

UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

MAGISTRSKO DELO

**MEDLETNO IZRAČUNAVANJE ŠKODNIH REZERVACIJ:
KRITIČNA ANALIZA IN IZBIRA NAJBOLJŠE METODE
S POMOČJO SIMULACIJE**

LJUBLJANA, NOVEMBER 2005

BARBARA LAKNER

IZJAVA

Študentka Barbara Lakner izjavljam, da sem avtorica tega magistrskega dela, ki sem ga napisala pod mentorstvom prof. ddr. Ludvika Bogataja in skladno s 1. odstavkom 21. člena Zakona o avtorskih in sorodnih pravicah dovolim objavo magistrskega dela na fakultetnih spletnih straneh.

V Ljubljani, dne 10. 11. 2005

Podpis: Barbara Lakner

KAZALO

UVOD	1
1. OSNOVNI POJMI IN POVEZAVE	2
1.1 Podrobneje o škodnih rezervacijah	2
1.2 Vpliv škodnih rezervacij na izkaz poslovnega izida in bilanco stanja za premoženjska zavarovanja	5
1.3 »Best estimate« in »provision« (najboljša ocena in rezervacija)	6
2. OSNOVNE METODE: PREGLED, PRIMERJAVA IN KRITIČNA ANALIZA	7
2.1 Uvod	7
2.2 Podatki za numerične primere	8
2.3 Projekcija rešenih škod z metodo veriženja	9
2.3.1 Določanje repov in glajenje	10
2.3.2 Trendi pri količnikih razvoja	10
2.4 Popis škodnih rezervacij in projekcija prijavljenih škod	11
2.4.1 Projekcija prijavljenih škod z metodo veriženja	11
2.4.2 Projekcija popisa škodnih rezervacij	13
2.5 Projekcija škodnih količnikov	15
2.5.1 Naivna metoda	15
2.5.2 Bornhuetter-Fergusonova metoda (BF metoda)	15
2.5.3 Modificirana BF metoda	17
2.5.4 Cape Cod metoda	17
2.5.5 Benktanderjeva oziroma iterirana BF metoda	17
2.5.6 Projekcija sprememb škodnih količnikov	20
2.5.7 Projekcija škodnih količnikov z metodo veriženja	21
2.6 Projekcija števila škod in povprečne škode	22
2.6.1 Projekcija števila rešenih škod in povprečne rešene škode z metodo veriženja	22
2.6.2 Projekcija števila prijavljenih škod in povprečne prijavljene škode z metodo veriženja	24
2.6.3 Razmerje med številom rešenih in številom prijavljenih škod	24
2.6.4 Izpostavljenost riziku in škodna pogostnost	25
2.7 Metode za izračun rezervacije za naknadno prijavljene škode (IBNR)	26
2.7.1 IBNR kot preostali člen	26
2.7.2 Posredno izračunavanje IBNR	26
2.7.3 Tarbellova metoda	27
2.7.4 Izračun IBNR na podlagi števila naknadno prijavljenih škod in povprečne naknadno prijavljene škode	27
2.8 Vpliv inflacije na izračun škodnih rezervacij	28
2.8.1 Uvod	28
2.8.2 Inflacija pri metodi veriženja	29
2.8.3 Metoda separacije	32
2.9 Primerjava rezultatov in kritična analiza	36
3. PRIKAZ MERIL ZA IZBIRO METODE NA OSNOVI AKTUARSKIH IZKUŠENJ	41
3.1 Uvod	41

3.2 Podatki	41
3.3 Izpolnjenost predpostavk	41
3.4 Zadostnost škodnih rezervacij	42
3.5 Stabilnost škodnih rezervacij	43
3.6 Varianca škodnih rezervacij	44
3.7 Analiza občutljivosti metode	44
3.8 Kompleksnost računanja škodnih rezervacij	44
3.9 Razložljivost sprememb v stanjih škodnih rezervacij	44
4. ŠKODNE REZERVACIJE MED LETOM IN NA KONCU LETA	44
4.1 Sezonski vplivi na škodno dogajanje	44
4.2 Določanje škodnih rezervacij med letom ob koncu četrtnetij in na koncu leta	48
4.2.1 Določanje škodnih rezervacij med letom: četrtnetne kohorte in četrtnetni faktorji razvoja škod	49
4.2.2 Določanje škodnih rezervacij med letom na podlagi drsečih let	53
4.2.3 Določanje škodnih rezervacij med letom na podlagi škodnih rezervacij na koncu preteklega leta in škodnega dogajanja v tekočem letu	55
4.3 Primerjava rezultatov in kritična analiza	61
5. SIMULACIJA ŠKODNEGA DOGAJANJA IN RAČUNANJE ŠKODNIH REZERVACIJ	62
5.1 Uvod	62
5.2 Modeli za simulacijo škodnega dogajanja	63
5.2.1 Modeli, kjer generiramo posamično škodo in razporejamo agregate po obdobjih razvoja škode	63
5.2.2 Model, kjer vsako škodo v celoti posamično obravnavano	64
5.2.3 Model, kjer generiramo agregatne škode	65
5.3 Opis simulacije za naš primer	65
5.3.1 Model škodnega dogajanja	66
5.3.2 Simulacija	68
5.3.3 Rezultati simulacije	69
6. IZBIRA METODE ZA NAŠ PORTFELJ	78
SKLEP	79
LITERATURA	82
VIRI	84
PRILOGE	
Priloga 1: OZNAKE	1
Priloga A: PODATKI	2
Priloga B: IZRAČUNI ŠKODNIH REZERVACIJ ZA NAŠ PRIMER	11
Priloga C: POVPREČJE SIMULIRANIH PODATKOV ZA 500 SIMULACIJ	39
Priloga D: REZULTATI SIMULACIJ	42

UVOD

V zavarovalništvu so *škodne rezervacije na določen dan* ocena obveznosti zavarovalnice za škode, ki so nastale do tega dne, ne glede na to, ali so škode zavarovalnici že prijavljene ali ne. V bilanci stanja nastopajo škodne rezervacije med obveznostmi, v izkazu poslovnega izida pa nastopa sprememba škodnih rezervacij med odhodki.

Posebej velja poudariti, da gre pri škodnih rezervacijah *za oceno* obveznosti zavarovalnice in sicer tako za prijavljene kot za nastale neprijavljene škode (The Faculty and Institute of Actuaries, 1989, str. 2A.1). Pri prijavljenih škodah v veliki večini primerov še niso znani vsi podatki, na podlagi katerih bi lahko vedeli za točno višino škode na določen dan (npr. ni bil še napravljen ogled in cenitev škode, pri osebnih škodah še ni zaključeno zdravljenje, v skrajnem primeru ne moremo predvideti izida tožbe, ipd.), pri nastalih neprijavljenih škodah pa si tako ali tako ne moremo pomagati z drugim kot s podatki o preteklem škodnem dogajanju (Taylor, 2000, str. 7).

Po podatkih Slovenskega zavarovalnega združenja za leto 2003 (Statistični zavarovalniški bilten 2004, str. 18) so znašale čiste škodne rezervacije vseh zavarovalnic v Sloveniji za neživljenjska zavarovanja 95,7 mrd SIT (stanje 31.12.2003), kar je 48,5% čistih premij, fakturiranih v letu 2003, oziroma 67,3% čistih škod, likvidiranih v istem letu.

Škodne rezervacije so torej pomembna postavka v bilanci stanja in njihovo stanje je posebej skrbno proučevano pri vrednotenju zavarovalnice, ki se opravlja npr. v primeru prodaje oz. nakupa zavarovalnice, v primeru združevanja zavarovalnic in pri nas v zadnjem času za potrebe lastninjenja zavarovalnice (The Faculty and Institute of Actuaries, 1989, str. 2A.3 in Močivnik, 2003, str. 7). Škodne rezervacije so pomembne tudi v izkazu poslovnega izida, saj lahko že nekajprocentna sprememba pri škodnih rezervacijah dobiček podvoji ali pa ga povsem izniči. Samo za ilustracijo – čisti izid iz rednega poslovanja za leto 2003 predstavlja le slabe 3% stanja čistih škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 (za vse slovenske zavarovalnice skupaj za neživljenjska zavarovanja - podatki Slovenskega zavarovalnega združenja: Statistični zavarovalniški bilten 2004, str. 19).

Po zakonu o zavarovalništvu so zavarovalnice dolžne izračunavati škodne rezervacije na koncu vsakega četrletja, medtem ko sama metoda ni predpisana. Izbira metode je prepuščena posamezni zavarovalnici oziroma njenemu aktuarju, kar je tudi prav, saj ni univerzalne metode, ki bi bila brez prilagoditve primerna za vse portfelje (Hart, Buchanan, Howe, 1996, str. 361). Če pride do spremembe metode, pa je treba o tem poročati v poročilu pooblaščenega aktuarja in učinke spremembe razkriti v letnem poročilu zavarovalnice.

Zaradi zakonskih zahtev torej zavarovalnice izračunavajo škodne rezervacije četrletno, večina zavarovalnic pa poleg tega pripravlja tudi izkaze poslovnega izida. Še posebej pomemben je izkaz poslovnega izida za prva tri četrletja, ki naj bi bil tudi pokazatelj, kakšen bo izkaz poslovnega izida na koncu leta. Vendar se lahko zgodi, da metoda za izračunavanje škodnih rezervacij, ki daje na koncu leta zadovoljive rezultate, za računanje škodnih rezervacij med letom ni primerna in izid poslovanja iz četrletja v četrletje močno zaniha samo zaradi metode in ne zaradi škodnega dogajanja.

Zaradi vsega navedenega je že izbira ustrezne metode za računanje škodnih rezervacij na koncu leta aktuarska naloga, vredna vse pozornosti: ni namreč univerzalne metode, ki bi bila

primerna za vse portfelje, niti ni rečeno, da je metoda, ki se je v preteklosti izkazala za primerno, avtomatsko ustrezna tudi za naprej. Naslednji aktuarjev korak pa je presoja, ali se da izbrano metodo uporabljati tudi med letom in ali so za to potrebne kakšne prilagoditve izbrane metode. Pri tem je treba upoštevati, da škodno dogajanje med letom zaradi sezonskih vplivov ni enakomerno, prav tako pa je treba upoštevati tudi dinamiko reševanja škod (npr. upočasnitev reševanja škod poleti, ko je čas dopustov in pospešitev reševanja škod pred koncem leta).

Tako bomo preizkusili najbolj uveljavljene deterministične metode za izračun škodnih rezervacij, kako se izkažejo pri izračunavanju škodnih rezervacij med letom. Pri tem bo v pomoč domača in tuja strokovna literatura ter praktične izkušnje iz aktuarskega dela. Na voljo je dokaj obširna tuja aktuarska literatura za izračunavanje škodnih rezervacij na koncu leta (seznam literature s tega področja je v Schmidt, 2003), medtem ko je računanje škodnih rezervacij med letom komajda kje omenjeno.

Preizkusi bodo opravljeni na modelu portfelja, ki po značilnostih ustreza zavarovanju avtomobilske odgovornosti.

Predstavljena bodo merila za izbiro metode na osnovi aktuarskih izkušenj. Pri izbiri metode je namreč treba upoštevati tako razpoložljivost podatkov in izpolnjenost predpostavk za posamezno metodo, kot tudi zadostnost škodnih rezervacij, stabilnost metode, varianco in ne nazadnje razložljivost sprememb v stanjih škodnih rezervacij.

V posebnem poglavju bodo predstavljeni sezonski vplivi na škodno dogajanje in prilagoditve posameznih metod na računanje škodnih rezervacij med letom.

Nazadnje bomo s pomočjo večkratne simulacije škodnega dogajanja na izbranem portfelju izbrali metodo za računanje škodnih rezervacij, ki bo še najbolj ustrezna za obravnavani model portfelja.

1. OSNOVNI POJMI IN POVEZAVE

1.1 Podrobneje o škodnih rezervacijah

Oglejmo si najprej *proces reševanja škod* in ključne dogodke, ki so tako ali drugače pomembni pri ocenjevanju škodnih rezervacij! Pri reševanju ene škode imamo opravka z naslednjimi dogodki:

<i>čas (v dnevih)</i>	<i>dogodek</i>
t_0	sklenitev oz. obnovitev zavarovalne pogodbe
t_1	nastanek škode
t_2	prijava škode zavarovalnici
t_3	zavarovalnica vključi škodo v svojo evidenco škod
t_4	plačilo škode
t_5	zaprtje škode
t_6	ponovno odprtje škode zaradi novega zahtevka
t_7	delno plačilo novega zahtevka
t_8	končno plačilo novega zahtevka
t_9	ponovno zaprtje škode

Časi dogodkov so izraženi v dnevih in med njimi velja naslednja relacija:

$$t_0 < t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq t_4 \leq t_5 < t_6 \leq t_7 \leq t_8 \leq t_9 .$$

Z dnem nastanka škode (t_1) nastopi obveznost zavarovalnice za plačilo škode, vendar zavarovalnica za to škodo še ne ve, saj lahko od nastanka do prijave škode (t_2) mine več tednov ali celo mesecev. Prijava je lahko kasnejša, ker se je škoda zgodila med prazniki, pri nezgodnih zavarovanih je pogosto, da je škoda prijavljena šele, ko je zavarovanec odpuščen iz bolnišnice in podobno. Škode so praviloma vključene v evidenco škod kot obveznost zavarovalnice še istega dne, ko je škoda prijavljena ($t_2=t_3$), vendar lahko pride do zamika, če se npr. ne da takoj ugotoviti, ali zavarovalno kritje sploh obstaja. V tem primeru škoda nima statusa prijavljene škode s stališča zavarovalnice, je pa prijavljena s strani zavarovanca. Njen status bi lahko opredelili kot *prijavljena, toda nezapisana škoda*. Po prijavi škode, ogledu in cenitvi škode pride do plačila škode (t_4), lahko je tudi več delnih plačil in nato do zaprtja škode (t_5). Takrat štejeemo, da je škoda končno rešena. Vendar lahko pride do naknadnih zahtevkov za plačilo škode. Tipičen tak primer je pri zavarovanju avtomobilske odgovornosti, kjer je v enem škodnem dogodku več oškodovancev in s tem več zahtevkov, ki običajno ne dospejo na zavarovalnico istočasno: najprej pride do zahtevka za plačilo škode na stvareh, kasneje do zahtevka za škodo na osebah. Ob naknadnem zahtevku pride torej do ponovnega odprtja škode (t_6), delnih in končnega plačila zahtevka (t_7, t_8), in ponovnega zaprtja škode (t_9).

Pri nekaterih vrstah zavarovanj se aktivnosti v zvezi s škodo nadaljujejo tudi po zaprtju škode: sledi še prodaja rešenih delov in/ali uveljavljanje regresne terjatve iz naslova subrogacije. Na primer, pri zavarovanju avtomobilskega kaska proti tatvini vozila predstavlja rešene dele naknadno najdeno vozilo, za katerega je že bila plačana zavarovalnina, zavarovatelj pa je vozilo prepustil zavarovalnici, ker se je odločil, da bo raje obdržal zavarovalnino kot da bi prevzel ukradeno vozilo in vrnil zavarovalnino zavarovalnici. Zavarovalnica tako vozilo proda in s tem zmanjša plačane škode.

V določenih primerih je zavarovalnica upravičena do povračila zavarovalnine (*regres iz naslova subrogacije* ali kratko kar *regres*); npr. pri zavarovanju potrošniških kreditov, ko zavarovalnica v primeru, da kreditjemalec preneha banki odplačevati kredit, odplača kredit banki in potem dolg v celoti ali delno regresira od kreditjemalca. Regresi se vodijo posebej, vendar po vsebini zmanjšujejo škode.

Tako za potrebe ocenjevanja škodnih rezervacij škode delimo na:

- prijavljene škode (reported claims),
- naknadno prijavljene škode (IBNR – **incurred but not reported**),
- prijavljene, toda nezapisane škode (RBNR – **reported but not recorded**),
- ne dovolj rezervirane škode (IBNER – **incurred but not enough reserved**)¹.

Kot smo že uvodoma omenili, je škodna rezervacija na določen dan ocena obveznosti zavarovalnice za škode, ki so nastale do tega dne, ne glede na to, ali so škode zavarovalnici že prijavljene ali ne. Škodna rezervacija je sestavljen iz več delov in sicer

- škodna rezervacija za nastale prijavljene škode,
- škodna rezervacija za naknadno prijavljene škode,
- škodna rezervacija za ne dovolj rezervirane škode,
- povečanje škodne rezervacije za stroške reševanja škod,

¹ Ponekod se za »ne dovolj rezervirane škode« uporablja oznaka »ne dovolj prijavljene škode« (IBNER - **incurred but not enough reported**).

- zmanjšanje škodne rezervacije za pričakovane regrese.

Tako oblikovana škodna rezervacija je *kosmata škodna rezervacija*, če jo zmanjšamo še za pozavarovalni del, dobimo *čisto škodno rezervacijo*.

Škodna rezervacija za nastale prijavljene škode se običajno določa s popisom vseh odprtih, še nerešenih škod. Za vsako škodo posebej je napravljena ocena na podlagi razpoložljivih podatkov o škodi, koliko bo še treba plačati za škodo. Tako pripravljene škodne rezervacije za prijavljene škode imenujemo tudi *škodna rezervacija po popisu* (case reserve). Medtem ko je pri vrstah zavarovanj s krajšim časom reševanja škod (npr. zavarovanje avtomobilskega kaska) ocenjevanje škodnih rezervacij za prijavljene škode enostavnejše, pa je pri odgovornostnih zavarovanjih, kjer poteka reševanje škode tudi več let, bistveno težje: marsikdaj ob prijavi škode iz avtomobilske odgovornosti ni znano niti, koliko oseb je bilo poškodovanih in koliko bo še naknadnih zahtevkov, v primeru tožbe je težko predvideti izid tožbe in oceniti, koliko bo še treba plačati za škodo in podobno. Vidimo torej, da je kar nekaj problemov pri pripravi popisa škodnih rezervacij za prijavljene škode. Če se v takih primerih postopa na enak način na podlagi navodil, je popis škodnih rezervacij pripravljen konsistentno, sicer ne.

Obstajajo še druge, pavšalne metode določanja škodnih rezervacij za prijavljene škode; za opis glej Zavarovalni statistični standard 2, 1996 in za razmislek, kateri metoda je primernejša, glej Močivnik, 2003, str. 12-18.

