdeljujejo statistično značilno različno od normalne porazdelitve. Izidi tudi kažejo, da NIG porazdelitev dobro opiše te donose. Zaradi tega so različne tudi ocene PD, če se za ocenjevanje uporabi klasični Mertonov ali Mertonov NIG model.

3. Ali so za slovenska kotirajoča podjetja ocene PD, pridobljene na podlagi opisanih strukturnih modelov, uporabne za namen izračuna kapitalске zahteve za kreditno tveganje v pristopu IRB?

Neposreden odgovor na to vprašanje je vsebovan že v odgovoru na prvo raziskovalno vprašanje. Ocene PD, pridobljene na podlagi opisanih strukturnih modelov, niso neposredno uporabne za namen izračuna kapitalске zahteve za kreditno tveganje v pristopu IRB. Za celovitejši odgovor so v tej disertaciji izdelane ocene PD z obema strukturnima modeloma na empiričnih podatkih. Uporabljeni so podatki nekaterih slovenskih kotirajočih podjetij, ki so bila v letih 2004 in 2005 vključeni v indeks SBI20. Izidi na empiričnih podatkih potrjujejo, da so ocene PD na podlagi klasičnega Mertonovega modela za obravnavana podjetja nedosledne. Drugič, ocene PD na podlagi Mertonovega NIG modela so odvisne od začetnih vrednosti parametrov. To pomeni, da so ocene PD lahko različne zgolj zaradi različnih začetnih vrednosti in ob uporabi istega Mertonovega NIG modela. Izidi na empiričnih podatkih kažejo, da so PD-ji na podlagi Mertonovega NIG modela višji in bolj informativni od PD-jev iz klasičnega Mertonovega modela, saj se v več primerih razlikujejo od nič, kar je običajno za nefinančna podjetja. Zaradi tega je z vidika banke in regulatorja primerneje uporabiti Mertonov NIG model za ocenjevanje PD-jev kot mere kreditne kakovosti, dokler ni mogoče

zavrnuti ničelne domneve, da se naravni logaritmi donosov na sredstva podjetja porazdeljujejo po NIG porazdelitvi, glede na aproksimativni KS preizkus.

Oceno PD iz klasičnega Mertonovega modela in tudi iz Mertonovega NIG modela se lahko uporablja pri upravljanju kreditnih tveganj v banki kot mero za razvrščanje podjetij od najboljšega do najslabšega po kreditni kakovosti, kot orodje zgodnjega opozarjanja sprememb kreditne kakovosti ali kot pojasnjevalno spremenljivko v multivariatnem statističnem modelu. In to kljub prej opisanim pomanjkljivostim modelov, ki jih lahko označimo kot modelska tveganja. To ugotavljajo tudi drugi avtorji, na primer Vassalou in Xing (2004) ter Bharath in Shumway (2008). Zadevne ugotovitve tako pomenijo, da strukturna modela, obravnavana v tej disertaciji, vsebujeta informacije, na podlagi katerih je mogoče ugotavljati razlike v kreditni kakovosti kotirajočih podjetij. Strukturna modela sta po svoji zgradbi prožna, zaradi česar ju je mogoče uporabiti v sistemih zgodnjega opozarjanja. Vsakodnevno je mogoče ocenjevati PD in zato spremljati razvoj kreditne kakovosti podjetja.

V zadnjem desetletju avtorji klasični Mertonov model kot pojasnjevalno spremenljivko pogosto vključujejo v statistične modele (na primer Agarwal & Taffler, 2008; Bauer & Agarwal, 2014; Bharath & Shumway, 2008; Campbell et al., 2008; Duffie et al., 2007; Gupta et al., 2013; Tudela & Young, 2005). Pri tem je smiselnost vključitve odvisna od števila kotirajočih podjetij. Na obsežnih in likvidnih trgih, kjer obstaja veliko kotirajočih podjetij in je likvidnost delnic visoka – trgovanje z delnicami teh podjetij v času poteka neprekinjeno –, je vključevanje smiselno, saj lahko obstaja ocena PD ali ocena *razdalje-do-neplačila* iz Mertonovega modela za vsa podjetja. Za Slovenijo pa bi za vsa podjetja, ki ne kotirajo, in teh je v slovenskih bančnih portfeljih večina, ta spremenljivka vsebovala večino manjkajočih vrednosti. Zaradi navedenega v slovenskem bančnem sistemu tovrstne vključitve ni mogoče smiselno izvesti. Vendar klasični Mertonov model tudi za slovenski bančni sistem ponuja teoretsko podlago, na kateri je mogoče tvoriti pojasnjevalne spremenljivke in jih vključevati v ocenjevanje PD s statističnimi modeli.

4. Kako dobro model ogroženosti v diskretnem času razvršča slovenska podjetja glede na kreditno kakovost in kako dobro napoveduje pojavitev neplačila?

Za odgovor na četrto raziskovalno vprašanje je razvit model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami za ocenjevanje PD. Teoretska osnova modela omogoča ustrezen opis prehajanja podjetij v položaj neplačila v banki in/ali v bančnem sistemu. To omogoča uporabo vseh razpoložljivih podatkov bankam ali regulatorju za napovedovanje dogodkov neplačila, vključno z zgodovinsko dinamiko podjetij. Na teoretski ravni je pokazano, da so ocene modela dosledne. Zaradi tega so ocene PD iz tega modela bolj točne od predhodnih istovrstnih modelov, učinkovite in povezane z dolgoročnim povprečjem enoletnih stopenj neplačila, kot to zahteva CRR.

Model je ocenjen na populaciji slovenskih nefinančnih družb v časovnem obdobju od leta 1998 do leta 2014. Izidi kažejo, da vključevanje spremenljivk kreditnih epizod izboljšuje napovedno

moč, s tem pa zmanjšuje morebitno pristranskost kapitalске zahteve v bankah s pristopom IRB. To je zlasti pomembno za večkratne neplačnike. Večkratni neplačniki imajo statistično značilno višji PD kot podjetja, ki v svojem življenju še nikoli niso bila v položaju neplačila, zaradi česar je treba zgodovinsko dinamiko podjetij izrecno modelirati. Izidi kažejo, da je razločevalna moč modela ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami dobra, saj je AUC približno 0,86. Izidi kažejo, da se model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami dobro prilega podatkom glede na Hosmer-Lemeshowov preizkus. Glede na to, da model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami (i) teoretsko jasno in pravilno opisuje dinamiko kreditnega portfelja v banki ali bančnem sistemu, (ii) so ocene PD dosledne, (iii) dobro deluje glede na mere razločevalne in napovedovalne moči, je vsekakor lahko prednostna izbira za ocenjevanje PD nefinančnih podjetij.

5. Ali vključitev nefinančnih spremenljivk v modelu ogroženosti v diskretnem času izboljša njegovo razločevalno in napovedno moč?

Za odgovor na peto raziskovalno vprašanje se je v model ogroženosti v diskretnem času z več kreditnimi epizodami poleg finančnih kazalnikov in spremenljivk kreditnih epizod vključilo nefinančne spremenljivke. Nefinančne spremenljivke so spremenljivke, ki opisujejo lastnosti podjetja, ki niso zajete v računovodskih izkazih in imajo lahko vpliv na oceno PD. Med nefinančne spremenljivke je mogoče vključevati tržne spremenljivke, kot na primer standardne odklone gibanja tržnih vrednosti sredstev ali delnic podjetij (Bauer & Agarwal, 2014; Bharath & Shumway, 2008; Campbell et al., 2008; Duffie et al., 2007; Shumway, 2001). V preteklih raziskavah je bilo ugotovljeno, da vključevanje tovrstnih spremenljivk statistično značilno izboljša natančnost ocen PD. Zaradi navedenega je za regulatorja nujno, da pozna teoretsko zgradbo Mertonovega modela, saj je šele tako mogoče ustrezno ocenjevati smiselnost vključitve tržnih spremenljivk v modele za ocenjevanje PD v pristopu IRB. Med nefinančne spremenljivke je mogoče vključevati tudi kakovost upravljanja podjetja, rednost poravnavanja obveznosti do bank in drugih nebančnih upnikov, blokacije transakcijskih računov, število izpostavljenosti pri bankah v bančnem sistemu, dejavnost podjetja in podobno. V tej disertaciji je opredeljena tudi nefinančna spremenljivka standardni odklon bonitete podjetja, ki izhaja iz teoretske predpostavke Mertonovega modela.

Odgovor na raziskovalno vprašanje je podan iz preizkusa razmerja verjetij in preizkusov razločevalne oziroma napovedovalne moči. Izidi kažejo, da so nefinančni vplivi na dogodek neplačila statistično značilno različni od nič. To potrjujejo tudi izidi preizkusov razločevalne in napovedne moči, ki je statistično značilno nižja, če se iz modela izključijo nefinančne spremenljivke. Te ugotovitve napotujejo upravljavce kreditnega tveganja v bankah k celoviti finančni in nefinančni presoji kreditne kakovosti podjetij, saj oba dejavnika vplivata na dogodek neplačila.

Literatura

1. Aas, K., & Haff, I. H. (2005). *NIG and Skew Student's t: Two special cases of the Generalised Hyperbolic distribution* (research report No. 172). Oslo, Norway.
2. Abramowitz, M., & Stegun, I. A. (1964). *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. New York: Dover.
3. Afik, Z., Arad, O., & Galil, K. (2016). Using Merton model for default prediction: An empirical assessment of selected alternatives. *Journal of Empirical Finance*, 35, 43–67.
4. Agarwal, V., & Taffler, R. (2008). Comparing the performance of market-based and accounting-based bankruptcy prediction models. *Journal of Banking and Finance*, 32(8), 1541–1551.
5. Ahčan, A. (2011). Testing the sustainability of growth of the LJSEX in the January 2000 to May 2010 period. *Organizacija: revija za management, informatiko in kadre*, 44(2), 47–58.
6. Ahčan, A. (2012). Statistical analysis of model risk concerning temperature residuals and its impact on pricing weather derivatives. *Insurance: Mathematics and Economics*, 50(1), 131–138.
7. Albrecher, H. (2004). The valuation of Asian options for market models of exponential Lévy type. In Vanmaele (Ed.), *Proceedings of the second day of actuarial and financial mathematics*. Royal Flemish Academy of Arts and Sciences, Brussels.
8. Albrecher, H., & Predota, M. (2004). On asian option pricing for NIG Lévy processes. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 172(1), 153–168.
9. Allison, D. P. (1982). Discrete-Time Methods for the Analysis of Event Histories. *Sociological Methodology*, 13, 61–98.
10. Altman, E. I. (1968). Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy. *The Journal of Finance*, 23(4), 589–609.
11. Altman, E. I. (2008). Default recovery rates and LGD in credit risk modelling and practice: An updated review of the literature and empirical evidence. In S. Jones & D. A. Hensher (Eds.), *Advances in Credit Risk Modelling and Corporate Bankruptcy Prediction* (pp. 175–206). Cambridge University Press.
12. Amemiya, T. (1985). *Advanced Econometrics*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
13. Aziz, M. A., & Dar, H. A. (2006). Predicting corporate bankruptcy: where we stand? *Corporate Governance: The international journal of business in society*, 6(1), 18–33.
14. Barndorff-Nielsen, O. E. (1997a). Normal inverse gaussian distributions and stochastic volatility modelling. *Scandinavian Journal of Statistics*, 24(1), 1–13.
15. Barndorff-Nielsen, O. E. (1997b). Processes of normal inverse gaussian type. *Finance*

