UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

MAGISTRSKO DELO

MIRAN BURNIK

UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

MAGISTRSKO DELO

MARKOVSKE VERIGE V MODELIH EKONOMIČNE KOLIČINE NAROČANJA PRI TVEGANJU ZASTARANJA ZALOG

LJUBLJANA, FEBRUAR 2007 MIRAN BURNIK

IZJAVA

Študent Miran Burnik izjavljam, da sem avtor tega magistrskega dela, ki sem ga napisal pod mentorstvom ddr. Ludvika Bogataja in skladno s 1. odstavkom 21. člena Zakona o avtorski in sorodnih pravicah dovolim objavo magistrskega dela na spletnih straneh fakultete.

V Ljubljani, dne ___________

Podpis:

KAZALO

KAZALO SLIK

KAZALO TABEL

1. UVOD

1.1 Problematika in namen magistrskega dela

Trgovsko podjetje potrebuje za trajno in nemoteno oskrbo kupcev primerno zalogo blaga. Nezadostna ali neustrezna zaloga povzroča zmanjšanje prodaje in slabo zadovoljevanje potreb kupcev, ki se lahko preusmerijo h konkurenčnim podjetjem. Nasprotno pa prevelika zaloga blaga povečuje stroške poslovanja, povzroča večja tveganja in zmanjšuje pričakovani dobiček. Zato je za uspešno poslovanje trgovskega podjetja bistvenega pomena oblikovanje optimalne zaloge, zlasti ker se zahteve kupcev hitro spreminjajo zaradi okusa, nakupnih navad, mode ter novih potreb in želja. To zahteva sprotno spremljanje in kontrolo zalog, dopolnjevanje z novimi izdelki ter razprodajo zastarelih zalog.

Optimalna zaloga torej ni statična, ampak je dinamična količina. Dejansko gre za optimalno gibanje zaloge, ki zagotavlja smotrno in časovno usklajeno oskrbo porabnikov ob čim nižjih stroških (Potočnik 2002, str. 254). Zaloga omogoča nemoteno delovanje prodaje, hkrati pa veže občutna finančna sredstva in povzroča precejšnje stroške. Oboje pa postaja še pomembnejše, če obstaja tveganje zastaranja blaga v zalogi. V magistrskem delu se lotevam ravno problema optimiranja zalog, nagnjenih k zastarevanju.

Pojem zastaranja se nanaša na izdelke z omejeno dobo zadovoljive velikosti povpraševanja. Pri številnih izdelkih opažamo, da so zaradi hitrega tehničnega razvoja in napredka v zadnjem času njihovi življenjski cikli vse krajši. Na tržišču se dnevno pojavljajo novi izdelki, kar je posledica hitrega razvoja tržnega gospodarstva in konkurence med podjetji. Doba zadovoljive velikosti povpraševanja večine izdelkov se krajša, zato bodo izdelki, ki so bili do včeraj najsodobnejši, v bližnji prihodnosti že zastareli. K zastarevanju so nagnjeni predvsem izdelki z visoko stopnjo tehnične inovativnosti (npr. računalniška oprema, farmacevtski izdelki) ali pa izdelki, ki so podvrženi spremembam v okusu potrošnikov (npr. knjige, glasbene plošče, parfumi itd.). Skrajševanje življenjskega cikla izdelka se odraža zlasti na tržišču osebnih računalnikov, kjer novejši in vse bolj izpopolnjeni modeli osebnih računalnikov povzročijo zastaranje modelov, starih komaj nekaj tednov ali mesecev.

Namen magistrskega dela je pridobiti vpogled v problematiko zastarevanja zalog in pokazati uporabo matematične teorije pri reševanju tega problema. Z ustreznimi matematičnimi modeli je namreč mogoče bistveno zmanjšati stroške, ki jih povzroči zastaranje zalog. Pri proučevanju tveganja zastaranja zalog bomo izhajali iz modela ekonomične količine naročanja ('Economic Order Quantity Model'; v nadaljevanju: EOQ model). V teoriji zalog so bili razviti številni matematični modeli, ki vključujejo tveganje zastaranja zalog. Mnogi avtorji so raziskovali problem zastaranja zalog z drugimi pristopi – na primer s pomočjo dinamičnega programiranja (Hadley, Whitin, 1963, str. 349; Pierskalla, 1969, str. 217).

Njihova skupna slabost je, da so zaradi svoje kompleksnosti v praksi težko uporabni. Namen magistrskega dela pa je izpeljati ustrezen EOQ model z vključenim tveganjem zastaranja, ki bo glede na predhodno omenjene modele nudil široke možnosti uporabe. Na primeru hipotetičnega Podjetja $\hat{X}$, katerega dejavnost je prodaja osebnih računalnikov, bomo prikazali možnosti uporabe EOQ modela pri različnih oblikah tveganja zastaranja zalog. Pokazali bomo vpliv vključitve tveganja zastaranja zalog na zmanjšanje skupnih stroškov podjetja.

V strokovni literaturi lahko najdemo kar nekaj člankov, ki obravnavajo vključitev problematike zastaranja zalog v EOQ modele. Masters (1991, str. 1180) je preučeval eksponentno porazdelitev verjetnosti dobe zadovoljive velikosti povpraševanja. Cobbaert in Van Oudheusden (1996, str. 239) sta preučevala problem zastaranja s pomočjo EOQ modela pri tveganju hitrega zastaranja zalog rezervnih delov. Van Delft in Vial (1996, str. 255) sta nadgradila EOQ model z diskontiranjem stroškov pri popolnem in delnem tveganju zastaranja zalog. Song in Lau (2004, str.110) sta razvila EOQ model za primer hitrega zastaranja s periodičnim pregledom in stohastičnim povpraševanjem. Namen magistrskega dela je preveriti možnosti vključitve markovskih verig v EOQ model pri tveganju zastaranja zalog, kar do sedaj v strokovni literaturi ni bilo obravnavano.

Markovska veriga je diskretni stohastični proces, s pomočjo katerega lahko spremljamo spreminjanje slučajnih spremenljivk skozi čas. V teoriji zalog lahko najdemo primere uporabe markovskih verig zlasti pri določanju stohastične funkcije povpraševanja po proizvodih. S pomočjo markovskih verig bomo pri tveganju zastaranja zalog skušali odgovoriti zlasti na naslednja vprašanja:

- Kolikšna naj bo optimalna količina naročila, če se podjetje nahaja v določenem stanju?
- Kdaj lahko podjetje pričakuje zastaranje zalog, če se nahaja v določenem stanju?
- Kakšen je vpliv stohastičnega povpraševanja na optimalno količino naročila?

1.2 Cilj magistrskega dela

Zastavljeni cilj magistrskega dela je prikazati pomembnost vključitve tveganja zastaranja zalog pri odločanju glede optimalne količine naročila. Za dosego tega cilja sem:

- sistematično preučil teoretične osnove problematike zastaranja zalog,
- opredelil izhodiščne predpostavke matematičnega modela (vrste spremenljivk, funkcija povpraševanja, vrsta tveganja zastaranja zalog, vpliv dobavnih odlogov ...),
- na podlagi izhodiščnih predpostavk postavil matematični model, ki vključuje uporabo teorije markovskih verig v EOQ modelih pri tveganju zastaranja zalog in
- na primeru Podjetja $\hat{X}$ prikazal pomen vključitve tveganja zastaranja zalog na zmanjšanje skupnih stroškov podjetja.

1.3 Metode dela

Izdelava magistrskega dela je temeljila na analitično teoretičnem pregledu razvoja modelov zalog, ki vključujejo tveganje zastaranja zalog. Pri izbiri metodologije sem uporabil znanstveno in strokovno literaturo tujih in domačih avtorjev ter prispevke in članke z najnovejšimi teoretičnimi spoznanji s področja zastaranja zalog. Teoretična spoznanja, ki so se doma in v tujini uveljavila v praksi, sem, povezana v smiselno celoto, skušal prenesti v svoje magistrsko delo in jih nadgraditi z lastnimi znanji, pridobljenimi na podiplomskem študiju. V splošnem so zajete metode analize, sinteze in evalvacije. Za opis različnih pristopov k problematiki zastaranja zalog in iz njih izhajajočih modelov sem uporabil metodo znanstvene deskripcije, za primerjanje nekaterih modelov pa metodo komparacije. Poleg teoretičnega dela magistrsko delo vsebuje tudi praktični del.

Delo je potekalo v naslednjih fazah:

- definicija predmeta proučevanja,
- preučitev teoretičnih osnov, ki predstavljajo temelj za matematično modeliranje,
- določitev izhodišč za postavitev matematičnih modelov,
- postavitev matematičnih modelov,
- uporaba matematičnega modela na primeru hipotetičnega Podjetja $\hat{X}$ ter
- izračun in interpretacija dobljenih rezultatov.

Magistrsko delo je razdeljeno na sedem poglavij. Prvo poglavje je uvodni del, ki opisuje problematiko in namen, cilje ter metode dela.

V drugem poglavju so predstavljene osnove teorije zalog. Pri postavitvi modelov zalog je v ospredju osrednji cilj doseganje optimalne količine naročanja, kjer so skupni stroški minimalni. Zato je pri pridobivanju vhodnih podatkov za model nujno poznavanje posameznih vrst stroškov, zlasti pa njihovo razmejevanje na fiksni in variabilni del. V literaturi se je od preteklega stoletja do danes pojavilo veliko število modelov zalog, ki se stalno dopolnjujejo in nadgrajujejo. V nadaljevanju poglavja podajam najpomembnejše značilnosti, na podlagi katerih avtorji razvrščajo modele zalog v posamezne skupine.

Tretje poglavje je namenjeno predstavitvi teoretičnih osnov EOQ modelov, s pomočjo katerih bomo iskali odgovor na temeljni vprašanji, s katerima se ukvarja nabavna služba podjetja – kdaj in koliko blaga nabaviti, da bodo, na primer, skupni povprečni stroški v proučevanem obdobju minimalni. Poleg osnovnega EOQ modela sem predstavil še EOQ model z odloženimi prodajami ter EOQ model z diskontiranjem stroškov. Navedeni modeli predstavljajo osnovo za izpeljavo modelov z vključenim tveganjem zastaranja zalog, ki se odraža v obliki pričakovanih stroškov zastaranja zalog.

V četrtem poglavju je predstavljena problematika zastaranja zalog. V teoriji zalog so že bili razviti nekateri matematični modeli, ki vključujejo možnost zastaranja zalog ob različnih predpostavkah. Na kratko sem povzel spoznanja drugih avtorjev, pri čemer sem posebej izpostavil vključitev tveganja zastaranja zalog v EOQ modele. Zastaranje zalog je tesno povezano s pojmom pričakovane dobe zadovoljive velikosti povpraševanja po izdelku. Predstavil sem pomen verjetnostne porazdelitve dobe zadovoljive velikosti povpraševanja pri ugotavljanju verjetnosti zastaranja zalog v preučevanem obdobju. Skladno s Slovenskimi računovodskimi standardi (2006, str. 34), je potrebno prevrednotenje zalog zaradi njihove oslabitve, zato sem predstavil tudi pomen računovodskega spremljanja zastaranja zalog.

V petem poglavju sem analiziral vpliv zastaranja zalog na EOQ modele. Prikazal sem posamezne EOQ modele, glede na vrsto tveganja, ki se pojavi pri zastaranju zalog, in sicer:

- osnovni EOQ model s konstantnim tveganjem zastaranja zalog,
- osnovni EOQ model s spremenljivim tveganjem zastaranja zalog in
- EOQ model z odloženimi prodajami in spremenljivim tveganjem zastaranja zalog.

Preveril sem tudi možnosti vpliva diskontiranja stroškov in dobavnih odlogov na proučevane modele. Na primeru Podjetja $\hat{X}$ sem prikazal vpliv vključitve tveganja zastaranja zalog na zmanjšanje skupnih stroškov podjetja.

V šestem poglavju sem opisal teoretične osnove markovskih verig. Markovska veriga je diskretni stohastični proces, ki ga lahko zapišemo kot množico stanj s pripadajočimi verjetnostmi prehodov med posameznimi stanji. Ko nastopi zastaranje zalog, sistem preide v absorbirajoče stanje, ki ga nikoli več ne zapusti. Zato sem z vidika zastaranja zalog posebej izpostavil markovske verige z absorbirajočimi stanji, ki jim pravimo absorbirajoče markovske verige.

V sedmem poglavju sem matematične modele iz petega poglavja nadgradil v markovsko verigo. Vključitev markovskih verig v EOQ modele predpostavlja, da optimalna zaloga ni statična, temveč je dinamična količina, glede na množico stanj, v katerih se lahko podjetje nahaja. Pri določanju stanj v markovski verigi je pomembno, da spremljamo izdelek v vseh fazah življenjskega cikla, zlasti z vidika reagiranja potrošnikov do izdelka, obsega prodaje, reagiranja konkurence, stroškov, dobička itd. Prikazal sem možnosti uporabe markovskih verig pri iskanju optimalnih količin naročila pri tveganju popolnega oziroma delnega zastaranja zalog. Izpeljal sem model odloženih prodaj v razmerah stohastičnega povpraševanja, ki jih lahko prikažemo z absorbirajočo markovsko verigo. Vključitev markovskih verig v navedene modele bo prikazana tudi na primerih Podjetja $\hat{X}$. V zadnjem razdelku sem analiziral pogoje za implementacijo izpeljanih modelov, s posebnim poudarkom na pridobivanju ustreznih vhodnih podatkov.

2. OSNOVE TEORIJE ZALOG

2.1 Opredelitev zalog

Slovenski računovodski standard 4 (v nadaljevanju: SRS-4, 2006, str. 33) opredeljuje zaloge kot sredstva v opredmeteni obliki, ki bodo porabljena pri ustvarjanju proizvodov ali opravljanju storitev oziroma pri proizvajanju za prodajo ali prodana v okviru rednega poslovanja. Skladno z opredelitvijo SRS-4 obsegajo zaloge:

- material v širšem pomenu;
- drobni inventar;
- nedokončano proizvodnjo;
- dokončne proizvode in
- trgovsko blago.

Trgovsko podjetje potrebuje zaloge zaradi nemotenega poteka prodajnega toka. Zaloge namreč omogočajo trgovskemu podjetju skrajševanje dobavnih rokov pri oskrbi kupcev, zmanjšujejo tveganja, povezana z zamudami pri dobavi in ščitijo pred nepredvidenimi spremembami v obsegu povpraševanja. Med zaloge trgovskega podjetja štejemo trgovsko blago[1] v skladišču ali prodajalnah, količine na poti do kupca, dokler jih kupec ne prevzame ter količine na poti od dobavitelja, če jih je trgovsko podjetje že prevzelo.

2.2 Opredelitev stroškov zalog

Zaloge povzročajo stroške. Pri proučevanju različnih modelov zalog v nadaljevanju dela bo v ospredju osrednji cilj, kako doseči optimalno velikost zalog, kjer bodo povprečni stroški, povezani z zalogami, najnižji. Pri tem je potrebno poznavanje značilnosti posameznih vrst stroškov. Posamezni avtorji (Eppen, Gould, Schmidt, 1991, str. 501; Everett, 1992, str. 463; Russell, Taylor, 1998, str. 571; Winston, 2004, str. 846) najpogosteje razvrščajo stroške zalog za potrebe matematičnega modeliranja v naslednje skupine:

- stroški skladiščenja;
- stroški naročanja;
- stroški nezaloženosti.

Poleg navedenih stroškov bom posebej izpostavil tudi stroške zastaranja zalog, ki jih večina avtorjev običajno vključuje med stroške skladiščenja.

[1] Trgovsko blago so kupljeni proizvodi, namenjeni prodaji.

2.2.1 Stroški skladiščenja

Med stroške skladiščenja štejemo (Turk, Kavčič, Kokotec-Novak, 2003, str 503):

- posredne stroške, ki se nekoliko spreminjajo z vrednostjo zaloge. Sem uvrščamo stroške obresti od posojil, stroške zavarovalnih premij uskladiščenih zalog, ki so odvisni od stopnje tveganja kala, loma, okvar in razbitja zalog. Stroški te skupine so omejeno stalni, saj se na primer obresti ne spreminjajo ob vsaki spremembi vrednosti zaloge. Kljub temu jih v praksi lahko obravnavamo kot spremenljive in jih kot take upoštevamo pri izračunavanju optimalne količine naročila;
- posredne stroške zalog, ki se nekoliko spreminjajo z uporabljeno skladiščno površino, kamor uvrščamo stroške vzdrževanja prostora, stroške razsvetljave, stroške porabljene energije (ogrevanje prostora, hlajenje občutljivih proizvodov);
- posredne stroške zaloge, ki so stalni. V to skupino uvrščamo plače vodilnega osebja v skladišču, amortizacijo skladišč in opreme, stroške najemnin in obresti od kreditov za financiranje osnovnih sredstev. To so stalni stroški obstoječih zmogljivosti, zato jih pri izračunu optimalne količine naročila ni potrebno upoštevati.

Za potrebe matematičnega modeliranja bom predpostavil, da so stroški skladiščenja proporcionalni z obsegom uskladiščenih zalog in dolžino obdobja skladiščenja.

V zaloge smo investirali kapital. Zato štejemo med stroške skladiščenja tudi stroške vezanega kapitala v zalogah kot oportunitetne stroške, ker vezanega kapitala nismo porabili za donosnejše naložbe. V teoriji zalog so že bili razviti EOQ modeli (npr. Van Delft, Vial, 1996, str. 255), ki stroške financiranja obravnavajo samostojno od ostalih vrst stroškov.

2.2.2 Stroški naročanja

Praviloma je nemogoče sproti dobavljati blago, zato podjetje naroča večje količine blaga, ki tvorijo zalogo. Stroški naročanja niso odvisni od nabavljenih količin. V primeru eksternih naročil, ko podjetje naroča blago pri zunanji dobaviteljih, ločimo tri skupine teh stroškov:

- neposredne stroške naročanja posamezne vrste blaga, ki jih lahko povezujemo s posameznim naročilom. Sem uvrščamo stroške porabljenega pisarniškega materiala, poštne in telefonske stroške v nabavnem in računovodskem oddelku, prevozne stroške ter stroške prejema in skladiščenja prejete dobave;
- posredne stroške naročanja, ki se nekoliko spreminjajo s številom naročil, kamor sodijo plače delavcev, ki se ukvarjajo z nabavo. Stroški te skupine so omejeno stalni. Plače zaposlencev, ki se ukvarjajo z naročanjem, se ne povečujejo z vsakim dodatnim naročilom, temveč šele tedaj, ko število dodatnih naročil preseže določeno mejo;
- posredne stroške naročanja, ki so stalni. V to skupino uvrščamo plače poslovodstva, amortizacijo zgradb in opreme ter stroške njihovih popravil in zavarovalnih premij.

2.2.3 Stroški nezaloženosti

Stroške nezaloženosti uvrščamo v dve skupini stroškov (Winston, 2004, str. 847):

- stroške, povezane z odloženimi prodajami in
- stroške, povezane z izgubljenimi prodajami.

Stroški odloženih prodaj nastanejo, ko kupec čaka na izpolnitev naročila, pri tem pa podjetje prodaje ne izgubi, temveč z njo zamuja. Med stroške odloženih prodaj štejemo dodatne administrativne stroške in oportunitetne stroške zaradi kasnejših denarnih prilivov.

V primeru, ko podjetje nima proizvodov na zalogi takrat, ko jih kupec želi kupiti, se lahko kupec odloči za nabavo blaga pri drugem proizvajalcu oziroma prodajalcu. V tem primeru nastane oportunitetni strošek izgubljene prodaje v višini izgubljenega prispevka za kritje.

Poleg navedenih stroškov, povezanih z odloženimi oziroma izgubljenimi prodajami, je potrebno upoštevati tudi oportunitetne stroške izgube dobrega imena za podjetje in s tem povezanih bodočih prodaj. Stroške izgube dobrega imena je v praksi zelo težko ocenjevati. Ena izmed možnosti je, da so stroški izgube dobrega imena enaki dodatnim stroškom reklame, ki bi omogočila nadomestitev izgubljenega kupca.

2.2.4 Stroški zastaranja zalog

Tradicionalni modeli zalog običajno upoštevajo stroške zastaranja zalog kot del stroškov skladiščenja (Carter, Williamson, 1996, str. 364; Schroeder, 2004, str. 322). V tem delu bom pokazal, da si stroški zastaranja zalog zaslužijo posebno obravnavo, zato jih bom v modelih izpostavil kot samostojne stroške. K zastaranju so nagnjeni izdelki, ki so pogosto lansirani v novejših oziroma dopolnjenih različicah (npr. strokovna literatura, računalniška oprema). Če postane enota blaga, ki nam je zastarala, popolnoma neuporabna, obsegajo stroški zastaranja zadnjo nabavno ceno enote blaga. Če pa lahko enoto blaga, kljub zastaranju, po neki ceni prodamo, so stroški zastaranja enote blaga razlika med zadnjo nabavno ceno in čisto iztržljivo ceno, po kateri smo enoto blaga uspeli prodati.

2.3 Upravljanje zalog

S pojmom upravljanja zalog razumemo proces sprejemanja vseh odločitev v zvezi z zalogami, ki kritično vplivajo na poslovanje podjetja. Sprejemanje teh odločitev je zelo kompleksno in praviloma vključuje zaposlene na različnih ravneh podjetja. Pri operativnem odločanju se najpogosteje srečujemo z naslednjimi problemi (Schroeder, 1993, str. 419):

- Kolikšna naj bo količina naročenega blaga?
- Kdaj sprožiti novo naročilo?
- Katero blago naročiti?

- Kateri model zalog izbrati?

Temeljni problem zalog je iskanje take količine zalog, ki zadostijo zahtevi po neprekinjenem poslovnem procesu pri najmanjših stroških zalog. Ta količina ni konstantna količina, ampak se giblje v nekih okvirih, ki jih določimo. Pri sprejemanju odločitev o količini zaloge se trgovsko podjetje odloča o minimalni, optimalni in maksimalni zalogi blaga (Potočnik, 2001, str. 83).

Minimalna zaloga (q_{min}) je najmanjša zaloga, ki še omogoča trgovskemu podjetju prodajo. Njena velikost je odvisna od povprečne dnevne prodaje (*Pr)* in najkrajšega roka dobave (τ_{min}), kar lahko izrazimo z obrazcem:

$$q_{min} = Pr \times \tau_{min} \qquad (2\text{-}1)$$

Minimalna zaloga ni priporočljiva, saj lahko podaljšanje dobavnega odloga zaradi ekonomskih ali tehničnih razlogov (izpadi proizvodnje pri dobavitelju, stavke itd.) povzroči stroške nezaloženosti. Podjetje se lahko izogne nezaloženosti z varnostno zalogo (q_{var}), ki upošteva pričakovano povprečno odstopanje ($\bar{t}$) od roka dobave (τ) in pričakovano odstopanje od povprečne dnevne prodaje (*pr*) in jo izrazimo z enačbo:

$$q_{var} = (Pr + pr) \times (\tau + \bar{t}) \qquad (2\text{-}2)$$

Maksimalna zaloga je največja količina posamične vrste blaga, ki je ekonomsko še utemeljena glede na dobavni rok, nabavne stroške ali konjunkturna gibanja na trgu. Rast zaloge prek maksimalne povzroča progresivno naraščanje stroškov skladiščenja in povečano tveganje pri prodaji, kar se negativno odraža na uspešnost poslovanja. Maksimalno zalogo blaga trgovskega podjetja ugotavljamo z enačbo:

$$q_{max} = q_{var} + PPr \qquad (2\text{-}3)$$

kjer *PPr* pomeni načrtovano prodajo v določenem obdobju.

Na odločitve o višini zaloge vplivajo zlasti naslednji dejavniki (Pučko, 2006, str. 69):
- plan prodaje in njena sezonskost;
- pokvarljivost ali nepokvarljivost proizvodov;
- zmogljivost skladišč, ki so na voljo podjetju;
- razpoložljivost virov financiranja zalog;
- stroški vzdrževanja zalog;
- višina tveganj, ki so povezana z vzdrževanjem zalog (padec cen proizvodov, njihovo hitro zastarevanje itd.).

Za trgovsko podjetje je najustreznejša optimalna zaloga blaga, pri kateri so skupni stroški, povezani z zalogami, minimalni. Vendar pa se pogoji poslovanja stalno spreminjajo, zato optimalna zaloga ni statična, ampak je dinamična količina. Trgovska podjetja se zato pogosto odločajo za politiko dinamične zaloge, ki temelji na pričakovanem gibanju prodaje in tej prilagojeni nabavi v obdobju. Politika dinamične zaloge je zlasti pomembna, kadar obstaja tveganje zastaranja izdelka (trgovskega blaga). V tem primeru je pomembno, da neprestano spremljamo izdelek, zlasti z vidika reagiranja potrošnikov do izdelka, obsega prodaje, reagiranja konkurence, stroškov, dobička itd.

Pri odločanju o tem, katero blago naročiti, mora trgovsko podjetje nameniti posebno pozornost nekurantnim (neprodajanim) zalogam. Nekurantne zaloge lahko vsebujejo tudi zastarele proizvode, po katerih je zelo malo ali pa sploh ni povpraševanja. Takšne zaloge povzročajo stroške skladiščenja in stroške vezanega kapitala, zato jih mora podjetje čim prej prodati po čisti iztržljivi ceni.

2.4 Razvrstitev modelov zalog

V strokovni literaturi lahko najdemo veliko različnih modelov zalog. Posamezni avtorji (npr. Hadley, Whitin, 1963, str. 21; Shogan, 1988, str 627; Waters, 2003, str. 57; Winston, 2004, str. 848; Goyal, Giri, 2001, str. 1) ob različnih predpostavkah razvrščajo modele zalog, ki se stalno dopolnjujejo in nadgrajujejo. Najpomembnejše značilnosti, na podlagi katerih avtorji razvrščajo modele zalog v posamezne skupine so:

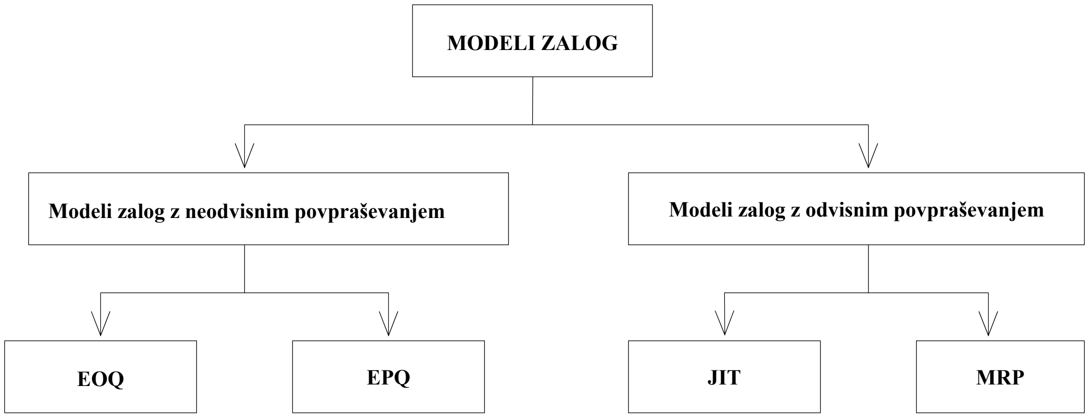
- ali je povpraševanje deterministično ali stohastično;
- ali je povpraševanje odvisno ali neodvisno;
- ali ugotavljamo stanje zalog kontinuirano ali periodično;
- ali so dobavni odlogi deterministični ali stohastični;
- ali je proizvodni sistem enonivojski ali večnivojski;
- ali obsega časovni horizont, v katerem obravnavamo zaloge, eno ali več obdobij;
- ali obravnavamo sistem zalog statično ali dinamično;
- ali je življenjska doba zalog deterministična ali stohastična;
- ali obstaja tveganje pokvarljivosti, uničenja ali zastaranja zalog.

Večina sodobnih avtorjev razvršča modele zalog glede na vrsto povpraševanja, ki se pojavlja. Waters (2003, str. 57) v osnovi ločuje med modeli zalog z neodvisnim povpraševanjem in modeli zalog z odvisnim povpraševanjem. O neodvisnem povpraševanju govorimo takrat, kadar povpraševanje po končnih proizvodih, rezervnih delih itd. določajo subjekti izven podjetja. Neodvisno povpraševanje je pod vplivom negotovih dejavnikov trga in ga predvidevamo. Odvisno povpraševanje je notranje povpraševanje po surovinah, materialih, polproizvodih (v nadaljevanju: komponentah), ki so potrebni za izdelavo končnega proizvoda. Povpraševanje po komponentah lahko izračunamo na podlagi povpraševanja po končnih proizvodih, zato pri odvisnem povpraševanju ni negotovosti, ko je določen obseg proizvodnje za pokrivanje neodvisnega povpraševanja.

Iz navedene delitve modelov zalog na odvisno oziroma neodvisno povpraševanje lahko posebej izpostavimo štiri modele zalog, kot je razvidno iz Slike 1:

- Model ekonomične količine naročanja (EOQ – 'Economic Order Quantity Model');
- Model ekonomične količine proizvodnje (EPQ – 'Economic Production Quantity Model');
- Proizvodnja ob pravem času (JIT - 'Just-in-time Production');
- Model planiranja materialnih potreb (MRP – 'Material Requirements Planning').

Slika 1: Razvrstitev modelov zalog



Vir: Waters, 2003, str. 58.

EOQ model je razvil Harris leta 1915 in je eden prvih modelov v teoriji zalog. Model je namenjen iskanju optimalne količine naročila, ko blago dostavljajo zunanji dobavitelji, diskretno – v določenih časovnih obdobjih – pri enakomernem (determinističnem ali stohastičnem) zunanjem povpraševanju. EOQ model je osrednji predmet analize tega dela in bo predstavljen v naslednjem poglavju.

EPQ model je namenjen iskanju optimalnih proizvodnih količin v proizvodnih sistemih, kjer zapolnjevanje zalog poteka preko lastne proizvodnje in ne preko zunanjih dobaviteljev. EPQ model za razliko od EOQ modela predpostavlja neprekinjeno polnjenje zalog znotraj podjetja. Osnovni EPQ model so različni avtorji postopno nadgrajevali ob relaksaciji posameznih predpostavk.

Sistem proizvodnje ob pravem času (JIT) je model planiranja proizvodnje in potreb z neposrednim dospetjem komponent v proizvodnjo oziroma h kupcu brez zalog. Za uspešno delovanje tega sistema mora biti zagotovljeno tesno sodelovanje z dobavitelji, prilagodljiva delovna sila, stabilna proizvodnja, visoka kakovost itd. Wild (1997, str. 52) ugotavlja, da je JIT pristop lahko le kot rezultat drugih pristopov upravljanja – motiviranja delovne sile, skrajševanja dobavnih odlogov, stroškovne učinkovitosti, izboljšanja kakovosti, planiranja materialnih potreb (MRP) itd.

MRP model se uporablja v primeru večfaznih proizvodnih procesov, ko je povpraševanje po eni komponenti odvisno od povpraševanja po končnem izdelku ali komponenti na višjem nivoju. MRP model je namenjen iskanju potrebne (odvisne) količine dobrin za nabavo in proizvodnjo končnih proizvodov glede na neodvisno povpraševanje po končnih izdelkih, pri čemer se upoštevajo tudi časovne komponente (dobavni odlogi). Prvo obsežnejše delo v sodobni teoriji MRP modelov je napisal Orlicky leta 1975. Bistven doprinos pri obvladovanju časovnih komponent v MRP modelu sta prispevala Grubbstrom in Molinder (1994, str. 299) z vključitvijo input-output analize in Laplaceove transformacije.