Škodna rezervacija za naknadno prijavljene škode (IBNR) je rezervacija za tiste škode, ki so do dne ocenjevanja škodnih rezervacij že nastale, vendar zavarovalnici še niso prijavljene. Če izrazimo še s časovnimi oznakami dogodkov pri reševanju ene škode: škodna rezervacija za naknadno prijavljene škode je rezervacija za tiste škode, za katere je $t_1 \leq T < t_2$, kjer je s T označen dan, na katerega računamo škodno rezervacijo. Po teh časovnih kriterijih ocenjeno rezervacijo za naknadno prijavljene škode bomo imenovali tudi »prava« rezervacija za naknadno prijavljene škode (true IBNR).

Posebne rezervacije za prijavljene, toda nezapisane škode (RBNR) običajno ne oblikujemo, temveč poskrbimo, da so na primeren način vključene v »pravo« rezervacijo za naknadno prijavljene škode. Če jemljemo za datum prijave škode datum zapisa škode v evidenco zavarovalnice ($t_2=t_3$), potem posebna obravnava takih škod ni potrebna. Vseeno pa je dobro preveriti, katere datume pravzaprav upoštevamo pri izračunavanju rezervacij za naknadno prijavljene škode. Na take škode je posebej opozorjeno v Priročniku za škodne rezervacije (The Faculty and Institute of Actuaries, 1989, str. II.1) in v hrvaških Merilih za izračun škodnih rezervacij (Mjerila za pričuve šteta, 2004, str. 1).

Škodne rezervacije za ne dovolj rezervirane škode (IBNER) bi lahko imenovali tudi škodne rezervacije za nadaljnji razvoj prijavljenih škod, ne glede na to, ali so v času ocenjevanja škodnih rezervacij zaključene ali ne. Kot smo že omenili pri škodnih rezervacijah za prijavljene škode, pri popisu škodnih rezervacij ne moremo upoštevati morebitnih naknadnih zahtevkov za še odprte škode, ker ne razpolagamo z ustreznimi podatki. Morebitni naknadni zahtevki za že zaključene škode pa sploh ne spadajo v popis škodnih rezervacij. Poleg tega so škodne rezervacije po popisu običajno pripravljene po cenah na dan popisa, izplačila pa bodo opravljena po cenah na dan izplačila škode, ki so običajno nekoliko višje. Škodna rezervacija po popisu torej ne zadostuje za prijavljene škode, zato oblikujemo dodatno rezervacijo za ne dovolj rezervirane škode.

»Bruto« rezervacija za naknadno prijavljene škode (IBNR): izrazoslovje pri poimenovanju posameznih komponent škodnih rezervacij ni poenoteno. Z nazivom »rezervacija za naknadno prijavljene škode« označujemo tudi razliko med celotno škodno rezervacijo (pred povečanjem za stroške reševanja škod in zmanjšanjem za pričakovane regrese) in škodno rezervacijo po popisu. V tem primeru zajamemo poleg »prave« rezervacije za naknadno prijavljene škode še morebitno rezervacijo za prijavljene, toda nezapisane škode in rezervacijo za ne dovolj rezervirane škode. Tej rezervaciji bi lahko rekli tudi »bruto« rezervacija za naknadno prijavljene škode (Course 5: Application of Basic Actuarial principles, 2002, str. 43), vendar to poimenovanje pri nas ni ravno razširjeno.

Da bo zmeda še večja, nas Priročnik za škodne rezervacije (The Faculty and Institute of Actuaries, 1989, str. 11.2) seznanja, da nekateri uporabljajo oznako IBNER za označevanje prave rezervacije za naknadno prijavljene škode skupaj z rezervacijo za ne dovolj rezervirane škode.

Kaj je z nazivom »rezervacija za naknadno prijavljene škode« (IBNR) mišljeno, je torej treba razbrati iz konteksta, najbolj pogosto pa je, da je s tem mišljena »bruto« rezervacija za naknadno prijavljene škode.

Zmanjšanje škodnih rezervacij za pričakovane regrese: škodne rezervacije je možno zmanjšati za previdno oceno pričakovanih regresov iz subrogacij in rešenega blaga (Sklep o podrobnejših pravilih in minimalnih standardih za izračun zavarovalno-tehničnih rezervacij, 2001, 7. člen). V aktuarski literaturi nisem našla niti enega prispevka, v katerem bi to zmanjšanje računali. Če upoštevamo plačane regrese iz naslova subrogacije in rešenega blaga kot škode z negativnim predznakom, potem lahko za izračun škodnih rezervacij, zmanjšanih za pričakovane regrese, uporabimo kar obstoječe metode. Vendar je po Priročniku za škodne rezervacije (The Faculty and Institute of Actuaries, 1989, str. D4.2) bolj običajno, da izračunamo škodne rezervacije brez upoštevanja pričakovanih regresov in jih naknadno zmanjšamo za previdno oceno za pričakovane regrese.

Povečanje škodnih rezervacij za stroške reševanja škod: stroške reševanja škod delimo na direktne in indirektno stroške.

Direktni stroški reševanja škod (ALAE – **allocated loss adjustment expenses**) so tisti stroški, ki jih lahko alociramo na konkretno škodo, npr. stroški zunanjih izvedencev za cenitev škod, zunanji odvetniki, sodne takse. Te stroške lahko pri računanju škodnih rezervacij obravnavamo posebej (Wiser, 1996, str. 217), lahko pa jih vključimo k podatkom o rešenih škodah in jih obravnavamo skupaj z rešenimi škodami.

Indirektni stroški reševanja škod (ULAE - **unallocated loss adjustment expenses**) so tisti stroški reševanja škod, ki jih ne moremo alocirati na posamezno škodo, npr. plače cenilcev in likvidatorjev škod, ki so zaposleni na zavarovalnici, drugi stroški škodnih oddelkov, informacijska podpora in podobno. Delež indirektnih stroškov reševanja škod v škodnih rezervacijah je običajno enak deležu stroškov reševanja v rešenih škodah (Ellis et al., 1997, Unit 10, str. 25).

1.2 Vpliv škodnih rezervacij na izkaz poslovnega izida in bilanco stanja za premoženjska zavarovanja²

Kot smo že uvodoma omenili, nastopajo čiste škodne rezervacije v bilanci stanja med obveznostmi zavarovalnice. Hkrati pa mora imeti zavarovalnica kritno premoženje najmanj v

² Enako velja tudi za življenjska in zdravstvena zavarovanja, vendar se zaradi nekoliko drugačnega izrazoslovja omejimo na premoženjska zavarovanja.

višini čistih zavarovalno-tehničnih rezervacij, kamor spadajo tudi škodne rezervacije (Zakon o zavarovalništvu, 2004, 120. člen). Povečanje škodnih rezervacij pomeni, da se mora ustrezno povečati tudi kritno premoženje, ki pa mora biti naloženo in razpršeno v skladu s predpisi (Sklep o vrstah in lastnostih kritnega premoženja, 2003). Škodne rezervacije so običajno izračunane v enem mesecu po dnevnu, na katerega se nanašajo, stanje naložb kritnega premoženja pa mora biti ustrezno že prej, že na dan, na katerega se škodne rezervacije nanašajo. Tako so potrebne tudi napovedi višine škodnih rezervacij.

V izkazu poslovnega izida nastopa sprememba čistih škodnih rezervacij med odhodki in sicer v postavki "čisti odhodki za škode". Povečanje škodnih rezervacij v primerjavi s stanjem škodnih rezervacij na začetku opazovanega obdobja pomeni višje odhodke za škode in s tem za toliko manjši dobiček. Zato je važno, da uporabljamo stabilno metodo za izračunavanje škodnih rezervacij.

Prava višina škodnih rezervacij je pomembna tudi pri kalkulaciji premije. Dogajanje v posamezni vrsti zavarovanj lahko spremljamo tudi tako, da za zavarovanja, sklenjena v določenem obdobju, primerjamo med sabo premije in škode iz teh zavarovanj (rešene škode in škodne rezervacije). Če so škodne rezervacije previsoke, lahko pridemo do napačnega sklepa, da je premija prenizka oz. da jo je treba povišati. Zaradi tega lahko postanemo nekonkurenčni in izgubimo zavarovance. In obratno, če je premija prenizka, to na dolgi rok vodi v propad zavarovalnice.

1.3 »Best estimate« in »provision« (najboljša ocena in rezervacija)

Kot smo že uvodoma poudarili, je škodna rezervacija *ocena* obveznosti zavarovalnice za že nastale škode. Pri oceni pa gre vedno za neko stopnjo negotovosti, ali bo škodna rezervacija zadoščala ali ne. Pri škodnih rezervacijah gre za nasprotujoče si interese: če hočemo čimvečji dobiček tekočega leta, potem bi morale biti škodne rezervacije manjše, za zagotavljanje varnosti zavarovalnice na daljši rok in varnosti zavarovancev pa bi škodne rezervacije morale biti večje in bolj previdno ocenjene.

V zvezi s tem se pojavlja izraz »*best estimate*« - najboljša ocena škodnih rezervacij, za katero pa ni ene same matematične opredelitve. Intuitivno je to »najboljša aktuarska ocena na podlagi razpoložljivih informacij« (Buchanan, 1998, str.11), oziroma »nediskontirana, nepristranska, brez varnostnih faktorjev pripravljena ocena, izračunana kot uteženo povprečje vseh možnih izidov, kjer so uteži verjetnosti teh izidov« (Blum, Otto, 1998, str.55). Po priročniku za škodne rezervacije (The Faculty and Institute of Actuaries, 1989, str. A1.2) je najboljša ocena opredeljena kot mediana oz. ocena škodne rezervacije, za katero je 50% verjetnost, da bo zadostovala za kritje obveznosti iz naslova nastalih škod in prav toliko, da ne bo zadostna. Hart, Buchanan, Howe, 1996, str. 383 opredelijo »best estimate« tudi kot pričakovano vrednost obveznosti (matematično upanje). V literaturi je več prispevkov, kako iz več enakovrednih izračunov izbrati najboljšega; nekaj o tem je v Struzzieri, Hussian 1998.

Poleg najboljše ocene škodnih rezervacij pa obstaja še pojem »*provision*« - rezervacija, ki jo oblikujemo za kritje obveznosti za že nastale škode in ki ji ustreza določeno kritno premoženje. Po Hart, Buchanan, Howe, 1996, str. 385 naj bi znašala 110%-120%, za nestabilne portfelje pa tudi do 200% najboljše ocene škodnih rezervacij. Vendar to velja v Avstraliji, kjer imajo bolj določne standarde in predpise za to področje.

V naši trenutno veljavni zakonodaji ni takega eksplicitnega razlikovanja – govora je samo o škodnih rezervacijah kot oceni obveznosti za nastale škode. Vendar je nek varnostni faktor le vgrajen: diskontiranje škodnih rezervacij je možno le, »če je pričakovano povprečno obdobje med dnevom poravnave obveznosti in dnevom vrednotenja najmanj 4 leta« in zmanjšanje

škodnih rezervacij za regrese iz naslova subrogacije mora biti ocenjeno na osnovi previdnih ocen (Sklep o podrobnejših pravilih in minimalnih standardih za izračun zavarovalno-tehničnih rezervacij, 2001, 7. člen). Vendar lahko pričakujemo spremembe tudi pri nas: Upravni odbor za mednarodne računovodske standarde pripravlja standard, po katerem naj bi bile škodne rezervacije izračunane "po najboljši oceni z upoštevanjem določene mere tveganja" (Gorišek, 2005, str. 24).

2. OSNOVNE METODE: PREGLED, PRIMERJAVA IN KRITIČNA ANALIZA

2.1 Uvod

Aktuar naj bi preizkusil več metod za računanje škodnih rezervacij, preden bi izbral najboljšo metodo za svoj portfelj in ob uporabi morebitnih korekcij izračunal škodno rezervacijo. Pri tem bi moral upoštevati faktorje, ki so vplivali na preteklo škodno dogajanje (npr. inflacija cen) in faktorje, ki lahko vplivajo na razvoj škod v bodoče (spremembe v velikosti in sestavi portfelja glede na vrste zavarovanj; spremembe zavarovalnih pogojev, predvsem če gre za nove vključitve oz. izključitve iz zavarovalnega kritja; spremembe v postopkih pri reševanju in računalniškem spremljanju škod; spremembe franšiz, zavarovalnih vsot in premijskih stopenj; spremembe navodil za določanje škodnih rezervacij po popisu; inflacijo cen, škod; spremembe menjalnih tečajev in pogojev nalaganja sredstev; spremembe zakonodaje in sodne prakse, ki vplivata na višino izplačil, poleg tega pa ne smemo izključiti možnosti takoimenovanih latentnih škod – npr. azbestoza pri odgovornostnih zavarovanjih delodajalcev, kjer je od nastanka škode do pojavitve bolezni in prijave škode minilo več kot 10 let, podobno je pri zavarovanju odgovornosti davčnih svetovalcev in odvetnikov, kjer lahko mine več let od sklenitve zavarovanja do prijave škode).

Pri ocenjevanju škodnih rezervacij v celoti je pomemben podatek o višini *škodnih rezervacij po popisu* za prijavljene škode. Nujen je predvsem za izjemno velike škode in tiste škode, ki se rešujejo dlje časa, medtem ko so *statistične metode* (računske) primernejše za portfelje z večjim številom škod, ki po velikosti ne odstopajo dosti od povprečja (več o tem v Taylor, 2000, str. 44). Z izrazom »statistične metode« mislimo na metode, s katerimi na podlagi podatkov o preteklem škodnem dogajanju z razmeroma preprostimi računskimi postopki izračunamo škodne rezervacije in pri tem upoštevamo morebitne prilagoditve podatkov o preteklem škodnem dogajanju na sedanje stanje.

Z *osnovnimi metodami* bomo poimenovali vse tiste deterministične in aktuarsko uveljavljene metode za računanje škodnih rezervacij, po katerih izračunamo škodno rezervacijo iz podatkov o preteklem škodnem dogajanju z razmeroma preprostimi računskimi postopki in morebitnimi prilagoditvami podatkov na sedanje stanje ter korekcij na podlagi zunanjih informacij o škodnem dogajanju.

Izpeljane metode dobimo iz osnovnih metod z njihovim kombiniranjem (tudi z linearno kombinacijo rezultatov večih metod), s prilagoditvami podatkov za inflacijo, z uporabo teh metod na drugi vrsti podatkov (npr. namesto na rešenih uporabimo metodo na prijavljenih škodah) in podobno.

Stohastične metode so nadgradnja determinističnih metod (npr. za metodo veriženja glej Mack, 1994). S predstavitvijo škodnega dogajanja s slučajnimi spremenljivkami pridobimo poleg matematičnega upanja škodnih rezervacij še standardno deviacijo škodne rezervacije in intervale zaupanja, medtem ko nam dajo deterministične metode le en rezultat, ki je bolj ali

manj blizu potrebni škodni rezervacij. Prednost stohastičnih metod je tudi, da so predpostavke eksplicitno izražene. Naštejmo še nekaj slabosti: v stohastični model je težje vključiti zunanje informacije o bodočem škodnem dogajanju, računanje je zahtevnejše, bolj kompleksno in zunanjim uporabnikom je težje razložiti rezultate.

Ne glede na to, katero metodo izberemo za računanje škodnih rezervacij, pa je uporaba katere izmed osnovnih metod potrebna vsaj za primerjavo. Relativna preprostost modela nam da dober pregled nad faktorji, ki vplivajo na končni rezultat in nam da možnost za presojo »po zdravi pameti«. Poleg tega ne moremo pričakovati, da nam bo stohastična metoda rešila problem, ki ga ne znamo rešiti z deterministično metodo (England, Verrall, 2002, str. 2). Zato se bomo v tem poglavju posvetili osnovnim metodam in njihovim izpeljankam ter opazovanju, kako se obnesejo pri medletnem izračunavanju škodnih rezervacij (4. in 5. poglavje). Večino teh metod najdemo v Van Eeghen, 1981; v Priročniku za izračun škodnih rezervacij (The Faculty and Institute of Actuaries, 1989); v Wisser, 1996; Hart, Buchanan, Howe, 1996; Hossack, Pollard, Zenwirth, 1999 in v Taylor, 2000.

2.2 Podatki za numerične primere

Metode bomo preizkušali tudi na številskem vzorcu, ki se nanaša na zavarovanje avtomobilske odgovornosti. Podatki so spremenjeni tako, da ohranjajo značilnosti zavarovalne vrste in relativna razmerja, števila in zneski pa niso pravi. Natančneje, posamezen podatek x iz vzorca je izračunan takole:

$$x = (\alpha x_1 + \beta x_2)(1 + 0.05\varepsilon),$$

kjer sta α in β izbrana parametra, x_1 se nanaša na zavarovanje avtomobilske odgovornosti in x_2 na sorodno zavarovalno vrsto AO-plus, ε pa je vrednost standardizirano normalno porazdeljene slučajne spremenljivke.

Podatki se nanašajo na obdobje štirih let in so razporejeni po četrletjih. Tako imamo podatke o številu zavarovanih objektov, zasluženih premiji, številu prijavljenih in rešenih škod, zneskih rešenih škod in zneskih škodnih rezervacij po popisu na koncu vsakega četrletja v opazovanem obdobju. Podatki, ki se nanašajo na škode, so urejeni po četrletjih nastanka in četrletjih razvoja škode. Podatki so prikazani v Prilogi A.

Za ilustracijo si oglejmo, kako so urejeni podatki o zneskih rešenih škod $C(i,j)$, $i,j = 0,1,\dots,I$, kjer je $C(i,j)$ je znesek rešenih škod za škode, ki so nastale v obdobju i , rešene pa so bile v obdobju j . (V našem primeru je obdobje enako četrletju). Tako se npr. zneski na zadnji diagonali $C(0,I)$, $C(1,I-1),\dots,C(I-1,1)$ in $C(I,0)$ nanašajo na izplačila v zadnjem koledarskem obdobju.