- and Stochastics*, 2(1), 41–68.
16. Barndorff-Nielsen, O. E., & Shepard, N. (2012). Basics of Lévy Processes. *Working paper*.
 17. Bauer, J., & Agarwal, V. (2014). Are hazard models superior to traditional bankruptcy prediction approaches? A comprehensive test. *Journal of Banking and Finance*, 40, 432–442.
 18. Beck, N., Katz, J. N., & Tucker, R. (1998). Taking Time Seriously: Time-Series-Cross-Section Analysis with a Binary Dependent Variable. *American Journal of Political Science*, 42(4), 1260–1288.
 19. Bharath, S. T., & Shumway, T. (2008). Forecasting Default with the Merton Distance to Default Model. *Review of Financial Studies*, 21(3), 1339–1369.
 20. Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Option and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81(3), 637–654.
 21. Brambilla, C., Gurny, M., & Ortobelli Loza, S. (2015). Structural credit risk models with Lévy processes: The VG and NIG cases. *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 97(1), 101–119.
 22. Brezigar-Masten, A., Masten, I., & Volk, M. (2015). Discretionary Credit Rating and Bank Stability in a Financial Crisis. *Eastern European Economics*, 53(5), 377–402.
 23. Brockman, P., & Turtle, H. (2003). A barrier option framework for corporate security valuation. *Journal of Financial Economics*, 67(3), 511–529.
 24. Campbell, J. Y., Hilscher, J., & Szilagyi, J. (2008). In Search of Distress Risk. *The Journal of Finance*, 63(6), 2899–2939.
 25. Chava, S., & Jarrow, R. A. (2004). Bankruptcy Prediction with Industry Effects. *Review of Finance*, 8, 537–569.
 26. Collin-Dufresne, P., & Goldstein, R. S. (2001). Do Credit Spreads Reflect Stationary Leverage Ratios? *The Journal of Finance*, 56(5), 1929–1957.
 27. Committee of European Banking Supervisors. (2006). *Guidelines on the implementation, validation and assessment of Advanced Measurement (AMA) and Internal Ratings Based (IRB) Approaches*. London: Committee of European Banking Supervisors.
 28. Cox, D., & Snell, E. (1989). *Analysis of Binary Data, Second Edition*. Taylor & Francis.
 29. Crosbie, J. P., & Bohn, R. J. (2003). Modeling Default Risk. *Moody's KMV*.
 30. Davydenko, S. A. (2012). When Do Firms Default? A Study of the Default Boundary. *EFA Moscow Meetings Paper; AFA San Francisco Meetings Paper; WFA Keystone Meetings Paper*.
 31. *Direktiva 2006/48/ES Evropskega parlamenta in Sveta z dne 14. junija 2006 o začetku*

- opravljanja in opravljanju dejavnosti kreditnih institucij (preoblikovano)*. (2006).
32. *Direktiva 2013/36/EU Evropskega parlamenta in Sveta z dne 26. junija 2013 o dostopu do dejavnosti kreditnih institucij in bonitetnem nadzoru kreditnih institucij in investicijskih podjetij, spremembi Direktive 2002/87/ES in razveljavitvi direktiv 2006/48/ES in 2006/49/ES*. (2013).
 33. Duan, J.-C. (1994). Maximum Likelihood Estimation Using Price Data of the Derivative Contract. *Mathematical Finance*, 4(2), 155–167.
 34. Duan, J.-C. (2000). Correction: Maximum Likelihood Estimation Using Price Data of the Derivative Contract. *Mathematical Finance*, 10(4), 461–462.
 35. Duan, J.-C., Gauthier, G., & Simonato, J.-G. (2005). On the Equivalence of the KMV and Maximum Likelihood Methods for Structural Credit Risk Models. *Working paper*.
 36. Duan, J.-C., Simonato, J.-G., Gauthier, G., & Zaanoun, S. (2005). Estimating Merton's Model by Maximum Likelihood with Survivorship Consideration. *EFA 2004 Maastricht Meetings Paper No. 4190*.
 37. Duan, J.-C., Sun, J., & Wang, T. (2012). Multiperiod corporate default prediction - A forward intensity approach. *Journal of Econometrics*, 170(1), 191–209.
 38. Duffie, D., Saita, L., & Wang, K. (2007). Multi-period corporate default prediction with stochastic covariates. *Journal of Financial Economics*, 83(3), 635–665.
 39. Eberlein, E. (2001). Application of Generalized Hyperbolic Lévy Motions to Finance. In O. Barndorff-Nielsen, S. Resnick, & T. Mikosch (Eds.), *Lévy processes* (pp. 319–336). Birkhäuser Boston.
 40. Eberlein, E., & Keller, U. (1995). Hyperbolic Distributions in Finance. *Bernoulli*, 1(3), 281–299.
 41. Eberlein, E., Keller, U., & Prause, K. (1998). New Insights into Smile, Mispricing, and Value at Risk: The Hyperbolic Model. *The Journal of Business*, 71(3), 371–405.
 42. Eberlein, E., & Madan, D. B. (2011). Unbounded Liabilities, Reserve Capital Requirements and the Taxpayer Put Option. *Quantitative Finance*, 12(5), 1–15.
 43. Falkenstein, E. (2002). Credit scoring for corporate debt. *Credit Ratings: Methodologies, Rationale and Default Risk*, 169–188.
 44. Gerber, H. U., & Shiu, E. S. W. (1994). Option Pricing by Esscher Transforms. *Transactions of Society of Actuaries*, 46, 99–191.
 45. Ghysels, E., & Wang, F. (2014). Moment-Implied Densities: Properties and Applications. *Journal of Business & Economic Statistics*, 32(1), 88–111.
 46. Godin, F., Mayoral, S., & Morales, M. (2012). Contingent Claim Pricing Using a Normal Inverse Gaussian Probability Distortion Operator. *The Journal of Risk and Insurance*, 79(3), 841–866.
 47. Gordy, M. (2003). A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital

- Rules. *Journal of Financial Intermediation*, 12(3), 199–232.
48. Gupta, V., Mittal, R. K., & Bhalla, V. K. (2013). Estimating the default risk of public limited companies in India using structural KMV model. *Prajnan*, 41(4), 283–311.
 49. Gurny, M., Ortobelli Lozza, S., & Giacometti, R. (2013). Structural Credit Risk Models with Subordinated Processes. *Journal of Applied Mathematics*, 2013.
 50. Hayden, E. (2011). Estimation of a Rating Model for Corporate Exposures. In B. Engelmann & R. Rauhmeier (Eds.), *The Basel II Risk Parameters* (pp. 13–24). Springer Berlin Heidelberg.
 51. Hillegeist, S. A., Keating, E. K., Cram, D. P., & Lundstedt, K. G. (2004). Assessing the Probability of Bankruptcy. *Review of Accounting Studies*, 9, 5–34.
 52. Hosmer, W. D., & Lemeshow, S. (2000). *Applied logistic regression*. A Wiley Interscience Publication.
 53. Hubalek, F., & Sgarra, C. (2006). Esscher transforms and the minimal entropy martingale measure for exponential Lévy models. *Quantitative Finance*, 6(2), 125–145.
 54. Hwang, R.-C., Chung, H., & Ku, J.-Y. (2013). Predicting Recurrent Financial Distresses with Autocorrelation Structure: An Empirical Analysis from an Emerging Market. *Journal of Financial Services Research*, 43(3), 321–341.
 55. Jovan, M. (2010). The Merton Structural Model and IRB Compliance. *Metodološki zvezki*, 7(1), 39–57.
 56. Kalemanova, A., Schmid, B., & Werner, R. (2007). The Normal Inverse Gaussian Distribution for Synthetic CDO Pricing. *Journal of Derivatives*, 4(3), 80–94.
 57. Kane, G. D., Richardson, F. M., & Meade, N. L. (1998). Rank Transformations and the Prediction of Corporate Failure. *Contemporary Accounting Research*, 15(2), 145–166.
 58. Karlis, D. (2002). An EM type algorithm for maximum likelihood estimation of the normal-inverse Gaussian distribution. *Statistics & Probability Letters*, 57(1), 43–52.
 59. Löffler, G., & Maurer, A. (2011). Incorporating the dynamics of leverage into default prediction. *Journal of Banking & Finance*, 35(12), 3351 - 3361.
 60. Little, R. J. A. (1988). Missing-Data Adjustments in Large Surveys. *Journal of Business & Economic Statistics*, 6(3), 287–296.
 61. Liu, B., Kocagil, A. E., & Gupton, G. M. (2007). Fitch Equity Implied Rating and Probability of Default Model. *FitchSolutions*.
 62. Longstaff, F. A., & Schwartz, E. S. (1995). A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt. *The Journal of Finance*, 50(3), 789–819.
 63. McCullagh, P., & Nelder, J. A. (1989). *Generalized linear models* (2nd ed.). London: Chapman & Hall.

64. Merton, C. R. (1974). On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. *Journal of Finance*, 29(2), 449–470.
65. Nam, C. W., Kim, T. S., Park, N. J., & Lee, H. K. (2008). Bankruptcy prediction using a discrete-time duration model incorporating temporal and macroeconomic dependencies. *Journal of Forecasting*, 27(6), 493–506.
66. Ohlson, J. A. (1980). Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy. *The Journal of Accounting Research*, 18(1), 109–131.
67. Ornathanalai, C. (2014). Lévy jump risk: Evidence from options and returns. *Journal of Financial Economics*, 112(1), 69–90.
68. Ozkan, F. (2002). *Lévy Processes in Credit Risk and Market Models* (Doktorska disertacija). Albert-Ludwigs-Universität Freiburg.
69. Paoletta, M. S. (2007). *Intermediate Probability: A Computational Approach*. Chichester, England: John Wiley & Sons, Ltd.
70. Paul, P., Pennell, M. L., & Lemeshow, S. (2013). Standardizing the power of the Hosmer-Lemeshow goodness of fit test in large data sets. *Statistics in Medicine*, 32(1), 67–80.
71. Prause, K. (1999). *The Generalized Hyperbolic Model: Estimation, Financial Derivatives, and Risk Measures* (Doktorska disertacija). Albert-Ludwigs-Universität Freiburg.
72. R Core Team. (2016). R: A Language and Environment for Statistical Computing [Computer software manual]. Vienna, Austria.
73. Raible, S. (2000). *Lévy processes in finance: Theory, numerics, and empirical facts* (Doktorska disertacija). Albert-Ludwigs-Universität Freiburg.
74. Rasmus, S., Asmussen, S., & Wiktorsson, M. (2004). Pricing of some exotic options with NIG-Lévy input. In M. Bubak, G. van Albada, P. Sloot, & J. Dongarra (Eds.), *Computational science - iccs 2004* (Vol. 3039, pp. 795–802). Springer Berlin Heidelberg.
75. Rice, J. A. (2007). *Mathematical statistics and data analysis* (3rd ed.). Belmont, CA: Duxbury Press.
76. Rydberg, T. H. (1997). The normal inverse gaussian Lévy process: simulation and approximation. *Communications in Statistics. Stochastic Models*, 13(4), 887–910.
77. Schoutens, W., & Carboni, J. (2009). *Lévy processes in credit risk*. Wiley.
78. Shumway, T. (2001). Forecasting Bankruptcy More Accurately: A Simple Hazard Model. *Journal of Business*, 74(1), 101–124.
79. Sklep o ocenjevanju izgub iz kreditnega tveganja bank in hranilnic. (2015). *Uradni list RS*. št. 50/15.
80. Tjur, T. (2009). Coefficients of Determination in Logistic Regression Models - A New

- Proposal: The Coefficient of Discrimination. *The American Statistician*, 63(4), 366–372.
81. Tudela, M., & Young, G. (2005). A Merton-model Approach to Assessing the Default Risk of UK Public Companies. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 08(06), 737–761.
 82. Uredba (EU) št. 575/2013 Evropskega parlamenta in Sveta z dne 26. junija 2013 o bonitetnih zahtevah za kreditne institucije in investicijska podjetja ter o spremembi Uredbe (EU) št. 648/2012. (2013).
 83. Vašiček, O. (2002). Loan portfolio value. *Risk magazine*, 12, 160–162.
 84. Vassalou, M., & Xing, Y. (2004). Default Risk in Equity Returns. *The Journal of Finance*, 59(2), 831–868.
 85. Vink, G., Frank, L. E., Pannekoek, J., & van Buuren, S. (2014). Predictive mean matching imputation of semicontinuous variables. *Statistica Neerlandica*, 68(1), 61–90.
 86. Volk, M. (2013). Estimating Probability of Default and Comparing it to Credit Rating Classification by Banks. *Economic and Business Review*, 14(4), 299–320.
 87. Willett, B. J., & Singer, D. J. (1995). It's Déjà Vu All Over Again: Using Multiple-Spell Discrete-Time Survival Analysis. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 20(1), 41–67.
 88. Zakon o finančnem poslovanju, postopkih zaradi insolventnosti in prisilnem prenehanju. (2013). *Uradni list RS*. št. 100/13.
 89. Zhang, B., & Oosterlee, C. W. (2013). Efficient Pricing of European-Style Asian Options under Exponential Lévy Processes Based on Fourier Cosine Expansions. *SIAM Journal on Financial Mathematics*, 4(1), 399–426.
 90. Zmijewski, M. E. (1984). Methodological Issues Related to the Estimation of Financial Distress Prediction Models. *Journal of Accounting Research*, 22, 59–82.