V strokovni literaturi lahko najdemo različne pristope oziroma metodologije, ki obravnavajo navedene modele zalog. Med pogosto uporabljena pristopa zagotovo sodita dinamično programiranje ter pristop z markovskimi verigami. Z dinamičnim programiranjem lahko rešujemo probleme zalog z naslednjimi značilnostmi (Winston, 2004, str. 969):

- čas razdelimo na posamezna obdobja, za katera je znano povpraševanje;
- na začetku vsakega obdobja določimo količino naročila, ki je omejena;
- v vsakem obdobju moramo zagotoviti tolikšno količino zalog, da zadostimo potrebam povpraševanja v tem obdobju;
- skladiščne kapacitete podjetja so omejene, kar se odraža v omejeni količini zalog ob koncu posameznega obdobja;
- cilj podjetja je minimiziranje skupnih stroškov ob zadovoljevanju potreb povpraševanja v posameznih obdobjih.

Model vključuje periodično spremljanje zalog, saj ob koncu vsakega obdobja preverjamo stanje zalog in sprejmemo odločitev o optimalni količini naročila. Z metodo dinamičnega programiranja za vsako obdobje posebej izračunavamo skupne stroške zalog za posamezne velikosti naročila in izberemo optimalno količino naročila. Za izračunavanje so na voljo različni algoritmi. V navedenem primeru je povpraševanje znano vnaprej, zato govorimo o determinističnem dinamičnem programiranju. Kadar pa povpraševanja ne poznamo z gotovostjo, uporabimo metodo stohastičnega dinamičnega programiranja, kjer negotovost v povpraševanju zelo oteži računanje optimalne rešitve.

Pristop z markovskimi verigami se v teoriji zalog običajno uporablja pri določanju stohastične funkcije povpraševanja ter za izračunavanje ravnotežne verjetnostne porazdelitve količine zalog. Pristop z markovskimi verigami je ustrezen takrat, kadar lahko opredelimo vsa možna stanja sistema ter verjetnosti za zasedbo teh stanj v poljubnem času. Primeri uporabe markovskih verig v EOQ modelih bodo predstavljeni v sedmem poglavju tega dela.

3. TEORETIČNE OSNOVE MODELOV EKONOMIČNE KOLIČINE NAROČANJA

3.1 Razvrstitev EOQ modelov

Temeljni vprašanji, s katerima se ukvarja nabavna služba podjetja z vidika zalog sta, kdaj in koliko blaga nabaviti, da bodo, na primer, skupni povprečni stroški v proučevanem obdobju, ki so povezani s sistemom zalog, minimalni (Shogan, 1988, str. 636). Odločitve o vrednosti in obsegu zaloge se nanašajo na oblikovanje optimalne zaloge, pri kateri so skupni stroški nabavljanja in skladiščenja najnižji za blago, ki po kakovosti, količini in razpoložljivosti še zadovoljuje potrebe prodaje (Potočnik, 2001, str. 73). Optimalno zalogo bom v tem delu iskal s pomočjo EOQ modelov, ki bodo predstavljeni v nadaljevanju.

EOQ modeli so za trgovsko podjetje uporabni, kadar naroča blago pri zunanjem dobavitelju in ko je zunanje povpraševanje po zalogah enakomerno (deterministično ali stohastično). Obseg naročila izračunamo kot optimalno količino naročila, pri kateri so skupni stroški, povezani z zalogami v proučevanem obdobju, minimalni. Novo naročilo sprožimo vsakokrat, ko vsota zaloge, ki je preostala v skladišču in trgovskega blaga, ki je na poti v skladišče, pade na določen obseg, ki ga imenujemo signalna zaloga oziroma točka ponovnega naročila.

V primeru stohastičnega povpraševanja se nam postavlja vprašanje, kako pogosto naj spremljamo zaloge. Z vidika časa, ki preteče med dvema zaporednima trenutkoma, ko spremljamo stanje zalog, v osnovi ločimo dva pristopa (Peterson, Silver, 1979, str. 213):

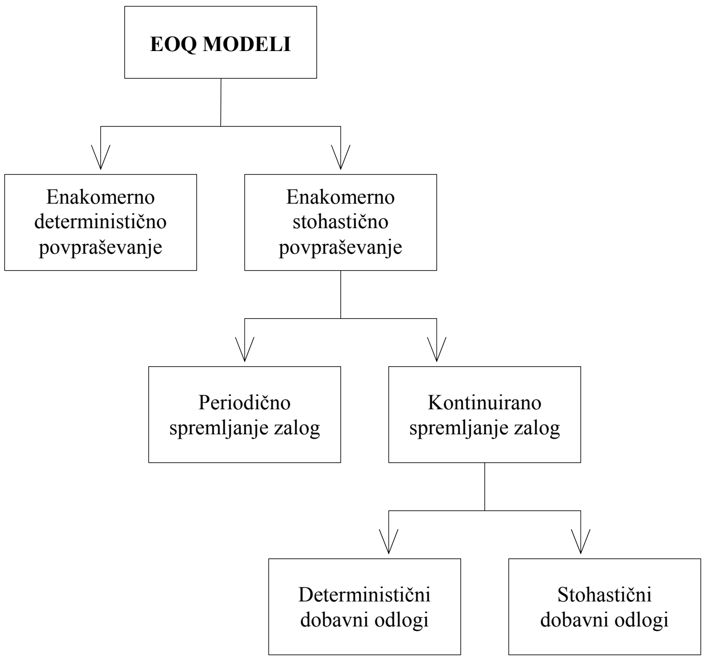
- kontinuirano spremljanje zalog in
- periodično spremljanje zalog.

Pri kontinuiranem spremljanju zalog gre za transakcijsko poročanje, kar pomeni, da vsaka sprememba zalog povzroči takojšnje ažuriranje stanja zalog. Pri kontinuiranem spremljanju zalog sprožimo novo naročilo takrat, ko raven zalog doseže varnostno zalogo. Obseg naročila je vsakokrat enak, časovni interval med dvema naročiloma pa je odvisen od hitrosti porabe v določenem obdobju. Kontinuirano spremljanje zalog je povezano z visokimi stroški ažuriranja stanja zalog, zlasti v primeru velikega števila transakcij v časovni enoti.

Pri periodičnem spremljanju zalog sprožimo nova naročila v enakih časovnih intervalih. Obseg naročila se razlikuje pri posameznih naročilih in je odvisen od porabe v preteklem obdobju. Pri periodičnem spremljanju zalog naročimo tolikšno količino, da bo predviden obseg zaloge ob novi dobavi ustrezal neki vnaprej določeni ciljni zalogi. Prednost periodičnega spremljanja zalog je, da omogoča usklajeno naročanje skupin izdelkov, ki jih dobavljajo isti dobavitelji, v določenih intervalih, kar omogoča nižje stroške naročanja. Slabost periodičnega spremljanja zalog je v negotovosti glede stanja zalog znotraj intervalov spremljanja, kar zahteva višjo raven varnostne zaloge.

Tudi EOQ modele lahko razvrščamo glede na različne značilnosti. Temeljni pogoj za uporabo EOQ modela je enakomerno zunanje povpraševanje, ki je lahko deterministično ali stohastično, zato lahko v osnovi glede na gotovost poznavanja prihodnjega povpraševanja razvrščamo EOQ modele na deterministične in stohastične modele, kot nam kaže Slika 2. Stohastične modele lahko s časovnega vidika spremljanja zalog delimo na modele s kontinuiranim spremljanjem in modele s periodičnim spremljanjem zalog. Pomemben vpliv na navedene modele imajo tudi dobavni odlogi, ki so spet lahko deterministični ali stohastični.

Slika 2: Razvrstitev EOQ modelov



Vir: Lastno delo.

V nadaljevanju si bomo najprej ogledali značilnosti osnovnega EOQ modela. Poudarim naj, da osnovni EOQ model sloni na vrsti predpostavk, ki niso vedno skladne z realnostjo, vendar njegova uporaba kljub temu daje zadovoljive rezultate. Različni avtorji so osnovni EOQ model postopno nadgrajevali ob relaksaciji posameznih predpostavk. Razvite so številne različice EOQ modela, kot na primer, model z dobavnim odlogom (determinističnim ali stohastičnim), model z odloženimi prodajami, model izgubljenih prodaj, model s količinskimi popusti, model z omejitvami v skladiščnem prostoru itd.

3.2 Osnovni EOQ model

Osnovni EOQ model sloni na naslednjih predpostavkah (Hadley, Whitin, 1963, str. 29):

- povpraševanje je skozi celotno obdobje deterministično in ima konstantno stopnjo (λ), ki praviloma predstavlja količino povpraševanja v enem letu;
- potreben je dobavni odlog oziroma čas (τ), ki preteče od časa, ko nabavna služba naroči novo blago, do časa, ko dobavitelj dostavi blago. Dobavni odlog je konstanten in neodvisen od stopnje povpraševanja (λ) in količine naročila (q);
- količina naročila (q) se ne spreminja in je zvezna funkcija časa: $q = f(t)$;
- spremljanje zalog je kontinuirano ter
- osnovni EOQ model ne predpostavlja zastaranja zalog – skladiščenje blaga je trajni proces.

Pri izračunu povprečnih letnih stroškov se upoštevajo:

- stroški naročanja (c_p), ki so konstantni na posamezno naročilo;
- stroški skladiščenja (c_h) enote blaga v časovnem obdobju (enem letu) ter
- nabavni stroški[2] (c_n) posamezne enote blaga.

Model predpostavlja fiksni obseg naročila istovrstnega blaga (q), kar pomeni, da lahko izračunamo čas (T), ki poteče med dvema dobavama blaga kot $T = \frac{q}{\lambda}$. Pravimo tudi, da T označuje en cikel. V obdobju dolžine ζ je število polnih ciklov enako največjemu celemu številu v, ki je manjše ali enako $\frac{\zeta}{T}$. V vsakem ciklu T sprožimo po eno naročilo, zato je število naročil v celotnem obdobju dolžine ζ enako $\frac{\zeta}{T} + \varepsilon$ oziroma $\frac{\lambda\zeta}{q} + \varepsilon$, kjer je $|\varepsilon| < 1$. Stroški naročanja v obdobju dolžine ζ zato znašajo $c_p(\frac{\lambda\zeta}{q} + \varepsilon)$.

Raven zalog se ob dobavi količine q poveča na $s+q$, kjer s označuje minimalno raven zalog neposredno pred dobavo. Pri enakomernem determinističnem povpraševanju znaša povprečna zaloga v ciklu $(\frac{q}{2} + s)$, zato znašajo stroški skladiščenja v ciklu

$$c_h \int_0^T (q + s - \lambda t)dt = c_h T(\frac{q}{2} + s) \tag{3-1}$$

[2] Nabavni stroški enote blaga bodo v nadaljevanju izpuščeni iz obravnave, saj ne bodo vplivali na iskano optimalno količino naročila.

Stroški skladiščenja v celotnem obdobju dolžine ζ, ko imamo $v = \frac{\zeta}{T} - \tilde{\varepsilon}$ polnih ciklov, kjer je $0 \leq \tilde{\varepsilon} < 1$, znašajo

$$c_h T(\frac{q}{2} + s)(\frac{\zeta}{T} - \tilde{\varepsilon}) + \alpha \tag{3-2}$$

kjer z α označimo stroške skladiščenja za preostanek cikla $\zeta - vT$. Celotni stroški v obdobju dolžine ζ so vsota nabavnih stroškov, stroškov naročanja in stroškov skladiščenja:

$$c_n q(\frac{\lambda\zeta}{q} + \varepsilon) + c_p(\frac{\lambda\zeta}{q} + \varepsilon) + c_h T(\frac{q}{2} + s)(\frac{\zeta}{T} - \tilde{\varepsilon}) + \alpha \tag{3-3}$$

Če celotne stroške (3-3) delimo z ζ, dobimo povprečne letne stroške za obdobje dolžine ζ:

$$K = c_n\lambda + \frac{c_n q\varepsilon}{\zeta} + \frac{c_p\lambda}{q} + \frac{c_p\varepsilon}{\zeta} + c_h(\frac{q}{2} + s) - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\zeta} c_h T(\frac{q}{2} + s) + \frac{\alpha}{\zeta} \tag{3-4}$$

Ob predpostavki, da je proces naročanja in skladiščenja zalog trajen, če torej velja $\zeta \to \infty$, znašajo povprečni letni stroški:

$$K = c_n\lambda + \frac{c_p\lambda}{q} + c_h(\frac{q}{2} + s) \tag{3-5}$$

Zanima nas, kolikšna naj bo količina naročila *q*, pri kateri bodo povprečni letni stroški (3-5) minimalni. Iz enačbe (3-5) izhaja, da pri vsakem *q* velja, da bodo povprečni letni stroški minimalni takrat, ko pride do izčrpanja zalog neposredno pred dobavo (*s=0*). Zato lahko enačbo povprečnih letnih stroškov (3-5) preoblikujemo v

$$K = c_n\lambda + \frac{c_p\lambda}{q} + c_h\frac{q}{2} \tag{3-6}$$

Z odvajanjem funkcije stroškov $K(q)$

$$\frac{dK}{dq} = -\frac{c_p\lambda}{q^2} + \frac{c_h}{2} = 0 \tag{3-7}$$

pri $q > 0$, dobimo optimalno količino naročila oziroma iskano EOQ formulo (Hadley, Whitin, 1963, str. 33):

$$q^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h}} \qquad (3\text{-}8)$$

Če podjetje želi izračunati optimalno količino naročila, mora imeti za to ustrezne podatke. Nekatere od njih je mogoče spremljati neposredno v knjigovodstvu, druge pa je treba izračunavati. Izračunavanje teh podatkov je v praksi lahko izjemno težavno. Za izračunavanje letnih stroškov skladiščenja enote v zalogi je treba posebej ugotoviti neposredne stroške skladiščenja posamezne enote blaga, spremenljivi del posrednih stroškov skladiščenja, ki se nanaša na to enoto glede na njeno vrednost, pa tudi spremenljivi del posrednih stroškov skladiščenja, ki se nanaša na to enoto glede na površino, ki jo zavzema.

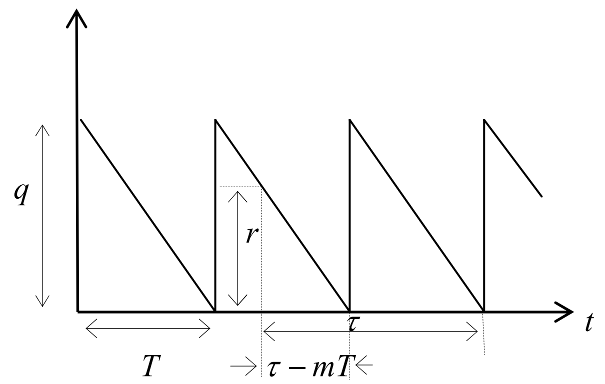
Količino v zalogi, pri kateri nastopi najugodnejši trenutek ponovnega naročila, imenujemo točka ponovnega naročila ali signalna zaloga (*r*). Pri enakomernem determinističnem povpraševanju je smiselno sprožiti novo naročilo takrat, ko se zaloge zmanjšajo na raven, ki še zadošča za obseg prodaje v dobavnem odlogu (τ), tako da velja

$$r^* = \lambda(\tau - mT) = \lambda\tau - mq^* \qquad (3\text{-}9)$$

kjer je *m* največje celo število, manjše ali enako od $\frac{\tau}{T}$. Očitno je, da v primeru, ko nimamo dobavnega odloga ($\tau = 0$), sprožimo naročilo takrat, ko dosežejo zaloge ničelno raven (*s=0*).

Značilnosti osnovnega EOQ modela si lahko ogledamo tudi na Sliki 3.

Slika 3: Model zalog pri osnovni EOQ formuli



Vir: Hadley, Whitin, 1963, str. 33.

Oglejmo si primer uporabe osnovnega EOQ modela. Podjetje $\hat{X}$ je izračunalo stroške naročanja in skladiščenja na enoto blaga – osebnega računalnika $\hat{Y}$. Zanima ga optimalna količina naročila blaga $\hat{Y}$. Podatki in izračun so v Tabeli 1.

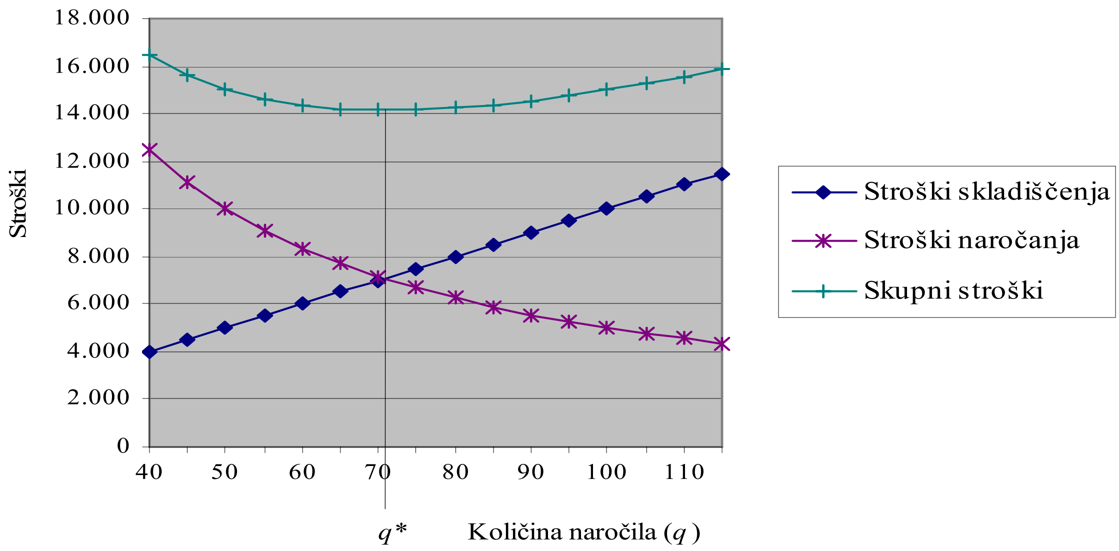
Tabela 1: Primer optimalne količine naročila pri osnovnem EOQ modelu

Vhodni podatki:			
λ	c_h	c_p	τ
500 enot $\hat{Y}$ / leto	200,00 d.e.	1.000,00 d.e	0
Izračun:			
q^*	stroški skladiščenja	stroški naročanja	skupni stroški
70,71 enot $\hat{Y}$	7.071,07 d.e.	7.071,07 d.e.	14.142,14 d.e.
	točka ponovnega naročila	št. naročil	dolžina cikla (T)
	0	7,07	0,14 leta
obseg naročila (v enotah $\hat{Y}$)	stroški skladiščenja (v d.e.)	stroški naročanja (v d.e.)	skupni stroški (v d.e.)
40	4.000,00	12.500,00	16.500,00
45	4.500,00	11.111,11	15.611,11
50	5.000,00	10.000,00	15.000,00
55	5.500,00	9.090,91	14.590,91
60	6.000,00	8.333,33	14.333,33
65	6.500,00	7.692,31	14.192,31
70	7.000,00	7.142,86	14.142,86
71	7.100,00	7.042,25	14.142,25
75	7.500,00	6.666,67	14.166,67
80	8.000,00	6.250,00	14.250,00
85	8.500,00	5.882,35	14.382,35
90	9.000,00	5.555,56	14.555,56
95	9.500,00	5.263,16	14.763,16
100	10.000,00	5.000,00	15.000,00
105	10.500,00	4.761,90	15.261,90
110	11.000,00	4.545,45	15.545,45
115	11.500,00	4.347,83	15.847,83
120	12.000,00	4.166,67	16.166,67

Vir: Lasten izračun.

Pri uporabi osnovne EOQ formule (3-8) znaša optimalna količina naročila 70,71 enot blaga $\hat{Y}$. Izračun lahko brez večje škode zaokrožimo na 70 ali 71 enot. Funkcija skupnih stroškov (3-6) je namreč zelo sploščena okoli optimalne točke, zato ima zaokroževanje le zanemarljiv vpliv na skupne stroške. Iz Tabele 1 je razvidno, da je razlika v skupnih stroških manjša od ene denarne enote, če zaokrožimo optimalno količino na 70 ali 71 enot blaga $\hat{Y}$. Naslednja značilnost funkcij stroškov je, da so v optimalni točki naročila stroški naročanja enaki stroškom skladiščenja in znašajo v navedenem primeru 7.071,07 denarnih enot. Obe lastnosti funkcije skupnih stroškov sta razvidni tudi iz Slike 4.

Slika 4: Prikaz gibanja stroškov pri osnovnem EOQ modelu za primer iz Tabele 1



Vir: Lastno delo.

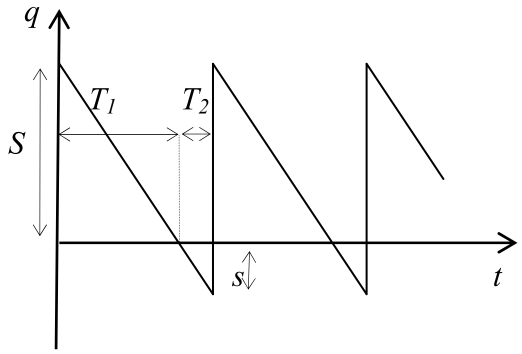
3.3 Model z odloženimi prodajami

Kadar trgovsko podjetje nima na zalogi blaga v času povpraševanja, vendar kljub trenutni nezaloženosti lahko pričakuje, da bo realiziralo prodajo ob novi dobavi blaga, govorimo o modelu z odloženimi prodajami. V primeru odloženih prodaj kupec čaka na izpolnitev naročila, pri tem pa podjetje prodaje ne izgubi, temveč z njo zamuja. Ključno vprašanje pri modelu z odloženimi prodajami je, kolikšna prodaja naj se realizira iz zalog in kolikšna z odlogom.

Smiselnost odloženih prodaj je odvisna od stroškov odloženih prodaj, med katere štejemo dodatne administrativne stroške, oportunitetne stroške zaradi kasnejših denarnih prilivov ter oportunitetne stroške, povezane z izgubo dobrega imena (glej točko 2.2.3, na str. 7).

Kot rečeno, se model odloženih prodaj razlikuje od osnovnega EOQ modela v tem, da določeno količino blaga (s) v posameznem ciklu (T) prodamo z odlogom. Odložene prodaje realiziramo neposredno ob dobavi nove količine (q), zato raven zalog ob novi dobavi naraste na $S=q-s$. Pri enakomernem determinističnem povpraševanju bo preostala dobavljena količina (S) prodana v prvem delu cikla T, za katerega velja $T_1 = \frac{S}{\lambda}$, medtem ko preostali del cikla T, za katerega velja $T_2 = \frac{s}{\lambda}$, označuje obdobje nezaloženosti. Značilnosti modela si lahko ogledamo na Sliki 5.

Slika 5: Model zalog pri EOQ formuli z odloženimi prodajami



Vir: Hadley, Whitin, 1963, str. 43.

Odložene prodaje ne vplivajo na število naročil, zato so stroški naročanja pri modelu z odloženimi prodajami enaki kot pri osnovnem EOQ modelu. Pač pa se razlikujejo stroški skladiščenja v ciklu ($T=T_1+T_2$), ki se pojavijo le v obdobju T_1:

$$c_h\int_0^{T_1}(q-s-\lambda t)dt=\frac{c_h(q-s)^2}{2\lambda} \tag{3-10}$$

Ker je povprečno letno število ciklov enako $\frac{\lambda}{q}$, znašajo povprečni letni stroški skladiščenja

$\frac{c_h(q-s)^2}{2q}$.

Stroški odloženih prodaj v ciklu se pojavijo le v obdobju nezaloženosti (T_2). V nadaljevanju bomo predpostavili, da stroški odloženih prodaj naraščajo z obdobjem nezaloženosti, zato znašajo stroški odloženih prodaj v ciklu

$$\pi\int_0^{T_2}\lambda t dt=\frac{\pi\lambda T_2^2}{2}=\frac{\pi s^2}{2\lambda} \tag{3-11}$$

kjer π označuje letne stroške odložene prodaje enote blaga. Ker je povprečno letno število ciklov enako $\frac{\lambda}{q}$, znašajo povprečni letni stroški odloženih prodaj $\frac{\pi s^2}{2q}$.

Povprečni letni stroški naročanja, skladiščenja in odloženih prodaj torej znašajo:

$$K = \frac{\lambda c_p}{q} + \frac{c_h(q-s)^2}{2q} + \frac{\pi s^2}{2q} \tag{3-12}$$

Najti želimo absolutni minimum povprečnih letnih stroškov (3-12) na območju $0 < q < \infty,\ 0 \le s$, tako da velja

$$\frac{\partial K}{\partial q} = \frac{\partial K}{\partial s} = 0 \tag{3-13}$$

Odtod dobimo iskane optimalne količine (Hadley, Whitin, 1963, str. 46):

$$s^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_h c_p}{\pi(\pi + c_h)}} \tag{3-14}$$

$$q^* = \sqrt{\frac{\pi + c_h}{\pi}} \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h}} \tag{3-15}$$

Odločitev podjetja za poslovanje z odloženimi prodajami je odvisna od razmerja med stroški skladiščenja in stroški odloženih prodaj. Podjetje se bo odločilo za odložene prodaje takrat, ko bo ugotovilo, da je ceneje poslovati z odloženimi prodajami, kot skladiščiti blago zaradi visokih stroškov skladiščenja. V skrajnem primeru lahko podjetje zaradi relativno visokih stroškov skladiščenja v celoti oskrbuje kupce z odlogom.

Na podoben način kot pri osnovnem EOQ modelu izračunamo tudi točko ponovnega naročila, ki je v primeru odloženih prodaj

$$r^* = \lambda(\tau - mT) - s^* \tag{3-16}$$

pri tem pa ne smemo izključiti možnosti, da podjetje naroči novo blago šele v času izčrpanja zalog.

Oglejmo si še primer. Podjetje $\hat{X}$ posluje z odloženimi prodajami. Zanima nas, kolikšni sta optimalna količina naročila in odložena prodaja, če je letni strošek odložene prodaje enote blaga $\hat{Y}$ 15,00 denarnih enot in nimamo dobavnih odlogov. Ostali podatki so enaki kot v primeru iz točke 3.2 (glej Tab. 1, na str. 17). Podatki in izračun so v Tabeli 2.

Tabela 2: Primer optimalne količine naročila pri EOQ formuli z odloženimi prodajami

Vhodni podatki		Izračun			
λ	500 enot $\hat{\text{Y}}$ / leto			q^*	158,11 enot $\hat{\text{Y}}$
c_h	200,00 d.e.	letni stroški skladiščenja	632,45 d.e.	s^*	126,49 enot $\hat{\text{Y}}$
c_p	1.000,00 d.e.	letni stroški naročanja	2.529,82 d.e.	$S = q^* - s^*$	31,62 enot $\hat{\text{Y}}$
π	50,00 d.e.	letni stroški odloženih prodaj	3.162,28 d.e.	$T = \frac{q^*}{\lambda}$	0,31 leta
		skupni letni stroški	6.324,55 d.e.	$T_2 = \frac{s^*}{\lambda}$	0,25 leta

Vir: Lastni izračun.

Zaradi visokih stroškov skladiščenja enote osebnega računalnika $\hat{\text{Y}}$ glede na stroške odloženih prodaj bo za Podjetje $\hat{\text{X}}$ optimalno, če bo pretežni del količine naročila (126 enot osebnih računalnikov $\hat{\text{Y}}$) prodalo z odlogom, medtem ko bo uskladiščilo le manjši del naročila (32 enot osebnih računalnikov $\hat{\text{Y}}$). Visoki stroški skladiščenja vplivajo tudi na obdobje nezaloženosti (T_2), ki traja večji del cikla (T), zato se glede na osnovni EOQ model podaljša tudi optimalna dolžina cikla na 0,31 leta.

V modelu z odloženimi prodajami smo predpostavljali, da trgovsko podjetje prodaje ne izgubi, temveč z njo le zamuja. Kadar pa podjetje ne uspe realizirati prodaje blaga s časovnim odlogom, temveč prodajo izgubi, govorimo o modelu z izgubljenimi prodajami (Winston, 2004, str. 847). Časovna komponenta bistveno vpliva na obnašanje potrošnikov na vseh trgih. Kupec se lahko zaradi dobavnega odloga odloči za nabavo blaga pri drugem proizvajalcu oziroma prodajalcu, zato v tem primeru nastanejo oportunitetni stroški izgubljenih prodaj. Izsledki raziskave, ki jo je opravila družba Compaq Computers Corporation, ki velja za enega izmed vodilnih svetovnih proizvajalcev osebnih računalnikov, kažejo, da je navedena družba v letu 1994 izgubila med 0,5 in 1 milijardo $ prihodkov od prodaje osebnih računalnikov zaradi nezaloženosti v času povpraševanja (Christopher, 1998, str. 150).

3.4 Model s stohastičnim povpraševanjem in odloženimi prodajami pri kontinuiranem spremljanju zalog

V do sedaj obravnavanih modelih smo predpostavljali deterministično povpraševanje. Realno načrtovanje prodaje pa lahko temelji le na dejanskih potrebah porabnikov, ki se stalno spreminjajo zaradi številnih vplivov okolja (spremembe na trgu, konkurenca, državni ukrepi) in vplivov samih porabnikov (zaposlenost, dohodek in kupna moč, socialni status itd.) (Potočnik, 2001, str. 93). Kadar ne moremo z gotovostjo predvideti obsega povpraševanja, govorimo o stohastičnem povpraševanju. Običajno poznamo neko verjetnostno porazdelitev povpraševanja s pričakovano vrednostjo povpraševanja. Pri stohastičnem povpraševanju ne poznamo točnega obsega porabe v dobavnem odlogu, zato lahko pride do nezaloženosti v času dobavnega odloga. V takem primeru bomo vpeljali varnostno zalogo, ki predstavlja zaščito pred izčrpanjem zalog.

Stanje zalog ob novi dobavi (ξ) je pri stohastičnem povpraševanju odvisno od povpraševanja v dobavnem odlogu (*x*) in signalne zaloge (*r*), tako da velja $\xi(x,r) = r - x$. Pri determinističnem dobavnem odlogu (τ) in kontinuiranem spremljanju zalog bo pričakovano stanje zalog ob novi dobavi enako varnostni zalogi (q_{var}) (Hadley, Whitin, 1963, str. 166):

$$q_{var} = \int_0^\infty (r-x)f(x,\tau)dx = r - \mu \tag{3-17}$$

kjer μ označuje pričakovano povpraševanje v dobavnem odlogu, za katero velja:

$$\mu = \int_0^\infty x f(x,\tau)dx \tag{3-18}$$

Povprečna raven zalog v ciklu je odvisna od signalne zaloge in pričakovanega povpraševanja v dobavnem odlogu in je

$$\frac{q}{2} + r - \mu \tag{3-19}$$

Do odloženih prodaj bo prišlo v primeru, ko bo povpraševanje v času dobavnega odloga večje od signalne zaloge. Raven nezaloženosti η bo pri dani točki ponovnega naročila (*r*) odvisna od slučajne spremenljivke *x*:

$$\eta(x,r) = \begin{cases} 0, & x - r < 0 \\ x - r, & x - r \geq 0 \end{cases} \tag{3-20}$$

Pri determinističnem dobavnem odlogu (τ) znaša pričakovan obseg odloženih prodaj v ciklu

$$\int_r^\infty (x-r)f(x,\tau)dx \tag{3-21}$$

Ob pričakovanem letnem povpraševanju λ znašajo povprečni letni stroški odloženih prodaj

$$\frac{\pi\lambda}{q}\left(\int_r^\infty (x-r)f(x,\tau)dx\right) \tag{3-22}$$

Skupni povprečni letni stroški znašajo

$$K = \frac{\lambda c_p}{q} + c_h\left(\frac{q}{2} + r - \mu\right) + \frac{\pi\lambda}{q}\left(\int_r^{\infty}(x-r)f(x,\tau)dx\right) \qquad (3\text{-}23)$$

Pri računanju optimalne količine naročila q^* poiščemo absolutni minimum stroškov (3-23) na območju $0 < q^* < \infty$, tako da velja $\frac{\partial K}{\partial q} = 0$. Optimalna količina naročila je

$$q^* = \sqrt{\frac{2\lambda(c_p + \pi(\int_r^{\infty}(x-r)f(x,\tau)dx)}{c_h}} \qquad (3\text{-}24)$$

Preko povprečnih letnih stroškov (3-23) lahko izpeljemo tudi točko ponovnega naročila r^*, tako da poiščemo absolutni minimum od K na območju $0 \le r^* < \infty$ pri $\frac{\partial K}{\partial r} = 0$. Takšen pristop zahteva obsežne numerične postopke, ki nas ne pripeljejo vedno do optimalne rešitve, zato lahko pri izračunavanju r^* uporabimo pristop, ki vključuje želeno raven oskrbe. S pristopom želene ravni oskrbe določimo želeno raven varnostnih zalog glede na dopustni nivo nezaloženosti. Višja želena raven oskrbe bo zahtevala višje varnostne zaloge in višje pričakovane stroške skladiščenja. Nižja želena raven oskrbe bo zahtevala nižje varnostne zaloge in višje pričakovane stroške odloženih prodaj.