Obdobje nastanka škode	Obdobje razvoja škode						
	0	1	2	3	...	I-1	I
0	$C(0,0)$	$C(0,1)$	$C(0,2)$	$C(0,3)$...	$C(0,I-1)$	$C(0,I)$
1	$C(1,0)$	$C(1,1)$	$C(1,2)$	$C(1,3)$...	$C(1,I-1)$	
2	$C(2,0)$	$C(2,1)$	$C(2,2)$	$C(2,3)$			
...	...						
...	...						
I-1	$C(I-1,0)$	$C(I-1,1)$					
I	$C(I,0)$						

(2.0)

Škode, ki so nastale v posameznem obdobju in jim ustreza vrstica v gornji tabeli, bomo imenovali tudi *kohorta škod*.

2.3 Projekcija rešenih škod z metodo veriženja³

Vzemimo podatke o rešenih škodah, urejene po obdobjih nastanka in obdobjih razvoja škode: $C(i, j)$, kjer je $i, j = 0, 1, \dots, I$. Kumulativne zneske rešenih škod označimo kot

$$D(i, j) := \sum_{m=0}^j C(i, m) \quad (2.1)$$

kjer imamo izražen skupen znesek rešenih škod za škode, nastale v obdobju i in rešene do konca obdobja j .

Faktorji razvoja škod so definirani

$$f(i, j) := D(i, j+1)/D(i, j), \quad i=0, 1, \dots, I-1; \quad j=0, 1, \dots, I-1. \quad (2.2)$$

Povprečne faktorje razvoja škod lahko izračunamo kot uteženo povprečje faktorjev razvoja

$$f(j) := \frac{\sum_{i=0}^{I-1-j} D(i, j) f(i, j)}{\sum_{i=0}^{I-1-j} D(i, j)} = \frac{\sum_{i=0}^{I-1-j} D(i, j+1)}{\sum_{i=0}^{I-1-j} D(i, j)}. \quad (2.3)$$

S faktorjem $f(I)$ izrazimo pričakovani nadaljnji razvoj škod po obdobju I . V aktuarski literaturi je faktor $f(I)$ imenovan tudi *rep*.

Kumulativni faktorji razvoja škod so

$$g(j) := \prod_{m=j}^I f(m). \quad (2.4)$$

Sedaj ocenimo, kakšne bodo dokončne kumulativno rešene škode $\hat{D}(i, \infty)$ za posamezno obdobje nastanka škod i , oziroma kakšna je škodna rezervacija $\hat{P}(i, j)$ na koncu obdobja j :

$$\hat{P}(i, j) = \hat{D}(i, \infty) - D(i, j), \quad \text{kjer je } j=I-i \quad (2.5)$$

in je

$$\hat{D}(i, \infty) = g(j)D(i, j). \quad (2.6)$$

Na koncu naredimo se seštevek škodnih rezervacij $\hat{P}(i, I-i)$ po obdobjih nastanka škode in dobimo skupno škodno rezervacijo

$$\hat{P} = \sum_{i=0}^I \hat{P}(i, I-i). \quad (2.7)$$

Povprečni faktor razvoja škod lahko izračunamo tudi drugače – kot

- navadno povprečje $f(j) = \frac{1}{I-j} \sum_{i=0}^{I-1-j} f(i, j)$,
- minimum $f(j) = \min(f(i, j), i=0, 1, \dots, I-1)$,
- maksimum $f(j) = \max(f(i, j), i=0, 1, \dots, I-1)$,
- upoštevamo uteženo povprečja za nekaj zadnjih obdobj nastanka škode,
- navadno povprečje, kjer sta največji in najmanjši faktor razvoja izpuščena in
- z upoštevanjem trendov pri faktorjih razvoja škod.

Po Macku, 1989, str. D 68 je uteženo povprečje (2.3) najbolj ustrezno; izbira drugih povprečij je odvisna od aktuarske presoje in drugih informacij o preteklem škodnem dogajanju. Testiranje, ali so podatki primerni za izračun faktorjev razvoja škod, je opisano prav tam in v

³ V aktuarski literaturi se je za to metodo uveljavilo ime "chain ladder", med slovenskimi aktuarji pa tudi naziv "metoda po trikotnikih". Po priločniku za izračun škodnih rezervacij (The Faculty and Institute of Actuaries, 1989, str. E8.3) se ta metoda imenuje »link ratio« in le v posebnem primeru, ko so povprečni faktorji razvoja škod izračunani po (2.3), uporabljajo naziv »chain ladder«.

Venter, 1998. Zanimiv je tudi prispevek, po katerem dobimo bolj nepristranske faktorje razvoja, če iz povprečja izpustimo največji in najmanjši faktor (Wu, 1999).

Primer 1:

V tabeli A.2 (priloga A, str. 3) so prikazani zneski rešenih škod $C(i,j)$, v tabeli A.3 (priloga A, str. 4) kumulativni zneski rešenih škod $D(i,j)$, v tabeli B.1 (priloga B, str. 11) so faktorji razvoja škod in v tabeli B.2 (priloga B, str. 12) izračun škodnih rezervacij.

Konec primera.

2.3.1 Določanje repov in glajenje

Če podatki o razvoju škod niso popolni, to je, če tudi za najstarejšo kohorto pričakujemo še nadaljnji razvoj škod, nadaljevanje razvoja škod izrazimo s faktorjem $f(I)$ (rep) in tako ustrezno povečamo kumulativni faktor razvoja škod $g(j)$. V nadaljevanju označimo rep $f(I)$ z r . Z uvedbo repa r povečamo oceno dokončno kumulativno rešenih škod $\sum_{i=0}^I \hat{D}(i, \infty)$ za

$100(r-1)\%$, še bolj pa zaradi tega povečamo škodno rezervacijo $\sum_{i=0}^I \hat{P}(i, I-i)$.

Ali res potrebujemo rep ali ne, nam povedo že škodne rezervacije po popisu za najstarejšo kohorto škod $Q(0,I)$, kjer zapis $Q(i,j)$ pomeni popis škodnih rezervacij za škode, ki so nastale v obdobju i , popis pa je bil opravljen na koncu j -tega obdobja razvoja škode. Veliko nam povedo tudi podatki o škodah, ki niso vključene v trikotnik razvoja škod, ker so nastale pred pričetkom opazovanja (pred letom nastanka škode $i = 0$) in zanje ni znan celoten razvoj, znana pa so izplačila v opazovanih obdobjih in škodna rezervacija po popisu na koncu zadnjega

opazovanega obdobja, ki jo v skladu z uporabljenimi oznakami zapišemo kot $\sum_{s < 0} Q(s, I-s)$.

Obstaja več načinov določanja repov in najpreprostejše si bomo ogledali. Pri tem izhajamo bodisi iz popisa škodnih rezervacij ali pa si pomagamo s prilagajanjem, to je iskanjem premice ali gladke krivulje, ki se dovolj dobro prilega podatkom. Prilagajamo lahko faktorje razvoja škod $f(j)$, kumulativne faktorje razvoja $g(j)$, rešene škode $C(i,j)$ in kumulativno rešene škode $D(i,j)$. Več o tem je v priročniku za izračun škodnih rezervacij (The Faculty and Institute of Actuaries, 1989, str. E.13.1 - E.13.3) in v (Statistical Claim Reserving Techniques, 1992, str. 28). Zanimiva je raziskava Ameriške aktuarske akademije o vzrokih nezadostnosti škodnih rezervacij, kjer ugotavljajo, da je med vzroki premajhen rep na 2. mestu, takoj za nezadostnostjo škodnih rezervacij zaradi azbestoze in okoljskih škod (Causes of reserve Deficiency, 1995, str. 78).

Primer 2: Določanje repa na podlagi škodnih rezervacij po popisu, s prilagajanjem faktorjev razvoja $f(j)$, rešenih škod $C(0,j)$ in glajenje za naš računski primer je prikazano v prilogi B - primer 2, str. 13.

Konec primera.

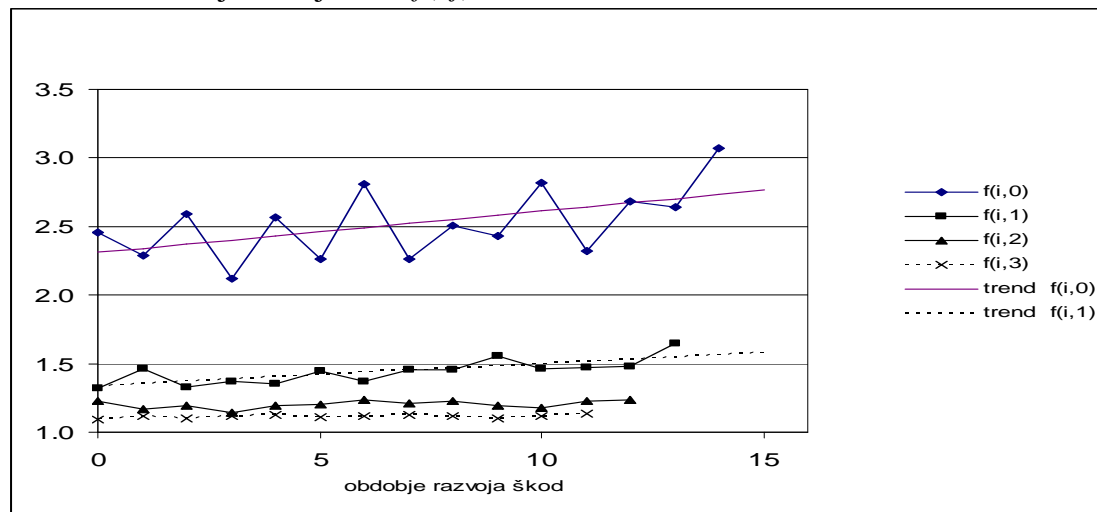
2.3.2 Trendi pri količnikih razvoja

Metoda veriženja daje dobre rezultate ob predpostavki, da vzorci razvoja škod iz preteklosti veljajo tudi za naprej. V praksi temu večkrat ni tako. Pri pregledovanju faktorjev razvoja $f(i,j)$, še posebej za začetna leta razvoja, večkrat opazamo spremembe, za katere je treba poiskati vzroke, da jih lahko pozneje pri veriženju primerno upoštevamo. Sprememba faktorjev razvoja je npr. lahko posledica spremembe dela v škodnem oddelku, ki vpliva na hitrost reševanja škod, lahko je posledica povečanja števila dodatnih zahtevkov oškodovancev za

npr. nematerialno odškodnino, lahko gre za spremembo prakse sodišč pri dosojanju odškodnin in ne nazadnje ima svoj vpliv tudi rast cen, ki vpliva na povečevanje povprečne škode.

Primer 3: oglejmo si na našem numeričnem primeru, kako bi upoštevali trende pri faktorjih razvoja škod $f(i,j)$ (tabela B.1 v prilogi B, str. 11). Predvsem vzdolž prvih dveh stolpcev faktorji razvoja škod ciklično rastejo in padajo, v celoti pa vendarle rastejo. Zanimarimo zaenkrat ciklične spremembe in za prva dva stolpca izračunajmo trenda!

Slika 2.1: Faktorji razvoja škod $f(i,j)$ in trendi



Vir: lastni izračuni

Z uporabo linearne regresije poiščemo premico $y_0 = b_0x + a_0$, ki se čimbolj prilega točkam $(i, f(i,0))$, $i=0,1,\dots,I-1$. Dobimo $f(I,0) = b_0I + a_0 = 2.765$. Podobno napravimo za drugi stolpec in dobimo $f(I-1,1) = 1.566$ in $f(I,1) = 1.582$. Izračunajmo še kumulativne faktorje razvoja škod $g(j)$! Tako kot prej (2.4) imamo $g(j) := \prod_{m=j}^I f(m)$, vendar samo za $j = 2,3,\dots,I$, medtem ko

moramo pri izračunu faktorjev $g(1)$ in $g(0)$ primerno upoštevati trende: tako imamo

$$g(1) = f(I-1,1)g(2) = 1.566 \times 1.855 = 2.905 \text{ in}$$

$$g(0) = f(I,0)f(I,1)g(2) = 2.765 \times 1.582 \times 1.855 = 8.116.$$

Škodna rezervacija z upoštevanjem trendov v prvih dveh obdobjih razvoja je prikazana v tabeli B.3 (priloga B, str. 16).

Konec primera.

2.4 Popis škodnih rezervacij in projekcija prijavljenih škod

Ko na določen presečni datum računamo škodno rezervacijo, imamo poleg podatkov o rešenih škodah na razpolago še podatke o prijavljenih nerešenih škodah, običajno kar popise škodnih rezervacij. V oceno škodnih rezervacij bi radi vključili tudi te podatke, zato si bomo ogledali, kako lahko z metodo veriženja obdelamo zneske prijavljenih škod, kjer imamo poleg rešenih škod vključene še škodne rezervacije po popisu.

2.4.1 Projekcija prijavljenih škod z metodo veriženja

Definirajmo najprej, kaj štejeemo za *znesek prijavljenih škod* $I(i,j)$: to je kumulativni znesek rešenih škod $D(i,j)$ v obdobju $(0,j)$, povečan za škodno rezervacijo po popisu za te škode na koncu obdobja j , kjer i pomeni obdobje nastanka škode:

$$I(i, j) = D(i, j) + Q(i, j) \quad (2.8)$$

Tako kot pri metodi veriženja na rešenih škodah postopamo tudi sedaj: izračunamo faktorje razvoja škod

$$f(j) = \frac{\sum_{i=0}^{I-1-j} I(i, j+1)}{\sum_{i=0}^{I-1-j} I(i, j)}, \quad j=0,1,\dots,I-1. \quad (2.9)$$

Tako kot prej rep $f(I)$ izraža pričakovani nadaljnji razvoj škod po obdobju I . Kumulativni faktorji razvoja škod so

$$g(j) := \prod_{m=j}^I f(m). \quad (2.10)$$

Ocena dokončnih prijavljenih škod $\hat{I}(i, \infty)$ znaša

$$\hat{I}(i, \infty) = g(j)I(i, j), \text{ kjer je } j=I-i \text{ in } i=0,1,\dots,I, \quad (2.11)$$

ocena rezervacije za naknadno prijavljene škode $\hat{R}(i, j)$

$$\hat{R}(i, j) = \hat{I}(i, \infty) - I(i, j) \quad (2.12)$$

in ocena škodne rezervacije

$$\hat{P}(i, j) = \hat{I}(i, \infty) - D(i, j). \quad (2.13)$$

Ker velja (2.8), hitro vidimo, da je

$$\hat{P}(i, j) = Q(i, j) + \hat{R}(i, j), \quad (2.14)$$

kar pomeni, da je škodna rezervacija $\hat{P}(i, j)$ sestavljena iz popisa škodnih rezervacij $Q(i, j)$ in rezervacije za naknadno prijavljene škode $\hat{R}(i, j)$, ki jo dobimo z veriženjem na zneskih prijavljenih škod. Skupna škodna rezervacija je

$$\hat{P} = \sum_{i=0}^I Q(i, I-i) + \sum_{i=0}^I \hat{R}(i, I-i) \quad (2.14a)$$

Primer 4: oglejmo si izračun škodnih rezervacij na naših podatkih! V tabeli A.9 (priloga A, str. 10) so zneski prijavljenih škod, v tabeli B.4 (priloga B, str. 17) faktorji razvoja škod in v tabeli B.5 (priloga B, str. 18) izračun škodnih rezervacij.

Konec primera.

Čeprav je računski postopek enak kot pri projekciji rešenih škod, se moramo zavedati, da imamo tu opravka tudi s škodnimi rezervacijami po popisu, kjer gre za ocene, koliko bo treba še plačati za prijavljene in še nerešene škode. Če popisi škodnih rezervacij niso bili pripravljeni konsistentno oziroma na enak način, bodo naše projekcije dale napačne rezultate. Eden od pokazateljev, ali so bili popisi pripravljeni konsistentno ali ne, je *delež škodnih rezervacij po popisu v (skupnih) škodnih rezervacijah*:

$$q(i, j) := \frac{Q(i, j)}{\hat{D}(i, \infty) - D(i, j)}, \quad i=0,1,\dots,I, \quad j=0,1,\dots,I-i. \quad (2.14b)$$

Ker se ocene dokončnih kumulativno rešenih škod $\hat{D}(i, \infty)$ s presečnimi datumi določanja škodnih rezervacij tudi spreminjajo, vzamemo v količnikih q zadnjo oceno $\hat{D}(i, \infty)$.

Primer 5: Količniki q za naš računski primer so v tabeli B.6 (priloga B, str. 19); za končne rešene škode $\hat{D}(i, \infty)$ smo vzeli projekcijo prijavljenih škod z metodo veriženja (primer 4). V

primeru konsistentnega ocenjevanja škodnih rezervacij po popisu bi morali biti stolpci bolj ali manj konstantni, še posebej, če bi namesto četrtnih imeli letne kohorte škod, kjer ni nihanja zaradi sezonskih sprememb. Kljub temu pa opazimo, da so zadnji količniki v stolpcih (elementi na diagonalni) za prvih 10 obdobj razvoja škode precej višji kot njihovi predhodniki v stolpcu. Sklepamo na sistematično povečanje škodnih rezervacij po popisu na koncu zadnjega opazovanega četrtnega leta.

Druga nepravilnost, ki jo opazimo, pa so količniki $q(i,j)$, ki so višji od 100%, kar pomeni, da so skupne škodne rezervacije za to kohorto škod nižje od škodnih rezervacij po popisu. To opazimo predvsem pri bolj razvitih kohortah škod. Možno je, da nam daje naša metoda prenizko skupno škodno rezervacijo, ali pa posamezne večje škode, ki izstopajo iz povprečja, kvarijo rezultat. V tem primeru bi bilo treba zaradi teh večjih škod napraviti korekcijo škodne rezervacije, ker pa se to pojavlja sistematično za prvih 7 kohort škod, je bolj verjetno, da je naša škodna rezervacija prenizka. To niti ni tako presenečenje, saj nismo upoštevali nadaljnjega razvoja škod (rep).

Nazadnje moramo omeniti še inflacijo cen, ki je nismo posebej upoštevali. Vsakokratni popisi škodnih rezervacij so pripravljene po cenah na dan popisa, primerjamo pa jih s škodno rezervacijo, pripravljeno na koncu zadnjega obdobja opazovanja, v našem primeru na koncu leta 2003. Tudi ta vidik ni zanemarljiv, še posebej ker inflacija v preteklosti ni bila enakomerna.

Konec primera.