PRILOGE

Kazalo prilog

Priloga 1: Računska koda v programu R za ocenjevanje Mertonovega NIG modela	1
Priloga 2: Opredelitev kazalnikov in osnovne opisne statistike	13

Priloga 1: Računska koda v programu R za ocenjevanje Mertonovega NIG modela

V tej prilogi je dana funkcija za simuliranje NIG Lévy procesa in funkcija za ocenjevanje parametrov NIG porazdelitve in PD v programu R (2016),

Funkcija za simuliranje podatkov je opredeljena tako, da omogoča poljubno določitev vseh simulacijskih spremenljivk,

Funkcija za ocenjevanje NIG parametrov in PD je opredeljena tako, da omogoča določitev vseh funkcijskih spremenljivk, ki so pomembne za izvedbo algoritma,

Spodnja računsko koda je bila uporabljena v tej disertaciji za ocenjevanje Mertonovega NIG modela, Podana je v obliki, ki je neposredno uporabna v navedenem programu, S tem je mogoča ponovitev izidov, opisanih v tej disertaciji,

```
““{r}
rm(list=ls(all=TRUE))
require(stargazer)
require(GeneralizedHyperbolic)
library(grDevices)
library(graphics)
require(numDeriv)
require(evaluate)
require(xtable)
options(xtable.floating = FALSE)
options(xtable.timestamp = "")
““

#Simuliranje podatkov
Opredeljena je funkcija simuliranja sim_nig.
““{r}
set.seed(1970)
sim_nig <- function (M = 2,
                    m,
                    n = 250,
                    r = .05,
                    h = 1/250,
                    tau = 250,
                    alpha.min = 1,
                    alpha.max = 1,
                    beta.min = 0,
                    beta.max = 0,
                    delta.min = 1,
                    delta.max = 1,
                    mu.min = 0,
                    mu.max = 0, A_0 = 1,
                    L.min = .5, L.max = .5,
                    meja.spod = 1e-10,
                    meja.zgor = Inf) {

  T <- n + tau # časovni horizont ocenjevanja
```

```

time <- matrix((T - c(1 : n)) * h, nrow = n, ncol = 1) #izdelava časovnega faktorja
the_big_A <- matrix(ncol = 0, nrow = n) #opredelitev končne matrike sredstev, A
the_big_L <- matrix(ncol = 1, nrow = 0) #opredelitev končne matrike dolga, L
the_big_E <- matrix(ncol = 0, nrow = n) #opredelitev končne matrike delnic, E

A_mx <- matrix(ncol = 1, nrow = 0) #opredelitev končne matrike alpha
B_mx <- matrix(ncol = 1, nrow = 0) #opredelitev končne matrike beta
T_mx <- matrix(ncol = 1, nrow = 0) #opredelitev končne matrike theta
D_mx <- matrix(ncol = 1, nrow = 0) #opredelitev končne matrike delta
M_mx <- matrix(ncol = 1, nrow = 0) #opredelitev končne matrike mu

Iter_first <- 1 #določitev št. prve iteracije

#Iterativni algoritem izdelave podatkov
#Iterativni algoritem omogoča nastavitve simulacije, brisanje neželenih simulacij,
#doseganje želenega števila simulacij.

repeat{
  a_mx <- matrix(runif(m, alpha.min, alpha.max), ncol = 1, nrow = m) #določanje vmesne matrike alpha
  d_mx <- matrix(runif(m, delta.min, delta.max), ncol = 1, nrow = m) #določanje vmesne matrike delta
  m_mx <- matrix(runif(m, mu.min, mu.max), ncol = 1, nrow = m) #določanje vmesne matrike mu
  b_mx <- matrix(runif(m, beta.min, beta.max), nrow = m, ncol = 1) #določanje vmesne matrike beta
  #Theta
  t_mx <- - b_mx -.5 -((m_mx - r) / (2 * d_mx)) * sqrt( (4 * a_mx^2 * d_mx^2) / ((m_mx - r)^2 + d_mx^2) - 1)

  #Izločitev simulacije m, če je theta enaka nan
  a_mx <- a_mx[!is.nan(t_mx), , drop = F]
  b_mx <- b_mx[!is.nan(t_mx), , drop = F]
  d_mx <- d_mx[!is.nan(t_mx), , drop = F]
  m_mx <- m_mx[!is.nan(t_mx), , drop = F]
  t_mx <- t_mx[!is.nan(t_mx), , drop = F]

  #Določitev nove dimenzije stolpcev, če je ta enaka 0, znova začne zgoraj
  m.new <- dim(a_mx) [1]; if(m.new == 0) next

  #Izločitev simulacije m, če je theta izven območja [-\alpha-\beta\leq\theta\leq\alpha-\beta-1]
  t_mx_ <- t_mx
  a_mx_ <- a_mx
  b_mx_ <- b_mx

  a_mx <- a_mx[(t_mx_ >= -a_mx_ - b_mx_ & t_mx_ <= a_mx_ - b_mx_ - 1), , drop = F]
  b_mx <- b_mx[(t_mx_ >= -a_mx_ - b_mx_ & t_mx_ <= a_mx_ - b_mx_ - 1), , drop = F]
  d_mx <- d_mx[(t_mx_ >= -a_mx_ - b_mx_ & t_mx_ <= a_mx_ - b_mx_ - 1), , drop = F]
  m_mx <- m_mx[(t_mx_ >= -a_mx_ - b_mx_ & t_mx_ <= a_mx_ - b_mx_ - 1), , drop = F]
  t_mx <- t_mx[(t_mx_ >= -a_mx_ - b_mx_ & t_mx_ <= a_mx_ - b_mx_ - 1), , drop = F]

  m.new <- dim(a_mx) [1]; if(m.new == 0) next

  #Izločitev simulacije m, če je alpha izven območja max[abs[\beta+\theta+1],\|
  #abs[\beta+\theta], abs[\beta]]
  izl_1 <- abs(b_mx + t_mx + 1)
  izl_2 <- abs(b_mx + t_mx)
  izl_3 <- abs(b_mx)
  a_mx_ <- a_mx

  a_mx <- a_mx[(izl_1 < a_mx_ & izl_2 < a_mx_ & izl_3 < a_mx_), , drop = F]
  b_mx <- b_mx[(izl_1 < a_mx_ & izl_2 < a_mx_ & izl_3 < a_mx_), , drop = F]
  d_mx <- d_mx[(izl_1 < a_mx_ & izl_2 < a_mx_ & izl_3 < a_mx_), , drop = F]

```

```

m_mx <- m_mx[(izl_1 < a_mx_ & izl_2 < a_mx_ & izl_3 < a_mx_), , drop = F]
t_mx <- t_mx[(izl_1 < a_mx_ & izl_2 < a_mx_ & izl_3 < a_mx_), , drop = F]

m.new <- dim(a_mx) [1]; if(m.new == 0) next
print(m.new)

#Opredelitev vmesne matrike sredstev
Amx <- matrix(ncol = m.new, nrow = (n - 1))

#Simuliranje eksponentnega NIG Lévy procesa
for (j in 1 : m.new) {
  A.next <- A_0
  for (t in 1 : (n - 1)) {
    Amx[t, j] <- A.next * exp(rnig(1, alpha = a_mx[j, ],
                                beta = b_mx[j, ],
                                delta = d_mx[j, ] * h,
                                mu = m_mx[j, ] * h))

    A.next <- Amx[t, j]
  }
}

Amx <- rbind(A_0, Amx) # adding the day 1 asset value

#Izločitev simulacije m, če je A_n pri tem m nan
izl_4 <- as.matrix(Amx[n, ])

a_mx <- a_mx[!is.nan(izl_4), , drop = F]
b_mx <- b_mx[!is.nan(izl_4), , drop = F]
t_mx <- t_mx[!is.nan(izl_4), , drop = F]
d_mx <- d_mx[!is.nan(izl_4), , drop = F]
m_mx <- m_mx[!is.nan(izl_4), , drop = F]
Amx <- Amx[, !is.nan(izl_4)]
izl_4 <- izl_4[!is.nan(izl_4), , drop = F]

dim_A <- dim(Amx) [1]; if (is.null(dim_A)) next #če so vrednosti prazne, začne znova

m.new <- dim(a_mx) [1]; if (m.new == 0) next

#Izločitev simulacije m, če je presežena spodnja ali zgornja meja:
#s tem se želi poustvariti položaj, ko je gibanje sredstev približno podobno dejanskemu.
izl_5 <- izl_4

a_mx <- a_mx[(izl_5 > meja.spod * A_0 & izl_5 < meja.zgor * A_0), , drop = F]
b_mx <- b_mx[(izl_5 > meja.spod * A_0 & izl_5 < meja.zgor * A_0), , drop = F]
t_mx <- t_mx[(izl_5 > meja.spod * A_0 & izl_5 < meja.zgor * A_0), , drop = F]
d_mx <- d_mx[(izl_5 > meja.spod * A_0 & izl_5 < meja.zgor * A_0), , drop = F]
m_mx <- m_mx[(izl_5 > meja.spod * A_0 & izl_5 < meja.zgor * A_0), , drop = F]
Amx <- Amx[, (izl_5 > meja.spod * A_0 & izl_5 < meja.zgor * A_0)]
izl_5 <- izl_5[(izl_5 > meja.spod * A_0 & izl_5 < meja.zgor * A_0), , drop = F]

dim_A <- dim(Amx) [1]; if (is.null(dim_A)) next
m.new <- dim(a_mx) [1]; if (m.new == 0) next

#Nastavitev dolga, L.
L <- as.matrix(runif(1, L.min, L.max) * apply(Amx, 2, min))

n <- dim(Amx) [1]
m.new <- dim(a_mx) [1]; if (m.new == 0) next

```



```

Nig1 <- matrix(ncol = m.new, nrow = n)
Nig2 <- matrix(ncol = m.new, nrow = n)
Emx <- matrix(ncol = m.new, nrow = n)

#Izračun E iz A in opsijske enačbe.
for (j in 1 : m.new) {
  a <- a_mx[j, ]
  b <- b_mx[j, ]
  d <- d_mx[j, ] * h
  mu <- m_mx[j, ] * h
  bt <- b + t_mx[j, ]
  bt1 <- bt + 1
  for (t in 1 : n) {
    Nig1[t, j] <- pnig(log(L[j, ]/Amx[t, j]), alpha = a,
                      beta = bt1,
                      delta = d * (T - t),
                      mu = mu * (T - t), lower.tail = FALSE)
    if(Nig1[t, j] < 0) {Nig1[t, j] <- 0
                      print("NIG1 < 0")
                      }
    if(Nig1[t, j] > 1) {Nig1[t, j] <- 1
                      print("NIG2 > 1")
                      }

    Nig2[t, j] <- pnig(log(L[j, ]/Amx[t, j]), alpha = a,
                      beta = bt,
                      delta = d * (T - t),
                      mu = mu * (T - t), lower.tail = FALSE)
    if(Nig2[t, j] < 0) Nig2[t, j] <- 0
    if(Nig2[t, j] > 1) Nig2[t, j] <- 1

    Emx[t, j] <- Amx[t, j] * Nig1[t, j] - Nig2[t, j] * exp((-r) * (T - t) * h) * L[j, ]
  }
}

m.new <- dim(Amx) [2]; if(m.new == 0) next

dolg <- Amx - Emx
d_min <- apply(dolg, 2, min) #najmanjši dolg za vsak m
e_min <- apply(Emx, 2, min) #najmanjša vrednost delnic, E, za vsak m

#Izločanje m-jev, če sta dolg ali kapital manjša od 0.
Amx <- Amx[, d_min >= 0 & e_min >= 0]
Emx <- Emx[, d_min >= 0 & e_min >= 0]
L <- L[d_min >= 0 & e_min >= 0, , drop = F]
a_mx <- a_mx[d_min >= 0 & e_min >= 0, , drop = F]
b_mx <- b_mx[d_min >= 0 & e_min >= 0, , drop = F]
t_mx <- t_mx[d_min >= 0 & e_min >= 0, , drop = F]
d_mx <- d_mx[d_min >= 0 & e_min >= 0, , drop = F]
m_mx <- m_mx[d_min >= 0 & e_min >= 0, , drop = F]

dim_A <- dim(Amx) [1]; if (is.null(dim_A)) next

m.new <- dim(Amx) [2]; if (m.new == 0) next

#Dodajanje trenutnih izidov iteracije k predhodni.
the_big_A <- cbind(Amx, the_big_A)