Pri določanju želene ravni oskrbe potrebujemo verjetnostno porazdelitev povpraševanja v dobavnem odlogu. Običajno predpostavimo normalno porazdelitev, ki je določena s povprečno vrednostjo (μ) in standardnim odklonom (σ_μ), zato lahko izrazimo želeno raven oskrbe kar s številom standardnih odklonov povpraševanja v dobavnem odlogu (*z*). Varnostno zalogo bomo pri determinističnem dobavnem odlogu izračunali po enačbi:

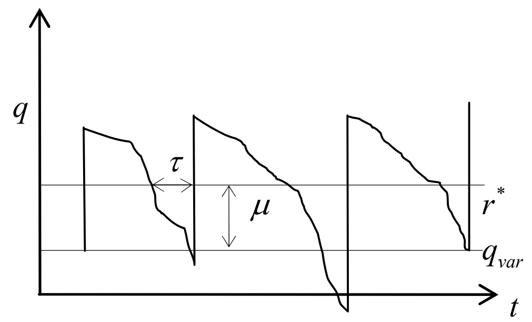
$$q_{var} = z \times \sigma_\mu \qquad (3\text{-}25)$$

odtod pa točko ponovnega naročila

$$r^* = \mu + q_{\mathrm{var}} \qquad (3\text{-}26)$$

Značilnosti modela si oglejmo še na Sliki 6.

Slika 6: Model s stohastičnim povpraševanjem in odloženimi prodajami pri kontinuiranem spremljanju zalog



Vir: Everett, 1992, str. 492.

V točki 7.5 bom model s stohastičnim povpraševanjem in odloženimi prodajami pri kontinuiranem spremljanju zalog nadgradil z markovsko verigo ter tveganjem zastaranja zalog. Vključitev markovskih verig ter tveganja zastaranja zalog v navedeni model bo prikazana tudi na primeru Podjetja $\hat{X}$.

3.5 Pristop z diskontiranjem stroškov

Do sedaj smo pri obravnavanju EOQ modelov minimizirali povprečne letne stroške. Takšen pristop pa ne upošteva oportunitetnih stroškov, ker vezanega kapitala nismo porabili za donosnejše naložbe, ki se izračunavajo na podlagi diskontnega faktorja[3] ($e^{-\rho t}$). Diskontni faktor ($e^{-\rho t}$) nam pri dani diskontni stopnji[4] (ρ) in danem prihodnjem času (*t*) pove, kolikšna je sedanja vrednost[5] ene denarne enote. Obstaja veliko teoretičnih in praktičnih načinov za ocenjevanje diskontne stopnje, ki se uporablja v finančnih analizah. Ključni koncept je tisti, ki izhaja iz oportunitetnih stroškov kapitala. Običajno uporabimo kar določeno obrestno mero vezave sredstev v banki ali pa obrestno mero uveljavljenega izdajatelja vrednostnih papirjev, ki velja dolgoročno. Priročnik za izdelavo analize stroškov in koristi investicijskih projektov (2004, str. 26) priporoča na primer za obdobje 2000 do 2006 6-odstotno realno stopnjo, ki se uporablja kot referenčni parameter za oportunitetni strošek kapitala v daljšem časovnem obdobju.

---

[3] Diskontni faktor za prihodnji čas *t* definiramo kot $\delta^t = \dfrac{1}{(1+\rho)^t}$, kjer je ρ diskontna stopnja. Pri zveznem diskontiranju velja v neskončnem časovnem horizontu: $\lim_{t \to \infty} \delta^t = e^{-\rho t}$.

[4] Splošna in nesporna definicija diskontne stopnje je oportunitetni strošek kapitala. Oportunitetni strošek pomeni, da z uporabo kapitala za neki projekt izgubimo prihodek pri nekem drugem projektu (Priročnik za izdelavo analize stroškov in koristi investicijskih projektov, 2004, str. 102).

[5] V skladu s SRS (2006, str. VII) je sedanja vrednost razobrestena (diskontirana) vrednost presežka prihodnjih prejemkov nad izdatki (prihodnjih čistih prejemkov), ustvarjenega po pričakovanju z določenimi sredstvi ali določenim sredstvom pri običajnem poslovanju podjetja.

Pri diskontiranju stroškov v EOQ modelu je potrebno posebej obravnavati stroške, ki se pojavijo diskretno in stroške, ki so zvezni skozi celotno obdobje. V prvo skupino sodijo stroški nabavljenih količin in stroški naročanja, ki nastanejo ob vsaki dobavi – torej na začetku vsakega cikla *T*. V drugo skupino sodijo stroški skladiščenja – brez stroškov financiranja – ki bremenijo uskladiščeno količino skozi celotno obdobje (Hadley, 1964, str. 473).

Stroški nabavljenih količin in stroški naročanja predstavljajo pri dani diskontni stopnji (ρ) v neskončnem horizontu ciklov *T* neskončno konvergentno geometrijsko vrsto[6] (Van Delft, Vial, 1996, str. 257):

$$\sum_{k=0}^{\infty} e^{-\rho kT}(c_p + c_n\lambda T) = (c_p + c_n\lambda T)(e^0 + e^{-\rho T} + e^{-2\rho T} + \ldots) \;= \frac{c_p + c_n\lambda T}{1 - e^{-\rho T}} \tag{3-27}$$

kjer *k* označuje število ciklov. Pri enakomernem determinističnem povpraševanju znaša sedanja vrednost stroškov skladiščenja (brez stroškov financiranja) v ciklu *T* pri danem diskontnem faktorju $e^{-\rho t}$ in stroških skladiščenja (brez stroškov financiranja) enote blaga $c_h^{'}$:

$$c_h^{'}\int_0^T e^{-\rho t}\lambda(T-t)dt = c_h^{'}\lambda\left[T\frac{1}{-\rho}e^{-\rho t} - \frac{e^{-\rho t}}{(-\rho)^2}(-\rho t - 1)\right]\Bigg|_0^T = c_h^{'}(\frac{\lambda T}{\rho} + \frac{\lambda}{\rho^2}(e^{-\rho T} - 1)) \tag{3-28}$$

Sedanja vrednost skupnih stroškov je neskončna geometrijska vrsta

$$K(T) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\rho kT}(c_p + c_n\lambda T + c_h^{'}(\frac{\lambda T}{\rho} + \frac{\lambda}{\rho^2}(e^{-\rho T} - 1)) =$$

$$= \frac{c_p + c_n\lambda T + c_h^{'}(\frac{\lambda T}{\rho} + \frac{\lambda}{\rho^2}(e^{-\rho T} - 1))}{1 - e^{-\rho T}} \tag{3-29}$$

Enačbo skupnih stroškov (3-29) lahko preoblikujemo v

$$K(T) = \frac{c_p + c_n^{'}\lambda T}{1 - e^{-\rho T}} - \frac{\lambda}{\rho^2}c_h^{'} \tag{3-30}$$

[6] Ker je kvocient $e^{-\rho T}$ absolutno pod 1, postane $e^{-\rho kT}$ pri zadosti velikem *k* poljubno majhno število, torej: $\lim_{k\to\infty} e^{-\rho kt} = 0$. V tem primeru je neskončna geometrijska vrsta, s prvim členom *a* in kvocientom *q*, konvergentna in ima vsoto $s = \frac{a}{1-q}$ (Vidav, 1987, str. 368).

kjer označuje $c_n' = c_n + \frac{c_h'}{\rho}$. Najti želimo absolutni minimum skupnih stroškov (3-30) na območju $T>0$, tako da velja

$$\frac{dK}{dT} = \frac{c_n'\lambda(1-e^{-\rho T}) - \rho e^{-\rho T}(c_p + c_n'\lambda T)}{(1-e^{-\rho T})^2} = 0 \tag{3-31}$$

Odtod dobimo enačbo

$$e^{\rho T^*} = \frac{\rho c_p}{c_n'\lambda} + 1 + \rho T^* \tag{3-32}$$

Van Delft in Vial (1996, str. 257) sta s pomočjo prvih treh členov razvoja funkcije $e^{\rho T^*}$ v potenčno vrsto[7] izračunala aproksimacijo optimalne dolžine cikla, ki se razlikuje od optimalne dolžine pri osnovnem EOQ modelu:

$$T^* \approx \sqrt{\frac{2c_p}{(\rho c_n + c_h')\lambda}} \tag{3-33}$$

Z upoštevanjem $q^* = \lambda T^*$ izračunamo aproksimacijo EOQ formule z diskontirano vrednostjo stroškov:

$$q^* \approx \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h' + \rho c_n}} \tag{3-34}$$

Aproksimacija (3-34) bo ustrezna tem bolj, kolikor manjši bo produkt ρT od 1. To je praviloma tudi skladno z realnostjo, saj je diskontna stopnja zagotovo manjša od 1, ravno tako pa je tudi dolžina cikla običajno krajša od enega leta.

Pristop z diskontiranjem stroškov zahteva obvezno obravnavo nabavnih stroškov enote blaga, ki vplivajo na izračun optimalne količine. Pri diskontiranju stroškov se osnovna EOQ formula

[7] Razvoj eksponentne funkcije v potenčno vrsto ima obliko zapisa (Bronštejn, 1997, str. 850): $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$. Če razvijemo funkcijo $e^{\rho T^*}$ v potenčno vrsto do členov tretje stopnje: $e^{\rho T^*} = 1 + \rho T + \frac{\rho^2 T^2}{2} + \ldots$ in dobljeni rezultat prenesemo v enačbo $e^{\rho T^*} = \frac{\rho c_p}{c_n'\lambda} + 1 + \rho T^*$, dobimo $\frac{\rho^2 T^2}{2} \approx \frac{\rho c_p}{c_n'\lambda}$, od koder izpeljemo aproksimacijo za optimalno dolžino cikla T^*.

(3-8) spremeni v tem, da se stroški skladiščenja brez stroškov financiranja ($c_h^{'}$) povečajo za stroške vezave kapitala v zalogah (ρc_n), tako da velja: $c_h = c_h^{'} + \rho c_n$. To tudi ustreza naši prvotni opredelitvi oportunitetnih stroškov vezave kapitala v zalogah, ki smo jih šteli med stroške skladiščenja.

Če pri izračunu parametrov Podjetja $\hat{\text{X}}$ upoštevamo diskontno stopnjo $\rho = 6$ %, se pri nabavni ceni enote blaga $c_n = 1.500{,}00$ denarnih enot (preostali podatki so enaki kot v primeru iz točke 3.2 – glej Tab. 1, na str. 17) optimalna količina naročila zmanjša na 59 enot blaga $\hat{\text{Y}}$, kar je približno za 17 odstotkov manj kot pri osnovnem EOQ modelu. Diskontiranje stroškov vpliva tudi na optimalno dolžino cikla, ki se skrajša na 0,13 leta.

4. PROBLEMATIKA ZASTARANJA ZALOG

Pri analiziranju EOQ modelov v predhodnem poglavju sem pokazal vpliv različnih vrst stroškov na optimalno raven zalog. Vendar pa vsi ti modeli predpostavljajo, da je povpraševanje po obravnavani vrsti blaga v zalogi trajni proces. Zaradi neprestanega tehnološkega razvoja se pojavljajo na trgu vedno novi izdelki, medtem ko za obstoječe izdelke obstaja tveganje njihovega zastaranja. Zastaranje zalog povzroči podjetju dodatne stroške, zato je potrebno vključiti v EOQ modele tveganje zastaranja zalog, ki se odraža v obliki pričakovanih stroškov zastaranja zalog.

4.1 Razvoj modelov zalog, ki vključujejo tveganje zastaranja zalog

4.1.1 Opredelitev pojmov

V strokovni literaturi pogosto naletimo na sorodne, vendar neenake pojme, ki se nanašajo na omejeno življenjsko dobo izdelka – 'pokvarljivost' (ang. 'Perishability'), 'uničenje' (ang. 'Deterioration') in 'zastaranje' (ang. 'Obsolescence'). Pojem 'pokvarljivosti' ('Perishability') vključuje izdelke z omejeno življenjsko dobo oziroma rokom trajanja, po katerem postane izdelek popolnoma neuporaben. V to skupino sodijo, na primer, prehrambeni izdelki, farmacevtski izdelki, fotografski filmi itd. (Nahmias, 1982, str. 680). S pojmom 'uničenje' ('Deterioration') bomo označili možnost poškodovanja oziroma uničenja določenega deleža izdelkov v časovnem obdobju – na primer, razbitje steklovine pri skladiščenju (Cobbaert, Van Oudheusden, 1996, str. 240). Pojem 'zastaranje' ('Obsolescence') pa se nanaša na izdelke z omejeno dobo zadovoljive velikosti povpraševanja. Zastaranje izdelka pomeni, da v nekem trenutku za vedno preneha povpraševanje po tem izdelku (Brown, 1964, str. 51). Tipični primeri zastarljivega blaga so izdelki z visoko stopnjo tehnične inovativnosti (stroji, računalniška oprema, farmacevtski izdelki) ali pa izdelki, ki so podvrženi spremembam v okusu potrošnikov (knjige, glasbene plošče, parfumi itd.).

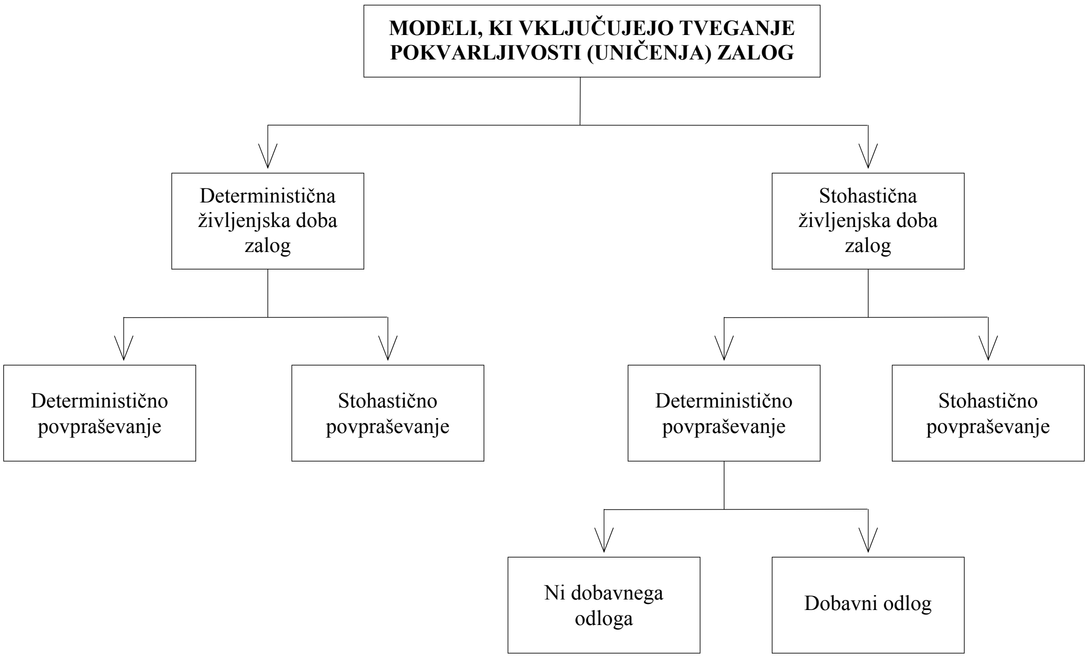
V teoriji zalog so bili razviti številni matematični modeli, ki vključujejo tveganje pokvarljivosti, uničenja ter zastaranja zalog pri različnih predpostavkah. Pri tem so bili uporabljeni različni pristopi. Skupna lastnost vseh modelov je, da predpostavljajo izgubo vrednosti zalog, ki nastane zaradi kvarjenja, uničenja ali zastaranja zalog. Vendar pa se modeli, ki vključujejo tveganje zastaranja zalog, bistveno razlikujejo od modelov, ki vključujejo tveganje pokvarljivosti oziroma uničenja zalog, v predpostavki, da v primeru zastaranja za vedno preneha povpraševanje po tem izdelku, zato se proces naročanja zalog tega izdelka konča. Če je v primeru tveganja pokvarljivosti oziroma uničenja zaloge ključnega pomena življenjska doba izdelka v zalogi, je v primeru tveganja zastaranja zalog ključnega pomena doba zadovoljive velikosti povpraševanja po izdelku.

V nadaljevanju podajam kratek pregled razvoja modelov zalog na omenjenih področjih. Pri pregledu strokovne literature lahko ugotovimo, da je problematika zastaranja zalog veliko manj obdelana od problematike pokvarljivosti oziroma uničenja zalog.

4.1.2 Področja razvoja modelov, ki vključujejo tveganje pokvarljivosti (uničenja) zalog

Prvi obsežni pregled modelov zalog, ki vključujejo tveganje pokvarljivosti oziroma uničenja zalog je opravil Nahmias (1982, str. 680). Pregled sodobnih trendov v matematičnih modelih, ki vključujejo tveganje pokvarljivosti oziroma uničenja zalog, sta opravila Goyal in Giri (2001, str. 1). Navedeni avtorji v osnovi razvrščajo obe skupini matematičnih modelov na modele, ki predpostavljajo deterministično življenjsko dobo zalog in modele s stohastično življenjsko dobo zalog. Modeli se v nadaljevanju delijo na povpraševanje, ki je lahko deterministično ali stohastično, kot je razvidno iz Slike 7. Različni avtorji so razvili številne različice modelov, ki vključujejo tveganje pokvarljivosti (uničenja), kot na primer, modele s kontinuiranim oziroma periodičnim pregledom zalog, modele z dobavnim odlogom (determinističnim ali stohastičnim), modele z odloženimi (izgubljenimi) prodajami, modele z dinamičnim programiranjem, modele z markovskimi verigami itd.

Slika 7: Razvrstitev modelov zalog, ki vključujejo tveganje pokvarljivosti (uničenja) zalog



Vir: Lastno delo

Med zaloge z deterministično življenjsko dobo uvrščamo zaloge z omejenim rokom trajanja, po katerem postanejo popolnoma neuporabne. V to skupino sodijo, na primer, zaloge prehrambenih izdelkov, zaloge farmacevtskih izdelkov, zaloge krvi za transfuzijo itd. Zato je osrednji cilj modelov, ki obravnavajo zaloge z deterministično življenjsko dobo, minimiziranje (povprečne) ravni zalog, ki ji je pretekel rok trajanja. Določanje optimalne količine zalog in ostalih parametrov je v tem primeru tesno povezano z ustrezno metodo vrednotenja zalog (npr. fifo). Pomembno delo na področju modelov zalog z deterministično življenjsko dobo sta prispevala Liu in Lian (1999, str. 150), ki sta izpeljala model z odloženimi prodajami pri kontinuiranem pregledu zalog. S pomočjo markovskega procesa sta izračunala ravnotežno verjetnostno porazdelitev količine zalog in določila funkcijo pričakovanih stroškov. Ugotovila sta, da je v primeru pokvarljivega blaga smiselna prodaja z odlogom, kadar stroški 'založenosti' ne presegajo stroškov odloženih prodaj. Zgornja raven odloženih prodaj je odvisna od želene ravni oskrbe podjetja.

Med zaloge s stohastično življenjsko dobo uvrščamo zaloge, za katere ne moremo vnaprej natačno predvideti njihovega kvarjenja oziroma uničenja. Modeli zalog s stohastično življenjsko dobo so veliko kompleksnejši od modelov z deterministično življenjsko dobo. Uporabljeni so bili različni pristopi. Jain in Silver (1994, str. 287) sta izpeljala model zalog s stohastično življenjsko dobo s pomočjo stohastičnega dinamičnega programiranja. Življenjsko dobo izdelka sta preučevala kot diskretno stohastično spremenljivko s pripadajočo porazdelitveno funkcijo. Model predpostavlja, da preostanek zalog ob koncu vsakega posameznega obdobja pomeni, da te zaloge postanejo bodisi neuporabne bodisi brez ekonomske vrednosti. Prikazala sta tudi optimalno ter hevristično metodo za aproksimacijo rešitev.

V strokovni literaturi se zaloge s stohastično življenjsko dobo običajno obravnavajo z modeli z odloženimi prodajami ter kontinuiranim pregledom zalog. Sisteme zalog avtorji pogosto obravnavajo z markovskimi verigami. Krishnamoorthy in Varghese (1995, str. 85) sta izpeljala model zalog z odloženimi prodajami ter kontinuiranim pregledom zalog s Poissonovo porazdelitvijo povpraševanja ob upoštevanju možnosti uničenja zalog. Obravnavala sta eksponentno porazdelitev verjetnosti življenjske dobe enote blaga ter izpeljala prehodne verjetnosti in ravnotežno stanje količine zalog. Avtorja v modelu nista predpostavila dobavnega odloga. Po vključitvi dobavnega odloga v modele zalog s stohastično življenjsko dobo postanejo modeli veliko kompleksnejši in zahtevajo kompleksno stohastično analizo. Nekateri avtorji (npr. Ravichandram 1995, str. 444; Liu, Yang, 1999, str. 52) so izpeljali modele s stohastičnim dobavnim odlogom ter Poissonovo porazdelitvijo povpraševanja. Liu in Yang (1999, str. 52) sta v svojem modelu predpostavila eksponentno porazdelitev verjetnosti življenjske dobe zalog ter dobavnega odloga. Z markovskimi verigami sta izračunavala ravnotežno verjetnostno porazdelitev količine zalog in določila funkcijo pričakovanih stroškov.

4.1.3 Področja razvoja modelov, ki vključujejo tveganje zastaranja zalog

Tudi na področju razvoja modelov zalog, ki vključujejo tveganje zastaranja zalog, so bili uporabljeni različni pristopi. Številni avtorji so pristopili k problemu zastaranja zalog s pomočjo dinamičnega programiranja. V svojih modelih predpostavljajo, da je poznana verjetnostna porazdelitev dobe zadovoljive velikosti povpraševanja. Hadley in Whitin (1963, str. 349) sta razvila dinamični model zalog rezervnih delov za vojaška letala s stohastičnim povpraševanjem pri poznani verjetnostni porazdelitvi dobe zadovoljive velikosti povpraševanja. Pierskalla (1969, str. 217) je razvil model minimiziranja stroškov z upoštevanjem zaporedij verjetnosti, ki vodijo do zastaranja zalog. Pristop z dinamičnim programiranjem se pogosto uporablja v primerih, ko je mogoče izraziti različne ravni povpraševanja v obliki množice stanj, kjer zastaranje zalog označuje eno izmed možnih stanj (npr. Brown, Lu, Wolfson, 1964, str. 56). Song in Zipkin (1996, str. 215) sta preučevala problem zastaranja zalog s pomočjo množice stanj okolja glede na negotove dogodke, ki vplivajo na zunanje povpraševanje oziroma na možnost zastaranja zalog. Na različnih modelih sta prikazala, kakšen je vpliv upoštevanja tveganja zastaranja zalog na poslovne odločitve, povezane z zalogami.

Kar nekaj člankov lahko najdemo na temo zastaranja rezervnih delov. Kennedy, Patterson in Fredendall (2002, str. 208) ugotavljajo, da je pri določanju ravni zalog rezervnih delov potrebno upoštevati razmerja med oportunitetnimi stroški nerazpoložljivosti rezervnega dela, stroški skladiščenja in tveganjem zastaranja rezervnega dela v zalogi. Zastarevanje rezervnih delov je problematično zlasti v računalniški industriji, kjer se modeli računalnikov hitro spreminjajo. Cobbaert in Van Oudheusden (1996, str. 239) sta preučevala problem zastaranja zalog s pomočjo EOQ modela pri tveganju hitrega zastaranja zalog rezervnih delov. Preučevala sta učinek zastaranja zalog na stroške v primeru konstantne in spremenljive verjetnosti zastaranja zalog in ugotovila, da upoštevanje tveganja zastaranja zalog lahko bistveno zmanjša pričakovane stroške podjetja. V ta namen je potrebno stroške zastaranja obravnavati ločeno od stroškov skladiščenja.

Pristop z EOQ modelom je uporabil tudi Masters (1991, str. 1180), ki je preučeval eksponentno porazdelitev verjetnosti dobe zadovoljive velikosti povpraševanja. Ugotovil je, da je pri eksponentno porazdeljeni verjetnosti dobe zadovoljive velikosti povpraševanja tradicionalni pristop obravnavanja stroškov zastaranja zalog v okviru stroškov skladiščenja ustrezen. Van Delft in Vial (1996, str. 255) sta nadgradila EOQ model z diskontiranjem stroškov in eksponentno porazdeljeno verjetnostjo dobe zadovoljive velikosti povpraševanja. S pomočjo Taylorjeve vrste sta aproksimirala EOQ formulo za primer popolnega in za primer delnega zastaranja zalog. Song in Lau (2004, str.110) sta razvila EOQ model za primer hitrega zastaranja zalog s periodičnim pregledom in stohastičnim povpraševanjem. Z dinamičnim programiranjem sta izračunavala aproksimacije optimalnih rešitev.

V svojem magistrskem delu sem EOQ modele, ki vključujejo tveganje zastaranja zalog, nadgradil z markovskimi verigami, kar do sedaj v strokovni literaturi še ni bilo obdelano. V teoriji zalog so že bili izpeljani nekateri modeli zalog, ki vključujejo tveganje pokvarljivosti oziroma uničenja zalog, v katerih se uporablja pristop z markovskimi verigami. Vendar pa se pristop z markovskimi verigami v navedenih modelih razlikuje od pristopa v modelih, ki vključujejo tveganje zastaranja zalog. Pri tveganju pokvarljivosti oziroma uničenja zalog je ključnega pomena življenjska doba izdelka v zalogi, zato se v navedenih modelih uporabljajo markovske verige pri določanju optimalne ravnotežne verjetnostne porazdelitve količine zalog. Modeli zalog, ki vključujejo tveganje zastaranja, predpostavljajo, da v primeru zastaranja za vedno preneha povpraševanje po tem izdelku. Pri tveganju zastaranja zalog je zato ključnega pomena doba zadovoljive velikosti povpraševanja po izdelku. V tem primeru je tveganje zastaranja zalog smiselno obravnavati v obliki absorbirajoče markovske verige, kjer posamezna (prehodna) stanja odražajo, kako 'daleč' je zastaranje izdelka. Pri določanju stanj v markovski verigi sem izhajal iz posameznih faz življenjskega cikla izdelka. Prikazal sem možnosti uporabe markovskih verig pri iskanju optimalnih količin naročila pri tveganju popolnega oziroma delnega zastaranja zalog. Izpeljal sem model z odloženimi prodajami v razmerah stohastičnega povpraševanja, ki jih lahko prikažemo z absorbirajočo markovsko verigo.

4.2 Življenjski cikel izdelka

Kotler (2003, str. 328) opisuje koncept življenjskega cikla izdelka s štirimi elementi:

- izdelki niso večni;
- izdelki prehajajo skozi različne faze, ki prodajalcu prinašajo različne izzive, priložnosti in

težave;

- dobiček v različnih fazah življenjskega cikla izdelka raste in pada;
- različne faze življenjskega cikla izdelka narekujejo različne strategije na področju trženja, financ, proizvodnje, nabave in ravnanja s človeškimi viri.

Osnovne značilnosti življenjskega cikla izdelka z vidika stroškov, prodaje, doseganja dobička, kupcev in konkurence so povzete v Tabeli 3.

Tabela 3: Povzetek značilnosti življenjskega cikla izdelka

Faza življenjskega cikla	Stroški	Prodaja	Dobiček	Kupci	Konkurenca
Uvajanje	• visoki povprečni stroški proizvajanja • visoki stroški oglaševanja	majhna	običajno prihaja do izgube zaradi stroškov oglaševanja	inovatorji	majhna
Rast	povprečni stroški se znižujejo	• prodane količine naraščajo • prodajna cena se prilagaja tržnim razmeram	dobiček raste	zgodnji kupci	se povečuje
Zrelost	povprečni stroški proizvajanja so stabilni	• vrhunec prodaje • prodajna cena se navadno zniža	dobiček se zmanjšuje	srednja večina	ustaljeno število, ki se počasi zmanjšuje
Upadanje	povprečni stroški proizvajanja se začnejo zviševati zaradi zmanjšanega obsega proizvodnje	• prodane količine upadajo • prodajna cena lahko naraste kot poskus povečanja dobička ali pade, da bi se povečal obseg prodaje	dobiček lahko preide v izgubo	zamudniki	se zmanjšuje

Vir: Kotler, 2003, str. 340; Tekavčič, 1997, str.171.

Nekateri avtorji razčlenijo življenjski cikel izdelka še na druge značilnosti, pri naštevanju posameznih faz pa uporabljajo za vsako od faz tudi drugačne izraze. Bistvo je v tem, da imamo med uvajanjem in odmiranjem izdelka ustrezno zaporedje medsebojno povezanih razvojnih poti, ki jim z enotnim izrazom pravimo življenjski cikel izdelka, in da spremljamo izdelek v vseh fazah življenjskega cikla, zlasti z vidika stroškov, obsega prodaje, dobička, reagiranja potrošnikov do izdelka, reagiranja konkurence itd. (Devetak, 2000, str. 60).

Z vidika teorije zalog lahko življenjski cikel izdelka strnemo v tri faze (Wild, 1997, str. 139):

- faza uvajanja izdelka,
- faza oskrbovanja in
- faza zastaranja zalog.

V fazi uvajanja izdelka je potrebno pri odločitvah, povezanih z zalogami, skrbno spremljati začetno povpraševanja po izdelku. Pri načrtovanju ustreznih skladiščnih kapacitet je potrebno poleg poznavanja pričakovanega povpraševanja po izdelku tudi poznavanje geografske porazdelitve kupcev in temu ustrezno prilagajati obseg naročil.

Faza oskrbovanja nastopi v obdobju stabilnega povpraševanja po izdelku in običajno sovpada s fazo rasti in zrelosti. Upravljanje zalog je v tej fazi osredotočeno na optimalno naročanje količin za redno oskrbovanje kupcev. Pri odločitvah, povezanih z zalogami, je potrebno skrbno spremljati, kdaj prične povpraševanje po izdelku upadati in temu ustrezno zmanjšati obseg naročil.