2.4.2 Projekcija popisa škodnih rezervacij

Oglejmo si še metodo za določanje škodnih rezervacij, ki izhaja iz rešenih škod $C(i,j)$ v posameznem obdobju razvoja škode in škodnih rezervacij po popisu $Q(i,j)$. Kumulativni zneski rešenih škod $D(i,j)$ tu niso potrebni, kar nam pride še posebej prav pri obravnavi starih škod, če zanje nimamo podatkov za začetna obdobja razvoja.

Pri tej metodi potrebujemo *faktor razvoja škodnih rezervacij po popisu*, ki je definiran kot

$$k(i, j) := \frac{C(i, j+1) + Q(i, j+1)}{Q(i, j)}, \quad i=0,1,\dots,I-1; \quad j=0,1,\dots,I-1 \quad (2.15)$$

Povprečne faktorje razvoja škodnih rezervacij lahko izračunamo kot uteženo povprečje faktorjev razvoja

$$k(j) := \frac{\sum_{i=0}^{I-1-j} Q(i, j) k(i, j)}{\sum_{i=0}^{I-1-j} Q(i, j)} = \frac{\sum_{i=0}^{I-1-j} (C(i, j+1) + Q(i, j+1))}{\sum_{i=0}^{I-1-j} Q(i, j)}, \quad (2.16)$$

ali pa na enega izmed načinov, opredeljenih v podpoglavju 2.3 pri projekciji rešenih škod z metodo veriženja. Še posebej opozorimo na računanje uteženega povprečja za nekaj zadnjih koledarskih obdobj, ki ga uporabimo, če je v tem obdobju prišlo do sistematičnih sprememb pri določanju škodnih rezervacij po popisu.

Faktorji $k(i,j)$ razvoja škodnih rezervacij po popisu pa so vredni še posebne pozornosti: povedo nam, ali so bile škodne rezervacije po popisu $Q(i,j)$ na koncu obdobja j dovolj visoke ali ne. Če gre

- za zrelejše obdobje razvoja škode, ko ni pričakovati naknadno prijavljenih škod,
- če ni ponovno odprtih škod in
- če je popis škodnih rezervacij na začetku in na koncu obdobja $j+1$ pripravljen na enak način,

potem bo moral biti faktor $k(i,j) = 1$ ali vsaj blizu 1.

V zgodnejših obdobjih razvoja škode pa je za faktorje $k(i,j)$ pričakovano, da so znatno večji od 1, saj vsebujejo tako rešene škode $C(i,j+1)$ kot popis škodnih rezervacij $Q(i,j+1)$ naknadno prijavljene škode, ki jih v popisu $Q(i,j)$ ni bilo.

Vse to razmišljanje o velikosti faktorjev $k(i,j)$ pa seveda velja, če je inflacija majhna ali je ni; v nasprotnem primeru je treba med seboj primerjati zneske, valorizirane na isti termin.

Definirajmo še *faktor rešenih škod*

$$h(i, j) := \frac{C(i, j+1)}{Q(i, j)}, \quad i=0, 1, \dots, I-1; \quad j=0, 1, \dots, I-1 \quad (2.17)$$

Povprečne faktorje rešenih škod izračunamo kot uteženo povprečje faktorjev razvoja $h(i,j)$

$$h(j) := \frac{\sum_{i=0}^{I-1-j} Q(i, j) h(i, j)}{\sum_{i=0}^{I-1-j} Q(i, j)} = \frac{\sum_{i=0}^{I-1-j} C(i, j+1)}{\sum_{i=0}^{I-1-j} Q(i, j)}. \quad (2.18)$$

Podobno kot za faktorje razvoja škodnih rezervacij $k(j)$ velja tudi tu, da je včasih potrebno pri računanju povprečja upoštevati le zadnja, bolj relevantna koledarska obdobja.

Škodno rezervacijo $\hat{P}(i, I-i)$ za posamezno obdobje nastanka škode i bomo ocenili kot vsoto rešenih škod po obdobju I :

$$\hat{P}(i, I-i) = \sum_{j=I-i+1}^{\infty} \hat{C}(i, j) \quad (2.19)$$

in skupno škodno rezervacijo kot seštevek $\hat{P}(i, I-i)$ za vsa obdobja nastanka škod i .

Rešene škode $C(i,j)$, $j \geq I-i+1$, bomo ocenili s pomočjo faktorjev rešenih škod

$$\hat{C}(i, j+1) = h(i) \hat{Q}(i, j), \quad j \geq I-i \quad (2.20)$$

Škodne rezervacije po popisu $Q(i,j)$, ki jih potrebujemo za projekcijo $C(i,j+1)$, pa

$$\hat{Q}(i, j+1) = k(j) \hat{Q}(i, j) - \hat{C}(i, j+1), \quad j \geq I-i. \quad (2.21)$$

Sam postopek računanja ni tako enostaven kot pri veriženju: pripravljamo dve projekciji, ki sta med sabo odvisni: projekcijo škodnih rezervacij po popisu $Q(i,j)$ in projekcijo rešenih škod $C(i,j)$. Projekciji pripravljamo iterativno po koledarskih obdobjih, ki sledijo presečnemu datumu določanja škodnih rezervacij:

- najprej predpostavimo, da je zadnji popis škodnih rezervacij korekten in vzemimo $\hat{Q}(i, I-i) := Q(i, I-i)$,
- nadaljujemo s projekcijo rešenih škod $C(i, I-i+1)$ v obdobju $I-i+1$ (to je v naslednjem koledarskem obdobju) po formuli (2.20),
- sledi projekcija škodnih rezervacij po popisu $Q(i, I-i+1)$ na koncu obdobja $I-i+1$ po formuli (2.21),
- sledi projekcija rešenih škod $C(i, I-i+2)$ v naslednjem koledarskem obdobju in
- spet projekcija škodnih rezervacij po popisu na koncu tega obdobja
- in tako dalje, dokler zneski rešenih škod $C(i, j)$ ne postanejo dovolj majhni oziroma blizu 0.

Primer 6: za prikaz izračuna na našem računskem primeru si oglejmo tabelo A.2 (priloga A, str. 3), kjer so zneski rešenih škod, v tabeli A.4 (priloga A, str. 5) so zneski škodnih rezervacij

po popisu, v tabeli B.7 (priloga B, str. 20) so faktorji razvoja škodnih rezervacij po popisu in v tabeli B.8 (priloga B, str. 20) faktorji rešenih škod. Pri izračunu smo rabili tudi faktorje $h(j)$, $k(j)$, $j > I-1$. Predpostavili smo, da so enaki zadnjemu faktorju $h(I-1)$ oz. $k(I-1)$. V tabeli B.9 (priloga B, str. 21) je prikazana projekcija škodnih rezervacij po popisu in v tabeli B.10 (priloga B, str. 22) je prikazana projekcija rešenih škod. Skupna škodna rezervacija znaša 23,634,520 T SIT.

Konec primera.

2.5 Projekcija škodnih količnikov

Če bi bili škodni količniki v celoti znani, bi bile znane tudi končne kumulativno rešene škode in škodno rezervacijo bi zlahka izračunali. V nadaljevanju bomo videli, da lahko kljub temu, da razpolagamo samo z oceno škodnih količnikov, dokaj dobro ocenimo škodno rezervacijo. To velja še posebej za manjše, neuravnotežene portfelje, kjer je podatkov malo, niso zanesljivi ali pa jih sploh ni.

Definirajmo najprej škodni količnik! Škodni količnik $\kappa(i)$ za škode, nastale v obdobju i , je razmerje med končnimi rešenimi škodami in zasluženimi premijami

$$\kappa(i) = D(i, \infty) / EP(i), \quad (2.22)$$

kjer je

$D(i, \infty)$ znesek končnih kumulativno rešenih škod, ki so nastale v obdobju i
 $EP(i)$ zaslužena premija⁴ v obdobju i .

Definirajmo še delno razvit škodni količnik $\kappa(i, j)$

$$\kappa(i, j) = D(i, j) / EP(i), \quad (2.23)$$

kjer je i obdobje nastanka in j obdobje razvoja škode.

2.5.1 Naivna metoda

Pri tej metodi potrebujemo podatke o zasluženih premijah $EP(i)$, kumulativno rešenih škodah $D(i, I-i)$ in ocene za škodne količnike $\kappa_0(i)$, kjer je i obdobje nastanka in j obdobje razvoja škode, škodno rezervacijo pa računamo na koncu obdobja $I-i$. Škodno rezervacijo za posamezno obdobje nastanka škode izračunamo kot

$$\hat{P}(i, I-i) = \kappa_0(i) \cdot EP(i) - D(i, I-i), \quad i, j = 0, 1, \dots, I \quad (2.24)$$

to je kot razliko med začetnim pričakovanim škodnim rezultatom $\kappa_0(i) \cdot EP(i)$ in do konca obdobja $I-i$ rešenimi škodami $D(i, I-i)$.

Metoda je primerna, kadar podatki o razvoju škod manjkajo, niso zanesljivi ali jih je malo po obsegu (npr. za nove vrste zavarovanj, pa tudi za nekatera odgovornostna zavarovanja z zelo dolgimi repi, kjer mine več let od sklenitve zavarovanja do prijave škode).

Primer 7: izračun škodnih rezervacij z naivno metodo je prikazan v tabeli B.11 (priloga B, str. 23). Dobimo precej višjo škodno rezervacijo kot v prejšnjih primerih, kar je odvisno predvsem od predpostavke o škodnem količniku.

Konec primera.

2.5.2 Bornhuetter-Fergusonova metoda (BF metoda)

BF metoda je kombinacija naivne metode in metode veriženja. Obstajajo številne dopolnitve in predelave in nekatere med njimi si bomo v nadaljevanju ogledali.

⁴ Zaslužena premija $EP(i)$ v obdobju $i = [\text{fakturirana premija v obdobju } i] + [\text{prenosna premija na začetku obdobja } i] - [\text{prenosna premija na koncu obdobja } i]$

BF metoda za prijavljene škode

Originalna BF metoda (Bornhuetter, Ferguson, 1972) uporablja naslednje podatke:

- prijavljene škodah $I(i,j)$, $i,j = 0,1,\dots,I$
- zasluženno premijo $EP(i)$ in
- ocene za škodne količnike $\kappa_0(i)$.

Pri računanju škodnih rezervacij na različne presečne datume začetnih ocen škodnih količnikov $\kappa_0(i)$ ne spreminjamo, ne glede na dejanski škodni potek.

Označimo začetni pričakovani škodni rezultat z

$$D_0(i) = \kappa_0(i) \cdot EP(i), \quad (2.25)$$

kjer je i obdobje nastanka škode.

Z metodo veriženja na prijavljenih škodah $I(i,j)$ izračunamo po (2.10) kumulativne faktorje razvoja škod $g(j)$. Delež še ne prijavljenih škod (na koncu obdobja razvoja j) v dokončnih prijavljenih škodah je enak $1 - 1/g(j)$. Velja namreč

$$\frac{\hat{I}(i, \infty) - I(i, j)}{\hat{I}(i, \infty)} = \frac{g(j)I(i, j) - I(i, j)}{g(j)I(i, j)} = 1 - \frac{1}{g(j)}.$$

Faktorje $1 - 1/g(j)$ imenujemo tudi faktorji naknadno prijavljenih (IBNR) škod.

Ocena škodne rezervacije za naknadno prijavljene škode je po tej metodi enaka

$$\hat{R}(i, I - i) = D_0(i)(1 - 1/g(I - i)) \quad (2.26)$$

in škodno rezervacijo (za obdobje nastanka škod i) v celoti dobimo, ko oceni za naknadno prijavljene škode $\hat{R}(i, I - i)$ prištejemo še škodne rezervacije po popisu $Q(i, I - i)$:

$$\hat{P}(i, I - i) = Q(i, I - i) + \hat{R}(i, I - i).$$

Skupno škodno rezervacijo dobimo kot seštevek $\hat{P}(i, I - i)$ za vsa obdobja nastanka škod i .

Sedaj lahko izračunamo novo oceno škodnega količnika $\kappa(i)$, saj imamo novo oceno končnih rešenih škod $\hat{D}(i, \infty) = I(i, I - i) + \hat{R}(i, I - i)$.

Nova ocena škodnega količnika torej je

$$\kappa(i) = \frac{\hat{D}(i, \infty)}{EP(i)}.$$

Primer 8: naš računski primer je v celoti predstavljen v tabeli B.12 (priloga B, str. 24).

Konec primera.

BF metoda za rešene škode

Originalno BF metodo lahko s pridom uporabimo tudi na rešenih škodah. Sedaj izračunamo celotno škodno rezervacijo, rezervacijo za naknadno prijavljene škode pa kot razliko med celotno škodno rezervacijo in škodno rezervacijo po popisu. Tako tudi škodne rezervacije po popisu vplivajo na višino rezervacije za naknadno prijavljene škode; več o tem v Ollodart, 1999. Za določitev faktorjev naknadno prijavljenih škod potrebujemo zneske kumulativno rešenih škod $D(i,j)$, $i,j=0,1,\dots,I$, da lahko z metodo veriženja po formuli (2.4) izračunamo kumulativne faktorje razvoja škod $g_1(j)$.

Škodna rezervacija za posamezno obdobje nastanka škode i je enaka

$$\hat{P}(i, I-i) = D_0(i)(1-1/g_1(I-i))$$

in skupno škodno rezervacijo dobimo kot seštevek $\hat{P}(i, I-i)$ za vsa obdobja nastanka škod i .

Primer 9: naš računski primer je v celoti predstavljen v tabeli B.13 (priloga B, str. 25).
Konec primera.

2.5.3 Modificirana BF metoda

Pri BF metodi je začetna ocena končnih rešenih škod $D_0(i)$ ves čas, ne glede na škodno dogajanje, enaka zmnožku med privzetim začetnim škodnim količnikom in zaslužno premijo. Mika nas, da bi v skladu s škodnim dogajanjem začetno oceno popravili, po drugi strani pa vendar ohranili neko stabilnost v višini škodnih rezervacij. Stanard (Stanard, 1985, str. 130) predlaga, da začetni približek pri BF metodi vsakokrat, ko računamo škodno rezervacijo, spremenimo oziroma vzamemo povprečno pričakovano končno rešeno škodo, ki jo izračunamo z metodo veriženja na rešenih škodah

$$D_0 = \frac{1}{I+1} \sum_{i=0}^I D(i, I-i) g_1(I-i) \quad (2.27)$$

Pri D_0 smo namenoma izpustili oznako obdobja nastanka škode i , saj je začetna ocena za vsa obdobja nastanka škode enaka.

Primer 10: naš računski primer je v celoti predstavljen v tabeli B.14 (priloga B, str. 26).
Konec primera.

2.5.4 Cape Cod metoda

Tudi pri tej metodi (Straub, 1988, str. 106) in njenih posplošitvah (Gluck, 1997, str. 490) gre za popravljanje začetne ocene $D_0(i)$ končnih rešenih škod in sicer na ta način, da vsakokrat, ko računamo škodno rezervacijo, na novo določimo škodni količnik κ , ki je vsa obdobja nastanka škod i enak. Tako imamo

$$D_0(i) = \kappa \cdot EP(i) \quad (2.28)$$

kjer je

$$\kappa = \frac{\sum_{i=0}^I I(i, I-i)}{\sum_{i=0}^I EP(i) \cdot \frac{1}{g(I-i)}} = \frac{\text{skupni znesek prijavljenih škod}}{\text{porabljena premija}} \quad (2.29)$$

in so $g(i)$ kumulativni faktorji razvoja škod, dobljeni z metodo veriženja na prijavljenih škodah. Pojasniti moramo še termin »porabljena premija«: tako kot imamo v števcu izraza (2.29) zneske prijavljenih škod, razvite do določenega obdobja razvoja j , tako imamo v imenovalcu oceno, kolikšen del zaslužene premije smo za posamezno obdobje nastanka škode i in obdobje razvoja $I-i$ že porabili.

Primer 11: naš računski primer je v celoti predstavljen v tabeli B.15 (priloga B, str. 27).
Konec primera.

2.5.5 Benktanderjeva oziroma iterirana BF metoda

Benktanderjeva metoda je kombinacija metode veriženja (CL metode) in Bornhuetter-Fergusonove metode (BF metode). Imenuje se tudi *iterirana BF metoda*. Njena zgodovina je zanimiva, saj je bila neodvisno odkrita kar trikrat (Mack, 2000, str. 333), najprej

pa jo je leta 1976 predstavil Gunar Benktander. Oglejmo si to metodo, kakor jo je predstavil Mack (Mack, 2000).

Benktanderjevo metodo (v nadaljevanju GB metodo) bomo prikazali na zneskih rešenih škod $C(i,j)$, kjer je i obdobje nastanka in j obdobje razvoja škode; $i,j = 0,1,\dots,I$.

V skladu s privzetimi oznakami zapišimo oceno škodne rezervacije po CL metodi

$$\hat{P}_{CL}(i, I-i) = (g(I-i) - 1)D(i, I-i) \quad (2.36)$$

in ustrezno oceno končnih rešenih škod

$$\hat{D}_{CL}(i, \infty) = D(i, I-i) + \hat{P}_{CL}(i, I-i), \quad (2.37)$$

oceno škodne rezervacije po BF metodi

$$\hat{P}_{BF}(i, I-i) = D_0(i) \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right) \quad (2.38)$$

in ustrezno oceno končnih rešenih škod

$$\hat{D}_{BF}(i, \infty) = D(i, I-i) + \hat{P}_{BF}(i, I-i), \quad (2.39)$$

kjer je

- i obdobje nastanka škode
- $I-i$ obdobje razvoja, na koncu katerega računamo škodno rezervacijo
- $D(i,j)$ kumulativno rešene škode
- $D_0(i)$ začetni pričakovani škodni rezultat
- $g(i)$ kumulativni faktor razvoja škod, izračunan po (2.4).

Medtem ko CL metoda ni najbolj stabilna za novejšje, še ne razvite škode, je BF metoda nekoliko toga, saj vztraja tudi pri že razvitih škodah pri začetnem približku škodnega rezultata. Po Benktanderju pa namesto začetnega približka $D_0(i)$ vzamemo popravljen začetni škodni rezultat

$$D_c(i) = c\hat{D}_{CL}(i, \infty) + (1-c)D_0(i), \quad (2.40)$$

kjer je $c=1/g(I-i)$ in izračunamo škodno rezervacijo

$$\hat{P}_{GB}(i, I-i) = D_c(i) \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right). \quad (2.41)$$

Na začetku, ko je $g(I-i)$ velik, je faktor $1-c \gg c$ in več poudarka damo začetnemu približku škodnega rezultata $D_0(i)$, na koncu, ko se $g(I-i)$ vedno bolj bliža 1, pa vedno bolj upoštevamo oceno končnih rešenih škod po CL metodi.