```

```

the_big_L <- rbind(L, the_big_L)
the_big_E <- cbind(Emx, the_big_E)
A_mx <- rbind(a_mx, A_mx)
B_mx <- rbind(b_mx, B_mx)
T_mx <- rbind(t_mx, T_mx)
D_mx <- rbind(d_mx, D_mx)
M_mx <- rbind(m_mx, M_mx)

#Pogoj prenehanja iteriranja: če število sredstev, M, doseže nastavljeni, se iteriranje prekine
if (dim(the_big_A) [2] >= M) break
Iter_first <- Iter_first + 1
}

#Določanje objektov za nadaljnje ocenjevanje
Amx <<- the_big_A #Končna matrika pravih sredstev
Emx <<- the_big_E #Končna matrika pravih kapitalov
L <<- the_big_L #Končna matrika pravih dolgov
a_mx <<- A_mx #Končna matrika pravih alpha
b_mx <<- B_mx #Končna matrika pravih beta
t_mx <<- T_mx #Končna matrika pravih theta
d_mx <<- D_mx #Končna matrika pravih delta
m_mx <<- M_mx #Končna matrika pravih mu

m <<- dim(Amx) [2] #Končno število m-jev
n <<- n
tau <<- tau

#Risanje simuliranega
T. <- 1 : n
plot(as.ts(Amx), plot.type = "single", type = "n", main = "sredstva")
segments(T., Amx, T. + 1)

plot(as.ts((Amx - Emx)), plot.type = "single", type = "n", main = "dolg")
segments(T., (Amx - Emx), T. + 1)

}
'''

##Izvedba funkcije
'''{r}
s <- sim_nig(m = 1000,
            n = 1000,
            A_0 = 1,
            alpha.min = 5,
            alpha.max = 5,
            beta.min = -2,
            beta.max = -2,
            delta.min = 1,
            delta.max = 1,
            mu.min = 0,
            mu.max = 0,
            L.min = .5,
            L.max = .5,
            meja.spod = .005,
            meja.zgor = 20)
'''

#Ocenjevanje parametrov funkcije gostote verjetnosti NIG porazdelitve.

```

```

#Opredeljena je funkcija EM.algoritem.
#Funkcija opredeljuje EM algoritem za ocenjevanje NIG Lévyvega procesa.
```{r}
EM.algoritem <- function(m, #št. sredstev
 n, #dolžina časovne vrste
 j.zacetek, #določitev začetnega m-ja
 rutina = "nlminb", #določitev optimizacijske rutine
 metoda = "L-BFGS-B", #znotraj rutine metode
 a.zacetek = 1, #začetni alpha
 b.zacetek = 0, #začetni beta
 d.zacetek = 1, #začetni delta
 mu.zacetek = 0, #začetni mu
 tau, #preostala zapadlost
 r, #netvegana letna obrestna mera
 h = 1/250, #spreminjanje dnevni v letne vrednosti
 Emx, #kapital/delnice
 L, #dolg
 root.min = 0, #minimalna meja pri iskanju ničle (root)
 root.max = 1e+9, #najvičja meja za root
 break.point = 100, #največje št. iteracij
 diff.alpha = 1e-3, #določitev natančnosti ocenjevanja za a
 diff.beta = 1e-3,
 diff.delta = 1e-3,
 diff.mu = 1e-3,
 limit.a.min = .51, #omejitve pri omejeni optimizaciji za a
 limit.a.max = 1000,
 limit.b.min = -1000,
 limit.b.max = 1000,
 limit.d.min = 1e-9,
 limit.d.max = 100,
 limit.m.min = -1000,
 limit.m.max = 1000)
{
 T <- n + tau
 Alpha <- matrix(nrow = m, ncol = 1) #Končna matrika ocenjenih alpha
 Beta <- matrix(nrow = m, ncol = 1) #Končna matrika ocenjenih beta
 Delta <- matrix(nrow = m, ncol = 1) #Končna matrika ocenjenih delta
 Mu <- matrix(nrow = m, ncol = 1) #Končna matrika ocenjenih Mu
 Iter <- matrix(nrow = m, ncol = 1) #Končna matrika iteracij z vsak m
 Convergence <- matrix(nrow = m, ncol = 1) #Končna matrika za merilo konvergentnosti ML algoritma
 A <- matrix(nrow = n, ncol = m) #Končna matrika sredstev v času n, za vsak m
 HESSIAN <- matrix(nrow = m, ncol = 4)
 PD_esscher <- matrix(nrow = m, ncol = 1)
 PD_orig <- matrix(nrow = m, ncol = 1)
 PD_norm <- matrix(nrow = m, ncol = 1)
 NIG1 <- matrix(nrow = n, ncol = m)

 #Na tem delu se začne dejanska izvedba EM algoritma.

 for (j in j.zacetek : m) {
 iter <- 0 #določi se začetna vrednost začetne iteracije
 alpha <- a.zacetek[j,]
 beta <- b.zacetek[j,]
 mu <- mu.zacetek[j,]
 delta <- d.zacetek[j,]
 L_ <- L[j,]

 if(j < 4) plot(as.ts(Amx[, j]))
 }
}

```

```

repeat{ #izvaja postopek znotraj repeat, dokler ne doseže pogoja za prekinitev

 expected.A <- function (y){ #pričakovana vrednost sredstev na podlagi opcijske enačba, za vsak m.
 nig1 <- pnig(log(L_ / y),
 alpha = alpha,
 beta = (-.5 -((mu - r) / (2 * delta)) *
 sqrt((4 * alpha^2 * delta^2) / ((mu - r)^2 + delta^2) - 1)) + 1,
 delta = delta * (T - t) * h,
 mu = mu * (T - t) * h, lower.tail = FALSE, subdivisions = 200)

 nig2 <- pnig(log(L_ / y),
 alpha = alpha,
 beta = (-.5 -((mu - r) / (2 * delta)) *
 sqrt((4 * alpha^2 * delta^2) / ((mu - r)^2 + delta^2) - 1)),
 delta = delta * (T - t) * h,
 mu = mu * (T - t) * h, lower.tail = FALSE, subdivisions = 200)

 (y * nig1 - nig2 * exp(-r * (T - t) * h) * L_) - Emx[t, j]
 }

 for (t in 1 : n){ #iskanje ničle, tj. iskanje A
 A[t, j] <- uniroot(expected.A, c(root.min, root.max))$root
 # if (is.na(A[t, j]) | A[t, j] < 0 | is.infinite(A[t, j])) A[t, j] <- 1
 }

 logA <- as.matrix(diff(log(A[, j]), differences = 1)) #izračun logaritma donosov na sredstva, A.

 logLNIG_A <- function (x) { # loglikelihood function
 alpha <- x[1]
 beta <- x[2]
 delta <- x[3]
 mu <- x[4]

 -((n - 1) * log(alpha)
 - (n - 1) * log(pi)
 + (n - 1) * delta * h * sqrt(alpha^2 - beta^2)
 - beta * (n - 1) * mu * h
 + beta * sum(logA)
 + sum(log(besselK(alpha * sqrt((delta * h)^2 + (logA - mu * h)^2), 1)))
 - 0.5 * sum(log(1 + ((logA - mu * h)/(delta * h))^2)) - sum(log(

 pnig(log(L_ / A[, j]),
 alpha = alpha,
 beta = ifelse(is.nan(-.5 -((mu - r) / (2 * delta)) *
 sqrt((4 * alpha^2 * delta^2) / ((mu - r)^2 + delta^2) - 1)) + 1,
 0, -.5 -((mu - r) / (2 * delta)) *
 sqrt((4 * alpha^2 * delta^2) / ((mu - r)^2 + delta^2) - 1)) + 1,
 delta = delta * h,
 mu = mu * h, lower.tail = FALSE, subdivisions = 200))
))
 }

 #Maximizacija se izvaja po delih, vsak parameter posebej

 if(rutina == "nlminb") {
 metoda <- NULL
 max <- nlminb(c(alpha, beta, delta, mu),

```

```

 logLNIG_A,
 lower = c(limit.a.min, limit.b.min, limit.d.min, limit.m.min), #omejena maksimizacija
 upper = c(limit.a.max, limit.b.max, limit.d.max, limit.m.max),
 #omejena maksimizacija
 control = list(maxit = 10))
 }
print(c(alpha, beta, delta, mu, limit.a.min, limit.a.max, metoda))
if(rutina == "optim") {
 max <- optim(c(alpha, beta, delta, mu),
 logLNIG_A,
 method = metoda,
 lower = if (metoda == "L-BFGS-B")
 c(limit.a.min, limit.b.min, limit.d.min, limit.m.min) else -Inf,
 upper = if (metoda == "L-BFGS-B")
 c(limit.a.max, limit.b.max, limit.d.max, limit.m.max) else Inf,
 control = list(maxit = 10))
}

if(j < 4) print(max$par)

#shranjevanje ocen parametrov
converge <- max$convergence
alpha1 <- max$par [1]
beta1 <- max$par [2]
delta1 <- max$par [3]
mu1 <- max$par [4]

#računanje razlike med dvema iteracijama
diff.a <- alpha1 - alpha
diff.b <- beta1 - beta
diff.d <- delta1 - delta
diff.m <- mu1 - mu

#določanje novih ocen parametrov za naslednjo iteracijo
alpha <- alpha1
beta <- beta1
delta <- delta1
mu <- mu1

iter <- 1 + iter

#Pogoji za prekinite ponavljanja/iteriranja

if(abs(diff.a) < diff.alpha & abs(diff.b) < diff.beta & abs(diff.d)
< diff.delta & abs(diff.m) < diff.mu) break
if(iter > break.point) break
}

#Shranjevanje v objekte
Convergence[j,] <- converge
Iter[j,] <- iter
Delta[j,] <- delta
Mu[j,] <- mu
Alpha[j,] <- alpha
Beta[j,] <- beta
HESSIAN[j,] <- sqrt(diag(solve(hessian(logLNIG_A, x = c(alpha, beta, delta, mu))))))

PD_esscher[j,] <- pnig(log(L[j,] / A[n, j]),

```

```

alpha = Alpha[j,], beta = Beta[j,], delta = Delta[j,], mu = Mu[j,]) * 100

PD_orig[j,] <- pnig(log(L[j,] / Amx[n, j]),
alpha = a_mx[j,], beta = b_mx[j,], delta = d_mx[j,], mu = m_mx[j,]) * 100

PD_norm[j,] <- pnorm(log(L[j,] / Amx[n, j]),
mean(logA) / h, apply(logA, 2, sd) / sqrt(h)) * 100
}

Convergence <-< Convergence
Iter <-< Iter
Delta <-< Delta
Mu <-< Mu
Alpha <-< Alpha
Beta <-< Beta
A <-< A
m <-< m
n <-< n
HESSIAN <-< HESSIAN
PD_esscher <-< PD_esscher
PD_orig <-< PD_orig
PD_norm <-< PD_norm

#Opredelitev izpisa osnovnih opisnih statistik za parameter Alpha
tabela.alpha <- round(c(m, mean(Alpha, na.rm = TRUE),
sd(Alpha, na.rm = TRUE),
min(Alpha, na.rm = TRUE),
max(Alpha, na.rm = TRUE),
t.test(Alpha, mu = a_mx[1])$p.value,
ks.test(Alpha, "pnorm", mean(Alpha), sd(Alpha))$p.value, sum(is.na(Alpha))), 3)