V fazi zastaranja zalog povpraševanje po izdelku delno ali v celoti upade, kar povzroči podjetju dodatne stroške. Potrebna so večja vlaganja v ekonomsko propagando, s čimer se povečujejo stroški. Zaradi vedno večjega boja s konkurenco mora podjetje izboljševati prodajne pogoje in zniževati prodajne cene, kar povzroči zmanjševanje dobička. Pri odločitvah, povezanih z zalogami, je potrebno že v predhodnih fazah skrbno spremljati reagiranja potrošnikov, obseg prodaje ter reagiranja konkurence, da bi bile posledice zastaranja zalog čim manjše. Vodstvo podjetja mora v tej fazi temeljito analizirati možnosti nadaljnjega poslovanja oziroma zadržanja ali izločanja izdelka. Podjetja običajno prilagajajo prodajne cene tržnim okoliščinam ter izločajo nezanimive ali nerentabilne izdelke.

Obstaja več razlogov, da doživi izdelek nazadovanje, odmiranje, na kratko rečeno, fazo degeneracije izdelka (Devetak, 2000, str. 63):

- razvoj znanosti in tehnologije oziroma tehnični napredek v določeni panogi;
- pojav novih izdelkov;
- substitucija ali razvoj izdelkov, ki nadomeščajo obstoječe;
- institucionalni vidiki (zakonodaja itd.).

Pri številnih izdelkih so zaradi hitrega tehničnega razvoja in napredka v zadnjem času njihovi življenjski cikli vse krajši. Z razvojem znanosti in tehnologije se razmeroma hitro razvijajo novi izdelki, ki se zatem proizvajajo ter prodajajo. Na tržišču se dnevno pojavljajo novi izdelki, kar je posledica hitrega razvoja tržnega gospodarstva in konkurence med podjetji. Doba zadovoljive velikosti povpraševanja večine izdelkov se krajša, zato bodo izdelki, ki so bili do včeraj najsodobnejši, v bližnji prihodnosti že zastareli.

Carlaw (2005, str. 21) ugotavlja, da se skrajševanje življenjskega cikla izdelka odraža zlasti na tržišču osebnih računalnikov, kjer novejši in vse bolj izpopolnjeni modeli osebnih računalnikov povzročajo zastaranje modelov, starih komaj nekaj tednov ali mesecev. Posledica hitrega tehnološkega zastarevanja je skrajševanje dobe koristnosti posameznih modelov. Tako proizvajalci kot kupci osebnih računalnikov razvijejo pričakovanja glede stopnje zastaranja modela, ki jo upoštevajo v svojih poslovnih odločitvah.

4.3 Doba zadovoljive velikosti povpraševanja

Ko govorimo o tveganju zastaranja izdelka, je ključnega pomena doba zadovoljive velikosti povpraševanja po izdelku. Povpraševanja po izdelku v določenem obdobju ne poznamo več z gotovostjo, ampak nam je praviloma poznana pričakovana doba zadovoljive velikosti povpraševanja oziroma pričakovani trenutek, ko za vedno preneha povpraševanje po tem izdelku. V teoriji zalog so bili razviti številni modeli, ki predpostavljajo različne porazdelitve verjetnosti dobe zadovoljive velikosti povpraševanja. V osnovi lahko te modele razdelimo v dve skupini. V prvo skupino uvrščamo modele, ki predpostavljajo konstantno verjetnost zastaranja zalog skozi celotno dobo zadovoljive velikosti povpraševanja po izdelku. Ti modeli predpostavljajo, da je verjetnost zastaranja zalog v obdobju neodvisna od starosti vrste izdelka. V drugo skupino uvrščamo modele, ki predpostavljajo, da se verjetnost zastaranja zalog skozi dobo zadovoljive velikosti povpraševanja po izdelku spreminja.

Kadar se verjetnost zastaranja izdelka skozi čas ne spreminja, govorimo o konstantni verjetnosti zastaranja izdelka. Pri konstantni verjetnosti zastaranja izdelka velja za vsako obdobje dolžine $\bar{s}$ znotraj celotne dobe zadovoljive velikosti povpraševanja enaka verjetnost zastaranja izdelka. Če je izdelek 'preživel' obdobje $[0, t)$, je verjetnost njegovega zastaranja v nadaljnjem obdobju $[t, t+\bar{s})$ neodvisna od predhodnega obdobja $[0, t)$. Model zalog s konstantnim tveganjem zastaranja zalog je predstavljen v točki 5.1.

Kadar se verjetnost zastaranja izdelka skozi čas spreminja, govorimo o spremenljivi verjetnosti zastaranja izdelka. Običajno se verjetnost zastaranja izdelka s časom povečuje, kar pomeni, da se verjetnost, da izdelek 'preživi' nadaljnje obdobje $[t, t+\bar{s})$, če je 'preživel' predhodno obdobje $[0, t)$, zmanjšuje. Verjetnostna porazdelitev dobe zadovoljive velikosti povpraševanja se za vsako obdobje $[t, t+\bar{s})$ spreminja glede na doseženo dobo zadovoljive velikosti povpraševanja po izdelku.

Verjetnostna porazdelitev dobe zadovoljive velikosti povpraševanja je zaradi številnih elementov negotovosti, zlasti za daljša časovna obdobja, zelo težko določljiva. Zato je priporočljivo verjetnosti zastaranja aproksimirati sproti za bližnja časovna obdobja znotraj dobe zadovoljive velikosti povpraševanja. Pri tem je potrebno, da izberemo dovolj kratka časovna obdobja, za katera je še mogoče predpostaviti enakomerno porazdelitev verjetnosti zastaranja izdelka. Takšna aproksimacija je smiselna le takrat, kadar so posamezni cikli dovolj kratki, da približno sovpadajo z izbranimi obdobji. Model zalog s spremenljivim tveganjem zastaranja zalog je predstavljen v točki 5.2.

4.4 Računovodsko spremljanje zastaranja zalog

Pri tveganju zastaranja zalog je pomembno, da spremljamo razmerje zaloge blaga proučevane vrste s povprečno mesečno prodajo blaga proučevane vrste. To razmerje nam pove, za koliko mesecev zadošča zaloga, ki je na voljo. Če je to razmerje zelo veliko, je potrebno presoditi, ali ne bi bilo koristneje zaloge blaga prodati, pa čeprav po prodajnih cenah, nižjih od nabavnih. Vprašanje prodaje zalog je še bolj aktualno, ko nastopi zastaranje zalog. Takšna zaloga namreč ne veže samo ustreznega dela obratnih sredstev, ampak povzroča tudi stroške. Prodaja takšne zaloge po prodajni ceni, ki je nižja od nabavne, ne pomeni izgube, če je izpolnjen pogoj:

Stroški zaloge v naslednjem obdobju > Primanjkljaj nabavne vrednosti ob prodaji

Obdobje, v katerem bi podjetje sicer še imelo zalogo, je lahko daljše od enega leta. V tem primeru je s primanjkljajem nabavne vrednosti ob takojšnji prodaji treba primerjati sedanjo vrednost prihodnjih stroškov. Čim ugotovimo, da je sedanja vrednost ob prodaji presežena, podjetje ob prodaji tega blaga ničesar ne izgubi, temveč celo pridobi (Turk, Kavčič, Kokotec-Novak, str. 2003, str. 517).

Količinska enota zaloge trgovskega blaga se v skladu s SRS-4 (2006, str. 34) ob začetnem pripoznanju ovrednoti po nabavni ceni, ki jo sestavljajo nakupna cena, uvozne in druge nevračljive nakupne dajatve ter neposredni stroški nabave. Med nevračljive nakupne dajatve se všteva tudi davek na dodano vrednost, ki se ne povrne. Nakupna cena se zmanjša za dobljene popuste. Nabavno vrednost blaga knjižimo v breme kontov skupine 65 po sestavinah nabavne cene in jo preko konta 659 prenesemo v breme konta zalog blaga v skupini 66 (Hieng et al., 2002, str. 186).

Če se cene v obračunskem obdobju na novo nabavljenih količinskih enot razlikujejo od cen oziroma stroškov količinskih enot iste vrste v zalogi (zaradi inflacije, spremembe dobavitelja, zastaranja izdelka), se lahko med letom za zmanjševanje teh količin uporablja metoda zaporednih cen (fifo) ali metoda tehtanih povprečnih cen vključno z metodo drsečih povprečnih cen (SRS-4, 2006, str. 34). Metoda povratnih cen (lifo) skladno s SRS-4 ni več dovoljena. Za izdajo blaga velja temeljno načelo uporabe metode fifo, po kateri moramo najprej izdati tiste izdelke, ki jih je skladišče prevzelo prej in šele potem kasneje prevzete izdelke (Potočnik, 2001, str. 82).

Če so zaloge v celoti ali delno zastarele ali če se njihove prodajne cene znižajo, vrednost zalog ni v celoti nadomestljiva[8] (SRS-4, 2006, str. 34). V teh primerih je potrebno

[8] Nadomestljiva vrednost je poštena vrednost, zmanjšana za stroške prodaje, ali vrednost pri uporabi, odvisno od tega, katera je večja. Poštena vrednost je znesek, za katerega je mogoče zamenjati sredstvo ali s katerim je mogoče poravnati obveznost med dobro obveščenima in voljnima strankama v poslu, v katerem sta medsebojno neodvisni in enakopravni (SRS, 2006, str. VIII).

prevrednotenje zalog blaga zaradi njihove oslabitve. Prevrednotenje zalog je sprememba njihove knjigovodske vrednosti in se lahko opravi na koncu poslovnega leta ali med njim. Če knjigovodska vrednost, vključno s tisto po zadnjih dejanskih nabavnih cenah, presega njihovo čisto iztržljivo vrednost[9], jo je treba odpisati do čiste iztržljive vrednosti in razliko prepoznati med prevrednotovalnimi poslovnimi odhodki. Vrednost zalog je treba odpisati pri vsaki postavki ali skupini podobnih postavk zalog posebej.

Kadar zastarelega trgovskega blaga ni več mogoče prodati, govorimo o popolnem zastaranju zalog. V tem primeru obsegajo stroški zastaranja enote blaga skladno s SRS-4 kar zadnjo nabavno ceno enote blaga. Če pa je, kljub zastaranju, mogoče blago po neki ceni prodati, govorimo o delnem zastaranju zalog. V tem primeru stroški zastaranja enote blaga vsebujejo razliko med zadnjo nabavno ceno in čisto iztržljivo ceno, po kateri smo enoto blaga uspeli prodati.

V primeru popolnega zastaranja zalog torej prepoznamo med prevrednotovalnimi poslovnimi odhodki nabavno vrednost uskladiščenih količin, medtem ko v primeru delnega zastaranja zalog pripoznamo prevrednotovalne poslovne odhodke kot razliko med nabavno in čisto iztržljivo vrednostjo uskladiščenih količin. Delno prevrednotenje zalog pod njihovo izvirno vrednost do čiste iztržljive vrednosti je skladno s stališčem, da sredstva ne morejo biti izkazana z večjimi zneski, kot se pričakujejo ob njihovi prodaji ali uporabi. Ocene čiste iztržljive vrednosti zalog so zasnovane na najbolj zanesljivih dokazih, ki so na razpolago v času ocenjevanja, koliko bi bilo mogoče iztržiti za zaloge (Koželj, 2003, str. 12).

Oglejmo si primer knjiženja za primer delnega zastaranja zalog blaga. Podjetje $\hat{X}$ ima v zalogi 150 enot osebnih računalnikov $\hat{Y}$ po nabavni ceni 1.500,00 denarnih enot. Ugotovljena čista iztržljiva cena enote $\hat{Y}$ je 700,00 denarnih enot. Ponazoritev knjiženja je prikazana v Tabeli 4.

Tabela 4: Primer knjiženja pri oslabitvi vrednosti zalog blaga

Zap. št.	Vsebina	Konto	V breme	V dobro
1.	Stanje zaloge blaga v skladišču (150 × 1.500)	660	225.000,00	
	Oslabitev vrednosti zaloge blaga:			
	- prevrednotenje poslovnih odhodkov zaradi oslabitve	721	120.000,00	
	- zaloge blaga (150 × 800)	660		120.000,00

Vir: Hieng et al., 2002, str. 191.

Količine v zalogi je treba ločevati od poškodovanih stvari v zalogi, proizvodov iz ustavljene proizvodnje, proizvodov slabše kakovosti in neidočega trgovskega blaga. Za vsako vrsto

[9] Čista iztržljiva cena je ocenjena prodajna cena, dosežena v rednem poslovanju, znižana za ocenjene stroške dokončanja in ocenjene stroške v zvezi s prodajo (SRS, 2006, str. 37).

zalog so potrebna razkritja računovodske usmeritve, uporabljene pri sprotnem in končnem vrednotenju zalog, pa tudi uporabljenih metod obračunavanja stroškov, ter knjigovodske vrednosti in čiste iztržljive vrednosti zalog po razvrstitvah, ki ustrezajo podjetju. Razkrijejo se presežki in primanjkljaji pri popisu zalog ter odpisi vrednosti zalog zaradi sprememb njihove kakovosti in zaradi sprememb njihove vrednosti (SRS-4, 2006, str. 36).

5. ANALIZA VPLIVA ZASTARANJA ZALOG NA MODELE EKONOMIČNE KOLIČINE NAROČANJA

Pri tveganju zastaranja zalog obstaja verjetnost, da nam celotna skladiščena količina blaga zastara, kar lahko predstavlja veliko izgubo kapitala, vezanega v zalogah. To pomeni za podjetje tveganje za dodatne stroške, zato je potrebno pri odločitvah, povezanih z zalogami, upoštevati tudi pričakovane stroške zastaranja zalog v obravnavanem obdobju. V nadaljevanju bomo pristopili k problemu zastaranja zalog z uporabo EOQ modelov, ki jih glede na vrsto tveganja zastaranja zalog lahko v osnovi razdelimo na modele s konstantnim in modele s spremenljivim tveganjem zastaranja zalog.

5.1 Model s konstantnim tveganjem zastaranja zalog

Model s konstantnim tveganjem zastaranja zalog predpostavlja konstantno verjetnost zastaranja zalog za vsako obdobje dolžine $\bar{s}$ znotraj celotne dobe zadovoljive velikosti povpraševanja, kjer dosežena življenjska doba vrste izdelka v zalogi ne vpliva na verjetnost njenega zastaranja v kasnejših časovnih obdobjih (Masters, 1991, str. 1181).

Osnovo modela tvori osnovni EOQ model brez dobavnega odloga ($\tau=0$). Poleg do sedaj obravnavanih stroškov (stroškov nabave, skladiščenja in naročanja), bomo v model vključili še pričakovane stroške zastaranja enote blaga (c_o). Stroški zastaranja enote blaga so odvisni od tega, ali je njeno zastaranje popolno ali delno. Če je zastaranje popolno, so stroški zastaranja enote blaga (c_o) enaki zadnji dejanski nabavni ceni enote blaga (c_n). Če je zastaranje delno, predstavljajo stroški zastaranja enote blaga razliko med čisto iztržljivo ceno (p) in zadnjo dejansko nabavno ceno (c_n) enote blaga. V nadaljevanju bomo privzeli, da v primeru delnega zastaranja zalog čista iztržljiva cena (p) ne pokrije nabavnih stroškov enote blaga, oziroma $p < c_n$.

Model s konstantnim tveganjem zastaranja zalog predpostavlja konstantno verjetnost zastaranja zalog v enoti časovnega obdobja (enem letu) $\hat{P}$. Verjetnost zastaranja zalog za posamezne cikle dolžine $\frac{q}{\lambda}$ je torej $\hat{P}\frac{q}{\lambda}$. Pri povprečni zalogi $\frac{q}{2}$ znašajo pričakovani stroški zastaranja zalog v ciklu $\frac{c_o\hat{P}q^2}{2\lambda}$. Celotni stroški cikla torej znašajo $c_p + \frac{(c_h + c_o\hat{P})q^2}{2\lambda}$, povprečni letni stroški pa

$$K = \frac{\lambda c_p}{q} + \frac{(c_h + c_o\hat{P})q}{2} \tag{5-1}$$

Najti želimo absolutni minimum stroškov (5-1) na območju $q > 0$, tako da velja

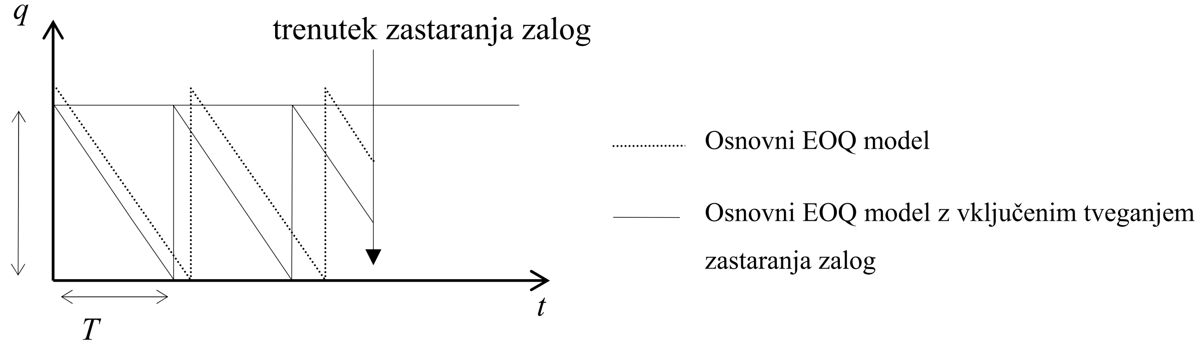
$$\frac{dK}{dq} = 0 \tag{5-2}$$

Odtod izračunamo optimalno količino naročila (Cobbaert, Van Oudheusden, 1996, str. 241):

$$q^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h + c_o\hat{P}}} \tag{5-3}$$

EOQ formula s konstantnim tveganjem zastaranja zalog (5-3) se razlikuje od osnovne EOQ formule (3-8) za pričakovane stroške zastaranja enote blaga ($c_o\hat{P}$), ki se v imenovalcu prištejejo stroškom skladiščenja. To pomeni, da se pri konstantnem tveganju zastaranja zalog zmanjšajo optimalne količine naročila, skrajšajo pa se tudi dolžine ciklov. Večja kot bo verjetnost zastaranja zalog, manjša bo optimalna količina naročila. Podobno kot pri osnovnem EOQ modelu so tudi pri EOQ modelu s konstantnim tveganjem zastaranja zalog optimalne količine in dolžine ciklov konstantne, dokler ne nastopi zastaranje zalog. Če v tekočem ciklu ne bo nastopilo zastaranje zalog, bo torej optimalna količina naročila v naslednjem ciklu enaka kot v predhodnem ciklu. Primerjavo osnovnega EOQ modela z EOQ modelom s konstantnim tveganjem zastaranja zalog si lahko ogledamo na Sliki 8.

Slika 8: Primerjava osnovnega EOQ modela z EOQ modelom s konstantnim tveganjem zastaranja zalog



Vir: Lastno delo.

Oglejmo si primer. V Podjetju $\hat{X}$ ocenjujejo, da obstaja konstantna verjetnost zastaranja zalog skozi celotno dobo zadovoljive velikosti povpraševanja. Ocenjena verjetnost zastaranja zalog za obdobje enega leta je 10 odstotkov ($\hat{P}=0,1$). Zanima nas, kako to vpliva na optimalne količine naročila, če:

- je upoštevana možnost popolnega zastaranja zalog (stroški zastaranja enote blaga $\hat{Y}$ so enaki nabavni ceni enote blaga $\hat{Y}$) ali
- Podjetje $\hat{X}$ lahko proda zastarel izdelek $\hat{Y}$ za 700,00 denarnih enot.

Ostali podatki so enaki kot v primeru osnovnega EOQ modela iz točke 3.2 (glej Tab. 1, na str. 17).

Tabela 5: Izračun optimalne količine naročila in stroškov pri EOQ formuli s konstantnim tveganjem zastaranja zalog

Vhodni podatki		**Izračun**			
λ	500 enot/leto	q^* - popolno zastaranje zalog (c_o=c_n=1.500)	53,45 enot $\hat{Y}$	q^* - delno zastaranje zalog (c_o= c_n –p=800)	59,76 enot $\hat{Y}$
c_h	200,00 d.e.	letni stroški skladiščenja	5.345,22 d.e.	letni stroški skladiščenja	5.976,14 d.e.
c_p	1.000,00 d.e.	letni stroški naročanja	9.354,14 d.e.	letni stroški naročanja	8.366,60 d.e.
c_n	1.500,00 d.e.	letni stroški zastaranja	4.008,92 d.e.	letni stroški zastaranja	2.091,65 d.e.
		skupni letni stroški	18.708,28 d.e.	**skupni letni stroški**	16.434,39 d.e.
p	700,00 d.e.	št. naročil v letu	9,4	št. naročil v letu	8,3
		dolžina cikla: $T=\frac{q^*}{\lambda}$	0,10 leta	$T=\frac{q^*}{\lambda}$	0,12 leta

Vir: Lastni izračun.

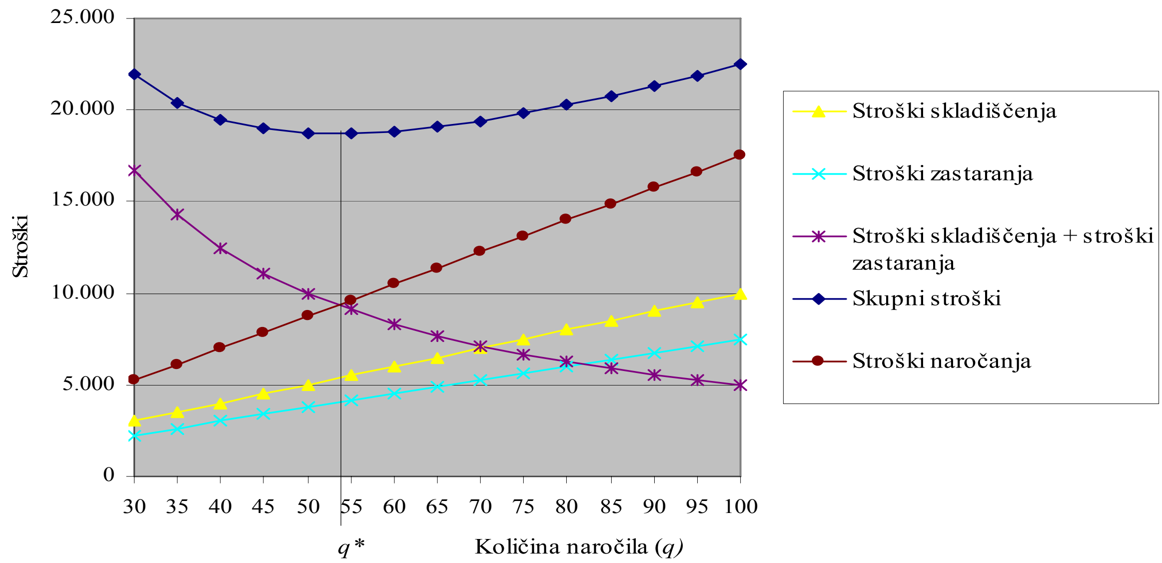
Primerjava z osnovnim EOQ modelom (glej Tab. 1, na str. 17) nam pokaže, da se pri uporabi EOQ formule (5-3) bistveno zmanjša optimalna količina naročila, in sicer na 54 enot blaga $\hat{Y}$ (za 25 odstotkov). Z upoštevanjem tveganja zastaranja zalog v EOQ modelu zmanjšamo pričakovane letne stroške zalog. Če Podjetje $\hat{X}$ ne bo upoštevalo tveganja zastaranja zalog (če bo uporabilo osnovni EOQ model), bodo pri verjetnosti zastaranja $\hat{P}=0,1$ pričakovani stroški popolnega zastaranja zalog 5.303,25 denarnih enot[10]. Če bo Podjetje $\hat{X}$ upoštevalo tveganje zastaranja zalog v EOQ modelu, bodo pričakovani skupni letni stroški za 737,11 denarnih enot[11] oziroma za 4 odstotke nižji, kot če ne bi upoštevalo tveganja zastaranja zalog. Pri tveganju delnega zastaranja zalog bo optimalna količina višja (60 enot), saj stroški zastaranja zalog obsegajo le razliko med nabavno vrednostjo in čisto iztržljivo vrednostjo zastarelih zalog.

Pri vključitvi pričakovanih stroškov zastaranja zalog v EOQ model ostane funkcija skupnih stroškov zelo sploščena okoli optimalne točke, kar ohranja zanemarljiv vpliv zaokroževanja

[10] = (70,71/2) * 1.500,00 * 0,1.
[11] = 14.142,14 + 5.303,25 – 18.708,30.

količine naročila na skupne stroške. Naslednja značilnost funkcij stroškov je, da so v optimalni točki naročila stroški naročanja enaki vsoti stroškov skladiščenja in stroškov zastaranja zalog in znašajo v primeru popolnega zastaranja zalog 18.708,28 denarnih enot. Navedene značilnosti funkcij stroškov so razvidne tudi iz Slike 9.

Slika 9: Prikaz gibanja stroškov pri EOQ modelu s konstantnim tveganjem zastaranja zalog za primer iz Tabele 5



Vir: Lastno delo.

V pristopu z diskontiranjem stroškov prištejemo diskontni stopnji verjetnost zastaranja zalog ($\hat{P}$), zato se diskontni faktor spremeni v $e^{-(\rho+\hat{P})T}$. V primeru popolnega zastaranja zalog znaša sedanja vrednost stroškov

$$K(T) = \frac{c_p + c_n^{'}\lambda T}{1 - e^{-(\rho+\hat{P})T}} - \frac{\lambda}{(\rho+\hat{P})^2} c_h^{'} \tag{5-4}$$

S pomočjo prvih treh členov razvoja funkcije $e^{(\rho+\hat{P})T^*}$ v eksponentno vrsto (glej točko 3.5, na str. 26), izračunamo aproksimacijo optimalne količine naročila

$$q^* \approx \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h^{'} + (\rho+\hat{P})c_n}} \tag{5-5}$$

Hkratno upoštevanje verjetnosti zastaranja zalog in diskontne stopnje v EOQ modelu dodatno vpliva na nižje optimalne količine naročila. Če pri izračunu parametrov Podjetja $\hat{X}$ upoštevamo poleg tveganja popolnega zastaranja zalog (pri $\hat{P}$ =0,1) tudi diskontno stopnjo

$\rho = 6$ %, se bo pri nespremenjenih ostalih vhodnih podatkih (glej Tab. 5, na str. 39) optimalna količina naročila zmanjšala na 48 enot blaga $\hat{Y}$, kar je približno za 33 odstotkov manj kot pri osnovni EOQ formuli (3-8).

V primeru delnega zastaranja zalog je potrebno v model vključiti tudi sedanjo vrednost prihodkov od prodanih količin. Van Delft in Vial (1996, str. 259) sta aproksimirala EOQ formulo pri tveganju delnega zastaranja zalog, ki vključuje diskontirano vrednost prispevka za kritje enote zastarelega blaga

$$q^* \approx \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{(\rho + \hat{P})(c_n - p[\hat{P}/(\rho + \hat{P})])}} \tag{5-6}$$

kjer označuje p prodajno ceno enote blaga. Diskontirana vrednost prodajne cene enote zastarelega blaga zniža pričakovane stroške zastaranja enote blaga za $p\left[\frac{\hat{P}}{\rho + \hat{P}}\right]$, kar se odraža v višji optimalni količini naročila kot v primeru, če uporabimo EOQ formulo (5-5).

5.2 Model s spremenljivim tveganjem zastaranja zalog

Optimalno zalogo se pogosto opredeljuje kot določeno stalno količino med minimalno in maksimalno zalogo. Vendar pa zaradi stalnih sprememb okolja podjetja (nihanja v povpraševanju, nabavnih pogojev, spremenljive verjetnosti zastaranja zalog itd.) ne moremo določiti optimalne zaloge kot stalne količine. Optimalna zaloga se stalno giblje med minimalno in maksimalno zalogo.

Kadar se verjetnost zastaranja zalog skozi celotno dobo zadovoljive velikosti povpraševanja spreminja, govorimo o spremenljivi verjetnosti zastaranja zalog. Običajno se v modelih zalog predpostavlja, da se tveganje zastaranja zalog s časom povečuje. Zato se skozi celotno dobo zadovoljive velikosti povpraševanja, verjetnost, da blago 'preživi' nadaljnje obdobje $[t, t + \bar{s})$, če je 'preživelo' obdobje $[0, t)$, praviloma zmanjšuje. V tem primeru je priporočljivo ugotavljati verjetnosti zastaranja zalog sproti za bližnja časovna obdobja znotraj dobe zadovoljive velikosti povpraševanja. Pomembno je, da izberemo dovolj kratka časovna obdobja, za katera je še mogoče predpostaviti enakomerno porazdelitev verjetnosti zastaranja izdelka. Model se bo spremenljivemu tveganju zastaranja zalog prilagodil tako, da količine naročila (q_t) skozi celotno dobo zadovoljive velikosti povpraševanja ne bodo več konstantne, temveč bodo odvisne od časa (t), glede na verjetnost zastaranja $\hat{P}_t$, ki se pojavi v tem času. Skladno s tem se bodo – zaradi zagotavljanja nemotene oskrbe kupcev – skrajševali tudi posamezni cikli, ki bodo od tedaj dolgi $\frac{q_t}{\lambda}$.