Veljajo naslednje zanimive in uporabne zveze:

$$\hat{P}_{GB}(i, I-i) = \frac{D_c(i)}{D_0(i)} \hat{P}_{BF}(i, I-i), \quad (2.42)$$

kar pomeni, da je škodna rezervacija po Benktanderju korigirana škodna rezervacija po BF metodi. Zveza (2.42) je neposredno razvidna iz (2.41) in (2.38).

Velja tudi, da je začetni približek $D_c(i)$ enak oceni končnih rešenih škod $\hat{D}_{BF}(i, \infty)$,

$$D_c(i) = \hat{D}_{BF}(i, I-i) \quad (2.43)$$

saj velja

$$D_c(i) = \frac{1}{g(I-i)} \hat{D}_{CL}(i, \infty) + \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right) D_0(i) \stackrel{(2.6), (2.38)}{=} D(i, I-i) + \hat{P}_{BF}(i, I-i) \stackrel{(2.39)}{=} \hat{D}_{BF}(i, I-i).$$

GB metoda je torej še enkrat uporabljena BF metoda na oceni končnih rešenih škod po BF metodi:

$$\hat{P}_{GB}(i, I-i) = \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right) \hat{D}_{BF}(i, \infty), \quad (2.44)$$

zato se imenuje tudi (*enkrat*) *iterirana BF metoda*. Zveza (2.44) je neposredno razvidna iz (2.43) in (2.38).

Velja tudi, da je GB metoda uteženo povprečje BF in CL metode, kjer je

$$\hat{P}_{GB}(i, I-i) = c\hat{P}_{CL}(i, I-i) + (1-c)\hat{P}_{BF}(i, I-i), \quad (2.45)$$

kjer je faktor kredibilnosti $c = \frac{1}{g(I-i)}$.

O tem se prepričamo takole: če v desni strani (2.45) nadomestimo faktor kredibilnosti c z $\frac{1}{g(I-i)}$, dobimo

$$\begin{aligned} c\hat{P}_{CL}(i, I-i) + (1-c)\hat{P}_{BF}(i, I-i) &= \frac{1}{g(I-i)}\hat{P}_{CL}(i, I-i) + \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right)\hat{P}_{BF}(i, I-i) = \\ (2.36) \quad &= \frac{g(I-i)-1}{g(I-i)}D(i, I-i) + \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right)\hat{P}_{BF}(i, I-i) = \\ &= \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right)\left[D(i, I-i) + \hat{P}_{BF}(i, I-i)\right] \stackrel{(2.39)}{=} \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right)\hat{D}_{BF}(i, \infty) \stackrel{(2.44)}{=} \hat{P}_{GB}(i, I-i) \end{aligned}$$

in zveza (2.45) je dokazana.

Kot smo že pokazali v (2.44), je GB metoda enkrat iterirana BF metoda, kjer za začetni približek $D_0(i)$ vzamemo $\hat{D}_{BF}(i, \infty)$. Kaj se zgodi, če iteracijo večkrat ponovimo?

Velja naslednja

Trditev: Pri poljubnem začetnem približku škodnega rezultata $D^{(0)}(i, \infty) = D_0(i)$ in izvajanju naslednje iteracije

$$P^{(m)}(i, I-i) = \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right)D^{(m)}(i, \infty), \quad D^{(m+1)}(i, \infty) = D(i, I-i) + P^{(m)}(i, I-i), \quad (2.46)$$

$m=0,1,2,\dots$

velja

$$D^{(m)}(i, \infty) = \left(1 - \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right)^m\right)D_{CL}(i, \infty) + \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right)^m D_0(i) \quad (2.47)$$

$$P^{(m)}(i, I-i) = \left(1 - \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right)^m\right)P_{CL}(i, I-i) + \left(1 - \frac{1}{g(I-i)}\right)^m P_{BF}(i, I-i). \quad (2.48)$$

Torej ne glede na število iteracij ostajamo pri uteženem povprečju škodnih rezervacij po BF in CL metodi: za $m=0$ imamo škodno rezervacijo samo BF metodi in ko gre m čez vse meje, se škodna rezervacija približuje izračunu po CL metodi.

Dokaz:

Preden začnemo z dokazovanjem, uvedimo drugačne oznake, da si zagotovimo večjo preglednost: $k=I-i$, $q_k = 1 - \frac{1}{g(I-i)}$, $D_k = D(i, I-i)$, $P_{CL} = P_{CL}(i, I-i)$, $P_{BF} = P_{BF}(i, I-i)$,

$P_{BG} = P_{BG}(i, I-i)$, $U_{CL} = \hat{D}_{CL}(i, \infty)$, $U_{BF} = \hat{D}_{BF}(i, \infty)$ in $U_{GB} = \hat{D}_{GB}(i, \infty)$.

Če trditev še enkrat zapišemo z novimi oznakami, imamo:

pri poljubnem približku $U^{(0)}$ in izvajanju iteracije

$$P^{(m)} = q_k U^{(m)} \quad \text{in} \quad (2.46a)$$

$$U^{(m+1)} = D_k + P^{(m)} \quad (2.46b)$$

velja:

$$U^{(m)} = (1 - q_k^m)U_{CL} + q_k^m U_0 \quad \text{in} \quad (2.47a)$$

$$P^{(m)} = (1 - q_k^m)P_{CL} + q_k^m P_{BF}. \quad (2.48a)$$

Dokaz poteka z matematično indukcijo glede na število iteracij m .

Za $m=0$ imamo

$$\begin{aligned} U^{(1)} &\stackrel{(2.46b)}{=} D_k + P^{(0)} \stackrel{(2.46a)}{=} D_k + q_k U^{(0)} = \\ &= (1 - q_k)U_{CL} + q_k U^{(0)}, \text{ ker je } D_k = (1 - q_k)U_{CL} \end{aligned}$$

Tako (2.47a) za $m=0$ velja. Tudi (2.48a) velja za $m=0$, saj je

$$P^{(0)} \stackrel{(2.46a)}{=} q_k U^{(0)} = P_{BF} = (1 - q_k^0)P_{CL} + q_k^0 P_{BF}.$$

Predpostavimo sedaj, da (2.47a) in (2.48a) veljata za m in pokažimo, da od tod sledi veljavnost tudi za $m+1$!

$$\begin{aligned} U^{(m+1)} &\stackrel{(2.46b)}{=} D_k + P^{(m)} \stackrel{(2.46a)}{=} D_k + q_k U^{(m)} = \\ &\stackrel{(2.47a)}{=} (1 - q_k)U_{CL} + q_k(1 - q_k^m)U_{CL} + q_k^{m+1}U_0, \text{ in ker je } D_k = (1 - q_k)U_{CL} \\ &= (1 - q_k^{m+1})U_{CL} + q_k^{m+1}U_0 \end{aligned}$$

Tako (2.47a) velja tudi za $m+1$.

$$\begin{aligned} P^{(m+1)} &\stackrel{(2.46a)}{=} q_k U^{(m+1)} \stackrel{(2.48a) \text{ za } m+1}{=} q_k [(1 - q_k^{m+1})U_{CL} + q_k^{m+1}U_0] = \\ &= (1 - q_k^{m+1})q_k U_{CL} + q_k^{m+1}(q_k U_0) = (1 - q_k^{m+1})P_{CL} + q_k^{m+1}P_{BF}, \end{aligned}$$

saj je $P_{CL} = q_k U_{CL}$ in $P_{BF} = q_k U_0$. Torej (2.48a) velja tudi za $m+1$ in s tem je naš dokaz končan.

Konec dokaza.

Primer 12: izračun opravimo na podatkih za rešene škode. Kumulativne faktorje razvoja škod in škodno rezervacijo po CL metodi smo že izračunali (tabela B.2 v prilogi B, str. 12), prav tako škodno rezervacijo po BF metodi (tabela B.13 v prilogi B, str. 25). Škodno rezervacijo po GB metodi izračunamo po (2.45). Rezultat je prikazan v tabeli B.16 (priloga B, str. 28).

Konec primera.

2.5.6 Projekcija sprememb škodnih količnikov

Oglejmo si delno razvit škodni količnik $\kappa(i, j)$ med kumulativno rešenimi škodami in zasluženjo premijo $\kappa(i, j) = D(i, j)/EP(i)$, kjer je i obdobje nastanka in j obdobje razvoja škode! Z rastočim obdobjem razvoja škode j se delno razvit škodni količnik $\kappa(i, j)$ bliža škodnemu količniku $\kappa(i)$. Z opazovanjem teh količnikov lahko preverimo utemeljenost vnaprej izbranih škodnih količnikov pri BF metodi. Poleg tega lahko preverimo primernost škodnih rezervacij, dobljenih po kaki drugi metodi, če imamo kot stranski produkt metode znano tudi porabo škodnih rezervacij v naslednjih obdobjih (npr. pri metodi veriženja). Z izračunom količnikov $\kappa(i, j)$, $j > I-i$ dodatno osvetlimo predvideno škodno dogajanje in preverimo razumnost naših pričakovanj.

Definirajmo sedaj *spremembo škodnega količnika* $\Delta\kappa(i, j)$ kot

$$\Delta\kappa(i, j) = \kappa(i, j) - \kappa(i, j-1), \text{ če je } j > 0 \text{ in} \quad (2.49)$$

$$\Delta\kappa(i, j) = \kappa(i, j), \text{ če je } j = 0.$$

Veljata naslednji očitni zvezi

$$\kappa(i, j) = \sum_{p=0}^j \Delta\kappa(i, p) \quad (2.50)$$

in

$$\Delta\kappa(i, j) = C(i, j)/EP(i). \quad (2.51)$$

Ne glede na to, katero metodo uporabljamo, je priporočljivo opazovati te količnike zaradi osvetlitve škodnega dogajanja in iskanja morebitnih anomalij.

Sedaj projiciramo spremembe škodnih količnikov vzdolž stolpcev. Pri tem pri začetnih obdobjih razvoja škod upoštevamo trende, podobno kot smo trende upoštevali pri veriženju rešenih škod (podpoglavje 2.3.2).

Škodne količnike $\kappa(i)$ ocenimo kot

$$\hat{\kappa}(i) = \sum_{j=0}^I \Delta\kappa(i, j) \quad (2.52)$$

in škodna rezervacija za škode, nastale v obdobju i , je enaka razliki med pričakovanim škodnim rezultatom in že rešenimi škodami:

$$\hat{P}(i, I-i) = \hat{\kappa}(i) \times EP(i) - D(i, I-i) \quad (2.53)$$

in skupno škodno rezervacijo dobimo kot seštevek $\hat{P}(i, I-i)$ za vsa obdobja nastanka škod i .

Primer 13:

Za naš računski primer so delno razviti škodni količniki v tabeli B.17 in na sliki B.4 (priloga B, str. 29). Iz slike je razvidno, da naše predpostavke glede škodnih količnikov pri BF metodi niso pretirane.

Spremembe škodnih količnikov so v tabeli B.18 oz. na sliki B.5 (priloga B, str. 30). Vidimo, da so spremembe količnikov največje v naslednjem četrtletju od četrtletja nastanka škode (obdobje razvoja =1) in da so spremembe količnikov večje v tistih obdobjih razvoja, ki ustrezajo zadnjemu četrtletju v koledarskem letu (osenčena polja v tabeli B.18 - priloga B, str. 30).

Rezultati projekcije sprememb škodnih količnikov so prikazani v tabeli B.18 s krepko pisavo in škodna rezervacija v tabeli B.19 (priloga B, str. 31).

Konec primera.

2.5.7 Projekcija škodnih količnikov z metodo veriženja

Za konec poglavja o škodnih količnikih si oglejmo še projekcijo škodnih količnikov $\kappa(i, j)$ z metodo veriženja. Definirajmo faktorje razvoja škodnih količnikov kot

$$F(i, j) = \frac{\kappa(i, j+1)}{\kappa(i, j)}, \quad i = 0, 1 \dots I-1, j = 0, 1, \dots I-i-1 \quad (2.54)$$

Ob upoštevanju (2.1) hitro vidimo, da so faktorji $F(i, j)$ enaki faktorjem $f(i, j)$, ki smo jih uporabljali pri veriženju rešenih škod. Če analogno definiramo še povprečne faktorje razvoja škodnih količnikov, dobimo

$$F(j) = \frac{\sum_{i=0}^{I-i-j} \kappa(i, j) F(i, j)}{\sum_{i=0}^{I-i-j} \kappa(i, j)}. \quad (2.55)$$

Mimogrede vidimo, da sedaj povprečni količnik razvoja škod ni enak povprečnemu količniku razvoja škodnih količnikov: $f(j) \neq F(j)$. Ne glede na to se zdi izbira (2.55) manj naravna, saj imamo za uteži delno razvite škodne količnike $\kappa(i, j)$ in večji količniki (ki so prej izjema kot pravilo) so večja utež, medtem ko smo imeli v izrazu (2.3) za uteži zneske kumulativno

rešenih škod $D(i,j)$. Zato faktorje $F(j)$ raje izberimo kar navadno povprečje škodnih količnikov

$$F(j) = \frac{1}{I-j} \sum_{k=0}^{I-1-j} F(i,k). \quad (2.56)$$

Tudi v tem primeru $f(j) \neq F(j)$. Če z $F(I)$ označimo nadaljnji razvoj škodnih količnikov, definiramo kumulativne faktorje razvoja škodnih količnikov kot

$$G(j) := \prod_{m=j}^I F(m). \quad (2.57)$$

Oceno do konca razvitih količnikov napravimo kot

$$\hat{\kappa}(i) = \kappa(i, I-i)G(I-i) \quad (2.58)$$

in škodna rezervacija za posamezno obdobje nastanka škode je enaka

$$\hat{P}(i, I-i) = \hat{\kappa}(i) \times EP(i) - D(i, I-i) \quad (2.59)$$

ter skupna škodna rezervacija seštevek po vseh obdobjih nastanka škode $\sum_{i=0}^I \hat{P}(i, I-i)$.

Primer 14: za naš računski primer so v tabeli B.20 (priloga B, str. 32) prikazani faktorji $F(i,j)$ razvoja škodnih količnikov, povprečni faktorji $F(j)$ in kumulativni faktorji $G(j)$. Izračun škodne rezervacije je v tabeli B.21 (priloga B, str. 32).

Konec primera.

2.6 Projekcija števila škod in povprečne škode

Poleg zneskov rešenih in prijavljenih škod imamo običajno na voljo tudi podatke o številu prijavljenih in številu rešenih škod. Z njimi dobimo bolj celovit vpogled v škodno dogajanje, še posebej v času visoke in hitro se spreminjajoče rasti cen, ki močno vpliva na višino povprečne škode. Poleg tega je po izkušnjah od doslej obravnavanih podatkov število prijavljenih škod najbolj zanesljiv podatek o škodnem dogajanju. Oglejmo si torej, kako bi škodno rezervacijo ocenili tudi s pomočjo števila prijavljenih in števila rešenih škod.

Označimo z

$N(i,j)$ število prijavljenih škod za škode, nastale v obdobju i in prijavljene v obdobju j ,
 $M(i,j)$ število rešenih škod za škode, nastale v obdobju i in rešene v obdobju j ,
 $i=0,1,\dots,I, j=0,1,\dots,I-i$.

Definirajmo še *kumulativno število prijavljenih škod*

$$A(i, j) := \sum_{m=0}^j N(i, m), \quad i=0,1,\dots,I, j=0,1,\dots,I-i,$$

kjer imamo število škod, nastalih v obdobju i in prijavljenih do konca obdobja j in *kumulativno število rešenih škod*

$$B(i, j) := \sum_{m=0}^j M(i, m), \quad i=0,1,\dots,I, j=0,1,\dots,I-i,$$

kjer imamo število rešenih škod, nastalih v obdobju i in rešenih do konca obdobja j .

2.6.1 Projekcija števila rešenih škod in povprečne rešene škode z metodo veriženja

Medtem ko smo pri veriženju rešenih škod v podpoglavju 2.3 projicirali kumulativne zneske rešenih škod in dobili škodno rezervacijo kot razliko med oceno končnih rešenih škod in že

rešenimi škodami, moramo sedaj napraviti več korakov, da pridemo do ocene škodne rezervacije za posamezno obdobje nastanka škode:

1. z metodo veriženja napravimo oceno končnega števila rešenih škod $\hat{B}(i, \infty)$,
2. z metodo veriženja napravimo oceno končne povprečne rešene škode $\hat{\phi}(i, \infty)$,
3. ocena končnih rešenih škod $D(i, \infty)$ je enaka produktu končnega števila rešenih škod in končne povprečne rešene škode $\hat{D}(i, \infty) = \hat{B}(i, \infty) \times \hat{\phi}(i, \infty)$ in
4. škodna rezervacija za posamezno obdobje nastanka škode je enaka razliki med oceno končnih rešenih škod in rešenimi škodami $\hat{P}(i, I - i) = \hat{D}(i, \infty) - D(i, I - i)$.

Oceno končnega števila rešenih škod $\hat{B}(i, \infty)$ dobimo z veriženjem

$$\hat{B}(i, \infty) = g(I - i)B(i, I - i), \quad i=0, 1, \dots, I$$

kjer je $g(j)$ kumulativni faktor razvoja števila rešenih škod

$$g(j) := \prod_{m=j}^I f(m)$$

in $f(j)$ povprečni faktorji razvoja števila rešenih škod

$$f(j) := \frac{\sum_{i=0}^{I-1-j} B(i, j) f(i, j)}{\sum_{i=0}^{I-1-j} B(i, j)} = \frac{\sum_{i=0}^{I-1-j} B(i, j+1)}{\sum_{i=0}^{I-1-j} B(i, j)}$$

ter $f(i, j)$ faktorji razvoja škod

$$f(i, j) := \frac{B(i, j+1)}{B(i, j)}.$$

Za računanje povprečnega količnika $f(j)$ in za rep $f(I)$ veljajo enake opombe kot v podpoglavju 2.3.