#Opredelitev izpisa osnovnih opisnih statistik za parameter Beta
tabela.beta <- round(c(m, mean(Beta, na.rm = TRUE),
sd(Beta, na.rm = TRUE),
min(Beta, na.rm = TRUE),
max(Beta, na.rm = TRUE),
t.test(Beta, mu = b_mx[1])$p.value,
ks.test(Beta, "pnorm", mean(Beta), sd(Beta))$p.value, sum(is.na(Beta))), 3)

#Opredelitev izpisa osnovnih opisnih statistik za parameter Delta
tabela.delta <- round(c(m, mean(Delta, na.rm = TRUE),
sd(Delta, na.rm = TRUE),
min(Delta, na.rm = TRUE),
max(Delta, na.rm = TRUE),
t.test(Delta, mu = d_mx[1])$p.value,
ks.test(Delta, "pnorm", mean(Delta), sd(Delta))$p.value, sum(is.na(Delta))), 3)

#Opredelitev izpisa osnovnih opisnih statistik za parameter Mu
tabela.mu <- round(c(m, mean(Mu, na.rm = TRUE),
sd(Mu, na.rm = TRUE),
min(Mu, na.rm = TRUE),
max(Mu, na.rm = TRUE),
t.test(Mu, mu = m_mx[1])$p.value,
ks.test(Mu, "pnorm", mean(Mu), sd(Mu))$p.value, sum(is.na(Mu))), 3)

names(tabela.alpha) <- c("št.sredstev", "povprečje", "sd", "min", "max", "t-test", "ks-test", "manjkajoče")
names(tabela.beta) <- c("št.sredstev", "povprečje", "sd", "min", "max", "t-test", "ks-test", "manjkajoče")
names(tabela.delta) <- c("št.sredstev", "povprečje", "sd", "min", "max", "t-test", "ks-test", "manjkajoče")

```

```

names(tabela.mu) <- c("št.sredstev", " povprečje", "sd", "min", "max", "t-test", "ks-test", "manjkajoče")

tabela.alpha <- tabela.alpha
tabela.beta <- tabela.beta
tabela.delta <- tabela.delta
tabela.mu <- tabela.mu

tabela.PD <- round(c(m, mean(PD_esscher, na.rm = TRUE),
sd(PD_esscher, na.rm = TRUE),
min(PD_esscher, na.rm = TRUE),
max(PD_esscher, na.rm = TRUE),
sum(is.na(PD_esscher))), 3)
names(tabela.PD) <- c("št.sredstev", " povprečje", "sd", "min", "max", "manjkajoče")
tabela.PD <- tabela.PD

tabela.PD.orig <- round(c(m, mean(PD_orig, na.rm = TRUE),
sd(PD_orig, na.rm = TRUE),
min(PD_orig, na.rm = TRUE),
max(PD_orig, na.rm = TRUE),
sum(is.na(PD_orig))), 3)
tabela.PD.orig <- tabela.PD.orig

tabela.PD.norm <- round(c(m, mean(PD_norm, na.rm = TRUE),
sd(PD_norm, na.rm = TRUE),
min(PD_norm, na.rm = TRUE),
max(PD_norm, na.rm = TRUE),
sum(is.na(PD_norm))), 3)
tabela.PD.norm <- tabela.PD.norm

#Opredeli se izpis osnovnih opisnih statistik za sredstva
podatki.t2 <- c(m, mean(Amx[n, j.zacetek : j]),
sd(Amx[n, j.zacetek : j]),
min(Amx[n, j.zacetek : j]),
max(Amx[n, j.zacetek : j]),
m, mean(A[n,], na.rm = TRUE),
sd(A[n,], na.rm = TRUE),
min(A[n,]),
max(A[n,]),
m, mean(L[j.zacetek : j,]/Amx[n, j.zacetek : j]),
sd(L[j.zacetek : j,]/Amx[n, j.zacetek : j]),
min(L[j.zacetek : j,]/Amx[n, j.zacetek : j]),
max(L[j.zacetek : j,]/Amx[n, j.zacetek : j]),
m, mean(L[j.zacetek : j,]/A[n,], na.rm = TRUE),
sd(L[j.zacetek : j,]/A[n,], na.rm = TRUE),
min(L[j.zacetek : j,]/A[n,], na.rm = TRUE),
max(L[j.zacetek : j,]/A[n,], na.rm = TRUE),
m, mean(diag(cor(A, Amx[, j.zacetek : j]))),
sd(diag(cor(A, Amx[, j.zacetek : j]))),
min(diag(cor(A, Amx[, j.zacetek : j]))),
max(diag(cor(A, Amx[, j.zacetek : j]))),
m, mean(A[n,] / Amx[n, j.zacetek : j], na.rm = TRUE),
sd(A[n,]/Amx[n, j.zacetek : j], na.rm = TRUE),
min(A[n,] / Amx[n, j.zacetek : j], na.rm = TRUE),
max(A[n,] / Amx[n, j.zacetek : j], na.rm = TRUE),
m, mean(Iter), sd(Iter), min(Iter), max(Iter))

tabela2 <- matrix(podatki.t2, nrow = 7, ncol = 5, byrow = TRUE)

```

```

colnames(tabela2) <- c("št. sredstev", "povprečje", "sd", "min", "max")
rownames(tabela2) <- c("A_n",
 "hat{A}_n",
 "L/A_n",
 "L/hat{A}_n",
 "rho (hat{A}/A)",
 "hat A/A",
 "št. iteracij")

tabela2 <- tabela2
}
'''

#Izvedba funkcije EM.algoritem

'''{r}
max <- EM.algoritem(m = m, #število m-jev
 n = n, #časovna vrsta
 j.zacetek = 1, #s katerim m začneš
 a.zacetek = a_mx, #začetna alpha
 b.zacetek = b_mx, #začetna beta
 d.zacetek = d_mx, #zčetna delta
 mu.zacetek = m_mx, #začetni mu
 r = .05, #r
 tau = tau, #preostala zapadlost
 Emx = Emx, #vrednost delnic/kapitala
 L = L, #vrednost dolga
 break.point = 10, #po koliko iteracij prekine
 diff.alpha = 0.1, #razlika v ocenah alpha za prekinitev
 diff.beta = 0.1,
 diff.delta = 0.1,
 diff.mu = 0.1,
 rutina = "nlminb", metoda = "L-BFGS-B")
'''

##Tabele alpha, beta, delta, mu
'''{r, results='asis'}
ta.cela <- tabela.alpha
tb.cela <- tabela.beta
td.cela <- tabela.delta
tm.cela <- tabela.mu

stargazer(cbind(ta.cela, tb.cela, td.cela, tm.cela), header = F, flip = T, type = "text")

thess.cela <- apply(HESSIAN, 2, function (x){c(povprecje = mean(x, na.rm = T),
sd = sd(x, na.rm = T),
min = min(x, na.rm = T),
max = max(x, na.rm = T),
majkajoce = sum(is.na(x)))})

stargazer(thess.cela, header = F, flip = T, type = "text")

rbind(tabela.PD, tabela.PD.orig, tabela.PD.norm)
'''

'''{r, results='asis'}
stargazer(tabela2, header = F, type = "text")
'''

```



```
““{r}
t.test(Alpha, mu = a_mx[1]) #t-test za ocenjevanje razlike med pravim Alpha in povprečjem ocenjenih Alpha
ks.test(Alpha, "pnorm", mean(Alpha), sd(Alpha), na.rm = T)
#kolmogorov-smirnov test za normalnost porazdelitev vzorčnih ocen Alpha

t.test(Beta, mu = b_mx[1])
ks.test(Beta, "pnorm", mean(Beta), sd(Beta))

t.test(Delta, mu = d_mx[1])
ks.test(Delta, "pnorm", mean(Delta), sd(Delta))