Verjetnost zastaranja zalog v določenem ciklu dolžine $\frac{q_t}{\lambda}$ izračunamo kot pogojno verjetnost

$$\hat{P}_t = \frac{\int_t^{t+\frac{q_t}{\lambda}} g(\varepsilon)d\varepsilon}{\int_t^{\infty} g(\varepsilon)d\varepsilon} \tag{5-7}$$

kjer označuje $g(y)$ verjetnostno gostoto dobe zadovoljive velikosti povpraševanja. Kadar so posamezni cikli dovolj kratki, da je znotraj njih mogoče določiti enakomerno porazdelitev verjetnosti zastaranja zalog, lahko aproksimiramo verjetnost zastaranja zalog v posameznem ciklu $\frac{q_t}{\lambda}$ kot

$$\int_t^{t+\frac{q_t}{\lambda}} g(\varepsilon)d\varepsilon \approx g(t)\frac{q_t}{\lambda} \tag{5-8}$$

Aproksimirana vrednost stroškov zastaranja zalog za posamezen cikel znaša pri povprečni zalogi ($\frac{q_t}{2}$)

$$c_o \frac{q_t^2}{2\lambda} \frac{g(t)}{(1-G(t))} \tag{5-9}$$

kjer je $G(y)$ porazdelitvena funkcija dobe zadovoljive velikosti povpraševanja. Celotni stroški cikla $\frac{q_t}{\lambda}$ (stroški skladiščenja, stroški naročanja in stroški zastaranja zalog) znašajo

$$\frac{c_h q_t^2}{2\lambda} + c_p + c_o \frac{q_t^2}{2\lambda} \frac{g(t)}{(1-G(t))} \tag{5-10}$$

Ob spreminjanju pogojne verjetnosti zastaranja zalog skozi čas (t) sproti izračunavamo povprečne letne stroške tako, da stroške ciklov (5-10) pomnožimo s številom ciklov ($\frac{\lambda}{q_t}$):

$$K_t = \frac{c_h q_t}{2} + \frac{c_p \lambda}{q_t} + c_o \frac{q_t}{2} \frac{g(t)}{(1-G(t))} \tag{5-11}$$

Najti želimo absolutni minimum skupnih stroškov (5-11) na območju $q_t > 0$, tako da velja

$$\frac{dK_t}{dq_t} = 0 \tag{5-12}$$

Odtod izračunamo optimalne količine naročila za posamezne cikle v času t (Cobbaert, Van Oudheusden, 1996, str. 242):

$$q_t^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h + c_o(g(t)/(1-G(t))}} \tag{5-13}$$

Dobljena EOQ formula (5-13) se razlikuje od osnovne (3-8) za pričakovane stroške zastaranja zalog $c_o \dfrac{g(t)}{(1-G(t))}$, ki se v imenovalcu prištejejo stroškom skladiščenja. Ugotavljanje pogojne verjetnosti

$$\frac{g(t)}{(1-G(t))} \tag{5-14}$$

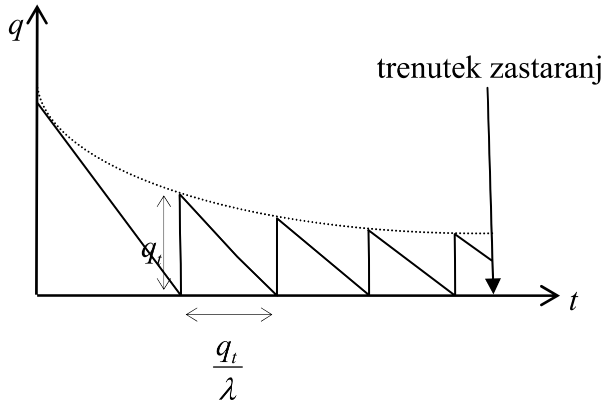
je zelo zahtevno, saj zahteva poznavanje verjetnostne porazdelitve dobe zadovoljive velikosti povpraševanja. Ena izmed možnosti je, da pogojne verjetnosti aproksimiramo sproti za bližnja časovna obdobja, za katera je mogoče določiti enakomerno porazdelitev verjetnosti zastaranja zalog. Takšna aproksimacija je smiselna takrat, kadar so posamezni cikli dovolj kratki, da približno sovpadajo z izbranimi obdobji. Ko v času t ocenimo (konstantno) verjetnost zastaranja zalog $\hat{P}(T_t)$ za dovolj kratko obdobje dolžine T_t, lahko pogojno verjetnost (5-14) nadomestimo z izrazom $\dfrac{\hat{P}(T_t)}{T_t}$, ki označuje aproksimacijo pogojne verjetnosti zastaranja zalog v obdobju dolžine T_t. Model bo zato tem bolj ustrezen, čim krajša bodo obdobja dolžine T_t glede na pričakovano dobo zadovoljive velikosti povpraševanja.

Zaradi stalnega spreminjanja $\hat{P}(T_t)$ skozi čas je potrebno pogojne verjetnosti zastaranja zalog sproti aproksimirati za posamezne cikle. Optimalne količine naročila v času t izračunavamo po prilagojeni EOQ formuli

$$q_t^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h + c_o(\hat{P}(T_t)/T_t)}} \tag{5-15}$$

Vidimo, da optimalna količina naročila ni več konstanta, temveč se s časom spreminja. S časom se praviloma povečuje pogojna verjetnost zastaranja izdelka, kar se odraža v nižjih optimalnih količinah naročila skozi dobo zadovoljive velikosti povpraševanja, temu ustrezno pa se skrajšujejo tudi posamezni cikli. Optimalna zaloga torej ni več statična, temveč postane dinamična količina. Omenjene značilnosti modela nam kaže tudi Slika 10.

Slika 10: EOQ model s spremenljivim tveganjem zastaranja zalog



Vir: Cobbaert, Van Oudheusden, 1996, str. 243.

V Podjetju $\hat{X}$ v času t ocenjujejo, da obstaja v naslednjih šestih mesecih (T_t*=0,5* leta) 10-odstotna verjetnost zastaranja zalog $\hat{P}(T_t)=0,1$. Pogojna verjetnost zastaranja zalog, ki jo upoštevamo za prihodnji cikel, torej znaša $\frac{\hat{P}(T_t)}{T_t} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2$. V času $t+\bar{s}$ pridobijo nove informacije, na podlagi katerih ocenijo, da obstaja v naslednjih šestih mesecih ($T_{t+\bar{s}}$ *=0,5* leta) 15-odstotna verjetnost zastaranja zalog $\hat{P}(T_{t+\bar{s}})=0,15$, zato je verjetnost zastaranja zalog za prvi naslednji cikel $\frac{\hat{P}(T_{t+\bar{s}})}{T_{t+\bar{s}}} = \frac{0,15}{0,5} = 0,3$. Podjetje $\hat{X}$ bo pri spremenljivem tveganju zastaranja zalog po potrebi znova izračunavalo optimalne količine naročila za bližnja časovna obdobja, glede na informacije o verjetnosti zastaranja zalog, ki jih bo imelo na voljo v danem trenutku. Izračun parametrov za primer popolnega zastaranja zalog (pri ostalih nespremenjenih vhodnih podatkih – glej Tab. 5, na str. 39) je v Tabeli 6.

Tabela 6: Izračun optimalne količine naročila in stroškov pri EOQ formuli s spremenljivim tveganjem zastaranja zalog

Parameter	Izračun	
pogojna verjetnost zastaranja zalog	$\hat{P}(T_t)/T_t$ = 0,2	$\hat{P}(T_{t+\bar{s}})/T_{t+\bar{s}}$ = 0,3
optimalna količina naročila	44,72 enot Ŷ	39,22 enot Ŷ
letni stroški skladiščenja	4.472,14 d.e.	3.922,32 d.e.
letni stroški naročanja	11.180,34 d.e.	12.747,55 d.e.
letni stroški zastaranja	6.708,20 d.e.	8.825,23 d.e.
skupni letni stroški	22.360,68 d.e.	25.495,10 d.e.
št. naročil v letu	11,18	12,74
dolžina cikla: $T_t = \frac{q^*}{\lambda}$	0,09 leta	0,07 leta

Vir: Lastni izračun.

Primerjava z osnovnim EOQ modelom (glej Tab. 1, na str. 17) nam pokaže, da z upoštevanjem tveganja zastaranja zalog bistveno zmanjšamo pričakovane letne stroške zalog. Če Podjetje X̂ ne bo upoštevalo tveganja zastaranja zalog (če bo uporabilo osnovni EOQ model), bodo pričakovani letni stroški popolnega zastaranja zalog pri verjetnosti $\hat{P}(T_t)=0{,}1$ znašali 10.606,50 denarnih enot[12]. Če bo Podjetje X̂ upoštevalo tveganje zastaranja zalog v EOQ modelu, bodo pričakovani skupni letni stroški za 2.387,96 denarnih enot[13] oziroma za 10 odstotkov nižji, kot če bi upoštevalo osnovni EOQ model brez tveganja zastaranja zalog. Pri verjetnosti $\hat{P}(T_{t+\bar{s}})=0{,}15$ bodo pričakovani skupni letni stroški že za 17 odstotkov nižji glede na osnovni EOQ model.

5.3 Model s spremenljivim tveganjem zastaranja zalog in odloženimi prodajami

Naslednji model se razlikuje od modela iz prejšnje točke v tem, da dopušča tudi možnost odloženih prodaj. Primeri odloženih prodaj v pogojih zastarevanja blaga so v praksi precej nezaželeni. Zastarljivo blago je namreč običajno podvrženo veliki konkurenci na trgu; če torej kupci takoj ne pridejo do želenega blaga, se kaj hitro lahko preusmerijo h konkurenčnim izdelkom, kar predstavlja za podjetje izgubljeno prodajo.

Tudi v modelu z odloženimi prodajami se ob upoštevanju spremenljivega tveganja zastaranja zalog količine naročila s časom spreminjajo. Ob dobavi v času *t* raven zalog naraste na $S_t = q_t - s_t$. Povprečna zaloga je enaka $\frac{S_t^2}{2q_t}$, zato je vrednost povprečnih letnih stroškov

[12] = (70,71/2) * 1.500,00 * 0,2.
[13] = 14.142,14 + 10.606,50 – 22.360,68.

skladiščenja v času t enaka $\frac{c_h S_t^2}{2q_t}$. Povprečni letni stroški naročanja so odvisni od količine naročila v času t in znašajo $\frac{c_p \lambda}{q_t}$.

Na enak način kot v predhodnem modelu tudi tokrat predpostavimo enakomerno porazdeljeno verjetnost zastaranja zalog znotraj posameznega cikla $\left[t, t+\frac{q_t}{\lambda}\right)$ ter aproksimiramo vrednost pričakovanih povprečnih letnih stroškov zastaranja zalog kot $c_o \frac{S_t^2}{2q_t} \frac{g(t)}{(1-G(t))}$.

Do odloženih prodaj pride le v primeru, če blago ne zastara v obdobju založenosti $\left[t, t+\frac{S_t}{\lambda}\right)$, torej z verjetnostjo $1-\hat{P}_t$, kjer je $\hat{P}_t$ pogojna verjetnost zastaranja zalog v obdobju založenosti $\left[t, t+\frac{S_t}{\lambda}\right)$:

$$\hat{P}_t = \frac{\int_t^{t+\frac{S_t}{\lambda}} g(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_t^{\infty} g(\varepsilon) d\varepsilon} \tag{5-16}$$

Če spet predpostavimo konstantno verjetnost zastaranja zalog v obdobju $\left[t, t+\frac{S_t}{\lambda}\right)$, lahko zapišemo $\hat{P}_t = \frac{g(t)}{(1-G(t))} \frac{S_t}{\lambda}$. Povprečni letni stroški odloženih prodaj v času t torej znašajo

$$\pi \frac{(q_t - S_t)^2}{2q_t} (1 - \frac{S_t g(t)}{\lambda(1-G(t))}).$$

Povprečni letni stroški v času t znašajo:

$$K_t = \frac{c_h S_t^2}{2q_t} + \frac{c_p \lambda}{q_t} + \frac{c_o S_t^2 g(t)}{2q_t (1-G(t))} + \pi \frac{(q_t - S_t)^2}{2q_t} (1 - \frac{S_t g(t)}{\lambda(1-G(t))}) \tag{5-17}$$

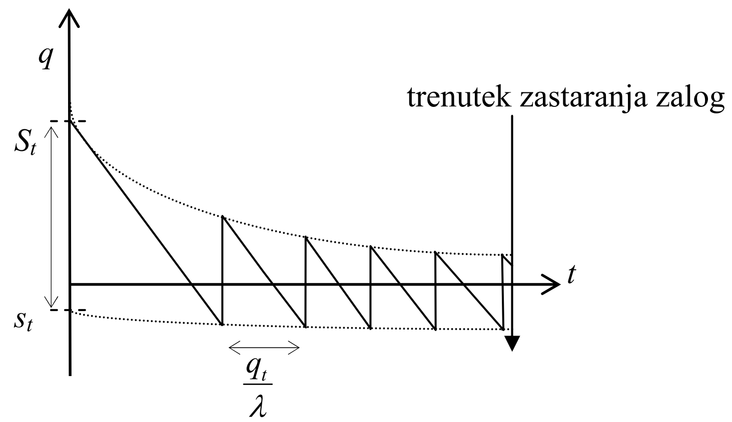
Cobbaert in Van Oudheusden (1996, str. 243) sta pogojno verjetnost $1-\hat{P}_t$ dodatno aproksimirala kot $1-\hat{P}_t \approx 1$. Navedena aproksimacija je tem boljša, čim krajši so časovni intervali $\left[t, t+\frac{S_t}{\lambda}\right)$. Ob tej poenostavitvi lahko poiščemo optimalne količine z absolutnim minimumom funkcije (5-17) na območju $0 < q_t < \infty,\ 0 \leq S_t$, ob pogoju $\frac{\partial K_t}{\partial q_t} = \frac{\partial K_t}{\partial S_t} = 0$:

$$q_t^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{\pi}}\sqrt{\frac{\pi + c_h + c_o(g(t)/(1-G(t)))}{c_h + c_o(g(t)/(1-G(t))}} \tag{5-18}$$

$$S_t^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h + c_o(g(t)/(1-G(t))}} \times \sqrt{\frac{\pi}{\pi + c_h + c_o(g(t)/(1-G(t)))}} \tag{5-19}$$

Izračuna optimalnih količin (5-18) in (5-19) se razlikujeta od izračunov optimalnih količin pri osnovnem EOQ modelu z odloženimi prodajami (3-14) in (3-15) v pričakovanih stroških zastaranja zalog, ki se prištejejo stroškom skladiščenja. Verjetnost zastaranja zalog povzroči zmanjševanje optimalnih količin, ki jih sproti izračunavamo glede na verjetnost zastaranja zalog v določenem obdobju, temu ustrezno pa se skrajšujejo tudi posamezni cikli. Značilnosti modela si lahko ogledamo na Sliki 11.

Slika 11: EOQ model s spremenljivim tveganjem zastaranja zalog in odloženimi prodajami



Vir: Cobbaert, Van Oudheusden, 1996, str. 243.

5.4 Vpliv dobavnih odlogov na preučevane modele

V do sedaj obravnavanih modelih smo predpostavljali, da je naročena količina dospela v skladišče brez dobavnega odloga ($\tau = 0$). Pri tveganju zastaranja zalog pomeni vključitev dobavnih odlogov v EOQ modele dodatne stroške, ki so odvisni od dolžine dobavnega odloga. Večina sodobnih avtorjev obravnava dobavni odlog kot dan vnaprej kot determinističen parameter ali kot stohastično spremenljivko. Dobavne odloge je mogoče tudi skrajševati, kar pa nam prinese tudi dodatne stroške skrajševanja dobavnih odlogov. Ko tehtamo med dolžino dobavnega odloga in stroški zmanjšanja negotovosti dobavnega odloga ali stroški zmanjšanja povprečja tega dobavnega odloga, govorimo o dobavnem odlogu kot odločitveni spremenljivki (Bogataj, 1997, str. 555).

V strokovni literaturi se dobavni odlog običajno definira kot čas, ki je potreben od trenutka, ko sprožimo naročilo, do dobave blaga. Vendar pa neprestano skrajševanje dobe zadovoljive velikosti povpraševanja po izdelkih nujno vodi do zahteve po skrajševanju dobavnih odlogov oziroma širše definicije dobavnega odloga. Dobavni odlog v širšem smislu je čas, ki je potreben od razvoja, naročanja, izdelave in transporta izdelka do končnega uporabnika. To je koncept strateškega dobavnega odloga in je eden izmed ključnih elementov uspeha v pojmovanju sodobne logistike (Christopher, 1998, str. 31). Koncept strateškega dobavnega odloga je pomemben zaradi skrajševanja življenjskega cikla izdelkov, saj je doba zadovoljive velikosti povpraševanja lahko krajša od strateškega dobavnega odloga.

Problematika dobavnih odlogov se zlasti odraža v računalniški industriji, kjer se novi modeli osebnih računalnikov distribuirajo na posamezne lokalne trge tudi v nekaj mesečnem dobavnem odlogu, to pa je čas, v katerem lahko naročeno blago že zastara. Trgovska podjetja morajo zato neprestano predvidevati svoje potrebe po blagu glede na pričakovani dobavni odlog. Zaradi hitrega spreminjanja razmer v računalniški industriji se trgovska podjetja srečujejo z dvojnim problemom – hitrim zastarevanjem nabavljenih (in zaradi dobavnega odloga ne več najnovejših) računalniških modelov in nesposobnostjo zadovoljevanja kupcev z najnovejšimi modeli, ki jih kupci želijo, kar predstavlja za podjetje dodatne stroške.

Oglejmo si najprej vpliv dobavnega odloga na EOQ model z determinističnim povpraševanjem in spremenljivo verjetnostjo zastaranja zalog. V primeru determinističnega dobavnega odloga podjetje sproži novo naročilo takrat, ko raven zalog doseže signalno zalogo ($r > 0$). Pri tveganju zastaranja zalog je potrebno upoštevati tako tveganje zastaranja zalog v skladišču kot tudi blaga 'na poti', zato se povprečna raven zaloge poveča na $\frac{q_t}{2} + r$. Pri tem bomo – zaradi poenostavitve – predpostavljali, da je od trenutka naročila do dobave blaga 'na poti' le ena naročena količina blaga, zato se pričakovana vrednost stroškov zastaranja zalog poveča za $c_o r$. Povprečni letni stroški v času *t* se v primeru dobavnega odloga spremenijo v

$$K_t = \frac{c_h q_t}{2} + \frac{c_p \lambda}{q_t} + c_o\left(\frac{q_t}{2} + r\right)\frac{g(t)}{(1 - G(t))} \qquad (5\text{-}20)$$

Pri odvajanju skupnih stroškov (5-20) na območju $q_t > 0$, ob upoštevanju

$$\frac{dK_t}{dq_t} = 0 \qquad (5\text{-}21)$$

ugotovimo, da to ne vpliva na optimalne količine q_t, ki ostanejo

$$q_t = \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h + c_o(g(t)/(1-G(t))}} \tag{5-22}$$

Do podobnih zaključkov pridemo tudi v primeru odloženih prodaj in spremenljivem tveganju zastaranja zalog. Pri formulaciji povprečnih letnih stroškov upoštevamo pri povprečni zalogi še povpraševano količino v dobavnem odlogu (μ):

$$K_t = \frac{c_h S_t^2}{2q_t} + \frac{c_p \lambda}{q_t} + c_o(\frac{S_t^2}{2q_t} + \mu)\left[\frac{g(t)}{1-G(t)}\right] + \pi \frac{(q_t - S_t)^2}{2q_t} \bullet 1 \tag{5-23}$$

Pri iskanju optimalnih količin q_t^* in S_t^* spet pridemo do formul (5-18) in (5-19), ki veljajo za primer brez dobavnega odloga. Če torej v sistemu zalog obstaja nek dobavni odlog ($\tau > 0$), se to odrazi le v višjih stroških, ne pa tudi v optimalni količini naročila.

Oglejmo si še vpliv dobavnega odloga na izračun parametrov Podjetja $\hat{X}$, če zunanji dobavitelj dobavlja blago Podjetju $\hat{X}$ z 22-dnevnim dobavnim odlogom (τ =0,06 leta) oziroma 11-dnevnim dobavnim odlogom (τ =0,03 leta), pri ostalih nespremenjenih vhodnih podatkih, kot smo jih uporabili v primeru iz točke 5.2 (glej na str. 44). Izračun parametrov za primer popolnega zastaranja zalog pri pogojni verjetnosti $\hat{P}(T_t)/T_t = 0{,}2$ je v Tabeli 7.

Tabela 7: Izračun optimalne količine naročila in stroškov pri EOQ formuli s tveganjem zastaranja in dobavnim odlogom

Parameter	Izračun		
dobavni odlog (τ)	0	0,03 leta	0,06 leta
točka ponovnega naročila (r)	0	15 enot $\hat{Y}$	30 enot $\hat{Y}$
optimalna količina naročila	44,72 enot $\hat{Y}$	44,72 enot $\hat{Y}$	44,72 enot $\hat{Y}$
letni stroški skladiščenja	4.472,14 d.e.	4.472,14 d.e.	4.472,14 d.e.
letni stroški naročanja	11.180,34 d.e.	11.180,34 d.e.	11.180,34 d.e.
letni stroški zastaranja zalog	6.708,20 d.e.	11.208,20 d.e.	15.708,20 d.e.
skupni letni stroški	22.360,68 d.e.	26.860,68 d.e.	31.360,68 d.e.
št. naročil v letu	11,18	11,18	11,18
dolžina cikla: $T = \frac{q_t^*}{\lambda}$	0,09 leta	0,09 leta	0,09 leta

Vir: Lastni izračun.

Primerjava z izračuni iz točke 5.2 (glej Tab. 6, na str. 45) nam potrdi, da pri tveganju zastaranja zalog dobavni odlog nima vpliva na optimalno količino naročila, pač pa dobavni odlog povzroči povečanje povprečnih letnih stroškov. 11-dnevni dobavni odlog povzroči povečanje povprečnih letnih stroškov za 20 odstotkov, 22-dnevni dobavni odlog pa že za 40 odstotkov. Vzrok za povečanje povprečnih letnih stroškov je v povečanju pričakovanih stroškov zastaranja zalog, ki naraščajo glede na dolžino dobavnega odloga.

6. TEORIJA MARKOVSKIH VERIG

6.1 Osnove teorije markovskih verig

Markovska veriga je diskretni stohastični proces, s pomočjo katerega lahko spremljamo spreminjanje slučajnih spremenljivk skozi čas. Oglejmo si najprej osnove definicije markovskih verig (Winston, 2004, str. 923):

Naj bo X_t vrednost slučajne spremenljivke v času *t*. Predpostavimo diskretni stohastični sistem, ki je v določenem trenutku *t* lahko v enem od končnih stanj *1, 2, ...,* $\hat{s}$, katerega verjetnost določajo $X_0, X_1, ..., X_t, ...$.

Markovska veriga je diskretni stohastični model, kadar za *t=0, 1, 2, ...* in vsa stanja velja:

$$P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t, X_{t-1} = i_{t-1}, X_1 = i_1, X_0 = i_0) =$$

$$= P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t) \qquad (6\text{-}1)$$

Verjetnostna porazdelitev stanj modela v trenutku *t*+1 je odvisna le od stanja modela v času *t*, ne pa tudi od predhodnih stanj, ki jih je model dosegal na poti do stanja i_t.

Značilnost vseh stanj *i* in *j* $P(X_{t+1} = j | X_t = i)$ je, da je njihova verjetnostna porazdelitev pri vseh *t* neodvisna od časa. Verjetnost prehoda iz stanja *i* v stanje *j* bo vedno enaka, ne glede na to, kdaj gledamo prehod iz stanja *i* v stanje *j* in je enaka naslednji pogojni verjetnosti:

$$P(X_{t+1} = j | X_t = i) = p_{ij} \qquad (6\text{-}2)$$

Pogojno verjetnost p_{ij} prehoda v stanje *j* v času *t+1*, če je sistem v času *t* v stanju *i*, imenujemo tudi prehodno verjetnost. Prehodne verjetnosti se skozi čas ne spreminjajo, zato pravimo takšnemu sistemu stacionarna markovska veriga.

Verjetnost, da je sistem na začetku (pri *t*=0) v stanju *i*, je $\tilde{q}_i$:

$$P(X_0 = i) = \tilde{q}_i \tag{6-3}$$

Verjetnostno porazdelitev začetnih stanj v markovski verigi lahko zapišemo v obliki vektorja

$$\tilde{q} = [\tilde{q}_1 \; \tilde{q}_2 \; ... \; \tilde{q}_{\hat{s}} \;] \tag{6-4}$$

Prehodne verjetnosti vseh prehodov med stanji lahko zapišemo v obliki prehodne matrike *P*, reda $\hat{s} \times \hat{s}$:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1\hat{s}} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2\hat{s}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{\hat{s}1} & p_{\hat{s}2} & \cdots & p_{\hat{s}\hat{s}} \end{bmatrix} \tag{6-5}$$

kjer vsak element p_{ij} pomeni verjetnost prehoda v stanje *j*, če se sistem trenutno nahaja v stanju *i*. Če gledamo prehodno matriko (6-5) po vrsticah, *i*-ta vrstica predstavlja verjetnosti vseh prehodov iz *i*-tega v vsako izmed možnih stanj *j*. Zato bo vsota vseh členov v vsaki vrstici vedno enaka 1:

$$\sum_{j=1}^{j=\hat{s}} p_{ij} = 1 \tag{6-6}$$

Pravimo, da so takšne matrike stohastične po vrsticah (Omladič, 1995, str. 80).

6.2 Verjetnost prehoda stanj v *n* korakih

Naj bo markovska veriga v trenutku *m* v stanju *i*. Zanima nas, kakšna je verjetnost, da bo veriga čez *n* trenutkov v stanju *j*.
Pri stacionarni markovski verigi je takšna verjetnost neodvisna od začetnega trenutka *m*, kar lahko zapišemo v naslednji obliki:

$$P(X_{m+n} = j | X_m = i) = P(X_n = j, X_0 = i) = P_{ij}(n) \tag{6-7}$$

kjer je $P_{ij}(n)$ verjetnost prehoda v *n* korakih iz stanja *i* v stanje *j*.

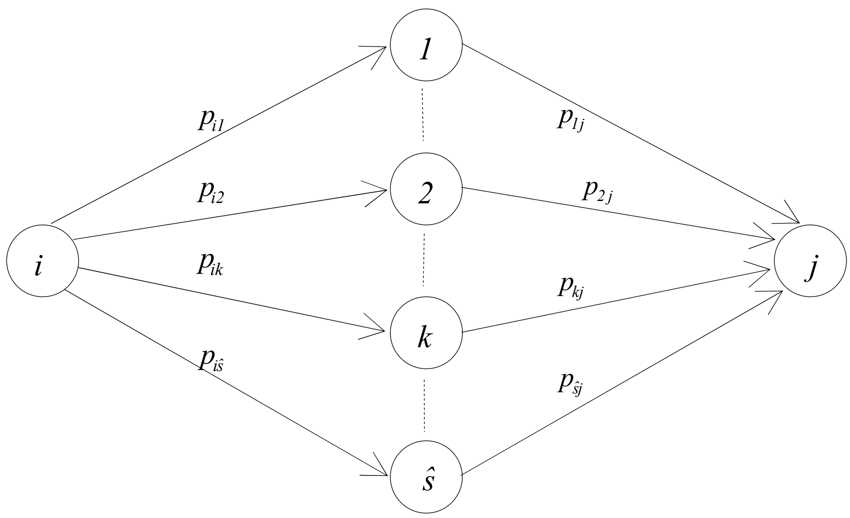
Po definiciji je $P_{ij}(1) = p_{ij}$. Izpeljimo sedaj formulo za $P_{ij}(2)$.

Trenutno se nahajamo v stanju *i*. Če želimo preiti v stanje *j* po dveh korakih, moramo najprej preiti v neko stanje k in nato v stanje j. Verjetnost prehoda iz stanja i v stanje j po dveh korakih je za $\hat{s}$ vmesnih stanj enaka:

$$P_{ij}(2) = \sum_{k=1}^{k=\hat{s}} p_{ik} p_{kj} \tag{6-8}$$

kjer je desna stran enačbe enaka skalarnemu produktu i-te vrstice in j-tega stolpca matrike P. To pomeni, da je $P_{ij}(2)$ ij-ti element matrike P^2. Verjetnost prehoda iz stanja i v stanje j po dveh korakih preko $\hat{s}$ vmesnih stanj si lahko ogledamo v obliki diagrama prehodov:

Slika 12: Diagram prehodov v dveh korakih



Trenutek: *0* *1* *2*

Vir: Winston, 2004, str. 928.

Na podoben način lahko dokažemo, da je pri poljubnem $n>1$, $P_{ij}(n)$ ij-ti element matrike P^n, medtem ko za $n = 0, P_{ij}(0) = P(X_0 = j | X_0 = i)$ velja:

$$P_{ij}(0) = \begin{cases} 1, & j = i \\ 0, & j \neq i \end{cases} \tag{6-9}$$

6.3 Vrste stanj v markovski verigi

Posamezna stanja iz množice stanj $\hat{S}$ v markovski verigi lahko razvrščamo glede na to, kakšna je njihova medsebojna dosegljivost (Iosifescu, 1980, str. 80).

Zaporedje prehodov iz stanja i v stanje j imenujemo pot prehoda iz stanja i v stanje j, pri čemer je verjetnost posameznega prehoda v novo stanje vedno večja od 0. Stanje j je dosegljivo iz stanja i, kadar obstaja pot iz stanja i v stanje j. Kadar sta stanji i in j dosegljivi drug do drugega, pravimo, da sta komunikativni (Winston, 2004, str. 931).

Množica stanj $\hat{S}$ v markovski verigi je zaprta množica, kadar nobeno stanje izven $\hat{S}$ ni dosegljivo iz nobenega stanja iz $\hat{S}$.

Markovska veriga je absorbirajoča, kadar določeno stanje več ne zapusti, ko pride vanj. Za absorbirajoče stanje velja $p_{ii} = 1$.

Stanje i je prehodno oziroma minljivo, kadar obstaja stanje j, ki je dosegljivo iz stanja i, vendar stanje i ni dosegljivo iz stanja j. Stanje, ki ni prehodno, je povrnljivo stanje.

Stanje i je periodično s periodo $k>1$, če je k tako najmanjše število, da so vse poti, ki se začnejo in končajo v stanju i, dolžine k ali večkratnika od k. Povrnljiva stanja, ki niso periodična, imenujemo neperiodična stanja.

Markovsko verigo, v kateri so vsa stanja povrnljiva, neperiodična in dosegljiva iz kateregakoli stanja, imenujemo ergodijska veriga.

6.4 Ravnotežna porazdelitev v markovski verigi

Naj bo P prehodna matrika ergodijske markovske verige s $\hat{s}$ stanji. V tem primeru obstaja vektor ravnotežne porazdelitve $\tilde{\pi} = [\tilde{\pi}_1\ \tilde{\pi}_2 \dots \tilde{\pi}_{\hat{s}}]$, tako da velja:

$$\lim_{n\to\infty} P^n = \begin{bmatrix} \tilde{\pi}_1 & \tilde{\pi}_2 & \cdots & \tilde{\pi}_{\hat{s}} \\ \tilde{\pi}_1 & \tilde{\pi}_2 & \cdots & \tilde{\pi}_{\hat{s}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\pi}_1 & \tilde{\pi}_2 & \cdots & \tilde{\pi}_{\hat{s}} \end{bmatrix} \tag{6-10}$$

kjer za ij-ti element matrike $P_{ij}(n)$ velja: $\lim_{n\to\infty} P_{ij}(n) = \tilde{\pi}_j$.

V dovolj dolgem času je verjetnost, da dosežemo stanje j, vedno enaka $\tilde{\pi}_j$, ne glede na začetno stanje markovske verige.

Ker po dovolj dolgem času velja $P_{ij}(n+1) \cong P_{ij}(n) \cong \tilde{\pi}_j$, lahko zapišemo

$$P_{ij}(n+1)=\sum_{k=1}^{k=\hat{s}} P_{ik}(n)p_{kj} \tag{6-11}$$

Pri dovolj velikem *n* velja $\tilde{\pi}_j=\sum_{k=1}^{k=\hat{s}}\tilde{\pi}_k p_{kj}$. Enačbo lahko zapišemo tudi v matrični obliki

$$\tilde{\pi}=\tilde{\pi}P \tag{6-12}$$

6.5 Absorbirajoče markovske verige

Markovsko verigo, ki ima eno ali več absorbirajočih stanj, imenujemo absorbirajoča markovska veriga. Značilnost absorbirajoče markovske verige je, da je absorbirajoče stanje dosegljivo (ne nujno v enem koraku) iz vseh ostalih minljivih stanj, in da se vedno zaključi v absorbirajočem stanju – verjetnost, da dosežemo absorbirajoče stanje je torej 1 (Kemeny et al., 1972, str. 225). Pri absorbirajočih markovskih verigah se najpogosteje pojavijo naslednja vprašanja:

- Kakšno je pričakovano število vstopov v določeno minljivo stanje, dokler veriga ne doseže absorbirajočega stanja?
- Koliko časa povprečno veriga prebiva v posameznem minljivem stanju, dokler ne preide v absorbirajoče stanje?
- Kakšna je verjetnost, da bo veriga dosegla določeno absorbirajoče stanje (v primeru, če je več absorbirajočih stanj), če se trenutno nahaja v določenem minljivem stanju?