Če s $\phi(i, j)$ označimo povprečno rešeno škodo za škode, nastale v obdobju i in rešene do konca obdobja j , velja

$$\phi(i, j) = \frac{D(i, j)}{B(i, j)}, \quad i=0, 1, \dots, I, \quad j=0, 1, \dots, I-i$$

in opravimo veriženje na povprečnih rešenih škodah $\phi(i, j)$, dobimo oceno za končno povprečno škodo $\hat{\phi}(i, \infty)$ kot

$$\hat{\phi}(i, \infty) = g_{\phi}(I - i)\phi(i, I - i), \quad i=0, 1, \dots, I$$

kjer je $g_{\phi}(j)$ kumulativni faktor razvoja števila rešenih škod

$$g_{\phi}(j) := \prod_{m=j}^I f_{\phi}(m)$$

in $f_{\phi}(j)$ povprečni faktorji razvoja povprečne rešene škode

$$f_{\phi}(j) := \frac{1}{I - j} \sum_{i=0}^{I-1-j} f_{\phi}(i, j)$$

ter $f_{\phi}(i, j)$ faktorji razvoja povprečne škode

$$f_{\phi}(i, j) := \frac{\phi(i, j+1)}{\phi(i, j)}.$$

Rep $f_\phi(I)$ ocenimo podobno kot v podpoglavju 2.3.1. Pri računanju povprečnega faktorja $f_\phi(j)$ razvoja povprečne škode smo se odločili za aritmetično sredino na podlagi podobnega razmisleka kot pri veriženju škodnih količnikov v podpoglavju 2.5.7.

Primer 15: za naš računski primer imamo v tabeli A.8 (priloga A, str. 9) kumulativno število rešenih škod $B(i,j)$ in v tabeli B.22 (priloga B, str. 33) faktorje razvoja števila rešenih škod $f(i,j)$. Ocena končnega števila rešenih škod $\hat{B}(i,\infty)$ je v tabeli B.25 (priloga B, str. 35), kjer je izračunana tudi škodna rezervacija. V tabeli B.23 (priloga B, str. 33) imamo povprečne rešene škode $\phi(i,j)$ in v tabeli B.24 (priloga B, str. 34) faktorje razvoja $f_\phi(i,j)$ povprečnih rešenih škod. V tabeli B.25 (priloga B, str. 35) imamo oceno za povprečno končno rešeno škodo $\hat{\phi}(i,\infty)$ in škodno rezervacijo $\hat{P}(i,I-i)$ po posameznih obdobjih nastanka škode i .

Konec primera.

2.6.2 Projekcija števila prijavljenih škod in povprečne prijavljene škode z metodo veriženja

Tako kot v prejšnjem podpoglavju 2.6.1, kjer smo projicirali število rešenih škod in povprečno rešeno škodo, projicirajmo sedaj število prijavljenih škod in povprečno prijavljeno škodo, da pridemo do ocene škodne rezervacije za posamezno obdobje nastanka škode:

1. z metodo veriženja napravimo oceno končnega števila prijavljenih škod $\hat{A}(i,\infty)$,
2. z metodo veriženja na povprečnih prijavljenih škodah $\phi_p(i,j)$ napravimo oceno končne povprečne prijavljene škode $\hat{\phi}_p(i,\infty)$, kjer je $\phi_p(i,j) = I(i,j)/A(i,j)$, $i = 0,1,\dots,I$, $j = 0,1,\dots,I-i$
3. ocena končnih prijavljenih škod $\hat{I}(i,\infty)$ je enaka produktu končnega števila prijavljenih škod in končne povprečne prijavljene škode $\hat{I}(i,\infty) = \hat{A}(i,\infty) \times \hat{\phi}_p(i,\infty)$ in
4. škodna rezervacija za posamezno obdobje nastanka škode je enaka razliki med oceno končnih rešenih škod in rešenimi škodami $\hat{P}(i,I-i) = \hat{I}(i,\infty) - D(i,I-i)$.

Primer 16: Rezultati za naš računski primer so prikazani v tabeli B.26 (priloga B, str. 36). Vmesnih računov ne navajamo, saj niso nič drugačni kot v prejšnjem poglavju. Podatki o številu prijavljenih škod $N(i,j)$ in kumulativnem številu prijavljenih škod $A(i,j)$ so v prilogi A. Če primerjamo oceno škodnih rezervacij s tisto, ki smo jo dobili pri veriženju zneskov prijavljenih škod (podpoglavje 2.4.1), vidimo, da smo dobili podoben rezultat.

Konec primera.

2.6.3 Razmerje med številom rešenih in številom prijavljenih škod

Dodaten vpogled v škodno dogajanje nam da razmerje med kumulativnim številom rešenih in kumulativnim številom prijavljenih škod

$$B(i,j)/A(i,j), \quad i=0,1,\dots,I, j=0,1,\dots,I-i.$$

Če je vzorec prijavljanja škod stabilen in če količniki $B(i,j)/A(i,j)$ pri fiksiranem obdobju razvoja j rastejo, potem je delež števila rešenih škod v številu prijavljenih škod vedno večji in lahko sklepamo na pospešeno reševanje škod. V nasprotnem primeru, ko količniki pri fiksiranem obdobju razvoja j padajo, sklepamo na upočasnjeno reševanje škod. V tem zadnjem primeru bi bila ocena končnega števila škod, napravljena na podlagi števila rešenih škod, prenizka.

Primer 17: oglejmo si to razmerje za naš računski primer v tabeli B.27 in na sliki B.6 (priloga B, str. 37), ki sta pripravljene na podlagi kumulativnega števila rešenih škod $B(i,j)$ (tabela A.8 – priloga A, str. 9) in kumulativnega števila prijavljenih škod $A(i,j)$ (tabela A.6 – priloga A, str. 7). V primeru stalne dinamike reševanja škod in pri letnih kohortah škod bi morali biti stolpci bolj ali manj konstantni. Mi imamo četrletne kohorte škod in v 1. in 2. stolpcu so večji faktorji rešenih škod v tistih četrletjih, ki časovno ustrezajo zadnjemu četrletju koledarskega leta (v tabeli B.27 osenčeno). Od tod sklepamo na pospešeno reševanje škod v 4. četrletju koledarskega leta.

Konec primera.

Za kontrolo naših predpostavk in odkrivanje anomalij v podatkih je zanimiva še primerjava kumulativnega števila rešenih škod $B(i,j)$ s predvidenim končnim številom škod, bodisi končnim številom rešenih škod $A(i, \infty)$ ali $B(i, \infty)$ – odvisno od metode, ki jo uporabljamo.

2.6.4 Izpostavljenost riziku in škodna pogostnost

Za boljši vpogled v portfelj, za katerega ocenjujemo škodno rezervacijo, opazujemo še izpostavljenost riziku, škodno pogostnost, zaslužen premijo in povprečno zaslužen premijo.

Izpostavljenost riziku je lahko izražena na različne načine in je odvisna od posamezne vrste zavarovanj. Običajno jo izražamo s številom zavarovanih objektov. Pri tem je treba upoštevati tudi časovno dimenzijo, saj niso vsi objekti zavarovani za enako dolgo obdobje, zato število zavarovanih objektov preračunamo na *število zavarovanih objektov na leto*. Podobno kot pri premiji, kjer razlikujemo, ali gre za premijo iz zavarovanj, sklenjenih v določenem obdobju (policirana zavarovalna premija oz. written premium) ali pa gre za zaslužen premijo (imenovano tudi merodajna premija oz. earned premium), tudi pri izpostavljenosti riziku razlikujemo, ali gre za

- izpostavljenost riziku iz zavarovanj, sklenjenih v določenem obdobju ali
- za “zaslužen” izpostavljenost riziku v določenem obdobju.

V prvem primeru vzamemo število zavarovanih objektov na leto, kjer upoštevamo zavarovanja, sklenjena v opazovanem obdobju. V drugem primeru upoštevamo vse zavarovane objekte, za katere je obstajalo zavarovalno kritje v opazovanem obdobju (torej upoštevamo tudi zavarovanja, sklenjena pred opazovanim obdobjem) in jih upoštevamo z utežjo, ki izraža, kolikšen del leta je bil objekt v opazovanem obdobju zavarovan. Ko bomo v nadaljevanju govorili o izpostavljenosti riziku, bomo imeli v mislih “zaslužen” izpostavljenost riziku.

Opazujemo torej

škodno pogostnost $= A(i,j)/e(i)$, $i=0,1,\dots,I$, $j=0,1,\dots,I-i$

zaslužen premijo na enoto izpostavljenosti riziku $= EP(i)/e(i)$, $i=0,1,\dots,I$,

rast zaslužene premije na enoto izpostavljenosti riziku $= \frac{EP(i)/e(i)}{EP(i-1)/e(i-1)}$, $i=1,2,\dots,I$,

kjer je

$EP(i)$ zaslužena premija v obdobju i ,

$e(i)$ izpostavljenost riziku obdobju i ,

$A(i,j)$ kumulativno število prijavljenih škod, nastalih v obdobju i in prijavljenih do konca obdobja j .

Rast zaslužene premije na enoto izpostavljenosti riziku običajno ni enaka inflaciji škod.

Primer 18: za naš računski primer je iz tabele B.28 (priloga B, str. 38) razvidna rast izpostavljenosti riziku in rast zaslužene premije ter "povprečne zaslužene premije", ki je naraščala, razen v zadnjem četrtletju leta 2002 in v prvi polovici leta 2003. To pripisujemo spremembi sestave portfelja, ker je bilo vključenih vanj večje število mopedov, za katere je postalo zavarovanje avtomobilske odgovornosti obvezno. V tabeli B.29 (priloga B, str. 38) imamo prikazano škodno pogostnost, ki jo opazujemo po obdobjih nastanka in razvoja škode zaradi boljšega razumevanja škodnega dogajanja in preverjanja predpostavk. V praksi bi bilo treba preveriti, zakaj prihaja do nihanja v škodni pogostnosti v 1. obdobju razvoja škode – je to slučaj, sezonsko pogojeno škodno dogajanje ali način dela v škodnem oddelku.

Konec primera.

2.7 Metode za izračun rezervacije za naknadno prijavljene škode (IBNR)

V 1. poglavju smo opozorili na razliko med »pravo« in »bruto« rezervacijo za naknadno prijavljene škode. Do sedaj smo si že ogledali nekaj metod za izračun škodnih rezervacij v celoti in tudi za izračun IBNR (metoda veriženja na prijavljenih škodah (2.4.1), BF metoda na prijavljenih škodah (2.5.2) in Cape Cod metoda na prijavljenih škodah (2.5.4)), sedaj pa si oglejmo še nekaj metod za izračun IBNR, ki bi nam utegnile koristiti pri medletnem izračunavanju škodnih rezervacij.

2.7.1 IBNR kot preostali člen

Če izračunamo škodno rezervacijo P v celoti in od nje odštejemo škodne rezervacije po popisu Q , dobimo »bruto« rezervacijo za naknadno prijavljene škode R :

$$R = P - Q.$$

Tako lahko prikažemo rezervacijo za naknadno prijavljene škode tudi posebej in s tem zadostimo zahtevam poročanja pozavarovatelju in nadzornemu organu. Poleg tega je pri analizi izračuna škodnih rezervacij dobro opazovati škodne rezervacije posebej za prijavljene in posebej za naknadno prijavljene škode, da odkrijemo morebitne anomalije.

2.7.2 Posredno izračunavanje IBNR

Škodno rezervacijo R_y za naknadno prijavljene škode na koncu obdobja y lahko izračunamo tudi na podlagi škodne rezervacije za naknadno prijavljene škode R_{y-1} na koncu predhodnega obdobja $y-1$ in merila M_y oziroma M_{y-1} na način:

$$R_y = \frac{M_y}{M_{y-1}} R_{y-1}. \quad (2.60)$$

Za merilo M_y izberemo eno izmed možnosti:

- premijski del – zneski: zaslužena premija, fakturirana premija v letu y ;
- škodni del – zneski: rešene škode, prijavljene škode, škodne rezervacije po popisu, zneski naknadno prijavljenih škod v letu y za škode, nastale v letu $y-1$ ali prej;
- premijski del – števila: število zavarovanih objektov (kot izpostavljenost riziku – analogno z zaslužno premijo oziroma število objektov, prevzetih v zavarovanje - analogno s fakturirano premijo)
- škodni del – števila: število prijavljenih škod, število nerešenih škod.

V primeru, da so opazovana obdobja leta in gre za škode s krajšimi repi, bi bilo smiselno vzeti namesto škodne rezervacije R_{y-1} za naknadno prijavljene škode na koncu leta $y-1$ podatek, koliko je bilo v letu y plačano za naknadno prijavljene škode in koliko je za te škode na koncu leta y še v rezervaciji za prijavljene škode.

2.7.3 Tarbellova metoda

Tarbellova metoda (Tarbell, 1933) je poseben primer posrednega računanja IBNR. Različice te metode so še vedno v uporabi. Tarbellova metoda izhaja iz predpostavke, da so škode pretežno prijavljene v 12 mesecih, torej je kvečjemu primerna za škodna dogajanja s krajšimi repi. Rezervacijo R_y na koncu leta y za naknadno prijavljene škode izračunamo kot

$$R_y = \frac{I_{[4|y]}}{I_{[4|y-1]}} I'_{y-1},$$

kjer je

$I_{[4|y]}$ zneski prijavljenih škod v zadnjem četrtletju leta y

$I_{[4|y-1]}$ zneski prijavljenih škod v zadnjem četrtletju leta $y-1$

I'_{y-1} zneski naknadno prijavljenih škod v letu y (za škode, nastale v letu $y-1$).

Tarbell je prijavljene škode $I_{[4|y]}$ predstavil s produktom števila prijavljenih škod in povprečne prijavljene škode in se s tem izognil morebitnim anomalijam zaradi kakšne posebno visoke škode. Dopusča tudi možnost, da se rezervacija R_y za naknadno prijavljene škode dodatno poveča s faktorjem za nadaljnji razvoj naknadno prijavljenih škod.

Metoda uvaja *koncept run off analize naknadno prijavljenih škod* (IBNR run off analiza). Pri run off analizi naknadno prijavljenih škod opazujemo prijavljene škode (rešene škode in škodne rezervacije po popisu) po letih nastanka in letih razvoja škode, vendar samo za škode, ki so naknadno prijavljene (leto nastanka je pred letom prijave škode). IBNR run off analizo je priporočljivo delati za kontrolo izračuna »prave« rezervacije za naknadno prijavljene škode.

2.7.4 Izračun IBNR na podlagi števila naknadno prijavljenih škod in povprečne naknadno prijavljene škode

Predpostavimo, da imamo tak portfelj, kjer so škode prijavljene najkasneje v 12 mesecih po nastanku škode. Število naknadno prijavljenih škod N'_y , ki bodo prijavljene po letu y , ocenimo

$$\hat{N}'_y = N_y \frac{N'_{y-1}}{N_{y-1}}, \quad (2.61)$$

kjer je

y opazovano leto, na koncu katerega računamo škodne rezervacije

N'_{y-1} število naknadno prijavljenih škod, ki so bile prijavljene v letu y (nastale v letu $y-1$)

N_y število prijavljenih škod v letu y

N_{y-1} število prijavljenih škod v letu $y-1$

in povprečno naknadno prijavljeno škodo ϕ'_y , ki bo prijavljena po letu y , ocenimo

$$\hat{\phi}'_y = \phi_y \frac{\phi'_{y-1}}{\phi_{y-1}}, \quad (2.62)$$

kjer je

ϕ'_{y-1} povprečna naknadno prijavljena škoda, ki je bila prijavljene v letu y (nastala v letu $y-1$)

ϕ_y povprečna prijavljena škoda v letu y

ϕ_{y-1} povprečna prijavljena škoda v letu $y-1$.

Rezervacijo R_y za naknadno prijavljene škode na koncu leta y izračunamo kot produkt ocene za število naknadno prijavljenih škod in ocene za povprečno naknadno prijavljeno škodo:

$$R_y = \hat{N}'_y \hat{\phi}'_y.$$

Če imamo portfelj z daljšimi repi, število naknadno prijavljenih škod ocenimo tudi z metodo veriženja na številu prijavljenih škod $N(i,j)$, kjer je i obdobje nastanka in j obdobje prijave škode. To smo pravzaprav že naredili v podpoglavju 2.6.2, ko smo projicirali število prijavljenih škod in povprečno prijavljeno škodo z metodo veriženja. Ocenili smo končno kumulativno število prijavljenih škod $\hat{A}(i,\infty)$ po obdobjih nastanka škode i , $i=0,1,\dots,I$. Razlika $\hat{A}(i,\infty) - A(i,I-i)$ predstavlja oceno, koliko škod bo še naknadno prijavljenih po obdobju razvoja $I-i$ za škode, nastale v obdobju i . Seštevek teh ocen po obdobjih nastanka škode i nam da skupno oceno števila naknadno prijavljenih škod. Iz tabele B.26 (priloga B, str. 36), kjer je predstavljen izračun za naš numerični primer po metodi veriženja števila prijavljenih škod, razberemo oceno, da bo prijavljenih še $142,136 - 135,818 = 6,318$ škod.

Če naredimo še oceno števila naknadno prijavljenih škod po formuli (2.61), dobimo 6,020 škod. Pri tem smo vrednosti $N'_{2002}=5,484$, $N_{2003}=38,473$, $N_{2002}=35,047$ razbrali iz tabele A.5 (priloga A, str. 6) o številu prijavljenih škod $N(i,j)$ (s seštevanjem četrletnih podatkov).

Če imamo portfelj z daljšimi repi, tudi formula (2.62) ne daje naboljšega rezultata, saj tudi povprečna naknadno prijavljena škoda ϕ'_{y-1} še ni v celoti znana. Lahko bi uporabili metodo veriženja na zneskih in številih prijavljenih škod in izračunali povprečno prijavljeno škodo, vendar smo hkrati že prišli do končnega rezultata, ki nam da povprečno prijavljeno škodo kot stranski rezultat.

2.8 Vpliv inflacije na izračun škodnih rezervacij

2.8.1 Uvod

Pravilno upoštevanje inflacije je ključnega pomena pri izračunavanju škodnih rezervacij. Na podlagi podatkov o preteklem škodnem dogajanju delamo oceno, kolikšna bodo prihodnja plačila za že nastale škode. Preteklo škodno dogajanje se običajno nanaša na večletno obdobje; pri škodah z dolgimi repi so ta obdobja daljša od 10 let, v tako dolgem obdobju pa se cene znatno spremenijo (v Sloveniji npr. znaša kumulativna rast cen življenjskih potrebščin za obdobje 1995-2004 več kot 100%; podatki Statističnega urada RS – Banka statističnih podatkov).