t.test(Mu, mu = m_mx[1])
ks.test(Mu, "pnorm", mean(Mu), sd(Mu))
““
```

## Priloga 2: Opredelitve kazalnikov in osnovne opisne statistike

V prilogi 2 so podane opredelitve ter osnovne opisne statistike finančnih kazalnikov. Finančni kazalniki so opredeljeni z oznakami za avtomatsko obdelovanje podatkov (AOP), ki so sestavni del finančnih izkazov in omogočajo smiselno identifikacijo bilančnih postavk.

*Tabela P1: Opredelitve finančnih kazalnikov glede na oznako AOP*

Naziv kazalnika	Opredelitev kazalnika glede na AOP
K1	$(AOP056 - AOP064) / (AOP002 - AOP064)$
K2	$AOP056 / AOP002$
K3	$(AOP056 + AOP073 + AOP075) / (AOP002 + AOP027)$
K4	$(AOP056 + AOP073 + AOP075) / (AOP002 + AOP027 + AOP034)$
K5	$(AOP056 - AOP064 + AOP073 + AOP075) / (AOP002 - AOP064 + AOP027)$
K6	$(AOP056 - AOP064 + AOP073 + AOP075) / (AOP002 - AOP064 + AOP027 + AOP034)$
K7	$(AOP056 - AOP064) / (AOP003 - AOP064 + AOP010)$
K8	$(AOP056 - AOP064 + AOP073) / (AOP003 - AOP064 + AOP010)$
K9	$AOP056 / (AOP003 + AOP010)$
K10	$(AOP075 + AOP085 + AOP074 + AOP095) / (AOP001 - AOP064)$
K11	$(AOP073 + AOP075 + AOP085 + AOP074 + AOP095) / (AOP001 - AOP064)$
K12	$(AOP075 + AOP085 + AOP074 + AOP095) / (AOP001)$
K13	$(AOP073 + AOP075 + AOP085 + AOP074 + AOP095) / (AOP001)$
K14	$AOP056 / AOP001$
K15	$(AOP056 - AOP064) / (AOP001 - AOP064)$
K16	$AOP056 / (AOP075 + AOP085 + AOP074 + AOP095 + AOP073)$
K17	$(AOP056 - AOP064) / (AOP075 + AOP085 + AOP074 + AOP095 + AOP073)$
K18	$(AOP079 + AOP078 + AOP090 + AOP089) / (AOP001 - AOP064)$
K19	$(AOP079 + AOP078 + AOP090 + AOP089) / (AOP001)$
K20	$(AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053) / (AOP085 + AOP074 + AOP095)$
K21	$(AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053 - AOP064) / (AOP085 + AOP074 + AOP095)$
K22	$(AOP032 - AOP027 - AOP034 + AOP009 + AOP053) / (AOP085 + AOP074 + AOP095)$
K23	$(AOP032 - AOP027 - AOP034 + AOP009 + AOP053 - AOP064) / (AOP085 + AOP074 + AOP095)$
K24	$(AOP040 + AOP052) / (AOP085 + AOP074 + AOP095)$
K25	$(AOP040 - AOP064 + AOP052) / (AOP085 + AOP074 + AOP095)$
K26	$AOP052 / (AOP085 + AOP074 + AOP095)$
K27	$AOP048 / (AOP093 + AOP092 + AOP094)$
K28	$AOP048 / AOP093$
K29	$AOP050 / AOP093$
K30	$(AOP127 - AOP128 - AOP148) / AOP188$
K31	$(AOP110 + AOP123) / AOP188$
K32	$AOP126 / AOP188$
K33	$AOP001 / AOP188$
K34	$(AOP001 - AOP064) / AOP188$
K35	$(AOP003 + AOP010) / AOP188$
K36	$(AOP110 + AOP123 + AOP153) / (AOP110.T1 + AOP123.T1 + AOP153.T1)$
K37	$(AOP126 + AOP153) / (AOP126.T1 + AOP153.T1)$
K38	$(AOP126 + AOP153 + AOP178) / (AOP126.T1 + AOP153.T1 + AOP178.T1)$
K39	$(AOP110 + AOP123) / (AOP110.T1 + AOP123.T1)$
K40	$AOP126 / AOP126.T1$
K41	$AOP110 / AOP110.T1$
K43	$AOP001 / AOP001.T1$
K44	$(AOP001 - AOP064) / (AOP001.T1 - AOP064.T1)$
K45	$AOP056 / AOP056.T1$

**Legenda:** T1 je časovni zamik nazaj za obdobje enega leta.

Tabela P2: Opredelitve finančnih kazalnikov glede na oznako AOP

Naziv kazalnika	Opredelitev kazalnika glede na oznako AOP
K46	$(AOP056 - AOP064) / (AOP056.T1 - AOP064.T1)$
K47	$(AOP186 - AOP187 + AOP145) / (AOP075 + AOP085 + AOP074 + AOP095)$
K48	$(AOP186 - AOP187 + AOP145) / (AOP085 + AOP074 + AOP095)$
K49	$(AOP186 - AOP187 + AOP145 - AOP034 + AOP048 + AOP052 - AOP093 - AOP092 - AOP094 - AOP074 - AOP095 - (AOP034.T1 + AOP048.T1 + AOP052.T1 - AOP093.T1 - AOP092.T1 - AOP094.T1 - AOP074.T1 - AOP095.T1)) / (AOP075 + AOP085 + AOP074 + AOP095)$
K50	$(AOP186 - AOP187 + AOP145 - AOP034 + AOP048 + AOP052 - AOP093 - AOP092 - AOP094 - AOP074 - AOP095 - (AOP034.T1 + AOP048.T1 + AOP052.T1 - AOP093.T1 - AOP092.T1 - AOP094.T1 - AOP074.T1 - AOP095.T1)) / (AOP085 + AOP074 + AOP095)$
K55	$(AOP090 + AOP089) / (AOP110 / 12)$
K56	$(AOP110 + AOP123) / (AOP085 - AOP048 - AOP040)$
K60	$(AOP079 + AOP078 + AOP090 + AOP089) / (AOP055)$
K61	$(AOP079 + AOP078 + AOP090 + AOP089) / (AOP055 - AOP064)$
K62	$(AOP085 + AOP074 + AOP095) / (AOP055)$
K63	$(AOP085 + AOP074 + AOP095) / (AOP055 - AOP064)$
K64	$(AOP002 + AOP027) / (AOP001)$
K65	$(AOP002 - AOP064 + AOP027) / (AOP001 - AOP064)$
K66	$(AOP003 + AOP010) / AOP001$
K67	$(AOP003 + AOP010) / (AOP001 - AOP064)$
K68	$AOP010 / AOP001$
K69	$AOP010 / (AOP001 - AOP064)$
K70	$(AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053) / AOP001$
K71	$(AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053 - AOP064) / (AOP001 - AOP064)$
Fin. naložbe / sredstva	$(AOP019 + AOP040) / AOP001$
K73	$(AOP019 - AOP064 + AOP040) / (AOP001 - AOP064)$
K74	$(AOP040 + AOP052) / (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053)$
K75	$(AOP040 - AOP064 + AOP052) / (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053 - AOP064)$
K76	$(AOP110 + AOP123 + AOP124 + AOP125 + AOP153) / (AOP001)$
K77	$(AOP110 + AOP123 + AOP124 + AOP125 + AOP153) / (AOP001 - AOP064)$
K78	$(AOP126 + AOP153) / AOP001$
K79	$(AOP126 + AOP153) / (AOP001 - AOP064)$
K80	$(AOP110 + AOP123 + AOP124 + AOP125) / AOP001$
K81	$(AOP110 + AOP123 + AOP124 + AOP125) / (AOP001 - AOP064)$
K82	$AOP126 / AOP001$
K83	$AOP126 / (AOP001 - AOP064)$
K84	$(AOP110 + AOP123 + AOP124 + AOP125) / (AOP001 - AOP019 - AOP040)$
K85	$AOP126 / (AOP001 - AOP019 - AOP040)$
K86	$(AOP110 + AOP123 + AOP124 + AOP125 + AOP153) / (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053)$
K87	$(AOP110 + AOP123 + AOP124 + AOP125 + AOP153) / (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053 - AOP064)$
K88	$(AOP126 + AOP153) / (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053)$
K89	$(AOP126 + AOP153) / (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053 - AOP064)$
K90	$(AOP110 + AOP123 + AOP124 + AOP125) / (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053)$

Legenda: T1 je časovni zamik nazaj za obdobje enega leta.

Tabela P3: Opredelitve finančnih kazalnikov glede na oznako AOP

Naziv kazalnika	Opredelitev kazalnika glede na oznako AOP
K91	$(AOP110 + AOP123 + AOP124 + AOP125)$ $/ (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053 - AOP064)$
K92	$AOP126 / (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053)$
K93	$AOP126 / (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053 - AOP064)$
K94	$(AOP110 + AOP123 + AOP124 + AOP125)$ $/ (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053 - AOP040)$
K95	$AOP126 / (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053 - AOP040)$
K96	$(AOP110 + AOP123) / (AOP032 - AOP027 + AOP009 + AOP053 - AOP040)$
K97	$(AOP110 + AOP123 + AOP124 + AOP125) / (AOP003 + AOP010)$
K98	$AOP126 / (AOP003 + AOP010)$
K102	$(AOP110 + AOP123) / AOP048$
K103	$AOP126 / AOP048$
Čist.prih.prodanje / krat.posl.obvez	$(AOP110 + AOP123) / (AOP093 + AOP092 + AOP094)$
K105	$(AOP128 + AOP139 + AOP148) / (AOP093 + AOP092 + AOP094)$
K106	$AOP128 / (AOP093 + AOP092 + AOP094)$
K107	$(AOP186 - AOP187) / AOP126$
K108	$(AOP182 - AOP183) / AOP126$
K109	$(AOP182 - AOP183) / (AOP126 + AOP153 + AOP178)$
K110	$(AOP151 + AOP153 - AOP152 - AOP166) / (AOP126)$
K111	$(AOP151 - AOP152) / AOP126$
K112	$(AOP151 - AOP152 + AOP145) / AOP126$
K113	$(AOP151 + AOP153 - AOP152 - AOP166) / (AOP126 + AOP153)$
K114	$(AOP151 - AOP152 + AOP153 - AOP168) / AOP001$
K115	$(AOP151 - AOP152 + AOP153 - AOP168) / (AOP001 - AOP064)$
K116	$(AOP151 - AOP152 + AOP145 + AOP153 - AOP168) / AOP001$
K117	$(AOP151 - AOP152 + AOP145 + AOP153 - AOP168) / (AOP001 - AOP064)$
K118	$(AOP186 - AOP187) / AOP001$
K119	$(AOP186 - AOP187) / (AOP001 - AOP064)$
Celotni dobiček(izguba) / sredstva	$(AOP182 - AOP183) / AOP001$
K121	$(AOP182 - AOP183) / (AOP001 - AOP064)$
K122	$(AOP186 - AOP187 + AOP169) / AOP001$
K123	$(AOP186 - AOP187 + AOP169) / (AOP001 - AOP064)$
K124	$(AOP182 - AOP183 + AOP169) / AOP001$
K125	$(AOP182 - AOP183 + AOP169) / (AOP001 - AOP064)$
K126	$(AOP186 - AOP187) / AOP056$
K127	$(AOP186 - AOP187) / (AOP056 - AOP064)$
K128	$(AOP182 - AOP183) / AOP056$
K129	$(AOP182 - AOP183) / (AOP056 - AOP064)$
K130	$(AOP151 - AOP152 + AOP153 - AOP168)$ $/ (AOP056 + AOP079 + AOP078 + AOP090 + AOP089)$
K131	$(AOP151 - AOP152 + AOP153 - AOP168)$ $/ (AOP056 - AOP064 + AOP079 + AOP078 + AOP090 + AOP089)$
K132	$AOP126 / AOP127$
K133	$(AOP126 + AOP153) / (AOP127 + AOP166)$
K134	$(AOP126 + AOP153 + AOP178) / (AOP127 + AOP166 + AOP181)$
K135	$(AOP115 + AOP118) / AOP110$
K136	$(AOP126 + AOP153)$
K137	$(AOP001 - AOP064)$
K138	$(AOP056 - AOP064)$
Dolg / sredstva	$(AOP075 + AOP085) / AOP001$
KFO / prihodki	$(AOP090 + AOP089) / AOP110$

Legenda: T1 je časovni zamik nazaj za obdobje enega leta.

Tabela P4: Osnovne opisne statistike finančnih kazalnikov,  $N = 259.357$

Naziv kazalnika	Povprečje	Minimum	Maksimum	Std. odklon	Delež manjkajočih
Dolg/sredstva	0,644	0,000	42,236	0,351	0,000
KFO/prihodki	1,345	-0,036	14262,000	62,371	0,013
Celotni dobiček(izguba)/sredstva	0,039	-39,569	8,784	0,200	0,000
K1	2,908	-3680,000	10588,000	42,324	0,024
K2	3,050	-3680,000	10588,000	42,086	0,024
K3	4,505	-3680,000	54573,000	125,440	0,024