Odgovore na vprašanja dobimo s pomočjo prehodne matrike *P* v naslednjem bločnem zapisu

$$P=\begin{bmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{bmatrix} \tag{6-13}$$

kjer pomeni:
Q ... matrika prehodov med $t_1, t_2, \ldots, t_{\hat{s}-m}$ minljivimi stanji, reda $(\hat{s}-m)\times(\hat{s}-m)$;
R ... matrika prehodov med $t_1, t_2, \ldots, t_{\hat{s}-m}$ minljivimi in $a_1, a_2, \ldots, a_m$ absorbirajočimi stanji, reda $(\hat{s}-m)\times m$;
I ... enotska matrika reda $m\times m$, ki nam pove, da veriga nikoli ne zapusti absorbirajočega stanja;
0 ... ničelna matrika reda $m\times(\hat{s}-m)$, ki nam pove, da je nemogoč prehod iz absorbirajočega v minljivo stanje.
Če izračunamo poljubno potenco te matrike dobimo:

$$P^n=\begin{bmatrix} Q^n & (Q^{n-1}+Q^{n-2}+\ldots+Q+I)R \\ 0 & I \end{bmatrix} \tag{6-14}$$

Ker je matrika (6-13) po vrsticah stohastična, od tod sledi, da ima matrika Q vse svoje elemente pozitivne in manjše od 1. Zato bodo z večanjem korakov n vsi elementi matrike Q^n konvergirali proti 0. V tem primeru geometrijska vrsta $I + Q + Q^2 + ...$ konvergira in ima za limito matriko

$$F = (I - Q)^{-1} \tag{6-15}$$

Če je veriga v minljivem stanju t_i, je pričakovano število vstopov v minljivo stanje t_j, dokler veriga ne doseže absorbirajočega stanja, *ij*-ti element matrike (6-15). Matriki (6-15) pravimo tudi fundamentalna matrika minljivih stanj (Winston, 2004, str. 945).

S pomočjo fundamentalne matrike minljivih stanj (6-15) izračunamo povprečne čase bivanja v posameznih minljivih stanjih, katere elementi f_{ij} so kar povprečni časi bivanja v stanju *j*, če je bila veriga na začetku v stanju *i*. Vsota elementov $\sum f_{ij}$, sešteta po minljivih stanjih *j*, predstavlja skupni povprečni čas bivanja v vseh minljivih stanjih (Omladič, 1995, str. 91).

Zaporedje matrik P^n konvergira proti matriki

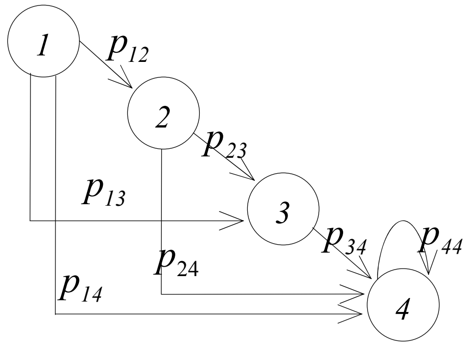
$$\lim_{n \to \infty} P^n = \begin{bmatrix} 0 & (I - Q)^{-1} R \\ 0 & I \end{bmatrix} \tag{6-16}$$

Če ima markovska veriga natanko eno absorbirajoče stanje a_1, ki je v enem koraku dosegljivo iz vseh drugih stanj, potem zaporedje matrik P^n konvergira k matriki, ki ima v zadnjem stolpcu same enice, povsod drugod pa same ničle. To je edina stacionarna porazdelitev te verige. V dovolj dolgem času je verjetnost, da dosežemo absorbirajoče stanje a_1, vedno enaka 1, ne glede na začetno stanje markovske verige.

Če ima veriga več absorbirajočih stanj in se nahaja v minljivem stanju t_i, je verjetnost, da bo dosegla absorbirajoče stanje a_j, enaka *ij*-temu elementu matrike $(I - Q)^{-1} R$.

Na Sliki 13 si lahko ogledamo primer absorbirajoče markovske verige v obliki diagrama prehodov, kjer je stanje $\hat{s} = 4$ absorbirajoče stanje.

Slika 13: Primer absorbirajoče markovske verige



Vir: Lastno delo.

7. MARKOVSKE VERIGE V MODELIH EKONOMIČNE KOLIČINE NAROČANJA PRI TVEGANJU ZASTARANJA ZALOG

Optimalna zaloga ni statična, ampak je dinamična količina. Dejansko gre za optimalno gibanje zaloge, ki zagotavlja smotrno in časovno usklajeno oskrbo porabnikov ob čim nižjih stroških. Pri določanju tega gibanja zaloge se srečujemo z nekaterimi pomembnimi vprašanji:

- Ali naj ugotavljamo stanje zaloge stalno ali občasno?
- Katere dejavnike upoštevamo pri določanju količine naročila?
- Kdaj sprožimo novo naročilo in kolikšna naj bo količina vsakokratnega naročila?
- Kolikšno je dopustno odstopanje od predvidene količine in roka dobave in kakšno stopnjo varnosti oskrbe zahtevamo?

Dinamični pristop k reševanju problemov zastaranja zalog bomo vpeljali s pomočjo markovskih verig z množico stanj $\hat{S} = \{1, 2, \dots, \hat{s}\}$, v katerih se nahaja sistem, kjer stanje $\hat{s}$ označuje zastaranje zalog, ter verjetnostmi prehodov med posameznimi stanji

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1\hat{s}} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2\hat{s}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{\hat{s}1} & p_{\hat{s}2} & \cdots & p_{\hat{s}\hat{s}} \end{bmatrix}$$

Pristop z markovskimi verigami bo ustrezen takrat, kadar lahko opredelimo vsa možna stanja, v katerih se nahaja sistem in verjetnosti za zasedbo teh stanj v poljubnem času. Verjetnosti za zasedbo stanj v času $t + dt$ lahko določimo le, če poznamo verjetnosti za zasedbo teh stanj v času t ter pogojne verjetnosti prehodov med stanji v časovnem intervalu $[t, t + dt)$. Pogojna verjetnost prehodov med stanji je odvisna le od tega, v katerem stanju se je nahajal sistem v trenutku t, ne pa tudi od tega, v katerih stanjih se je nahajal sistem v prejšnjih časih. Navedeni pristop temelji na predpostavki, da napovedujemo pogojne verjetnosti glede na sedanjost, ne pa tudi glede na preteklost.

Pri spremenljivem tveganju zastaranja zalog je pri določanju pogojnih verjetnosti zastaranja zalog v obdobju potrebno ugotavljanje verjetnostne porazdelitve dobe zadovoljive velikosti povpraševanja, kar je v praksi zelo zahtevna naloga. Zato smo v točki 5.2 (glej na str. 43) pogojne verjetnosti (5-14) aproksimirali tako, da smo izbirali dovolj kratka obdobja, da je znotraj njih še mogoče določiti enakomerno verjetnostno porazdelitev zastaranja zalog. Takšna aproksimacija je smiselna le takrat, kadar so posamezni cikli dovolj kratki, da približno sovpadajo z izbranimi obdobji. Pri spremenljivem tveganju zastaranja zalog smo predpostavili, da se pogojna verjetnost, da izdelek, ki je preživel obdobje $[0,t)$, preživi naslednje obdobje $[t, t+dt)$, praviloma zmanjšuje. S to predpostavko se lahko le delno strinjamo. Pri določanju verjetnosti zastaranja zalog v prihodnosti je pomembno predvsem, v kakšnem stanju se nahaja sistem v sedanjosti, ne glede na dejstvo, koliko časa je poteklo do trenutka odločanja (t). Zgolj dejstvo, da je izdelek preživel obdobje $[0, t)$, samo po sebi še ne pomeni povečanja verjetnosti zastaranja izdelka v obdobju $[t, t+dt)$, če ne vemo, v kakšnem stanju se nahaja sistem. Navedeno nam narekuje vključitev teorije markovskih verig v model, ko je verjetnostna porazdelitev stanj modela v trenutku $t+dt$ odvisna le od stanja modela v času t, ne pa od predhodnih stanj, ki jih je model dosegel do časa t.

V nadaljevanju bom pokazal, da nam pristop z markovskimi verigami omogoča široke možnosti pri reševanja problema ekonomične količine naročanja pri tveganju zastaranja zalog in nam lahko služi kot alternativa k pristopom, obravnavanimi v predhodnih poglavjih. Pri določanju tveganja zastaranja zalog bom izhajal iz množice stanj, v katerih se lahko nahaja podjetje. Ko nastopi zastaranje izdelka, se proces naročanja in prodaje tega izdelka konča, zato sistem preide v absorbirajoče stanje. Proces naročanja in prodaje izdelka bom obravnaval kot absorbirajočo markovsko verigo, s pomočjo katere bom skušal odgovoriti na naslednja vprašanja:

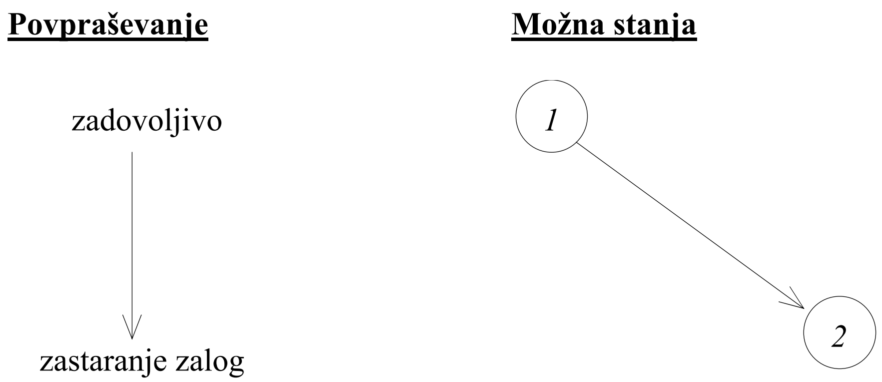
- Kakšno je pričakovano število vstopov v določeno minljivo stanje, dokler ne nastopi zastaranje zalog?
- Koliko časa bo sistem povprečno bival v posameznih stanjih, dokler ne nastopi zastaranje zalog?
- Kolikšna je verjetnost, da nastopi popolno oziroma delno zastaranje zalog (v primeru, če je več absorbirajočih stanj), če se trenutno nahajamo v določenem minljivem stanju?

V razmerah stohastičnega povpraševanja bom s pomočjo markovske verige skušal določiti stohastično funkcijo povpraševanja, na podlagi česar bom iskal optimalne količine naročila.

7.1 Opredelitev stanj v markovski verigi

Za izračunavanje verjetnosti zastaranja zalog s pomočjo markovskih verig je potrebno najprej opredeliti vsa možna stanja procesa naročanja in prodaje zalog. Stanja lahko opredelimo glede na dejavnike okolja, ki lahko v prihodnosti povzročijo zastaranje zalog (Song, Zipkin, 1996, str. 217). Temeljni dejavnik, ki vpliva na zastaranje zalog, je zunanje povpraševanje, na podlagi katerega opredelimo posamezna stanja. V najpreprostejšem modelu določimo dve stanji – minljivo stanje *1*, ki označuje zadovoljivo povpraševanje in absorbirajoče stanje *2*, ki označuje zastaranje izdelka. Model si lahko ogledamo na Sliki 14.

Slika 14: Diagram prehoda k zastaranju zalog pri dveh stanjih



Vir: Song, Zipkin, 1996, str. 217.

V bolj zapletenih primerih je potrebno vključiti v model več (minljivih) stanj pri različnih ravneh povpraševanja. Pri opredelitvi stanj si lahko pomagamo z življenjskim ciklom izdelka. Bistvo življenjskega cikla izdelka je, da imamo med uvajanjem in zastaranjem izdelka ustrezno zaporedje medsebojno povezanih razvojnih poti oziroma faz. Pomembno je, da spremljamo izdelek v vsaki od omenjenih faz, zlasti z vidika reagiranja potrošnikov do izdelka, obsega prodaje, stroškov, ustvarjanja dobička in reagiranja konkurence. V vsaki fazi življenjskega cikla izdelka mora imeti podjetje ustrezno strategijo oziroma taktiko, v sklopu katere teži za osvajanjem novih tržišč, novih kupcev in doseganju vodilnega položaja na trgu s svojim izdelkom. S tem povečuje obseg prodaje, dosega optimalno izkoriščenost instaliranih zmogljivosti, kar prispeva k znižanju stroškov in višanju dobička.

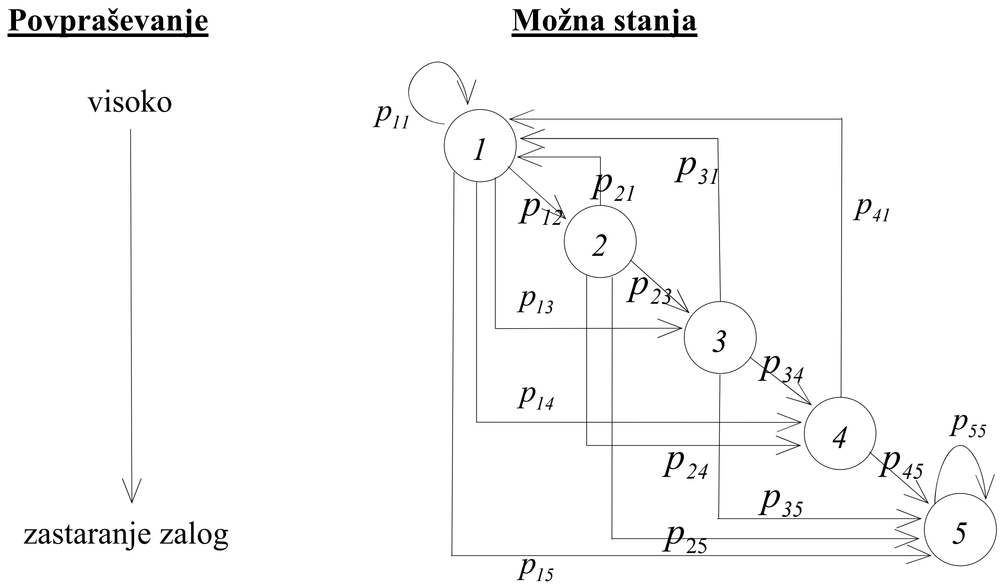
Pri opredelitvi stanj v markovski verigi s pomočjo življenjskega cikla izdelka lahko posamezna stanja določimo glede na informacije o načrtovanih konkurenčnih izdelkih, ki imajo v prihodnosti potencialni vpliv na skladiščenje oziroma prodajo izdelka podjetja, kot na primer:

- stanje 1: konkurenčno podjetje nima aktivnosti, povezanih z načrtovanjem novega izdelka;
- stanje *2*: konkurenčno podjetje je pričelo z razvijanjem novega izdelka;

- stanje *3*: konkurenčno podjetje je pričelo s projektiranjem in konstruiranjem izdelka;
- stanje *4*: konkurenčno podjetje je pričelo s poskusno proizvodnjo novega izdelka;
- stanje *5*: konkurenčno podjetje je pričelo z redno proizvodnjo in prodajo novega izdelka, kar povzroči zastaranje našega izdelka, ki ga imamo v zalogi.

Določanje verjetnosti prehodov med posameznimi stanji je odvisno od trenutnih informacij o konkurenčnih izdelkih. Model mora tudi predpostaviti, da ne pridobimo vedno vseh potrebnih informacij o konkurenčnih izdelkih, oziroma da konkurenčno podjetje lahko tudi preskoči katero od faz v procesu načrtovanja novega proizvoda, kar prikažemo s preskoki med posameznimi stanji. Primer markovske verige, v kateri smo opredelili stanja glede na aktivnosti konkurenčnega podjetja, si lahko ogledamo na Sliki 15.

Slika 15: Diagram prehoda k zastaranju zalog glede na aktivnosti konkurenčnega podjetja



Vir: Lastno delo.

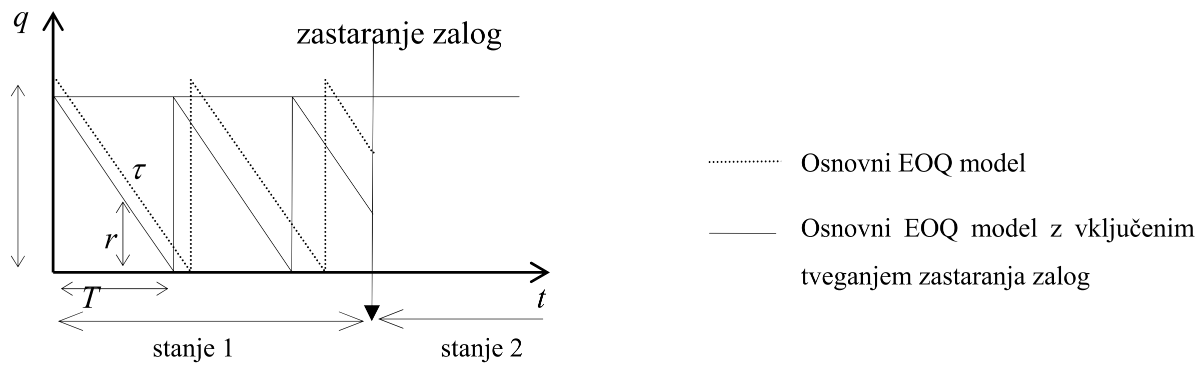
Navedena markovska veriga ima eno absorbirajoče stanje (*5*), ko nastopi zastaranje zalog, medtem ko so vsa ostala stanja minljiva. Posamezno stanje lahko določa tudi različna velikost povpraševanja. Model tudi dopušča, da konkurenčno podjetje lahko opusti načrtovanje novega izdelka, kar se kaže v možnosti vračanja v stanje *1* iz stanj *2*, *3* in *4*.

Reševanje problema zastaranja zalog s pomočjo markovske verige zahteva natančne opise stanj in določitve verjetnosti prehodov med stanji. V tem primeru nam bo posamezno stanje jasno odražalo, kako 'blizu' je zastaranje zalog in temu ustrezno prilagodimo poslovne odločitve. Pridobivanje natančnih informacij pa je zelo zahtevna naloga zaradi številnih negotovih bodočih dogodkov, kot na primer, ali bo zastaranje zalog delno ali popolno, vplivov drugih konkurenčnih proizvodov itd.

7.2 EOQ model z dvema stanjema

V točki 5.1 (glej na str. 37) smo pokazali vpliv zastaranja zalog na osnovni EOQ model. Z upoštevanjem konstantne verjetnosti zastaranja zalog skozi celotno obdobje smo ugotovili, da se optimalne količine naročila glede na osnovni EOQ model zmanjšajo, vendar se do trenutka zastaranja zalog ne spreminjajo. Dolžine posameznih ciklov so glede na osnovni EOQ model krajše, vendar ostanejo konstantne do trenutka zastaranja zalog. Model lahko obravnavamo tudi z markovsko verigo. Pri konstantni verjetnosti zastaranja zalog z determinističnim povpraševanjem ne bomo spreminjali odločitev glede optimalne količine naročila skozi celotno dobo zadovoljive velikosti povpraševanja, zato se bo sistem v tem obdobju nahajal v stanju *1*, ki označuje zadovoljivo velikost povpraševanja. V trenutku zastaranja zalog bo povpraševanje po zalogah za vselej prenehalo, zato bo sistem prešel v absorbirajoče stanje *2*. Značilnosti EOQ modela z dvema stanjema si lahko ogledamo na Sliki 16.

Slika 16: Osnovni EOQ model z dvema stanjema



Vir: Lastno delo.

Pogojne verjetnosti prehodov med stanjema lahko ponazorimo v obliki diagrama prehoda (glej Sliko 14, na str. 58) ter kvadratno prehodno matriko

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pogojna verjetnost zastaranja zalog se skozi obdobje ne spreminja in je enaka verjetnosti prehoda v stanje *2*, če se sistem nahaja v stanju *1*, zato izračunamo optimalno količino naročila po formuli

$$q_1^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h + c_o p_{12}}} \tag{7-1}$$

V pristopu z diskontiranjem stroškov znaša aproksimacija optimalne količine naročila

$$q_1^* \approx \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h^{'} + (\rho + p_{12})c_n}} \tag{7-2}$$

Na enak način prilagodimo tudi formule za izračun optimalnih količin za primer odloženih prodaj

$$q_1^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{\pi}}\sqrt{\frac{\pi + c_h + c_o p_{12}}{c_h + c_o p_{12}}} \tag{7-3}$$

$$S_1^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h + c_o p_{12}}} \times \sqrt{\frac{\pi}{\pi + c_h + c_o p_{12}}} \tag{7-4}$$

7.3 Nadgraditev modela s spremenljivim tveganjem zastaranja zalog z markovsko verigo

Pri izpeljavi EOQ modela s spremenljivo verjetnostjo zastaranja zalog (glej točko 5.2, na str. 41) smo pri določanju pogojnih verjetnosti (5-14) izbirali dovolj kratka obdobja, znotraj katerih je še mogoče določiti enakomerno porazdelitev zastaranja zalog. Pri tem smo predpostavili, da se pogojna verjetnost zastaranja zalog s časom praviloma povečuje. V tem poglavju bomo določali pogojne verjetnosti glede na stanje sistema v trenutku odločanja, ne glede na to, v katerih stanjih se je nahajal sistem v preteklosti. Posamezna stanja bomo določili glede na informacije o načrtovanih konkurenčnih izdelkih, ki imajo v prihodnosti potencialni vpliv na skladiščenje oziroma prodajo izdelka podjetja.

Oglejmo si primer. V Podjetju $\hat{X}$ ob koncu vsakega cikla preučijo, v katerem stanju se nahaja sistem, glede na aktivnosti, ki jih ima konkurenčno Podjetje $\tilde{Y}$ pri uvajanju novega izdelka. Opredelili so 5 možnih stanj (*i=1, 2, ..., 5*):

- stanje 1: Podjetje $\tilde{Y}$ nima aktivnosti, povezanih z načrtovanjem novega izdelka;
- stanje *2*: Podjetje $\tilde{Y}$ je pričelo z razvijanjem novega izdelka;
- stanje *3*: Podjetje $\tilde{Y}$ je pričelo s projektiranjem in konstruiranjem novega izdelka;
- stanje *4*: Podjetje $\tilde{Y}$ je pričelo s poskusno proizvodnjo novega izdelka;
- stanje *5*: Podjetje $\tilde{Y}$ je pričelo z redno proizvodnjo in prodajo novega izdelka, kar povzroči zastaranje izdelka Podjetja $\hat{X}$.

Če Podjetje $\tilde{Y}$ nima aktivnosti, povezanih z načrtovanjem novega izdelka, potem je verjetnost, da bodo zaloge Podjetja $\hat{X}$ zastarale zelo majhna, ne glede na to, koliko časa je poteklo do trenutka odločanja. Nasprotno, če ima v trenutku odločanja Podjetje $\hat{\mathrm{X}}$ informacije, da je Podjetje $\tilde{\mathrm{Y}}$ pričelo s poskusno proizvodnjo svojega izdelka, potem je verjetnost, da bodo zaloge Podjetja $\hat{\mathrm{X}}$ zastarale zelo velika, ne glede na dejstvo, koliko časa je poteklo do trenutka odločanja. Verjetnosti prehodov med posameznimi stanji lahko zapišemo z naslednjo prehodno matriko:

$$
\begin{array}{rc}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ P = 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} &
\begin{bmatrix}
0{,}6 & 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}07 & 0{,}03 \\
0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}35 & 0{,}1 & 0{,}05 \\
0{,}2 & 0 & 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}3 \\
0{,}1 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Pogojna verjetnost zastaranja zalog se skozi obdobje spreminja glede na to, v katerem stanju (*i*) se nahaja sistem in je enaka verjetnosti prehoda iz minljivega stanja (*i*) v absorbirajoče stanje *5*. Optimalno količino naročila za minljivo stanje *i* izračunamo po formuli

$$q_i^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h + c_o p_{i5}}}, \quad i = 1, 2, \ldots, 4 \qquad (7\text{-}5)$$

Optimalne količine imajo pri tveganju popolnega zastaranja zalog pri determinističnem povpraševanju (ter nespremenjenih ostalih vhodnih podatkih iz točke 5.1 – glej Tab. 5, na str. 39) v posameznih stanjih naslednje vrednosti:

Tabela 8: Vrednosti stanj v markovski verigi pri tveganju popolnega zastaranja zalog

Stanje (*i*)	**Verjetnost zastaranja zalog v stanju *i* (p_{i5})**	**Optimalna količina naročila v stanju *i* (q_i^*)**	**Dolžina cikla ($\frac{q_i^*}{\lambda}$) v letih**
1	0,03	63,89	0,13
2	0,05	60,30	0,12
3	0,3	39,22	0,08
4	0,9	25,40	0,05

Vir: Lastni izračun.

Podjetje $\hat{\mathrm{X}}$ zanima poleg optimalnih količin tudi naslednje:

- Koliko časa bo sistem povprečno bival v posameznih minljivih stanjih, če se veriga začne v stanju *i*?
- Kdaj lahko pričakuje zastaranje zalog, če se trenutno nahaja v minljivem stanju *i*?
- Kolikšna je verjetnost, da bodo zaloge zastarale?

Markovska veriga ima eno absorbirajoče stanje (stanje *5*), zato je

$$Q = \begin{bmatrix} 0{,}6 & 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}07 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}35 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{in} \qquad R = \begin{bmatrix} 0{,}03 \\ 0{,}05 \\ 0{,}3 \\ 0{,}9 \end{bmatrix}$$

$$I - Q = \begin{bmatrix} 0{,}4 & -0{,}2 & -0{,}1 & -0{,}07 \\ -0{,}3 & 0{,}8 & -0{,}35 & -0{,}1 \\ -0{,}2 & 0 & 0{,}7 & -0{,}2 \\ -0{,}1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

kjer z I označimo enotno matriko. Pri velikem obsegu podatkov bomo računali s pomočjo računalnika. Obratno matriko $(I - Q)^{-1}$ lahko izračunamo s pomočjo programa Microsoft Excel s funkcijo *MINVERSE*:

$$(I - Q)^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}90 & 0{,}97 & 1{,}04 & 0{,}58 \\ 2{,}05 & 1{,}76 & 0{,}17 & 0{,}55 \\ 1{,}22 & 0{,}31 & 1{,}76 & 0{,}47 \\ 0{,}39 & 0{,}10 & 0{,}10 & 1{,}06 \end{bmatrix} \qquad (7\text{-}6)$$

Matriko (7-6) lahko interpretiramo na naslednji način:

Če se Podjetje $\hat{X}$ na začetku nahaja v stanju *1*, bo vstopilo v stanje *1* povprečno 3,9 krat, v stanje *2* povprečno 0,97 krat itd. Če se Podjetje $\hat{X}$ na začetku nahaja v stanju *3*, bo vstopilo v stanje *1* povprečno 1,22 krat, v stanje *2* povprečno 0,31 krat itd. Če se Podjetje $\hat{X}$ na začetku nahaja v stanju *1*, bo tam prebilo povprečno 3,9 cikla, v stanju *2* povprečno 0,97 cikla itd.

Produkt matrike (7-6) z vektorjem C, ki ima vse elemente enake 1, nam pove povprečno število prehodov skozi vsa minljiva stanja j, če se veriga začne v stanju i. V našem primeru je

$$(I - Q)^{-1} C = \begin{bmatrix} 6{,}49 \\ 5{,}53 \\ 3{,}76 \\ 1{,}65 \end{bmatrix} \qquad (7\text{-}7)$$

Če se Podjetje $\hat{X}$ na začetku nahaja v stanju *1*, bo do zastaranja zalog poteklo povprečno 6,49 cikla, če pa se v začetku nahaja v stanju *4*, bo do zastaranja zalog povprečno poteklo 1,65 cikla. Zaradi spremenljivega tveganja zastaranja zalog v posameznih minljivih stanjih se dolžine ciklov spreminjajo, zato računamo povprečni čas bivanja v ciklih za vsako stanje posebej. To storimo tako, da vsak stolpec matrike (7-6), ki označuje povprečno število vstopov v stanje j, če se sistem v začetku nahaja v stanju i, pomnožimo z dolžino cikla v stanju j ($\frac{q_j^*}{\lambda}$), ki jo izračunamo na podlagi EOQ formule s spremenljivim tveganjem zastaranja zalog (7-5). Navedeno lahko zapišemo v obliki prilagojene matrike povprečnih časov bivanja v posameznih minljivih stanjih $\hat{F}$:

$$\hat{F} = \left(\frac{q_j^*}{\lambda} [I - Q]_j^{-1}, \; j = 1, 2, \ldots, 4 \right) \tag{7-8}$$

kjer z $[I - Q]_j^{-1}$ označimo j-ti stolpec matrike $[I - Q]^{-1}$.

Z upoštevanjem konkretnih vrednosti dobimo:

$$\hat{F} = \left(\frac{13}{100} \begin{bmatrix} 3{,}90 \\ 2{,}05 \\ 1{,}22 \\ 0{,}39 \end{bmatrix}, \frac{12}{100} \begin{bmatrix} 0{,}97 \\ 1{,}76 \\ 0{,}31 \\ 0{,}10 \end{bmatrix}, \frac{8}{100} \begin{bmatrix} 1{,}04 \\ 0{,}17 \\ 1{,}76 \\ 0{,}10 \end{bmatrix}, \frac{5}{100} \begin{bmatrix} 0{,}58 \\ 0{,}55 \\ 0{,}47 \\ 1{,}06 \end{bmatrix} \right) =$$

$$= \begin{bmatrix} 0{,}51 & 0{,}12 & 0{,}08 & 0{,}03 \\ 0{,}27 & 0{,}21 & 0{,}09 & 0{,}03 \\ 0{,}16 & 0{,}04 & 0{,}14 & 0{,}02 \\ 0{,}05 & 0{,}01 & 0{,}01 & 0{,}05 \end{bmatrix} \tag{7-9}$$

Povprečno dolžino bivanj v vseh minljivih stanjih j, če se sistem v začetku nahaja v stanju i, dobimo s produktom matrike (7-9) z vektorjem C, ki ima vse elemente enake 1:

$$\hat{F}C = \begin{bmatrix} 0{,}51 & 0{,}12 & 0{,}08 & 0{,}03 \\ 0{,}27 & 0{,}21 & 0{,}09 & 0{,}03 \\ 0{,}16 & 0{,}04 & 0{,}14 & 0{,}02 \\ 0{,}05 & 0{,}01 & 0{,}01 & 0{,}05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}74 \\ 0{,}60 \\ 0{,}36 \\ 0{,}12 \end{bmatrix} \tag{7-10}$$

Če se Podjetje $\hat{\mathrm{X}}$ na začetku nahaja v stanju *1*, bo tam prebilo povprečno 0,51 leta (približno 186 dni), v stanju *2* povprečno 0,12 leta (približno 44 dni) itd. Povprečna dolžina bivanja v vseh stanjih bo 0,74 leta (približno 9 mesecev). Če se torej Podjetje $\hat{\mathrm{X}}$ na začetku nahaja v stanju, ko Podjetje $\tilde{\mathrm{Y}}$ nima aktivnosti, povezanih z načrtovanjem novega izdelka, lahko Podjetje $\hat{\mathrm{X}}$ povprečno po 9 mesecih pričakuje zastaranje zalog. Če se podjetje $\hat{\mathrm{X}}$ na začetku nahaja v stanju, ko Podjetje $\tilde{\mathrm{Y}}$ pričenja s poskusno proizvodnjo novega izdelka, lahko Podjetje $\hat{\mathrm{X}}$ povprečno po 44 dneh pričakuje zastaranje zalog.