Pri računanju škodnih rezervacij pa ni pomembna samo inflacija cen, pač pa *inflacija škod* v celoti. Povprečna škoda realno raste tudi zaradi vse višjih odškodnin, ki jih prisojajo sodišča in zaradi realnega naraščanja cen popravil. Če bi bila inflacija cen in škod v preteklosti stalna in bi pričakovali, da bo tako tudi v bodoče, posebne prilagoditve metod za inflacijo skoraj ne bi bile potrebne. Za primer vzemimo metodo veriženja na zneskih rešenih oz. prijavljenih škod, ki implicitno upošteva, da se bo obstoječa inflacija nadaljevala tudi v bodoče.

Ker inflacija cen v zadnjih letih ni bila stalna, si bomo ogledali dva načina, kako upoštevati inflacijo pri računanju škodnih rezervacij. Pri tem se za merilo rasti cen odločimo glede na

vrsto zavarovanj, za katero računamo škodno rezervacijo. Večinoma zadostuje indeks rasti cen življenjskih potrebščin, ki je tudi uradno merilo za inflacijo v Sloveniji, lahko pa bi vzeli tudi indeks rasti drobnoprodajnih cen, indeks rasti plač, indeks cen rezervnih delov, ipd. V našem numeričnem primeru bomo uporabili indeks rasti cen življenjskih potrebščin.

2.8.2 Inflacija pri metodi veriženja

Kadar želimo med sabo primerjati podatke iz različnih časovnih obdobj in želimo izločiti vpliv inflacije, podatke valoriziramo na isti termin. Tudi pri metodi veriženja postopamo tako in sicer v naslednjih korakih:

- a) zneske $C(i,j)$ rešenih škod in $Q(i,j)$ škodnih rezervacij po popisu za prijavljene škode valoriziramo na dan izračuna škodne rezervacije;
- b) na način, ki je opisan pri posamezni metodi, z valoriziranimi zneski izračunamo škodno rezervacijo. Tako dobimo škodno rezervacijo po cenah na dan izračuna škodne rezervacije;
- c) s pomočjo faktorjev razvoja škod ugotovimo, kako se bo škodna rezervacija porabljala v prihodnjih letih;
- d) predpostavimo, kakšna bo inflacija v bodoče in zneske valoriziramo na dan plačila škode;
- e) škodna rezervacija je seštevek zneskov, valoriziranih na različne termine – obdobja plačila škode.

Vendar s tem računanje škodnih rezervacij še ni končano. Predvidena izplačila po posameznih letih je mogoče *diskontirati* na dan računanja škodnih rezervacij s previdno izbrano obrestno mero, ki odraža pričakovani donos od naložb zavarovalno-tehničnih sredstev. Po naši zakonodaji (Sklep o podrobnejših pravilih in minimalnih standardih za izračun zavarovalno-tehničnih rezervacij, 2001, 7. člen) je možno diskontirati škodne rezervacije, če je »pričakovano povprečno obdobje med dnevom poravnave obveznosti in dnevom vrednotenja najmanj 4 leta«.

Zapišimo postopek še natančneje in zato vpeljimo nekaj novih oznak:

- c_k faktor rasti⁵ cen v obdobju k , $k=0,1,\dots,I$
- γ_k faktor za valorizacijo zneska iz obdobja k (predpostavimo, da se znesek v povprečju nanaša na sredino obdobja k) na konec obdobja I
- \hat{c}_k ocena za rast cen v prihodnjih obdobjih, $k=I+1,\dots,2I+1$
- * zvezdica pri simbolu pomeni, da so zneski valorizirani na dan računanja škodne rezervacije.

Faktorje γ_k za valorizacijo na dan računanja škodne rezervacije oz. na konec obdobja I izrazimo z rastjo cen v posameznem obdobju

$$\gamma_k = \sqrt{c_k} \prod_{j=k+1}^I c_j, \quad k=0,1,\dots,I.$$

Valorizirani zneski rešenih škod $C(i,j)$, kjer je i obdobje nastanka in j obdobje razvoja škode, na konec obdobja I , so

$$C^*(i, j) = C(i, j)\gamma_{i+j}$$

in kumulativni valorizirani zneski rešenih škod

⁵ Če je npr. rast cen 2%, potem je faktor enak 1.02.

$$D^*(i, j) := \sum_{m=0}^j C^*(i, m), \quad i, j=0, 1, \dots, I.$$

Iz valoriziranih zneskov izračunamo faktorje razvoja škod f_j^* in kumulativne faktorje razvoja škod g_j^* (glej formuli (2.3) in (2.4)). Škodna rezervacija za škode, nastale v obdobju i (škodna rezervacija valorizirana na konec obdobja I) je

$$\hat{P}^*(i, I-i) = (g^*(I-i) - 1)D^*(i, I-i), \quad i=0, 1, \dots, I.$$

Sedaj zapišimo še razporeditev škodne rezervacije $\hat{P}^*(i, I-i)$ po letih porabe in poiščimo predvidena plačila v posameznih letih razvoja $\hat{C}^*(i, j)$, kjer je $I-i < j \leq I+1$ in $I+1$ pomeni rep škodnega dogajanja:

$$\hat{C}^*(i, j) = \hat{D}^*(i, j) - \hat{D}^*(i, j-1),$$

kjer je

$$\hat{D}^*(i, I) = \hat{D}^*(i, \infty) / f^*(I) \quad \text{in} \quad \hat{D}^*(i, j) = \hat{D}^*(i, j+1) / f^*(j).$$

Škodna rezervacija za škode, nastale v obdobju i , valorizirana na sredino predvidenega obdobja plačila škode, znaša

$$\hat{P}(i, I-i) = \sum_{j=I-i+1}^I (\hat{C}^*(i, j) \hat{c}_{I+1} \dots \hat{c}_{i+j-1} \sqrt{\hat{c}_{i+j}}) + C(i, I+1) \hat{c}_{I+1} \dots \hat{c}_{2I+1}, \quad i=0, 1, \dots, I.$$

Repe $C(i, I+1)$, ki se nanašajo na razvoj škod po obdobju I , smo sicer valorizirali na konec obdobja $I+1$ razvoja škod, lahko pa bi jih valorizirali tudi na konec daljšega časovnega obdobja, odvisno od pričakovanega časa reševanja teh škod.

Primer 19: oglejmo si še naš računski primer za metodo veriženja na zneskih rešenih škod. V podpoglavju 2.3 smo za ta primer izračunali rezervacije brez upoštevanja inflacije. Rezultati so prikazani v tabeli B.2 (priloga B, str. 12) in za primerjavo tudi v 1. stolpcu tabele 2.2 (str. 31). Valorizacijo zneskov na 31.12.2003 smo opravili z rastjo cen življenjskih potrebščin – faktorji za valorizacijo so prikazani v tabeli 2.1 (str. 31).

Iz tabele 2.2 vidimo, da dobimo približno enako, če uporabimo metodo veriženja brez upoštevanja inflacije ali pa če metodo prilagodimo za inflacijo in za prihodnja obdobja upoštevamo inflacijo v višini 2% četrtletno. Toliko je povprečna četrtletna inflacija v opazovanem obdobju 2000-2003 tudi bila. Ker inflacija pada, je bolj prav, da upoštevamo metodo, prilagojeno za inflacijo in predpostavimo za prihodnja obdobja nižjo inflacijo, npr. 1% četrtletno. Tako je škodna rezervacija v našem primeru nižja za 4%. Iz tabele 2.2 je tudi razvidno, koliko je metoda občutljiva za predpostavke o bodoči inflaciji (analiza občutljivosti).

Konec primera.

Tabela 2.1: Faktorji za valorizacijo zneskov na 31.12.2003 oziroma na dan plačila škode

leto	četrtnje	k	faktor rasti cen v posameznem četrtnju C_k	kumulativni faktor za val. na 31.12.03 γ_k	leto	četrtnje	k	predvideni faktor rasti cen v posameznem četrtnju \hat{C}_k	kum. faktor za val. iz 31.12.03 na leto plačila škode
2000	1	0	1.026	1.297	2004	1	16	1.01	1.005
	2	1	1.017	1.269		2	17	1.01	1.015
	3	2	1.026	1.242		3	18	1.01	1.025
	4	3	1.018	1.216		4	19	1.01	1.035
2001	1	4	1.026	1.189	2005	1	20	1.01	1.046
	2	5	1.022	1.161		2	21	1.01	1.056
	3	6	1.011	1.142		3	22	1.01	1.067
	4	7	1.010	1.130		4	23	1.01	1.077
2002	1	8	1.032	1.107	2006	1	24	1.01	1.088
	2	9	1.015	1.081		2	25	1.01	1.099
	3	10	1.014	1.066		3	26	1.01	1.110
	4	11	1.011	1.053		4	27	1.01	1.121
2003	1	12	1.022	1.036	2007	1	28	1.01	1.132
	2	13	1.013	1.018		2	29	1.01	1.144
	3	14	1.004	1.009		3	30	1.01	1.155
	4	15	1.007	1.004		4	31	1.01	1.167

Vir podatkov: Banka statističnih podatkov za leta 2000-2003, ostalo lastna projekcija

Tabela 2.2: Izračun škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 z metodo veriženja na rešenih škodah (v 1000 SIT): brez upoštevanja inflacije in ob upoštevanju inflacije pri različnih predpostavkah za bodočo inflacijo

četrtnje nastanka škode	i	brez upoštevanja inflacije $P(i, l-i)$	ob upoštevanju inflacije; predpostavka za bodočo inflacijo:				
			0% četrtnje $P^*(i, l-i)$	0,5% četrtnje $P(i, l-i)$	1% četrtnje $P(i, l-i)$	2% četrtnje $P(i, l-i)$	3% četrtnje $P(i, l-i)$
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
2000/1	0	0	0	0	0	0	0
2000/2	1	37,855	37,015	37,107	37,199	37,383	37,566
2000/3	2	91,356	88,972	89,371	89,772	90,573	91,376
2000/4	3	166,016	158,965	160,030	161,100	163,253	165,423
2001/1	4	199,464	189,307	191,058	192,822	196,387	200,003
2001/2	5	308,265	290,279	293,424	296,600	303,051	309,635
2001/3	6	417,937	389,563	394,562	399,626	409,956	420,559
2001/4	7	542,296	502,724	510,217	517,831	533,428	549,530
2002/1	8	532,809	490,456	498,729	507,158	524,500	542,508
2002/2	9	878,179	803,700	818,533	833,690	865,003	897,699
2002/3	10	1,135,589	1,039,724	1,059,381	1,079,515	1,121,268	1,165,083
2002/4	11	1,548,472	1,417,421	1,445,202	1,473,717	1,533,037	1,595,558
2003/1	12	1,899,478	1,739,895	1,774,108	1,809,287	1,882,665	1,960,290
2003/2	13	2,815,528	2,590,170	2,639,900	2,691,097	2,798,101	2,911,613
2003/3	14	3,795,544	3,509,221	3,573,073	3,638,850	3,776,471	3,922,696
2003/4	15	5,116,178	4,752,169	4,835,395	4,921,139	5,100,587	5,291,364
SKUPAJ		19,484,964	17,999,582	18,320,091	18,649,404	19,335,661	20,060,904

Vir: lastni izračuni

2.8.3 Metoda separacije

Tudi pri metodi separacije izhajamo iz podatkov o rešenih škodah $C(i,j)$, urejenih po obdobjih nastanka in obdobjih razvoja škode. Pri tej metodi ne valoriziramo zneskov z indeksom rasti cen, temveč skušamo inflacijo izluščiti iz samih podatkov. Metoda upošteva poleg razvoja škod (razvoj po stolpcih) tudi razvoj po koledarskih obdobjih – inflacijo torej – vsi elementi na diagonali so pomnoženi z istim faktorjem, ki ustreza inflaciji škod.

Natančneje, pri tej metodi predpostavimo, da se da vsak element trikotnika, ki vsebuje plačila škod v posameznih letih $C(i,j)$, zapisati kot produkt treh faktorjev:

- faktor kohorte: z njim izrazimo velikost kohorte, običajno vzamemo kar število prijavljenih škod v prvem opazovanem obdobju,
- faktor razvoja: delež r_j končnih rešenih škod, ki je rešen v posameznem letu razvoja j ,
- faktor koledarskega leta: kumulativni faktor inflacije škod λ_i , ki je enak produktu inflacijskih faktorjev od leta 0 do leta i (vzdolž diagonale so ti faktorji enaki).

Predpostavimo še, da so škode iz prve vrstice (obdobje nastanka škode $i=0$) že dokončno razvite.

Najprej zneske rešenih škod $C(i,j)$ izrazimo kot produkt

$$C(i, j) = \lambda_{i+j} r_j D_i, \quad i, j=0, 1, \dots, I,$$

kjer je

D_i končni znesek rešenih škod brez upoštevanja inflacije

i obdobje nastanka škode

j obdobje razvoja škode.

Obdobje nastanka škode	Obdobje razvoja škode						
	0	1	2	3	...	$I-1$	I
0	$D_0 r_0 \lambda_0$	$D_0 r_1 \lambda_1$	$D_0 r_2 \lambda_2$	$D_0 r_3 \lambda_3$...	$D_0 r_{I-1} \lambda_{I-1}$	$D_0 r_I \lambda_I$
1	$D_1 r_0 \lambda_1$	$D_1 r_1 \lambda_2$	$D_1 r_2 \lambda_3$	$D_1 r_3 \lambda_4$...	$D_1 r_{I-1} \lambda_I$	
2	$D_2 r_0 \lambda_2$	$D_2 r_1 \lambda_3$	$D_2 r_2 \lambda_4$	$D_2 r_3 \lambda_5$			
...							
...							
$I-1$	$D_{I-1} r_0 \lambda_{I-1}$	$D_{I-1} r_1 \lambda_I$					
I	$D_I r_0 \lambda_I$						

Iščemo neznanke D_i, r_i, λ_i , da bi lahko izračunali škodno rezervacijo, to je, da bi dopolnili spodnjo desno polovico zgornjega pravokotnika.

Dodatno predpostavimo, da je končni znesek rešenih škod D_i (brez upoštevanja inflacije) sorazmeren končnemu številu prijavljenih škod $N(i, \infty)$. S tem želimo normirati kohorte in zmanjšati število neznank, vendar tega števila tudi še ne poznamo, zato še predpostavimo, da je končno število prijavljenih škod $N(i, \infty)$ sorazmerno s številom prijavljenih škod v prvem obdobju opazovanja⁶ $N(i, 0)$ in zdaj lahko zapišemo $D_i = c N(i, 0)$. Zgornji zapis preoblikujemo

⁶ Namesto števila prijavljenih škod $N(i, 0)$ bi lahko vzeli tudi število rešenih škod $M(i, 0)$.

Obdobje nastanka škode	Obdobje razvoja škode						
	0	1	2	3	...	I-1	I
0	$cr_0\lambda_0$	$cr_1\lambda_1$	$cr_2\lambda_2$	$cr_3\lambda_3$...	$cr_{I-1}\lambda_{I-1}$	$cr_I\lambda_I$
1	$cr_0\lambda_1$	$cr_1\lambda_2$	$cr_2\lambda_3$	$cr_3\lambda_4$...	$cr_{I-1}\lambda_I$	
2	$cr_0\lambda_2$	$cr_1\lambda_3$	$cr_2\lambda_4$	$cr_3\lambda_5$			
...							
...							
I-1	$cr_0\lambda_{I-1}$	$cr_1\lambda_I$					
I	$cr_0\lambda_I$						

in že lahko zapišemo sistem enačb, ki ga dobimo z vsotami celic po stolpcih

$$cr_j \sum_{i=0}^{I-j} \lambda_i = \sum_{i=0}^{I-j} C(i, j), \quad j=0,1,\dots,I \quad (2.63)$$

in diagonalah

$$\begin{aligned} cr_0\lambda_0 &= C(0,0) \\ c(r_0 + r_1)\lambda_1 &= C(1,0) + C(0,1) \end{aligned} \quad (2.64)$$

...

$$c(r_0 + r_1 + \dots + r_I)\lambda_I = C(I,0) + C(I-1,1) + \dots + C(0,I).$$

Ker smo predpostavili, da so škode v 1. vrstici že do konca razvite, imamo še enačbo

$$\sum_{i=0}^I r_i = 1. \quad (2.65)$$

Vzemimo, da smo že našli rešitve c, r_i, λ_i gornjega sistema enačb in predpostavimo, da bo inflacija škod v bodoče $\lambda_{I+1}, \lambda_{I+2}, \dots, \lambda_{2I-1}$.

Končni znesek rešenih škod D_i (brez upoštevanja inflacije) je

$$D_i = N(i,0)c, \quad i=0,1,\dots,I$$

in škodne rezervacije po obdobjih nastanka škode (z upoštevanjo inflacije) so

$$P(0, I) = 0$$

$$P(1, I-1) = D_1 r_I \lambda_{I+1}.$$

...

$$P(I-1, 1) = D_{I-1} (r_2 \lambda_{I+1} + r_3 \lambda_{I+2} + \dots + r_{I-1} \lambda_{2I-2})$$

$$P(I, 0) = D_I (r_1 \lambda_{I+1} + r_2 \lambda_{I+2} + \dots + r_I \lambda_{2I-1})$$

Podroben prikaz reševanja enačb je v Priročniku za škodne rezervacije (The Faculty and Institute of Actuaries, 1989, str. J4.1-J4.6) in v Taylor, 2000, str. 75-78, mi pa si oglejmo spet naš računski primer!

Primer 20: uporabili bomo podatke o rešenih škodah $C(i,j)$ in podatke o številu prijavljenih škod $N(i,0)$. Rešitve sistema enačb (2.63), (2.64) in (2.65) so:

$c=573.14$, parametri r_i, λ_i pa so v tabeli 2.3 (str. 34), skupaj s predvideno inflacijo škod v prihodnjih četrletjih. Inflacija škod močno niha, vse od negativne inflacije v prvem četrletju do 20% v zadnjem četrletju koledarskega leta. Tega ne moremo pripisati gibanju cen, niti inflaciji škod, saj se cene v opazovanih obdobjih niso tako gibale (slika 2.2, str. 35). Faktorji

λ_i izražajo še druge diagonalne efekte, v našem primeru jih pripisujemo različni intenzivnosti prijavljanja in reševanja škod v posameznih četrletjih koledarskega leta. Za še neznan faktorje λ_i , ki se nanašajo na dogajanje v bodočnosti, smo v našem primeru predpostavili, da se bodo gibali enako kot v zadnjem opazovanem koledarskem letu (v tabeli 2.3 osenčeno).