K4	2,229	-3680,000	10588,000	40,680	0,012
K5	4,335	-3680,000	54573,000	125,690	0,024
K6	2,164	-3680,000	10588,000	40,758	0,012
K7	5,809	-6451,030	80963,000	200,023	0,036
K8	5,945	-6451,030	80963,000	200,223	0,036
K9	6,634	-4359,583	80963,000	202,172	0,037
K10	0,670	-114,000	110,952	0,748	0,000
K11	0,681	-114,000	130,429	0,767	0,000
K12	0,657	0,000	42,377	0,349	0,000
K13	0,668	0,000	42,377	0,346	0,000
K14	0,332	-41,377	1,000	0,346	0,000
K15	0,319	-129,452	114,000	0,766	0,000
K16	2,072	-0,976	14339,000	60,632	0,001
K17	1,994	-656,000	14339,000	59,611	0,001
K18	0,247	-100,000	38,546	0,415	0,000
K19	0,243	0,000	37,538	0,275	0,000
K20	2,269	-124,000	9009,000	36,581	0,001
K21	2,157	-783,000	9009,000	34,937	0,001
K22	1,856	-124,000	9009,000	34,364	0,001
K23	1,744	-783,000	9009,000	32,622	0,001
K24	0,906	-0,174	8195,000	29,882	0,001
K25	0,794	-788,000	8195,000	27,946	0,001
K26	0,311	-0,545	2324,000	5,265	0,001
K27	1,339	0,000	5447,857	12,504	0,003
K28	4,155	0,000	15757,000	44,056	0,026
K29	2,853	0,000	15757,000	36,420	0,026
K30	24,533	0,000	10489,000	39,428	0,079
K31	170,421	0,000	96998,000	644,510	0,079
K32	173,894	-413,000	96998,000	653,136	0,079
K33	204,227	0,415	394319,000	1553,452	0,079
K34	201,236	-2584,000	394151,000	1549,304	0,079
K35	62,393	0,000	70527,000	474,136	0,079
K36	3,485	0,000	20566,000	110,503	0,023
K37	3,458	-26,091	20566,000	110,789	0,022
K38	3,471	-26,091	20623,000	111,603	0,021
K39	2,501	0,000	32213,000	79,935	0,030
K40	2,466	-25,788	19584,000	62,129	0,028
K41	2,491	0,000	32213,000	79,765	0,031
K43	3,423	0,002	109185,556	251,740	0,007
K44	3,412	-550,500	109185,556	251,723	0,007
K45	2,123	-1442,000	98323,250	200,974	0,010
K46	2,090	-2224,556	98323,250	201,046	0,010
K47	0,239	-589,000	2206,167	5,674	0,001
K48	0,343	-1059,000	2206,167	6,979	0,001

Tabela P5: Osnovne opisne statistike finančnih kazalnikov,  $N = 259.357$

Naziv kazalnika	Povprečje	Minimum	Maksimum	Std. odklon	Delež manjkajočih
K49	-0,202	-3610,778	3774,500	14,932	0,007
K50	-0,348	-7254,000	3774,500	27,157	0,007
K55	16,139	-0,426	171144,000	748,451	0,013
K56	1,594	-72367,000	15755,722	210,118	0,007
K60	0,243	0,000	37,538	0,275	0,000
K61	0,247	-100,000	38,546	0,415	0,000
K62	0,506	0,000	32,342	0,330	0,000
K63	0,516	-114,000	110,905	0,666	0,000
K64	0,412	0,000	2,000	0,287	0,000
K65	0,398	-247,000	134,000	0,901	0,000
K66	0,354	0,000	1,010	0,274	0,000
K67	0,363	-93,000	84,119	0,545	0,000
K68	0,338	0,000	1,000	0,272	0,000
K69	0,347	-93,000	84,095	0,540	0,000
K70	0,593	-0,994	1,020	0,286	0,000
K71	0,581	-335,000	94,000	0,911	0,000
Fin.naložbe/sredstva	0,103	0,000	1,004	0,190	0,000
K73	0,082	-285,000	204,000	1,174	0,000
K74	0,228	-437,000	35,000	1,082	0,001
K75	0,217	-480,333	1207,000	3,778	0,001
K76	1,542	0,000	96,089	1,438	0,000
K77	1,579	-376,000	625,500	2,866	0,000
K78	1,544	-1,194	96,089	1,435	0,000
K79	1,581	-376,000	625,500	2,835	0,000
K80	1,528	0,000	96,006	1,435	0,000
K81	1,565	-374,000	526,500	2,676	0,000
K82	1,530	-1,238	96,006	1,432	0,000
K83	1,566	-374,000	526,500	2,644	0,000
K84	1,775	0,000	2284,000	5,038	0,001
K85	1,777	-4,158	2284,000	5,035	0,001
K86	3,163	-6304,000	2576,000	16,055	0,001
K87	3,183	-6304,000	2771,000	21,367	0,001
K88	3,164	-6304,000	2576,000	16,047	0,001
K89	3,184	-6304,000	2771,000	21,362	0,001
K90	3,078	-6304,000	974,500	14,217	0,001
K91	3,101	-6304,000	2755,000	19,912	0,001
K92	3,079	-6304,000	974,500	14,208	0,001
K93	3,102	-6304,000	2755,000	19,906	0,001
K94	3,657	-1700,000	2330,000	10,469	0,002
K95	3,657	-1700,000	2331,000	10,452	0,002
K96	3,591	-1700,000	2330,000	10,347	0,002
K97	27,719	0,000	86754,000	332,131	0,037
K98	28,112	-60,000	86754,000	338,950	0,037
K102	9,718	0,000	7459,000	35,437	0,013
K103	10,014	-413,000	8258,000	40,011	0,013
Čist.prih.prodanje/kratk.posl.obvez.	5,820	0,000	4667,000	16,999	0,003
K105	5,346	0,000	4700,000	17,286	0,003
K106	4,083	0,000	4666,000	16,584	0,003
K107	-0,091	-11051,783	1610,750	23,672	0,011
K108	-0,077	-11051,783	1610,750	23,696	0,011

Tabela P6: Osnovne opisne statistike finančnih kazalnikov,  $N = 259.357$

Naziv kazalnika	Povprečje	Minimum	Maksimum	Std. odklon	Delež manjkajočih
K109	-0,118	-7601,000	46,875	15,966	0,005
K110	-0,126	-9662,783	1610,750	22,342	0,011
K111	-0,111	-2930,000	246,000	8,250	0,011
K112	-0,039	-2817,000	240,000	7,937	0,011
K113	-0,265	-7601,000	115,800	24,632	0,005
K114	0,052	-33,012	16,116	0,229	0,000
K115	0,057	-39,500	310,000	0,777	0,000
K116	0,103	-33,004	16,116	0,229	0,000
K117	0,109	-34,333	316,000	0,806	0,000
K118	0,029	-39,569	8,705	0,192	0,000
K119	0,032	-40,632	231,000	0,587	0,000
K121	0,043	-40,632	297,000	0,729	0,000
K122	0,049	-37,172	16,070	0,189	0,000
K123	0,052	-38,170	235,000	0,594	0,000
K124	0,059	-37,172	16,070	0,197	0,000
K125	0,063	-38,170	301,000	0,736	0,000
K126	0,128	-1255,500	197,000	3,555	0,003
K127	0,125	-1255,500	197,000	3,627	0,003
K128	0,161	-1255,500	197,000	3,587	0,003
K129	0,155	-1255,500	217,000	3,760	0,003
K130	0,128	-298,500	504,000	2,196	0,001
K131	0,131	-298,500	504,000	2,391	0,001
K132	1,077	-7,500	616,000	1,683	0,002
K133	1,101	-3,062	3132,500	8,665	0,002
K134	1,107	-2,906	3132,500	8,656	0,002
K135	0,127	0,000	1,111	0,260	0,013
K136	3216,459	-481,000	3280643,000	28386,390	0,000
K137	3538,260	-7754,000	5914371,000	45106,405	0,000
K138	436,633	-35947,000	339560,000	2965,865	0,000
Blokade	6,799	0,000	366,000	36,763	0,000
Negativni kapital	0,047	0,000	1,000	0,211	0,000
$\sigma$	3,270	0,000	260,627	10,549	0,096
Starost	10,753	1,000	59,000	6,377	0,000

*Tabela P7: Število enot glede na standardno klasifikacijo dejavnosti (SKD), N = 259.357*

SKD	Opis	število enot
A	KMETIJSTVO IN LOV, GOZDARSTVO, RIBIŠTVO	2.033
B	RUDARSTVO	490
C	PREDELOVALNE DEJAVNOSTI	48.287
D	OSKRBA Z ELEKTRIČNO ENERGIJO, PLINOM IN PARO	1.415
E	OSKRBA Z VODO, RAVNANJE Z ODPLAKAMI IN ODPADKI, SANIRANJE OKOLJA	2.211
F	GRADBENIŠTVO	25.357
G	TRGOVINA, VZDRŽEVANJE IN POPRAVILA MOTORNIH VOZIL	78.541
H	PROMET IN SKLADIŠČENJE	13.343
I	GOSTINSTVO	8.843
J	INFORMACIJSKE IN KOMUNIKACIJSKE DEJAVNOSTI	12.946
K	FINANČNE IN ZAVAROVALNIŠKE DEJAVNOSTI	1.182
L	POSLOVANJE Z NEPREMIČNINAMI	6.770
M	STROKOVNE, ZNANSTVENE IN TEHNIČNE DEJAVNOSTI	41.807
N	DRUGE RAZNOVRSTNE POSLOVNE DEJAVNOSTI	6.986
O	DEJAVNOST JAVNE UPRAVE IN OBRAMBE, DEJAVNOST OBVEZNE SOCIALNE VARNOSTI	6
P	IZOBRAŽEVANJE	2.074
Q	ZDRAVSTVO IN SOCIALNO VARSTVO	2.831
R	KULTURNE, RAZVEDRILNE IN REKREACIJSKE DEJAVNOSTI	1.855
S	DRUGE DEJAVNOSTI	2.380

**Legenda:** Opredelitev dejavnosti glede na črko je mogoče dobiti na internetnih straneh Statističnega urada Republike Slovenije <http://www.stat.si/klasje/tabela.aspx?cvn=5531>.



*Tabela P8: Osnovne opisne statistike finančnih kazalnikov z ustavljenimi manjkajočimi vrednostmi na podlagi metode pmm, N = 259.357*

Naziv kazalnika	Povprečje	Minimum	Maksimum	Std. odklon	Delež manjkajočih
Dolg/sredstva	0,644	0,000	42,236	0,351	0,000
KFO/prihodki	1,536	-0,036	14262,000	66,392	0,000
Celotni dobiček(izguba)/sredstva	0,039	-39,569	8,784	0,200	0,000
K1	2,940	-3680,000	10588,000	41,964	0,000
K3	4,743	-3680,000	54573,000	127,574	0,000
K4	2,234	-3680,000	10588,000	40,509	0,000
K7	6,153	-6451,030	80963,000	202,447	0,000
K10	0,670	-114,000	110,952	0,748	0,000
K16	2,074	-0,976	14339,000	60,614	0,000
K18	0,247	-100,000	38,546	0,415	0,000
K19	0,243	0,000	37,538	0,275	0,000
K20	2,269	-124,000	9009,000	36,556	0,000
K22	1,856	-124,000	9009,000	34,340	0,000
K24	0,910	-0,174	8195,000	29,939	0,000
K26	0,311	-0,545	2324,000	5,262	0,000
K27	1,356	0,000	5447,857	13,038	0,000
K28	4,240	0,000	15757,000	43,913	0,000
K29	2,880	0,000	15757,000	36,079	0,000
K30	24,745	0,000	10489,000	39,663	0,000
K31	165,826	0,000	96998,000	630,557	0,000
K33	235,983	0,415	394319,000	1982,346	0,000
K35	66,285	0,000	70527,000	532,937	0,000
K36	3,533	0,000	20566,000	110,303	0,000
K37	3,534	-26,091	20566,000	111,695	0,000
K39	3,525	0,000	32213,000	116,485	0,000
K40	3,729	-25,788	19584,000	107,839	0,000
K43	3,423	0,002	109185,556	250,922	0,000
K45	2,170	-1442,000	98323,250	201,489	0,000
K47	0,239	-589,000	2206,167	5,672	0,000
K48	0,343	-1059,000	2206,167	6,984	0,000
K49	-0,206	-3610,778	3774,500	14,960	0,000
K50	-0,350	-7254,000	3774,500	27,106	0,000
K56	1,537	-72367,000	15755,722	210,982	0,000
K62	0,506	0,000	32,342	0,330	0,000
K63	0,516	-114,000	110,905	0,666	0,000
K64	0,412	0,000	2,000	0,287	0,000
K65	0,398	-247,000	134,000	0,901	0,000
K66	0,354	0,000	1,010	0,274	0,000
K67	0,363	-93,000	84,119	0,545	0,000
K71	0,581	-335,000	94,000	0,911	0,000
Fin.naložbe/sredstva	0,103	0,000	1,004	0,190	0,000
K73	0,082	-285,000	204,000	1,174	0,000
K74	0,228	-437,000	35,000	1,082	0,000
K75	0,217	-480,333	1207,000	3,776	0,000
K76	1,542	0,000	96,089	1,438	0,000
K77	1,579	-376,000	625,500	2,866	0,000
K84	1,776	0,000	2284,000	5,037	0,000
K86	3,163	-6304,000	2576,000	16,048	0,000
K87	3,183	-6304,000	2771,000	21,354	0,000
K90	3,078	-6304,000	974,500	14,209	0,000