S produktom $(1-Q)^{-1}R$ dobimo

$$(1-Q)^{-1}R = \begin{bmatrix} 3{,}90 & 0{,}97 & 1{,}04 & 0{,}58 \\ 2{,}05 & 1{,}76 & 0{,}17 & 0{,}55 \\ 1{,}22 & 0{,}31 & 1{,}76 & 0{,}47 \\ 0{,}39 & 0{,}10 & 0{,}10 & 1{,}06 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}03 \\ 0{,}05 \\ 0{,}3 \\ 0{,}9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (7\text{-}11)$$

Produkt (7-11) nam pove, da ima markovska veriga natanko eno absorbirajoče stanje – stanje 5, ki je hkrati edino ravnotežno stanje te verige. Po (mnogih) prehodih med minljivimi stanji lahko zagotovo pričakujemo zastaranje zalog.

7.4 Model z dvema absorbirajočima stanjema

Pri izpeljavi EOQ modela v točki 7.3 sem predpostavil, da ima model eno absorbirajoče stanje – popolno zastaranje zalog. Oglejmo si še primer z dvema absorbirajočima stanjema a_1 in a_2, kjer stanje a_1 označuje delno zastaranje in stanje a_2 popolno zastaranje zalog. Zanima nas, kakšna je verjetnost, da bo veriga dosegla določeno absorbirajoče stanje, če se trenutno nahaja v določenem minljivem stanju.

Dopolnimo primer iz točke 7.3 (glej na str. 61) z naslednjimi stanji:

- stanje 5: Podjetje $\tilde{\mathrm{Y}}$ je pričelo z redno proizvodnjo in prodajo izdelka, kar povzroči delno zastaranje izdelka Podjetja $\hat{\mathrm{X}}$ in
- stanje 6: podjetje $\tilde{\mathrm{Y}}$ je pričelo z redno proizvodnjo in prodajo izdelka, kar povzroči popolno zastaranje izdelka Podjetja $\hat{\mathrm{X}}$.

Verjetnosti prehodov med posameznimi stanji zapišemo z naslednjo prehodno matriko:

$$P = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0{,}6 & 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}07 & 0{,}02 & 0{,}01 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}35 & 0{,}1 & 0{,}03 & 0{,}02 \\ 0{,}2 & 0 & 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0 & 0 & 0 & 0{,}5 & 0{,}4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Pričakovani stroški zastaranja zalog so vsota pričakovanih stroškov popolnega in pričakovanih stroškov delnega zastaranja zalog. V primeru delnega zastaranja obsegajo stroški zastaranja enote blaga (c_d) razliko med zadnjo nabavno ceno in čisto iztržljivo ceno

$(c_d = p - c_n)$. Privzeli bomo, da čista iztržljiva cena (*p*) ne pokrije nabavnih stroškov enote blaga $(p < c_n)$, zato se z odprodajo zastarelih zalog proces naročanja in prodaje izdelka konča. Pogojna verjetnost delnega zastaranja zalog v minljivem stanju *i* je enaka verjetnosti prehoda iz tega stanja v stanje *5*, medtem ko je pogojna verjetnost popolnega zastaranja zalog v minljivem stanju *i* enaka verjetnosti prehoda iz tega stanja v stanje *6*. To zahteva prilagoditev EOQ formule za minljivo stanje *i*

$$q_i^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_p}{c_h + c_d p_{i5} + c_o p_{i6}}}\ , \quad i = 1, 2, \ldots, 4 \qquad (7\text{-}12)$$

Optimalne količine naročila imajo v primeru dveh absorbirajočih stanj (ter nespremenjenih ostalih vhodnih podatkih iz točke 5.1 – glej Tab. 5, na str. 39) v posameznih stanjih naslednje vrednosti:

Tabela 9: Vrednosti stanj v markovski verigi pri tveganju delnega in popolnega zastaranja zalog

Stanje (*i*)	**Verjetnost delnega zastaranja zalog v stanju *i*** (p_{i5})	**Verjetnost popolnega zastaranja zalog v stanju *i*** (p_{i6})	**Optimalna količina naročila v stanju *i*** (q_i^*) **v enotah** $\hat{Y}$	**Dolžina cikla** ($\frac{q_i^*}{\lambda}$) **v letih**
1	0,02	0,01	65,80	0,13
2	0,03	0,02	62,75	0,12
3	0,20	0,10	44,28	0,09
4	0,50	0,40	28,87	0,06

Vir: Lastni izračun.

Markovska veriga ima dve absorbirajoči stanji (stanje 5 in stanje 6), zato je

$$R = \begin{bmatrix} 0{,}02 & 0{,}01 \\ 0{,}03 & 0{,}02 \\ 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}5 & 0{,}4 \end{bmatrix} \qquad (7\text{-}13)$$

S produktom matrik $(1 - Q)^{-1} R$ dobimo

$$(1 - Q^{-1})R = \begin{bmatrix} 3{,}90 & 0{,}97 & 1{,}04 & 0{,}58 \\ 2{,}05 & 1{,}76 & 0{,}17 & 0{,}55 \\ 1{,}22 & 0{,}31 & 1{,}76 & 0{,}47 \\ 0{,}39 & 0{,}10 & 0{,}10 & 1{,}06 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}02 & 0{,}01 \\ 0{,}03 & 0{,}02 \\ 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}5 & 0{,}4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}61 & 0{,}39 \\ 0{,}61 & 0{,}39 \\ 0{,}62 & 0{,}38 \\ 0{,}56 & 0{,}44 \end{bmatrix} \qquad (7\text{-}14)$$

Če se markovska veriga na začetku nahaja v minljivem stanju *1*, se bo z verjetnostjo 0,61 končala v absorbirajočem stanju *5* in z verjetnostjo 0,39 v absorbirajočem stanju *6*. Če se torej Podjetje $\hat{\mathrm{X}}$ na začetku nahaja v stanju, ko Podjetje $\widetilde{\mathrm{Y}}$ nima aktivnosti, povezanih z načrtovanjem novega izdelka, lahko Podjetje $\hat{\mathrm{X}}$ povprečno po 9 mesecih pričakuje z verjetnostjo 0,61 delno zastaranje zalog in z verjetnostjo 0,39 popolno zastaranje zalog.

7.5 Modeliranje v razmerah stohastičnega povpraševanja

V razmerah stohastičnega povpraševanja lahko s pomočjo markovske verige opišemo stohastično funkcijo povpraševanja s $\hat{s}$ možnimi stanji, kjer posamezno stanje označuje pričakovano velikost povpraševanja. V primeru, ko stanje $\hat{s}$ označuje zastaranje zalog, določimo prehodno matriko

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1\hat{s}} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2\hat{s}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{\hat{s}-1\,1} & p_{\hat{s}-1\,2} & \cdots & p_{\hat{s}-1\,\hat{s}} \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \end{bmatrix} \tag{7-15}$$

Vsakemu stanju *i* ustreza neka verjetnostna porazdelitev povpraševanja s pričakovano vrednostjo $\lambda_i,\ i = 1,2,\ldots,\hat{s}$. V nadaljevanju bom predpostavil, da se povpraševanje porazdeljuje po Poissonu in deterministični dobavni odlog (τ).

V tem primeru je povpraševanje v dobavnem odlogu τ , ko je sistem v stanju *i*, slučajna spremenljivka *X* z verjetnostno funkcijo

$$f(x,\tau) = \frac{e^{-\tau\lambda_i}(\tau\lambda_i)^x}{x!} \tag{7-16}$$

kjer pomeni $\tau\lambda_i$ pričakovano vrednost povpraševanja v dobavnem odlogu τ , ko je sistem v stanju *i* (*i=1, 2, ...,* $\hat{s}$). Verjetnostno porazdelitev povpraševanja v dobavnem odlogu za slučajno spremenljivko $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_j, \ldots, x_n\}$, ko je sistem v stanju *i* in je povpraševanje enako x_j, označimo z matriko $G = [g_{ij}]_{\hat{s}\times n}$

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{\hat{s}-1\,1} & g_{\hat{s}-1\,2} & \cdots & g_{\hat{s}-1\,n} \\ 1 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix} \tag{7-17}$$

kjer g_{ij} pomeni vrednost slučajne spremenljivke x_j v stanju *i*. Ko nastopi zastaranje zalog, je povpraševanje po izdelku z gotovostjo enako 0, zato lahko zadnjo vrstico matrike (7-17) nadomestimo z enotskim vektorjem.

Pri določanju verjetnostne porazdelitve povpraševanja v dobavnem odlogu je potrebno upoštevati poleg verjetnostne porazdelitve povpraševanja v stanju *i* tudi verjetnosti prehodov v naslednja stanja. To storimo s produktom prehodne matrike (7-15) ter matrike verjetnostne porazdelitve povpraševanja v dobavnem odlogu (7-17)

$$H = P \cdot G \tag{7-18}$$

kjer je $H = [h_{ij}]_{\hat{s}\times n}$ oziroma

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{\hat{s}-1\,1} & h_{\hat{s}-1\,2} & \dots & h_{\hat{s}-1\,n} \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \tag{7-19}$$

Matriko (7-19) interpretiramo na naslednji način:
Če se sistem nahaja v stanju *1*, je glede na verjetnosti prehodov v naslednja stanja z verjetnostjo h_{11} povpraševanje enako x_1. Če se sistem nahaja v stanju $\hat{s}$ *-1*, je glede na verjetnosti prehodov v naslednja stanja z verjetnostjo $h_{\hat{s}-1\,n}$ povpraševanje enako x_n.

Z upoštevanjem verjetnosti prehodov v naslednja stanja je pričakovana vrednost povpraševanja v dobavnem odlogu

$$\mu_i = \sum_{j=1}^{n} x_j h_{ij} \tag{7-20}$$

V razmerah stohastičnega povpraševanja je potrebno upoštevati možnost nezaloženosti ali viška zalog v trenutku dobave. Do nezaloženosti v stanju *i* pride v primeru, kadar je povpraševanje v času dobavnega odloga x_j večje od signalne zaloge r_i. Odložene prodaje se realizirajo le v primeru, če blago ne zastara. Pričakovan obseg odloženih prodaj, ko se sistem nahaja v minljivem stanju *i*, je pri kontinuiranem spremljanju zalog odvisen od verjetnosti presežnega povpraševanja v dobavnem odlogu in verjetnosti, da blago ne zastara ob prehodu iz stanja *i* v naslednje stanje ($1 - p_{i\hat{s}}$):

$$\sum_{j=1}^{n}(x_j - r_i)h_{ij}(1-p_{i\hat{s}});\ x_j - r_i \geq 0 \qquad (7\text{-}21)$$

kjer je h_{ij} element matrike (7-19), ko je sistem v stanju i in je povpraševanje enako x_j. Signalno zalogo v stanju i (r_i) lahko določimo glede na želeno raven oskrbe oziroma želeno stopnjo zagotovila, da v naslednjem ciklu ne bo prišlo do nezaloženosti. Pri določanju želene stopnje zagotovila je potrebno upoštevati, da višja stopnja zagotovila zahteva višje varnostne zaloge in višje stroške skladiščenja. Podjetje mora pri določanju signalne zaloge na podlagi želene ravni oskrbe skrbno pretehtati, kdaj je smiselna visoka raven oskrbe na račun dodatnih stroškov skladiščenja.

Povprečni pričakovani letni stroški odloženih prodaj za minljivo stanje i znašajo

$$\frac{\pi\lambda_i}{q_i}\left(\sum_{j=1}^{n}(x_j - r_i)h_{ij}(1-p_{i\hat{s}})\right) \qquad (7\text{-}22)$$

Pri računanju povprečnih letnih stroškov skladiščenja in zastaranja zalog moramo v povprečni zalogi upoštevati tudi pričakovano vrednost varnostne zaloge, ki nastane zaradi viška povpraševanja v dobavnem odlogu $q_{var\,i} = r_i - \mu_i$. Povprečni letni stroški za minljivo stanje i znašajo

$$K_i = \frac{\lambda_i c_p}{q_i} + c_h\left(\frac{q_i}{2} + r_i - \mu_i\right) + c_o p_{i\hat{s}}\left(\frac{q_i}{2} + r_i - \mu_i\right) + \frac{\pi\lambda_i}{q_i}\left(\sum_{j=1}^{n}(x_j - r_i)h_{ij}(1-p_{i\hat{s}})\right) \qquad (7\text{-}23)$$

Z upoštevanjem potrebnega pogoja za nastop ekstrema

$$\frac{\partial K_i}{\partial q_i} = 0 \qquad (7\text{-}24)$$

izračunamo optimalno količino naročila pri stohastičnem povpraševanju in kontinuiranem spremljanju zalog za minljivo stanje i

$$q_i^* = \sqrt{\frac{2\lambda_i\left(c_p + \pi\sum_{j=1}^{n}(x_j - r_i)h_{ij}(1-p_{i\hat{s}})\right)}{c_h + c_o p_{i\hat{s}}}},\ i = 1, 2, \ldots, \hat{s}-1 \qquad (7\text{-}25)$$

V nadaljevanju obravnavajmo modeliranje v razmerah stohastičnega povpraševanja še na naslednjem primeru: Podjetje $\hat{X}$ se nahaja v razmerah nestabilnega povpraševanja s petimi možnimi stanji, za katera spet predpostavimo, da se povpraševanje porazdeljuje po Poissonu z naslednjimi pričakovanimi vrednostmi:

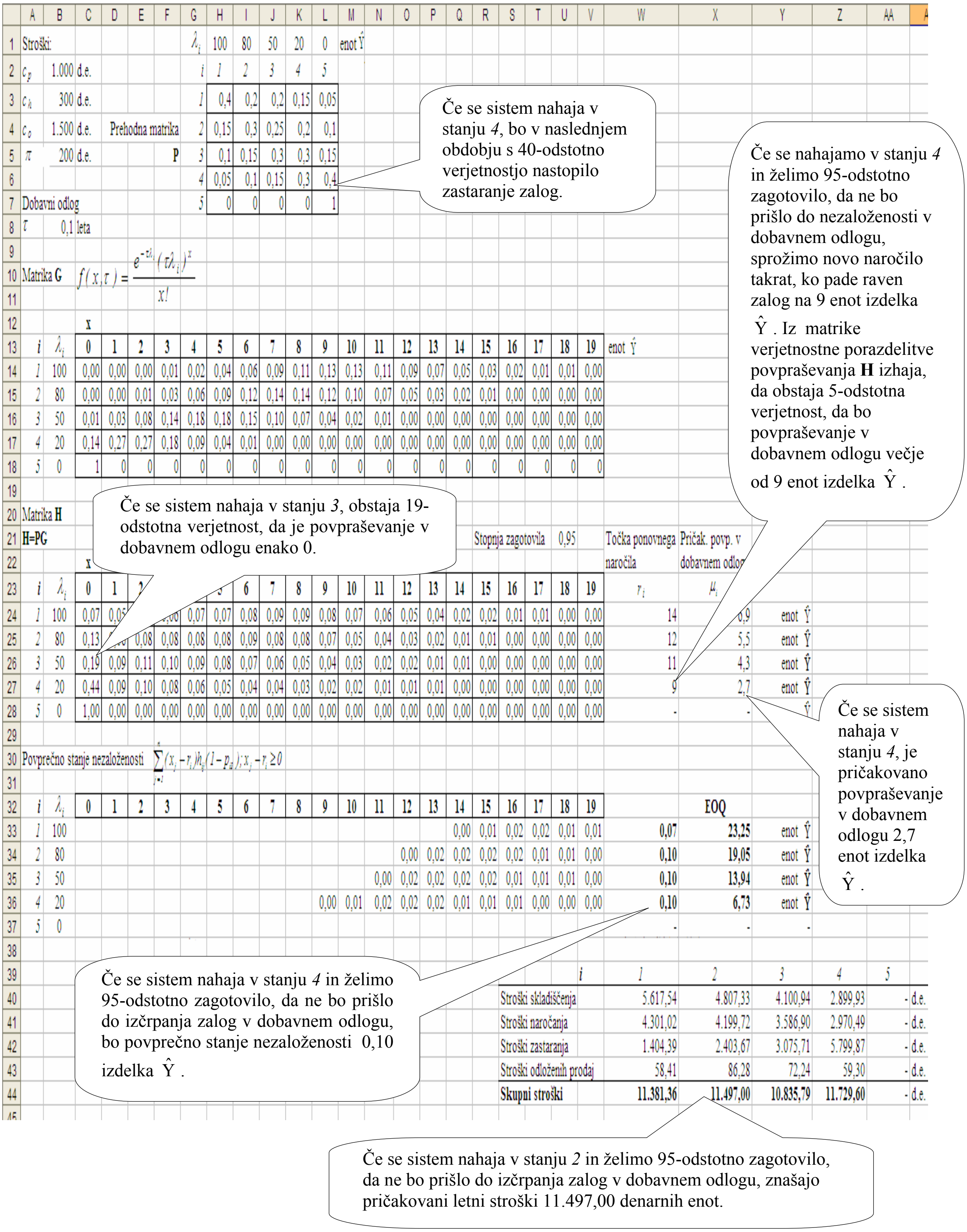
- stanje 1: $\lambda_1 = 100$ enot izdelka $\hat{Y}$,
- stanje 2: $\lambda_2 = 80$ enot izdelka $\hat{Y}$,
- stanje 3: $\lambda_3 = 50$ enot izdelka $\hat{Y}$,
- stanje 4: $\lambda_4 = 20$ enot izdelka $\hat{Y}$,
- stanje 5 označuje zastaranje izdelka s pričakovano vrednostjo $\lambda_5 = 0$ enot izdelka $\hat{Y}$.

Matrika prehoda med stanji naj bo naslednja:

$$P = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}15 & 0{,}05 \\ 0{,}15 & 0{,}3 & 0{,}25 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0.15 & 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}15 \\ 0{,}05 & 0{,}1 & 0{,}15 & 0{,}3 & 0{,}4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Ostali vhodni podatki in izračuni parametrov so na Sliki 17.

Slika 17: Primer modeliranja s stohastičnim povpraševanjem



Stroški:				λ_i	100	80	50	20	0 enot Ŷ
c_p	1.000 d.e.			i	1	2	3	4	5
c_h	300 d.e.			1	0,4	0,2	0,2	0,15	0,05
c_o	1.500 d.e.	Prehodna matrika		2	0,15	0,3	0,25	0,2	0,1
π	200 d.e.		**P**	3	0,1	0,15	0,3	0,3	0,15
				4	0,05	0,1	0,15	0,3	0,4
Dobavni odlog				5	0	0	0	0	1
τ	0,1 leta								

Matrika **G** $f(x,\tau)=\dfrac{e^{-\tau\lambda_i}(\tau\lambda_i)^x}{x!}$

x

i	λ_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	enot Ŷ
1	100	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,06	0,09	0,11	0,13	0,13	0,11	0,09	0,07	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	
2	80	0,00	0,00	0,01	0,03	0,06	0,09	0,12	0,14	0,14	0,12	0,10	0,07	0,05	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	
3	50	0,01	0,03	0,08	0,14	0,18	0,18	0,15	0,10	0,07	0,04	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
4	20	0,14	0,27	0,27	0,18	0,09	0,04	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Matrika **H**

H=PG Stopnja zagotovila 0,95

x

i	λ_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Točka ponovnega naročila r_i	Pričak. povp. v dobavnem odlogu μ_i	
1	100	0,07	0,05	[illegible]	0,06	0,07	0,07	0,08	0,09	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,02	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	14	6,9	enot Ŷ
2	80	0,13	[illegible]	0,08	0,08	0,08	0,08	0,09	0,08	0,08	0,07	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	12	5,5	enot Ŷ
3	50	0,19	0,09	0,11	0,10	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	11	4,3	enot Ŷ
4	20	0,44	0,09	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9	2,7	enot Ŷ
5	0	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	-	Ŷ

Povprečno stanje nezaloženosti $\sum_{j=1}^{n}(x_j-r_i)h_{ij}(1-p_{ii});x_j-r_i\geq 0$

i	λ_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		EOQ	
1	100															0,00	0,01	0,02	0,02	0,01	0,01	**0,07**	**23,25**	enot Ŷ
2	80													0,00	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,00	**0,10**	**19,05**	enot Ŷ
3	50												0,00	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00	**0,10**	**13,94**	enot Ŷ
4	20											0,00	0,01	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	**0,10**	**6,73**	enot Ŷ
5	0																					-	-	-

i	1	2	3	4	5	
Stroški skladiščenja	5.617,54	4.807,33	4.100,94	2.899,93	-	d.e.
Stroški naročanja	4.301,02	4.199,72	3.586,90	2.970,49	-	d.e.
Stroški zastaranja	1.404,39	2.403,67	3.075,71	5.799,87	-	d.e.
Stroški odloženih prodaj	58,41	86,28	72,24	59,30	-	d.e.
Skupni stroški	**11.381,36**	**11.497,00**	**10.835,79**	**11.729,60**	-	d.e.

Vir: Lastni izračun.

Višja stopnja zagotovila, da v naslednjem obdobju ne bo prišlo do nezaloženosti, nam omogoča znižanje pričakovanih stroškov odloženih prodaj na račun višjih stroškov skladiščenja in višjih stroškov zastaranja zalog. Zato je pri določanju signalne zaloge smiselno določiti takšno stopnjo zagotovila, pri kateri so skupni stroški najnižji. V Tabeli 10 so izračuni stroškov pri različnih stopnjah zagotovila za stanje *i=1*. Izračuni nam kažejo, da je za Podjetje $\hat{X}$ smiselno, da določi 45-odstotno stopnjo zagotovila, pri kateri znašajo povprečni letni stroški 9.968,88 denarnih enot.

Tabela 10: Izračun stroškov pri različnih stopnjah zagotovila za stanje *i=1*

Stopnja zagotovila	**0,95**	**0,9**	**0,75**	**0,55**	**0,45**	**0,35**
Pričakovano povpraševanje v dobavnem odlogu (v enotah $\hat{Y}$)	6,9	6,9	6,9	6,9	6,9	6,9
Točka ponovnega naročila (v enotah $\hat{Y}$)	14	12	10	7	6	5
Povprečna raven nezaloženosti (v enotah $\hat{Y}$)	0,07	0,22	0,55	1,58	2,08	2,66
Stroški skladiščenja (v d.e.)	5.617,54	5.067,80	4.578,30	4.003,11	3.852,95	3.719,04
Stroški naročanja (v d.e.)	4.301,02	4.239,92	4.111,51	3.775,38	3.638,17	3.497,29
Stroški zastaranja zalog (v d.e.)	1.404,39	1.266,95	1.144,57	1.000,78	963,24	929,76
Stroški odloženih prodaj (v d.e.)	58,41	182,34	448,86	1.191,00	1.515,52	1.864,01
Skupni stroški (v d.e.)	**11.381,36**	**10.757,01**	**10.283,24**	**9.970,27**	**9.968,88**	**10.010,10**

Vir: Lastni izračun.

7.6 Analiza pogojev za implementacijo izpeljanih modelov zalog

V predhodnih poglavjih smo izpeljali različne EOQ modele pri tveganju zastaranja zalog. Vendar pa je stvarnost zelo kompleksna in nepredvidljiva. Modeli so zasnovani na številnih predpostavkah in poenostavitvah in so lahko le približki realnega sveta. Za njihovo uspešno implementacijo morajo biti izpolnjeni številni pogoji, ki jih navajam v nadaljevanju.

7.6.1 Pomen strokovnih kadrov

Temeljni pogoj za uspešno implementacijo modelov zalog je njihovo razumevanje. Pri izbiri modela mora poslovodstvo skrbno preveriti, ali so predpostavke modela ustrezne in jih po potrebi korigirati. Seveda ni dovolj, da model postavimo enkrat za vselej. Gre za proces, ki se nikoli ne konča, saj je okolje spremenljivo in zahteva nenehno spremljanje in prilagajanje.

Pogoj za uspešno izvedbo modelov je koordinirano sodelovanje različnih strokovnjakov. V takšne strokovne skupine bi morali biti vključeni specialisti za uporabo kvantitativnih metod operacijskega raziskovanja s potrebnimi znanji matematike in statistike ter poleg njih še najmanj strokovni delavci tehnične in tudi računovodske dejavnosti. Hkrati s potrebo po takšni akcijski koordiniranosti in organiziranosti se pojavi tudi zahteva, da so z osnovami metodoloških pristopov, ki so sicer primarna domena operacijskih raziskav, v ustrezni meri seznanjeni tudi tisti strokovni profili, katerih osnovno angažiranje ne obstaja v formuliranju metodoloških vidikov operacijskih raziskav, je pa njihovo sodelovanje nujno, predvsem z vidika zagotavljanja vhodnih podatkov za modele (Ločniškar, 1993, str. 266).

7.6.2 Informacijski sistem za upravljanje z zalogami

Naslednji pogoj za implementacijo teh modelov je vzpostavitev primernega okolja, ki nam omogoča pridobivanje podatkov in informacij, pomembnih za odločitve, povezane z zalogami. Odvisnost od ustreznih množic vhodnih podatkov se kaže brez izjeme pri vsaki metodi ali področju operacijskih raziskav. Poslovodstvo podjetja potrebuje za uspešno izvedbo modelov podatke o notranjih in zunanjih dejavnikih, ki vplivajo na podjetje, pri čemer mora modele neprestano prilagajati spremembam okolja. Za to potrebuje informacijski sistem za upravljanje z zalogami, ki se bo sposoben prilagajati stalnim zahtevam dinamičnega okolja.

Gričar definira informacijski sistem kot celoto sestavin, ki zagotavljajo podatke in informacije, ter povezave med temi sestavinami v organizaciji in njenem okolju. Sestavine informacijskega sistema so ljudje, podatki in informacijska tehnologija. Ljudje z uporabo informacijske tehnologije pridobivajo in posredujejo podatke, da si z njimi oblikujejo informacije v zvezi s procesi (Gričar, 2002, str. 6).

Poslovni informacijski sistemi so sistemi, ki pokrivajo določeno poslovno področje v podjetju. Eden izmed temeljnih pogojev za uspešno implementacijo modelov zalog je vzpostavitev ustreznega računalniško podprtega informacijskega sistema, ki podpira modele zalog. Poslovodstvo podjetja potrebuje za uspešno in učinkovito upravljanje z zalogami informacije o notranjih in zunanjih dejavnikih, ki vplivajo na odločitve, povezane z zalogami. To niso zgolj informacije iz stroškovnega računovodstva, ki se nanašajo na enoto blaga, temveč tudi informacije o drugih notranjih in zunanjih dejavnikih, ki posredno ali neposredno vplivajo na zaloge. Informacijski sistem za upravljanje z zalogami vsebuje podatke in informacije vseh ostalih poslovnih informacijskih sistemov podjetja, ki vplivajo na odločitve, povezane z zalogami. To so zlasti podatki in informacije o (Waters, 2003, str. 196):

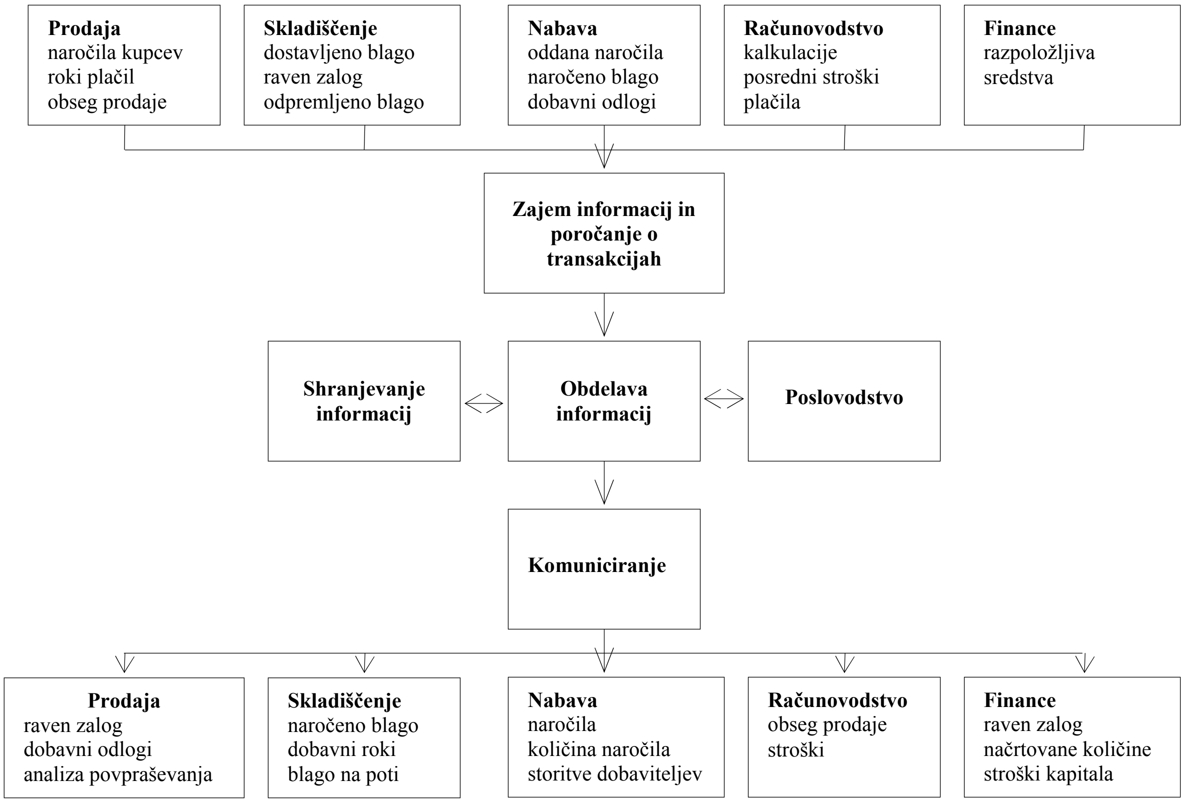
- **poslovnem okolju**, ki nam omogočajo celovit pristop k obravnavanju zalog. Poslovodstvo podjetja potrebuje informacije o konkurenčnih podjetjih, gospodarskih razmerah v državi, vladnih ukrepih, novostih v zakonodaji, inflaciji ter drugih dejavnikih, ki vplivajo na zaloge podjetja;
- **strateških usmeritvah podjetja**, iz katerih izhajajo dolgoročne usmeritve podjetja za upravljanje z zalogami (npr. informacije o načrtovanih izdelkih, lokaciji skladišč itd.);
- **zastavljenih dosežkih**, ki določijo dejavnike, ki so pomembni za poslovanje podjetja in za upravljanje z zalogami, ter želeno stopnjo učinkovitosti teh dejavnikov. V to skupino med drugim uvrščamo informacije o želeni ravni oskrbe, oportunitetnih stroških kapitala, vezanega v zalogah itd;

- **stroških**, in sicer nabavnih stroških, stroških naročanja, stroških odloženih prodaj, stroških financiranja, stroških zastaranja zalog, stroških okvar in razbitja, transportnih stroških itd.;
- **kupcih:** poslanstvo trgovskega podjetja je prodaja trgovskega blaga kupcem. Trgovsko podjetje zato potrebuje jasno podobo o sedanjih in potencialnih kupcih in njihovih željah, podatke o velikosti naročil, cenovni elastičnosti, nakupih pri konkurenčnih podjetjih, odloženih prodajah, povpraševanju v dobavnem odlogu, želenih oblikah dobave, načinu plačevanja, reklamacijah, kreditnih pogojih itd.;
- **povpraševanju:** podjetje mora z namenom redne oskrbe kupcev s predvidevanjem čim bolj natančno ugotoviti možne vzorce povpraševanja za prihodnja obdobja. V ta namen potrebuje podatke o preteklem povpraševanju, spreminjanju vzorcev povpraševanja skozi čas ter razlogih za spreminjanje, o dejavnikih, ki vplivajo na povpraševanje itd.;
- **dobaviteljih**, kamor spadajo podatki o trenutnih in potencialnih dobaviteljih, pogojih poslovanja, dobavljenih izdelkih, dobavnih odlogih, načinu plačila, kreditnih pogojih itd.;
- **izdelku**, ki vključujejo identifikacijske šifre izdelka, opis izdelka (fizične lastnosti in specifikacije), podatke o omejitvah, ceni, popustih, posebnih pogojih dobave in skladiščenja, kvaliteti, embaliranju, dobaviteljih itd.;
- **skladiščenju**, ki vključujejo podatke o lokaciji skladišč, trenutni ravni zalog v posameznih skladiščih, razpoložljivem prostoru, razpoložljivi opremi, varnosti itd.;
- **transportu**, in sicer o oblikah transporta, prevoznih sredstvih, hitrosti dobave, transportnih stroških, transportnih zmogljivostih itd.;
- **zalogah**, s katerimi podjetje razpolaga, kamor spadajo predvsem podatki o izdelku (identifikacijske šifre izdelkov, opis izdelkov), trenutni ravni posamezne vrste blaga, lokaciji skladiščenja, varnostnih zalogah, dobaviteljih, kvaliteti, stroških, rezervacijah posameznih artiklov, želeni ravni oskrbe, minimalni oziroma maksimalni zalogi, starosti zalog, zastarelih zalogah, odloženih prodajah itd.

Razumljivo je, da predstavljen seznam ne zajema vseh potrebnih podatkov, ki naj jih vsebuje informacijski sistem za upravljanje z zalogami. Vzpostavitev takšnega informacijskega sistema, ki bi poslovodstvu omogočal v vsakem trenutku 'vse' informacije, ki jih potrebuje za odločitve o zalogah, je seveda nemogoča, hkrati pa bi bila tudi stroškovno neučinkovita. Poslovodstvo mora zato kritično oceniti, katere so tiste informacije, ki jih potrebuje za uspešno izvedbo modelov zalog.

Informacijski sistem za upravljanje z zalogami je integrirani informacijski sistem. V poenostavljeni obliki ga lahko predstavimo kot povezavo drugih poslovnih informacijskih sistemov podjetja, ki zagotavlja pridobivanje, obdelovanje in posredovanje podatkov oziroma informacij, ki so pomembne za odločitve, povezane z zalogami. Informacijski sistem lahko ponazorimo kot tok informacij med različnimi poslovnimi informacijskimi sistemi in poslovodstvom, kot nam kaže Slika 18.

Slika 18: Informacijski sistem za upravljanje z zalogami



Vir: Waters, 2003, str. 198.

Bistvo informacijskega sistema za upravljanje z zalogami je omogočanje informacij poslovodstvu, ki jih potrebuje za odločitve, povezane z zalogami. Poslovodstvo ne potrebuje podatkov in informacij zgolj za izstavljanje nalogov za izvajanje, temveč tudi za povratno informiranje. Ključno vlogo pri oblikovanju informacij za poslovodstvo imajo sistemski analitiki in programerji, katerih naloga je, da v podatkih odkrijejo probleme in predlagajo poslovodstvu ustrezne rešitve. Pri tem je mogoče s pomočjo informacijske tehnologije odločitve v veliki meri avtomatizirati (npr. računalniški program za avtomatsko izstavitev naloga za obnovitev zaloge, ko raven zalog doseže varnostno zalogo).

7.6.3 Vloga stroškovnega računovodstva kot informacijskega podsistema

Pri zagotavljanju vhodnih podatkov za modele zalog bo med posameznimi informacijskimi sistemi podjetja zagotovo izstopal računovodski informacijski sistem. Med posameznimi računovodskimi segmenti je še posebej pomembno stroškovno računovodstvo kot komponenta informacijskega sistema računovodstva. Pogoj za implementacijo modelov zalog je ustrezna organiziranost stroškovnega računovodstva, da bi bili neposredno razpoložljivi merski podatki o izbranih stroškovnih spremenljivkah in parametrih.

Z vidika modeliranja poslovnih procesov za apliciranje modelov zalog lahko stroškovni informacijski sistem razdelimo na dve izhodiščni strukturni komponenti, in sicer:

- interaktivno celoto stroškovnih mest, stroškovnih vrst in stroškovnih nosilcev ter
- informacijski sklop komponent kot so obseg stroškovne strukture, časovna usmerjenost stroškovnih parametrov in spremenljivk ter tip kalkulacije.

Tako se na primer z vidika obsega stroškovne strukture srečujemo s spremenljivko v smislu vključevanja posameznih stroškovnih kategorij v kalkulacijo kot stroškovno izmero določene enote blaga, kjer mora stroškovno računovodstvo zagotoviti izmero neposrednih in variabilnega dela posrednih stroškov. Predvsem pri posrednih stroških skladiščenja je razmejevanje na njihov fiksni in variabilni del izjemno zahtevna ter vsebinsko in metodološko kompleksna dejavnost, ki zahteva celovito vključitev informacij stroškovnega računovodstva. Če želimo informacijo o posrednih stroških skladiščenja, ki se nekoliko spreminjajo z uporabljeno skladiščno površino, kamor uvrščamo stroške vzdrževanja prostora, stroške razsvetljave, stroške porabljene energije (ogrevanje prostora, hlajenje občutljivih proizvodov), plače za dela v skladišču, potrebujemo natančne kalkulacije stroškov po stroškovnih mestih. Če celotni letni znesek tovrstnih stroškov delimo s površino, ki je na voljo za vse vrste blaga, dobimo njihov letni znesek na kvadratni meter površine. Če vemo, kolikšna površina pride na enoto proučevanega blaga in kolikokrat v letu lahko uporabimo isto površino za razmestitev novih količin, lahko načeloma izračunamo, kolikšni so tovrstni letni stroški.

Informacijski sistem stroškovnega računovodstva seveda nujno vključuje tudi komponento, ki jo predstavlja tip kalkulacije v vseh njenih metodoloških, strukturnih in informacijskih razsežnostih (Ločniškar, 1993, str. 269). V okviru stroškovnega računovodstva lahko kalkulacija predstavlja tudi informacijski podsistem, ki s svojo podatkovno in informacijsko kvaliteto nedvomno bistveno vpliva tudi na možnost in učinkovitost implementacije modelov zalog.

7.6.4 ABC analiza zalog

V obravnavanih modelih zalog smo predpostavili eno vrsto blaga. Vendar pa ima trgovsko podjetje običajno veliko različnih vrst blaga, ki zahtevajo različno obravnavo. V tem primeru ne bi bilo učinkovito, da bi s pomočjo modelov posamično obravnavali vsako vrsto blaga posebej. Ker imajo posamezne vrste blaga različen vpliv na stroške in prihodke podjetja, je za podjetje smiselno, da pred uporabo modela zalog identificira najpomembnejše artikle v zalogi glede na njihove prihodke oziroma stroške. Ena izmed možnosti takšne razvrstitve zalog je ABC analiza, ki razvršča posamezne vrste blaga glede na njihov delež in ustvarjene prihodke v tri skupine (Wild, 1997, str. 31):

- skupino A, ki jo sestavlja približno 10 odstotkov vseh vrst blaga, ki tvorijo 65 odstotkov vrednosti prodaje;
- skupino B, ki jo sestavlja naslednjih 20 odstotkov vrst blaga, ki tvorijo naslednjih 25 odstotkov prodaje ter
- skupino C, ki jo sestavlja preostanek vrst blaga in vrednosti prodaje.

Zalogam iz skupine A je smotrno posvetiti največ časa, saj nam prinašajo največji delež prihodkov. Običajno za to skupino uporabimo ustrezni model s kontinuiranim spremljanjem zalog. Za zaloge iz skupine B bo običajno smotrno, da uporabimo periodične modele zalog, medtem ko bomo za zaloge iz skupine C uporabljali le približne metode, saj nam prinašajo najmanjši delež prihodkov.

Navedene vrednosti meja med posameznimi skupinami so priporočljive, vendar je njihova točna določitev stvar odločitve podjetja. Pri tveganju zastaranja zalog bo smiselno tudi združevanje posameznih vrst blaga s podobnim tveganjem v homogene skupine.

7.6.5 Predvidevanje verjetnosti zastaranja zalog

Pri izpeljavi EOQ modelov pri tveganju zastaranja zalog smo predpostavili konstantno oziroma spremenljivo tveganje zastaranja zalog, kar je odvisno od ocenjene verjetnostne porazdelitve dobe zadovoljive velikosti povpraševanja po izdelku. Pri nadgradnji modelov v markovsko verigo smo predvideli množico stanj, v katerih se lahko nahaja sistem, ter ocenili verjetnosti prehodov med posameznimi stanji. Pri stohastičnem povpraševanju smo spet ocenili porazdelitev povpraševanja s pričakovano vrednostjo. Skupna značilnost vseh modelov je, da smo morali verjetnost zastaranja zalog predvidevati.

Pri tveganju zastaranja zalog je uspešnost upravljanja z zalogami v veliki meri odvisna od predvidevanja zastaranja zalog v prihodnjih obdobjih. Predvidevanje je zlasti pomembno za podjetja, ki se soočajo s spremenljivim tveganjem zastaranja zalog ter stohastičnim povpraševanjem, za katerega je značilna velika mera negotovosti. Ugotavljanje verjetnosti zastaranja zalog je v navedenih primerih ključnega pomena za ugotavljanje optimalnih količin naročila.

Osnova za predvidevanje verjetnosti zastaranja zalog v prihodnjih obdobjih lahko temelji na analizi dogodkov v preteklih obdobjih ali na razpoložljivih informacijah o bodočih dogodkih in človeški presoji. Kadar predvidevamo na podlagi analize dogodkov v preteklih obdobjih, govorimo o kvantitativnih metodah predvidevanja, kjer s pomočjo izbranega matematičnega modela, na osnovi podatkov iz preteklosti, poskušamo predvideti verjetnost zastaranja zalog v prihodnjih obdobjih. Kvantitativne metode razdelimo na podlagi analize gibanj v preteklosti na metode analize časovnih vrst ter na vzročne metode. Med osnovno kvantitativno metodo zagotovo uvrščamo regresijo, ki je primerna za dolgoročno predvidevanje, in jo glede na način uporabe lahko uvrstimo tako med metode analize časovnih vrst kot vzročne metode. Med najbolj uveljavljenimi metodami analize časovnih vrst sta zagotovo metoda drsečih sredin in metoda eksponentnega glajenja, ki sta primerni za kratkoročno predvidevanje.

Kadar predvidevamo zastaranje zalog na podlagi trenutnih podatkov, na primer, o reagiranju potrošnikov na izdelek, reagiranju konkurence, obsegu prodaje itd., uporabimo predvsem kvalitativne metode predvidevanja. Kvalitativno predvidevanje temelji na subjektivnih ocenah posameznikov o tem, kateri dejavniki in v kolikšni meri bodo vplivali na poslovanje podjetja v prihodnosti. Med kvalitativnimi metodami zagotovo izstopa Delphi metoda, ki vključuje strokovnjake različnih področij, ki neodvisno podajajo svoje napovedi (Waters, 2003, str. 236).

Običajno je osnova za predvidevanje matematični model, s katerim na podlagi zgodovinskih podatkov predvidevamo prihodnje dogodke. Pri določanju tveganja zastaranja zalog smo v primeru spremenljive verjetnosti zastaranja zalog najprej izhajali iz porazdelitvene funkcije dobe zadovoljive velikosti povpraševanja, ki predpostavlja, da se tveganje zastaranja izdelka povečuje glede na doseženo življenjsko dobo vrste izdelka. Vendar pa so verjetnostne funkcije dobe zadovoljive velikosti povpraševanja zaradi številnih elementov negotovosti, zlasti za daljša časovna obdobja, pogosto zelo kompleksne in težko določljive, kar povečuje tudi verjetnost napak pri predvidevanju. Zato sem pri določanju tveganja zastaranja zalog v EOQ modelih uvedel alternativni pristop z markovsko verigo, kjer sem predpostavil, da je pri določanju verjetnosti zastaranja zalog pomembno, v kakšnem stanju se nahaja sistem v sedanjosti, ne glede na doseženo življenjsko dobo vrste izdelka. V tem primeru bodo zagotovo ustreznejše kvalitativne metode predvidevanja, saj se ne odločamo na podlagi analize gibanj v preteklosti, temveč na podlagi trenutnih podatkov o stanju sistema.

8. SKLEP

Zaradi hitrega tehnološkega razvoja so življenjski cikli številnih izdelkov vse krajši. Na tržišču se dnevno pojavljajo novi izdelki, kar je posledica hitrega razvoja tržnega gospodarstva in konkurence med podjetji. Doba zadovoljive velikosti povpraševanja večine izdelkov se krajša, zato bodo izdelki, ki so bili do včeraj najsodobnejši, v bližnji prihodnosti že zastareli. Skrajševanje življenjskega cikla izdelka se zlasti odraža na tržišču osebnih računalnikov, kjer novejši in vse bolj izpopolnjeni modeli osebnih računalnikov povzročajo zastaranje modelov, starih komaj nekaj tednov ali mesecev.

V teoriji zalog so bili razviti številni modeli, ki obravnavajo problematiko zastaranja zalog. V osnovi lahko te modele razdelimo na modele, ki predpostavljajo konstantno verjetnost zastaranja zalog skozi celotno dobo zadovoljive velikosti povpraševanja in modele, ki predpostavljajo, da se verjetnost zastaranja zalog skozi dobo zadovoljive velikosti povpraševanja po izdelku spreminja.

Pri tveganju zastaranja zalog je trgovsko podjetje izpostavljeno tveganju, da mu skladiščena količina blaga v celoti ali delno zastara, kar lahko predstavlja veliko izgubo kapitala, vezanega v zalogah. To predstavlja za podjetje tveganje za dodatne stroške, zato je potrebno pri odločitvah, povezanih z zalogami, upoštevati tudi pričakovane stroške zastaranja zalog v obravnavanem obdobju. K problemu zastaranja zalog sem pristopil z uporabo EOQ modelov, ki jih glede na vrsto tveganja zastaranja zalog lahko v osnovi razdelimo na modele s konstantnim in modele s spremenljivim tveganjem zastaranja zalog.

Z upoštevanjem tveganja zastaranja zalog v EOQ modelih lahko bistveno zmanjšamo pričakovane stroške podjetja. Na primeru Podjetja $\hat{X}$ smo ugotovili, da že pri upoštevanju 10-odstotne verjetnosti zastaranja zalog v izbranem obdobju lahko dosežemo kar 10-odstotno zmanjšanje pričakovanih letnih stroškov.

Ugotavljanje verjetnostne porazdelitve dobe zadovoljive velikosti povpraševanja je zelo zahtevna naloga. Ena izmed možnosti je, da pogojne verjetnosti zastaranja zalog aproksimiramo tako, da izbiramo dovolj kratka obdobja, znotraj katerih je še mogoče določiti enakomerno porazdelitev verjetnosti zastaranja zalog. Takšna aproksimacija je smiselna le takrat, kadar so posamezni cikli dovolj kratki, da približno sovpadajo z izbranimi obdobji.

K reševanju problematike tveganja zastaranja zalog v EOQ modelih sem pristopil z markovskimi verigami, ki lahko predstavljajo alternativo k dosedanjim pristopom. Temeljna predpostavka izpeljanih modelov je, da določamo verjetnost zastaranja zalog v prihodnosti glede na trenutno stanje sistema, ne glede na dejstvo, koliko časa je poteklo do trenutka odločanja. Zgolj dejstvo, da je izdelek preživel neko obdobje, samo po sebi še ne pomeni povečanja verjetnosti zastaranja zalog v naslednjem obdobju, če ne vemo, v kakšnem stanju se nahaja sistem.

Pri opredelitvi stanj in verjetnosti prehodov med stanji v markovski verigi si lahko pomagamo s fazami življenjskega cikla izdelka. Pomembno je, da neprestano spremljamo izdelek v vsaki od faz, zlasti z vidika reagiranja potrošnikov na izdelek, obsega prodaje, stroškov, ustvarjanja dobička in reagiranja konkurence. S pomočjo markovske verige smo pridobili odgovor, kolikšna naj bo optimalna količina naročila, če se podjetje nahaja v določenem stanju, kdaj lahko podjetje pričakuje zastaranje zalog, če se nahaja v določenem stanju ter kolikšen je povprečni čas bivanja v posameznem stanju.

V razmerah stohastičnega povpraševanja sem s pomočjo markovske verige opisal stohastično funkcijo povpraševanja s posameznimi stanji, ki označujejo pričakovane vrednosti povpraševanja. Izračun optimalnih količin za posamezno stanje je v tem primeru odvisen tako od verjetnostne porazdelitve povpraševanja v tem stanju kot verjetnosti prehodov v naslednja stanja. Pri stohastičnem povpraševanju je potrebno upoštevati tudi možnost presežnega povpraševanja v dobavnem odlogu. Višja stopnja zagotovila, da v naslednjem ciklu ne bo prišlo do nezaloženosti, nam omogoča znižanje pričakovanih stroškov odloženih prodaj na račun višjih stroškov skladiščenja in višjih stroškov zastaranja zalog. Zato je pri določanju signalne zaloge za posamezno stanje smiselno določiti takšno stopnjo zagotovila, pri kateri so skupni stroški najnižji.

Za uspešno implementacijo modelov zalog morajo biti izpolnjeni številni pogoji. Temeljni pogoj je razumevanje modelov. Pred uporabo modela moramo skrbno preveriti, ali so predpostavke modela ustrezne in jih po potrebi korigirati, kar zahteva koordinirano sodelovanje različnih strokovnjakov. Naslednji pogoj je vzpostavitev informacijskega sistema za upravljanje z zalogami, ki nam omogoča informacije o notranjih in zunanjih dejavnikih, ki vplivajo na odločitve, povezane z zalogami. Informacijski sistem za upravljanje z zalogami je integriran informacijski sistem in ga lahko v poenostavljeni obliki predstavimo kot povezavo drugih poslovnih informacijskih sistemov podjetja, ki zagotavlja pridobivanje, obdelovanje in posredovanje podatkov oziroma informacij, potrebnih za odločitve, povezane z zalogami. Med posameznimi komponentami informacijskega sistema je še posebej pomemben informacijski podsistem stroškovnega računovodstva, ki neposredno zagotavlja razpoložljive merske podatke o izbranih stroškovnih spremenljivkah in parametrih. Pred uporabo modela podjetje razvrsti artikle v zalogi v homogene skupine glede na prihodke, stroške oziroma tveganje zastaranja zalog. Ob koncu sem izpostavil pomen predvidevanja, ki ima pri tveganju zastaranja zalog pomemben vpliv na uspešnost upravljanja z zalogami. Pri določanju tveganja zastaranja zalog v EOQ modelih z markovskimi verigami se odločamo na podlagi trenutnih podatkov o stanju sistema, zato so v tem primeru zagotovo ustreznejše kvalitativne metode predvidevanja.

Izbira modela zalog je odločitev podjetja s ciljem zmanjševanja stroškov in zagotavljanja želene ravni oskrbe. Seveda ni dovolj, da model zalog postavimo enkrat za vselej. Gre za proces, ki se 'nikoli' ne konča in zahteva nenehno spremljanje in prilagajanje zahtevam dinamičnega okolja.

LITERATURA IN VIRI

LITERATURA

1. Bogataj Ludvik: Sodobni trendi v matematičnih modelih upravljanja zalog. Ekonomska revija, Ljubljana, 6(1997), str. 545-566.
2. Brown George.W., Lu, John Y., Wolfson, Robert J.: Dynamic modeling of inventories subject to obsolescence. Management Science, 11(1964)1, str 51-63.
3. Carlaw Kenneth I.: Optimal Obsolescence. Mathematics and Computers in Simulation, 69(2005), str. 21-45.
4. Carter Mike, Williamson David: Quantitative Modelling for Management and Business. London: Pitman publishing, 1996. 548 str.
5. Christopher Martin: Logistics and Supply Chain Management: Strategies for reducing Cost and Improving service. London: Financial Times/Prentice Hall, 1998. 294 str.
6. Cobbaert Koen, Van Oudheusden Dirk: Inventory models for fast moving spare parts subject to 'sudden death' obsolescence. International Journal of Production Economics, 44(1996), 3, str. 239-248.
7. Devetak Gabrijel: Temelji trženja in trženjska zasnova podjetja. Koper: Visoka šola za management v Kopru, 2000. 202 str.
8. Eppen, Gary D., Gould Floyd Jerome, Schmidt Charles: Introductory Management Science. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1991. 830 str.
9. Everett Adam: Production and Operations Management. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1992. 729 str.
10. Goyal S.K., Giri B.C.: Recent trends in modeling of deteriorating inventory. European Journal of Operational Research, 134(2001), str. 1-16.
11. Grubbstrom Robert W., Molinder Anders: Further Theoretical Considerations om the Relationship between MRP, Input-Output Analysis and Multi-Echelon Inventory Systems. International Journal of Production Economics, 35(1994), 3, str. 299-311.
12. Hadley G., Whitin T.M.: Analysis of Inventory Systems. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1963. 452 str.
13. Hadley G.: A comparison of order quantities computed using the average annual cost and the discounted cost. Management Science, 10(1964), 3, str. 472-476.
14. Hieng Romana et al.: Ponazoritve knjiženj najpogostejših in bolj zapletenih poslovnih dogodkov. Iks, revija za računovodstvo in finance. Ljubljana: Zveza računovodij, finančnikov in revizorjev Slovenije, 29(2002), 9-10, str. 7-257.
15. Iosifescu Marius: Finite Markov Processes and Their Applications. New York: John Wiley & Sons, Ltd., 1980. 289 str.
16. Isaacson Dean L., Madsen Richard W.: Markov Chains, Theory and Applications. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1976. 256 str.

17. Jain Karuna, Silver Edward A.: Lot sizing for a product subject to obsolete or perishability. European Journal of Operational Research, 75(1994), str. 287-295.
18. Kemeny John G. et al.: Finite Mathematics with Business Applications. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1972. 529 str.
19. Kennedy W.J, Patterson Wayne J., Fredendall Lawrence D.: An overview of recent literature on spare parts inventories. International Journal of Production Economics, 76(2002), 2, str. 201-215.
20. Kotler Philip: Marketing Management. New Jersey: Prentice-Hall, 2003. 706 str.
21. Koželj Stanko: Nekatere razlike med MRS 2 in SRS 4. Iks, revija za računovodstvo in finance. Ljubljana: Zveza računovodij, finančnikov in revizorjev Slovenije, 30(2003), 9, str. 9-13.
22. Krishnamoorthy A., Varghese T.V.: Inventory with disaster. Optimization, 35(1995), str. 85-93.
23. Liu L., Lian Z.: (s,S) continuous review models for inventory with fixed lifetimes. Operations Research, 47(1999), 1, str. 150-158.
24. Liu L., Yang T.: An (s,S) random lifetime inventory model with a positive lead time. European Journal of Operational Research, 113(1999), str. 52-63.
25. Ločniškar Janez: Vključevanje operacijski raziskav z vidika stroškovne informatike. Zbornik I. slovenskega simpozija o operacijskih raziskavah. Ljubljana: Slovensko društvo Informatika, 1993, str. 263-270.
26. Masters James M.: A Note on the Effect of Sudden Obsolescence on the Optimal Lot Size. Decision Sciences, 22(1991), str. 1180-1186.
27. Nahmias Steven: Perishable Inventory theory: A review. Operations Research, 30(1982), 4, str. 680-708.
28. Omladič Matjaž, Omladič Vesna: Matematika in denar. Ljubljana: Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, 1995. 142 str.
29. Peterle Polona: Vključitev teorije markovskih verig v model planiranja materialnih potreb. Magistrsko delo. Ljubljana, 2002. 84 str.
30. Peterson Rein, Silver Edwaed A.: Decision systems for Inventory Management and Production Planning. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1979. 799 str.
31. Pierskalla William P.: An inventory problem with obsolescence. Naval Resources Logistics Quartrly, 16(1969), str. 217-228.
32. Potočnik Vekoslav: Poslovanje trgovskih podjetij. Ljubljana: Ekonomska fakulteta, 2001. 172 str.
33. Pučko Danijel: Planiranje in kontrola. Ljubljana: Ekonomska fakulteta, 2006. 165 str.
34. Ravichandram N.: Stochastic analysis of a continuous review perishable inventory system with positive lead time and poisson demand. European Journal of Operational Research, 84(1995), str. 444-457.
35. Russell Roberta S., Taylor Bernard W.: Operations Management – Focusing on Quality and Competitiveness. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1998. 837 str.
36. Schroeder Roger G.: Operation Management – Decision Making in the Operations Function. Singapore: McGraw – Hill Book Co., 1993. 848 str.

37. Schroeder Roger G.: Operation Management – Contemporary Concepts and Cases. McGraw – Hill Book Co., 2004. 520 str.
38. Shogan W. Andrew: Management Science. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1988. 823 str.
39. Song Jing-Sheng, Zipkin Paul H.: Managing Inventory with the prospect of obsolence. Operations Research, 44(1996), 1, str. 215-223.
40. Song Yuyue, Lau Hoong Chuin: A periodic-reviev inventory model with application to the continuous-review obsolescence problem. European Journal of Operational Research, 159(2004), str. 110-120.
41. Tekavčič Metka: Obvladovanje stroškov. Ljubljana: Gospodarski vestnik, 1997. 193 str.
42. Turk Ivan, Kavčič Slavka, Kokotec-Novak Majda: Poslovodno računovodstvo. Ljubljana: Zveza računovodij, finančnikov in revizorjev Slovenije, 2003. 856 str.
43. Van Delft Ch., Vial J.P.: Discounted costs, obsolescence and planned stockouts with the EOQ formula. International Journal of Production Economics, 44(1996), 3, str. 255-265.
44. Vidav Ivan: Višja matematika. Ljubljana: Državna založba Slovenije, 1987. 480 str.
45. Waters Donald: Inventory Control and Management. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2003. 391 str.
46. Wild Tony: Best Practice in Inventory Management. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1997. 226 str.
47. Winston Wayne L.: Operations Research: Applications and Algorythms. Belmont: Brook/Cole – Thomson Learning, 2004. 1418 str.

VIRI

1. Bronštejn I. N. et al.: Matematični priročnik. Ljubljana: Tehniška založba Slovenije, 1997. 967 str.
2. Gričar Jože: Poslovni informacijski sistem, Študijsko gradivo.[URL: http://ecom.fov.uni-mb.si/Studenti/Predmeti/Gradiva/Gradivo-PIS.pdf], 10.9.2006.
3. Priročnik za izdelavo analize stroškov in koristi investicijskih projektov. Ljubljana: Služba Vlade RS za strukturno politiko in regionalni razvoj, 2004. 136 str.
4. Slovenski računovodski standardi. Ljubljana: Zveza računovodij, finančnikov in revizorjev Slovenije, 2006. 273 str.

PRILOGE

Priloga 1: Oznake

q količina naročila

q_t količina naročila v času t

q_i količina naročila v stanju i

q_{var} varnostna zaloga

K povprečni stroški v časovnem obdobju

K_t povprečni stroški v časovnem obdobju, ki jih izračunamo v času t

c_p stroški naročila

c_h stroški skladiščenja enote blaga v časovnem obdobju (enem letu)

c_n nabavni stroški enote blaga

c_o stroški zastaranja enote blaga

c_d stroški delnega zastaranja enote blaga

π stroški odložene prodaje enote blaga v časovnem obdobju (enem letu)

p čista iztržljiva cena enote blaga

λ letna stopnja povpraševanja

λ_i letna stopnja povpraševanja, ko je sistem v stanju i

r točka ponovnega naročila (signalna zaloga)

r_i signalna zaloga, ko je sistem v stanju i

τ dobavni odlog

T obdobje med dvema dobavama (cikel)

T_1 obdobje založenosti v ciklu (T)

T_2 obdobje nezaloženosti v ciklu (T)

v največje celo število, ki označuje število ciklov v obdobju dolžine ζ

s količina zalog ob dobavi, ki jo prodamo z odlogom

s_t količina zalog ob dobavi v času t, ki jo prodamo z odlogom

S raven zalog ob dobavi v primeru odloženih prodaj

S_t raven zalog ob dobavi v času t v primeru odloženih prodaj

$\xi(x,r)$ raven zalog ob novi dobavi, ki je odvisna od povpraševanja v dobavnem odlogu (x) in signalne zaloge (r)

$\eta(x,r)$ obseg odloženih prodaj, ki je odvisen od povpraševanja v dobavnem odlogu (x) in signalne zaloge (r)

μ pričakovano povpraševanje v dobavnem odlogu

σ_μ standardni odklon povpraševanja v dobavnem odlogu

ρ	diskontna stopnja
$e^{-\rho t}$	diskontni faktor pri dani diskontni stopnji (ρ) in danem prihodnjem času (t)
$\bar{s}$	obdobje 'dolžine' $\bar{s}$ znotraj dobe zadovoljive velikosti povpraševanja
$\hat{P}$	konstantna verjetnost zastaranja zalog za enoto časovnega obdobja
$\hat{P}_t$	pogojna verjetnost zastaranja zalog za cikel v času t
$G(y)$	porazdelitvena funkcija dobe zadovoljive velikosti povpraševanja (y)
$g(y)$	verjetnostna gostota dobe zadovoljive velikosti povpraševanja (y)
X_t	vrednost slučajne spremenljivke v času t
$\hat{S}$	množica stanj v markovski verigi
$\hat{s}$	število stanj v markovski verigi
P	prehodna matrika reda $\hat{s} \times \hat{s}$
p_{ij}	pogojna verjetnost prehoda iz stanja i v stanje j
$P_{ij}(n)$	verjetnost prehoda v n korakih iz stanja i v stanje j
$\tilde{q}$	vektor verjetnostne porazdelitve začetnih stanj v markovski verigi
$\tilde{\pi}$	vektor ravnotežne porazdelitve stanj v markovski verigi
Q	matrika prehodov med $t_1, t_2, \ldots, t_{\hat{s}-m}$ minljivimi stanji
R	matrika prehodov med $t_1, t_2, \ldots, t_{\hat{s}-m}$ minljivimi in $a_1, a_2, \ldots, a_m$ absorbirajočimi stanji
I	enotska matrika
0	ničelna matrika
F	fundamentalna matrika minljivih stanj
f_{ij}	povprečni čas bivanja v stanju j, če je bila veriga na začetku v stanju i
$\hat{F}$	prilagojena matrika povprečnih časov bivanja v posameznih minljivih stanjih
G	matrika verjetnostne porazdelitve povpraševanja v dobavnem odlogu
g_{ij}	vrednost slučajne spremenljivke x_j v stanju i
H	prilagojena matrika verjetnostne porazdelitve povpraševanja v dobavnem odlogu glede na verjetnosti prehodov v naslednja stanja
h_{ij}	vrednost slučajne spremenljivke x_j v stanju i glede na verjetnosti prehodov v naslednja stanja

Priloga 2: Slovarček prevodov angleških izrazov

Absorbing state – absorbirajoče stanje
Backorders – odložene prodaje
Economic Order Quantity Model – model ekonomične količine naročanja
Economic Production Quantity Model – model ekonomične količine proizvodnje
Demand lifetime – doba zadovoljive velikosti povpraševanja
Deterioration – uničenje
Holding Costs – stroški skladiščenja
Inventory management information system – informacijski sistem za upravljanje z zalogami
Lead time – dobavni odlog
Lead time demand – povpraševanje v dobavnem odlogu
Material Requirements Planning – model planiranja materialnih potreb
Obsolescence – zastaranje
Performance targets – zastavljeni dosežki
Periodic state – periodično stanje
Perishability – pokvarljivost
Procurement Costs – stroški naročanja
Product life cycle – življenjski cikel izdelka
Reorder point – točka ponovnega naročila
Recurrent state – povrnljivo stanje
Stockout Costs – stroški nezaloženosti
Transient state – prehodno stanje