*Tabela P9: Osnovne opisne statistike finančnih kazalnikov z vstavljenimi manjkajočimi vrednostmi na podlagi metode pmm, N = 259.357*

Naziv kazalnika	Povprečje	Minimum	Maksimum	Std. odklon	Delež manjkajočih
K91	3,101	-6304,000	2755,000	19,898	0,000
K94	3,660	-1700,000	2330,000	10,466	0,000
K97	28,538	0,000	86754,000	333,591	0,000
K102	9,740	0,000	7459,000	35,655	0,000
K103	10,044	-413,000	8258,000	40,137	0,000
Čist.prih.prodaje/kratk.posl.obvez.	5,822	0,000	4667,000	16,981	0,000
K105	5,347	0,000	4700,000	17,268	0,000
K107	-0,104	-11051,783	1610,750	24,066	0,000
K109	-0,119	-7601,000	46,875	15,931	0,000
K110	-0,160	-9662,783	1610,750	23,411	0,000
K111	-0,175	-2930,000	246,000	11,069	0,000
K113	-0,266	-7601,000	115,800	24,568	0,000
K114	0,052	-33,012	16,116	0,229	0,000
K115	0,057	-39,500	310,000	0,777	0,000
K126	0,128	-1255,500	197,000	3,552	0,000
K127	0,125	-1255,500	197,000	3,623	0,000
K130	0,128	-298,500	504,000	2,197	0,000
K131	0,130	-298,500	504,000	2,391	0,000
K132	1,077	-7,500	616,000	1,684	0,000
K133	1,101	-3,062	3132,500	8,658	0,000
K135	0,126	0,000	1,111	0,260	0,000
K136	3216,459	-481,000	3280643,000	28386,390	0,000
K137	3538,260	-7754,000	5914371,000	45106,405	0,000
K138	436,633	-35947,000	339560,000	2965,865	0,000
Blokade	6,799	0,000	366,000	36,763	0,000
$\sigma$	3,228	0,000	260,627	10,545	0,000
Starost	10,753	1,000	59,000	6,377	0,000

*Tabela P10: Osnovne opisne statistike krnjenih finančnih kazalnikov s predhodno ustavljenimi manjkajočimi vrednostmi na podlagi metode pmm, N = 259.357*

Naziv kazalnika	Povprečje	Minimum	Maksimum	Std. odklon	Delež manjkajočih
Dolg/sredstva	0,631	0,157	0,993	0,245	0,000
KFO/prihodki	0,121	0,000	0,776	0,199	0,000
Celotni dobiček(izguba)/sredstva	0,043	-0,111	0,234	0,079	0,000
K1	1,807	-0,105	10,626	2,626	0,000
K3	2,411	0,285	13,000	3,108	0,000
K4	1,271	0,146	5,190	1,189	0,000
K7	2,502	-0,204	16,250	4,049	0,000
K10	0,653	0,171	1,029	0,247	0,000
K16	0,891	0,002	4,400	1,135	0,000
K18	0,237	0,000	0,743	0,230	0,000
K19	0,233	0,000	0,727	0,225	0,000
K20	1,476	0,312	4,500	1,024	0,000
K22	1,160	0,161	3,833	0,915	0,000
K24	0,367	0,000	2,000	0,524	0,000
K26	0,172	0,000	1,000	0,266	0,000
K27	1,046	0,097	3,174	0,790	0,000
K28	2,506	0,189	12,667	3,117	0,000
K29	1,887	0,048	9,000	2,224	0,000
K30	22,691	8,500	51,000	11,358	0,000
K31	126,093	19,333	481,347	120,812	0,000
K33	131,217	16,000	599,000	147,118	0,000
K35	39,776	0,750	191,000	49,980	0,000
K36	1,193	0,522	2,901	0,542	0,000
K37	1,198	0,533	2,917	0,545	0,000
K39	1,213	0,523	3,121	0,590	0,000
K40	1,203	0,528	2,972	0,557	0,000
K43	1,235	0,730	2,794	0,497	0,000
K45	1,192	0,381	2,500	0,453	0,000
K47	0,190	-0,086	0,870	0,235	0,000
K48	0,281	-0,122	1,300	0,354	0,000
K49	-0,213	-1,676	1,006	0,661	0,000
K50	-0,238	-2,184	1,572	0,902	0,000
K56	2,125	-39,750	42,727	17,433	0,000
K62	0,495	0,093	0,940	0,253	0,000
K63	0,503	0,093	0,955	0,257	0,000
K64	0,410	0,014	0,907	0,280	0,000
K65	0,402	0,007	0,909	0,283	0,000
K66	0,351	0,005	0,855	0,267	0,000
K67	0,357	0,004	0,874	0,273	0,000
K71	0,589	0,078	0,987	0,285	0,000
Fin.naložbe/sredstva	0,093	0,000	0,545	0,155	0,000
K73	0,089	-0,021	0,547	0,155	0,000
K74	0,226	0,000	0,800	0,239	0,000
K75	0,225	0,000	0,836	0,250	0,000
K76	1,452	0,146	3,784	0,972	0,000
K77	1,483	0,143	3,913	1,005	0,000
K84	1,635	0,167	4,365	1,111	0,000
K86	2,842	0,389	7,831	1,914	0,000
K87	2,906	0,299	8,333	2,049	0,000
K90	2,801	0,324	7,719	1,898	0,000

*Tabela P11: Osnovne opisne statistike krnjenih finančnih kazalnikov s predhodno vstavljenimi manjkajočimi vrednostmi na podlagi metode pmm,  $N = 259.357$*

Naziv kazalnika	Povprečje	Minimum	Maksimum	Std. odklon	Delež manjkajočih
K91	2,864	0,227	8,210	2,033	0,000
K94	3,245	0,471	9,188	2,226	0,000
K97	14,325	0,351	93,000	23,673	0,000
K102	7,120	0,882	29,833	7,186	0,000
K103	7,306	0,966	30,646	7,376	0,000
Čist.prih.prodaje/kratk.posl.obvez.	5,071	0,546	14,431	3,672	0,000
K105	4,623	0,547	13,111	3,326	0,000
K107	0,026	-0,165	0,195	0,075	0,000
K109	0,032	-0,158	0,219	0,079	0,000
K110	0,026	-0,205	0,230	0,092	0,000
K111	0,036	-0,209	0,246	0,097	0,000
K113	0,024	-0,206	0,219	0,090	0,000
K114	0,057	-0,112	0,252	0,085	0,000
K115	0,059	-0,116	0,263	0,088	0,000
K126	0,147	-0,300	0,750	0,237	0,000
K127	0,146	-0,363	0,793	0,256	0,000
K130	0,129	-0,207	0,626	0,192	0,000
K131	0,132	-0,229	0,664	0,203	0,000
K132	1,045	0,801	1,322	0,111	0,000
K133	1,033	0,817	1,280	0,098	0,000
K135	0,121	0,000	0,848	0,244	0,000
K136	1380,466	44,000	9157,200	2304,831	0,000
K137	1258,559	61,000	8849,400	2213,489	0,000
K138	222,434	0,000	1459,000	372,609	0,000
Blokade	1,523	0,000	23,000	5,403	0,000
$\sigma$	2,326	0,000	16,412	4,538	0,000
Starost	10,593	2,000	21,000	5,795	0,000

Tabela P12: Statistike preizkusa linearnosti

Naziv	R <sup>2</sup>	$\hat{\beta}_{OLS}$	AUC	psevdo-R <sup>2</sup>	$\hat{\beta}_{GLM}$
Dolg/sredstva	0,866	3,234	0,741	0,033	4,312
KFO/prihodki	0,845	2,333	0,645	0,013	2,065
Celotni dobiček(izguba)/sredstva	0,74	-9,03	0,731	0,03	-11,954
K1	0,137	-0,089	0,683	0,005	-0,181
K3	0,057	-0,038	0,633	0,002	-0,069
K4	0,208	-0,201	0,648	0,005	-0,373
K7	0,062	-0,036	0,659	0,002	-0,069
K10	0,882	3,186	0,733	0,031	4,14
K16	0,507	-0,53	0,74	0,02	-1,18
K18	0,956	2,028	0,637	0,011	1,979
K19	0,956	2,1	0,639	0,012	2,07
K20	0,686	-0,439	0,645	0,009	-0,59
K22	0,768	-0,489	0,631	0,008	-0,613
K24	0,606	-0,645	0,613	0,004	-0,761
K26	0,604	-2,441	0,708	0,016	-4,368
K27	0,549	-0,316	0,59	0,003	-0,373
K28	0,324	-0,058	0,587	0,002	-0,072
K29	0,45	-0,113	0,604	0,003	-0,147
K30	0,286	-0,012	0,556	0,001	-0,013
K31	0,335	-0,002	0,591	0,002	-0,002
K33	0,616	0,001	0,538	0,002	0,001
K35	0,192	0,002	0,5	0,001	0,002
K36	0,013	-0,107	0,596	0,001	-0,269
K37	0,012	-0,104	0,597	0,001	-0,274
K39	0,003	-0,049	0,592	0	-0,174
K40	0,009	-0,087	0,596	0,001	-0,248
K43	0,007	-0,053	0,555	0	-0,085
K45	0,118	-0,422	0,63	0,007	-0,97
K47	0,729	-3,734	0,76	0,036	-7,264
K48	0,655	-2,025	0,742	0,028	-4,029
K49	0,454	-0,537	0,587	0,003	-0,363
K50	0,568	-0,411	0,592	0,004	-0,304
K56	0,001	0,001	0,516	0	0
K62	0,741	1,687	0,645	0,013	2,101
K63	0,764	1,635	0,64	0,012	1,991
K64	0,004	-0,049	0,512	0	-0,077
K65	0	-0,012	0,506	0	-0,017
K66	0,08	-0,251	0,533	0	-0,307
K67	0,116	-0,284	0,536	0	-0,346
K71	0,025	0,117	0,518	0	0,154
Fin.naložbe/sredstva	0,75	1,03	0,548	0,001	1,009
K73	0,421	1,197	0,561	0,002	1,084

**Legenda:** R<sup>2</sup> je R<sup>2</sup> iz preizkusa linearnosti z OLS regresijo,  $\hat{\beta}_{OLS}$  je ocenjen parameter v OLS regresiji, psevdo-R<sup>2</sup> je ocenjen na podlagi posplošenega linearnega modela (angleško *generalised linear model*) z enačbo  $P(Y = 1 | \text{krnjen kazalnik}) = 1 / (1 + \exp(-(\alpha + \beta_{GLM} \times \text{krnjen kazalnik})))$ , kjer je Y odvisna spremenljivka (0-položaj plačila, 1-položaj neplačila),  $\hat{\beta}_{GLM}$  je ocenjen parameter v GLM regresiji in AUC je mera razločevanja vsakega posameznega kazalnika.

Tabela P13: Statistike preizkusa linearnosti

Naziv	R <sup>2</sup>	$\hat{\beta}_{OLS}$	AUC	psevdo-R <sup>2</sup>	$\hat{\beta}_{GLM}$
K74	0,144	-0,489	0,571	0,001	-0,64
K75	0,174	-0,431	0,559	0,001	-0,526
K76	0,591	-0,39	0,639	0,009	-0,512
K77	0,612	-0,387	0,641	0,009	-0,509
K84	0,421	-0,267	0,623	0,006	-0,363
K86	0,317	-0,144	0,632	0,006	-0,221
K87	0,358	-0,141	0,631	0,006	-0,21
K90	0,346	-0,153	0,633	0,006	-0,229
K91	0,377	-0,145	0,632	0,006	-0,216
K94	0,197	-0,091	0,614	0,004	-0,148
K97	0,027	-0,002	0,555	0	-0,003
K102	0,099	-0,018	0,605	0,002	-0,03
K103	0,083	-0,016	0,602	0,001	-0,027
Čist.prih.prodaje/kratk.posl.obvez.	0,678	-0,161	0,701	0,019	-0,24
K105	0,671	-0,162	0,684	0,016	-0,231
K107	0,686	-7,29	0,693	0,025	-9,296
K109	0,69	-7,016	0,697	0,025	-9,317
K110	0,697	-5,45	0,677	0,022	-7,095
K111	0,425	-3,38	0,619	0,012	-5,102
K113	0,727	-5,763	0,68	0,022	-7,25
K114	0,847	-6,811	0,677	0,02	-8,458
K115	0,847	-6,636	0,677	0,02	-8,203
K126	0	-0,035	0,53	0	0,317
K127	0	-0,021	0,526	0	0,308
K130	0,21	-1,274	0,616	0,005	-1,824
K131	0,225	-1,23	0,614	0,004	-1,656
K132	0,345	-2,73	0,625	0,011	-4,691
K133	0,65	-5,148	0,688	0,023	-7,58
K135	0,032	-0,129	0,527	0	-0,14
K136	0,059	0	0,568	0	0
K137	0,471	0	0,519	0	0
K138	0	0	0,506	0	0
Blokade	0,973	0,114	0,671	0,041	0,11
$\sigma$	0,952	0,134	0,682	0,032	0,139
Starost	0,368	-0,029	0,557	0,002	-0,032

**Legenda:** R<sup>2</sup> je R<sup>2</sup> iz preizkusa linearnosti z OLS regresijo,  $\hat{\beta}_{OLS}$  je ocenjen parameter v OLS regresiji, psevdo-R<sup>2</sup> je ocenjen na podlagi posplošenega linearnega modela (angleško *generalised linear model*) z enačbo  $P(Y = 1 | \text{krnjen kazalnik}) = 1 / (1 + \exp(-(\alpha + \beta_{GLM} \times \text{krnjen kazalnik})))$ , kjer je Y odvisna spremenljivka (0-položaj plačila, 1-položaj neplačila),  $\hat{\beta}_{GLM}$  je ocenjen parameter v GLM regresiji in AUC je mera razločevanja vsakega posameznega kazalnika.