Tabela 2.3: Metoda separacije: rešitve r_i, λ_i sistema enačb in predvidena inflacija v bodoče

Četrletje	delež plačanih škod v posameznem četrletju razvoja škode i			kum. inflacija škod do koledarskega četrletja i			infacija škod v posameznem četrletju			predvidena kum. inflacija škod do koledarskega četrletja i			predvidena inflacija škod v posameznem četrletju		
	i	r_i	λ_i	$\lambda_i / \lambda_{i-1}$	i	λ_i	$\lambda_i / \lambda_{i-1}$	i	λ_i	$\lambda_i / \lambda_{i-1}$					
2000/1	0	0.005	1.000		2004/1	16	1.621	0.913							
2000/2	1	0.009	0.998	0.998	2004/2	17	1.644	1.014							
2000/3	2	0.011	0.914	0.915	2004/3	18	1.732	1.054							
2000/4	3	0.011	1.177	1.288	2004/4	19	2.121	1.225							
2001/1	4	0.016	0.963	0.818	2006/1	20	1.936	0.913							
2001/2	5	0.016	1.099	1.141	2006/2	21	1.962	1.014							
2001/3	6	0.018	0.999	0.908	2006/3	22	2.067	1.054							
2001/4	7	0.021	1.239	1.240	2006/4	23	2.532	1.225							
2002/1	8	0.026	1.110	0.896	2007/1	24	2.311	0.913							
2002/2	9	0.042	1.256	1.132	2007/2	25	2.342	1.014							
2002/3	10	0.050	1.240	0.987	2007/3	26	2.468	1.054							
2002/4	11	0.074	1.488	1.200	2007/4	27	3.023	1.225							
2003/1	12	0.110	1.358	0.913	2008/1	28	2.759	0.913							
2003/2	13	0.176	1.377	1.014	2008/2	29	2.796	1.014							
2003/3	14	0.246	1.451	1.054	2008/3	30	2.946	1.054							
2003/4	15	0.166	1.777	1.225	2008/4										
SKUPAJ		1.000													

Vir: lastni izračuni

Pri teh predpostavkah znaša škodna rezervacija 20.137.159 TSIT, v tabeli 2.4 (str. 35) pa je prikazani še nekaj izračunov škodnih rezervacij ob predpostavki, da bo bodoča inflacija škod stalna (0, 0,5%, 1%, 2%, 3% četrletno).

Zanimiva je še primerjava deležev rešenih škod r_i , izračunanih z metodo separacije in metodo veriženja na zneskih rešenih škod (izračunano iz kumulativnih faktorjev razvoja škod $g(i)$). Iz slike 2.3 (str. 36) je razvidno, da dasta obe metodi podoben rezultat.

Konec primera.

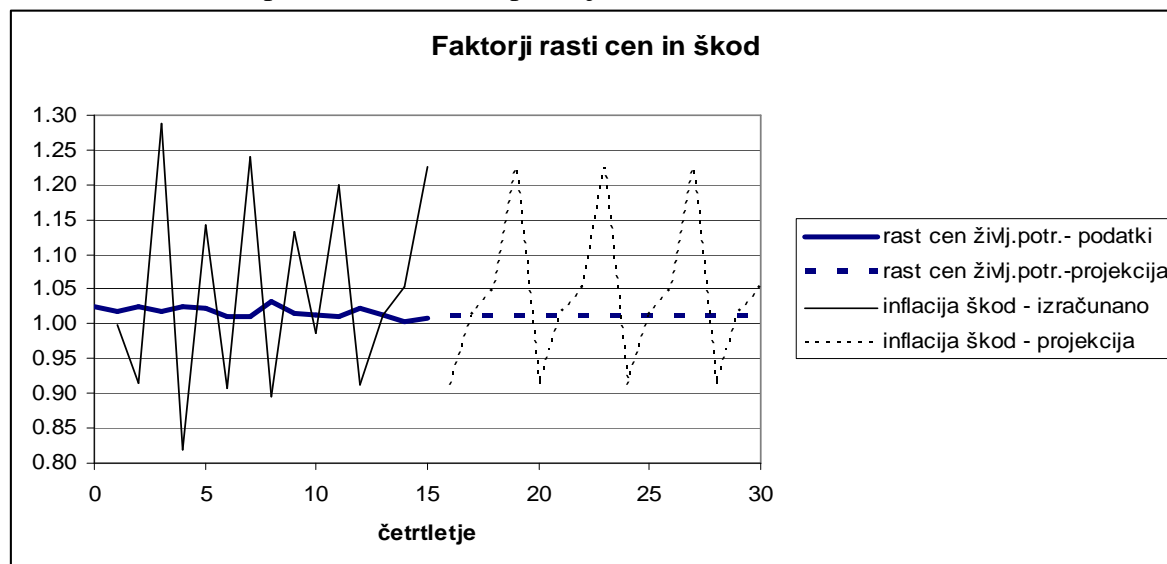
Podobno kot pri metodi veriženja, prilagojeni za inflacijo, lahko tudi tukaj vplivamo na končni rezultat s predpostavko o bodoči inflaciji. Medtem ko je pri metodi veriženja to nekoliko enostavneje, saj lahko upoštevamo uradno napoved za inflacijo, pa je pri metodi separacije to nekoliko težje: skupaj je združenih več efektov, ki jih je vsaj v našem primeru, ko delamo s četrletnimi kohortami škod, težko pojasniti in zato tudi težko vztrajati pri predpostavkah za parametre λ_i . S tega vidika se zdi metoda veriženja, prilagojena za inflacijo, primernejša od metode separacije.

Tabela 2.4: Metoda separacije – izračun škodnih rezervacij pri različnih predpostavkah, kakšna bo bodoča inflacija (1.var. – predpostavka za bodočo inflacijo iz tabele 2.3) – zneski v 1000 SIT.

četrletje nastanka škode	ob upoštevanju inflacije; predpostavka za bodočo inflacijo:					
	1. var.	0% četrletno	0,5% četrletno	1% četrletno	2% četrletno	3% četrletno
	<i>i</i>	$P(i, I-i)$	$P(i, I-i)$	$P(i, I-i)$	$P(i, I-i)$	$P(i, I-i)$
2000/1	0	0	0	0	0	0
2000/2	1	32,433	35,541	35,719	35,896	36,252
2000/3	2	78,212	85,268	85,856	86,445	87,628
2000/4	3	147,710	158,779	160,200	161,628	164,510
2001/1	4	200,113	205,302	207,637	209,992	214,765
2001/2	5	325,822	327,270	331,488	335,754	344,433
2001/3	6	380,784	377,522	383,130	388,818	400,437
2001/4	7	523,868	514,274	522,911	531,695	549,715
2002/1	8	581,355	553,503	563,804	574,308	595,946
2002/2	9	875,893	822,172	838,680	855,559	890,462
2002/3	10	1,102,696	1,035,522	1,056,596	1,078,187	1,122,972
2002/4	11	1,550,628	1,456,183	1,486,653	1,517,924	1,582,967
2003/1	12	1,942,685	1,815,053	1,852,863	1,891,719	1,972,705
2003/2	13	2,725,510	2,551,086	2,602,906	2,656,200	2,767,420
2003/3	14	3,764,443	3,570,395	3,639,256	3,710,084	3,857,933
2003/4	15	5,905,007	5,646,161	5,751,499	5,859,817	6,085,858
SKUPAJ		20,137,159	19,154,030	19,519,197	19,894,028	20,674,002

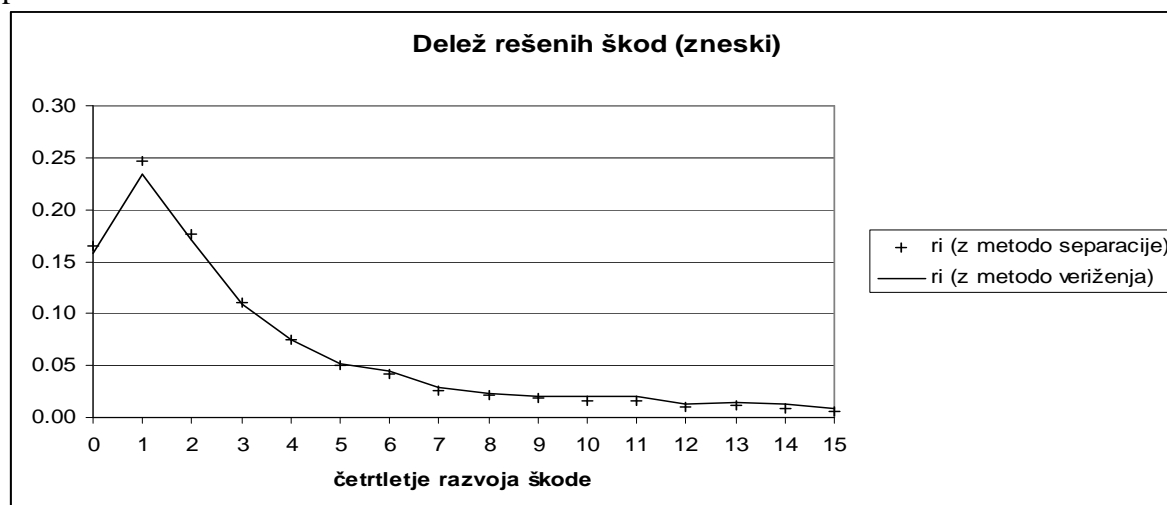
Vir: lastni izračuni

Slika 2.2: Primerjava med faktorji rasti cen življenjskih potrebščin in faktorji inflacije škod, izračunanimi za naš primer z metodo separacije



Vir: lastni izračuni

Slika 2.3: Primerjava med deleži rešenih škod v končnih rešenih škodah po četrletjih razvoja škode: metoda separacije in metoda veriženja rešenih škod ob upoštevanju inflacije za naš primer



Vir: lastni izračuni

2.9 Primerjava rezultatov in kritična analiza

Ogledali smo si kar nekaj metod za izračun škodne rezervacije in vsaka da drugačen rezultat. Rezultati so prikazani v tabeli 2.5 (str. 40), njihova povprečna vrednost je 23,216,096 T SIT, standardna deviacija pa 5,462,180 oz. 23,5% od povprečne vrednosti. Mika nas, da bi vzeli kar povprečno vrednost za našo škodno rezervacijo, vendar se moramo prej vprašati, od kod izvirajo ta relativno visoka odstopanja med izračuni. Oglejmo si nekaj **vzrokov** za ta odstopanja!

1. Repi

Škodno dogajanje za najstarejšo kohorto škod še zdaleč ni zaključeno. V praksi bi bilo nujno upoštevati nadaljnji razvoj škod (rep), poleg tega pa bi morali za škode, nastale pred letom 2000 in ki jih v našem računskem primeru sploh ne upoštevamo, posebej izračunati škodno rezervacijo (če ne drugače, bi morali upoštevati vsaj škodne rezervacije po popisu). Primerno velik rep je torej bistvenega pomena pri izračunu škodnih rezervacij. Metoda veriženja na zneskih rešenih škod nam da v primeru, da je rep enak 1.2 (v tabeli 2.5 je metoda označena s »CLr«), eno najvišjih škodnih rezervacij v našem pregledu: kar za 76% višjo škodno rezervacije kot v primeru, če repa ne upoštevamo (metoda CL). Če imamo daljšo serijo podatkov, je vpliv repa seveda manjši.

2. Uporaba podatkov o rešenih oz. prijavljenih škodah

Pri metodah, ki smo jih uporabili na prijavljenih škodah, kjer poleg rešenih upoštevamo še škodne rezervacije po popisu, imamo za najstarejšo kohorto škod vsaj škodne rezervacije po popisu, kar pomeni, da smo tudi za druge kohorte škod upoštevali nadaljnji razvoj škod po 16. četrletju oz. 4 letu. Zato nam dajo v našem primeru metode, ki smo jih uporabili na prijavljenih škodah, višjo škodno rezervacijo kot iste metode na rešenih škodah brez upoštevanja repa (glej paroma izračune škodnih rezervacij za metode CL-CL1, BF-BF1, CLpovpr-CL1povpr v tabeli 2.5).

3. Inflacija cen

Izračuni škodnih rezervacij odstopajo med sabo tudi zato, ker nismo povsod upoštevali inflacije cen – upoštevali smo jo samo pri metodi veriženja, prilagojeni za inflacijo (v tabeli 2.5 označeno s CLinfl) in pri metodi separacije (SEP). Če bi bila inflacija ves čas enako visoka in bi bilo verjetno, da bo tako še naprej, posebno upoštevanje inflacije pri teh metodah ne bi bilo potrebno. Ker temu ni tako, je prilagoditev za inflacijo nujna: podatki o škodnem dogajanju se nanašajo na čas od leta 2000 do leta 2003, ko je bila inflacija v povprečju 2% na četrtletje, po tem obdobju pa pričakujemo inflacijo 1% četrtletno. Tako nam da metoda veriženja ob upoštevanju pretekle in predvidene bodoče – nižje inflacije cen za 4% nižjo škodno rezervacijo (prim. rezultate za metodi CL, CLinfl v tabeli 2.5).

4. Škodni količniki

Pri metodah, kjer izhajamo iz predpostavke o škodnem količniku (naivna metoda škodnega količnika (NK), Bornhuetter-Fergusonova metoda na zneskih rešenih oz. prijavljenih škod (BF, BF1), Benktanderjeva metoda (GB)), nam ravno ta predpostavka močno vpliva na višino škodne rezervacije, najbolj pri NK metodi, nekoliko manj pri BF metodi (BF, BF1) in še nekoliko manj pri GB metodi, ki je linearna kombinacija CL in BF metode. Predpostavili smo, da je škodni količnik 75%. Naivna metoda nam da od vseh metod najvišjo škodno rezervacijo. Iz opazovanja škodnih količnikov (podpoglavje 2.5.6) je razvidno, da ta predpostavka ni tako zelo pretirana, kot se navidezno kaže pretirana škodna rezervacija, izračunana z NK metodo.

Oglejmo si sedaj prednosti in slabosti posameznih **osnovnih metod**: metode veriženja (CL), naivne metode škodnega količnika (NK), BF metode, projekcije škodnih rezervacij po popisu (projCR) in metode separacije (SEP).

Metoda veriženja je osnovana na predpostavki, da bo razvoj škod v bodoče potekal tako kot v preteklosti. Faktorji razvoja škod $f(i,j)$ bi morali biti v posameznih stolpcih bolj ali manj konstantni. Če temu ni tako, je treba poiskati vzroke in po potrebi uvesti korekcije. Vzroki so številni, naj navedemo samo nekatere: inflacija cen in škod, zamenjava načina dela v škodnem oddelku in s tem sprememba pri hitrosti reševanja škod, sprememba strukture portfelja, neuravnoteženost portfelja, ko velike škode preveč motijo razvoj škod, ipd. Korekcije uvedemo po aktuarski presoji; uporabimo npr. prilagoditev za inflacijo, pri faktorjih razvoja škod upoštevamo trende, faktorje posebej za kasnejša obdobja razvoja gladimo in jih prilagajamo (podpoglavji 2.3.1, 2.3.2) ali pa izločimo posebno velike škode in jih obravnavamo posebej.

Metoda veriženja je še posebej nestabilna za zadnje kohorte škod. Oglejmo si to na primeru za CL metodo: če bi bile rešene škode $C(15,0)$ za najmlajšo kohorto škod višje za 10% oz. za 88,769 T SIT, bi bila škodna rezervacija za to kohorto škod tudi višja za 10% (namesto 5,116,178 T SIT bi znašala 5,627,796 T SIT), kar pomeni, da bi bila skupna škodna rezervacija višja za 2.6%. Če bi bilo višje izplačilo škod posledica hitrejšega reševanja škod, je povečanje škodnih rezervacij neupravičeno, če pa je posledica večje škodne pogostnosti in intenzivnosti škod, je povečanje škodnih rezervacij na mestu.

Naivna metoda škodnega količnika je odvisna od predpostavke o škodnem količniku in se ne ozira na škodno dogajanje. Če spet vzamemo primer, da so rešene škode za najmlajšo kohorto škod za 10% višje (oz. za 88,769 T SIT), je škodna rezervacija v absolutnem znesku za toliko nižja oz. za 0.2%.

Bornhuetter-Fergusonova metoda je po lastnostih in v našem primeru tudi po višini škodnih rezervacij med metodo veriženja in naivno metodo škodnega količnika. Višino končnih škod določimo že na začetku s predpostavko o škodnem količniku, tekoče škodno dogajanje pa vpliva le na razporeditev tega zneska po letih porabe. To pomeni, da je višina škodne rezervacije odvisna tudi od predvidenega razvoja škod, ki temelji na dejanskem škodnem dogajanju. Če se vrnemo k našemu primeru, kjer rešene škode za najmlajšo kohorto škod povišamo za 10%, vidimo, da nam da BF metoda nespremenjeno škodno rezervacijo.

Projekcija škodnih rezervacij po popisu nam pride prav, ko nimamo dovolj podatkov o razvoju škod. Njen rezultat je močno odvisen od predpostavke, da je škodna rezervacija po popisu, iz katerega izhajamo, korektna. S faktorji razvoja škodnih rezervacij $k(j)$ - glej (2.15) - imamo v modelu predvideno možnost, da škodne rezervacije po popisu niso zadostne in od te predpostavke je odvisen končni rezultat. Metoda je primerna za obravnavo starih kohort škod v kombinaciji z drugimi metodami, faktorji razvoja škodnih rezervacij pa so pomembni za kontrolo zadostnosti škodnih rezervacij po popisu. Tako kot pri BF metodi tudi tukaj sprememba rešenih škod za najmlajšo kohorto škod ne vpliva na končni rezultat, vpliv ima le sprememba škodnih rezervacij po popisu.

Metoda separacije bi lahko imenovali tudi metoda veriženja z upoštevanjem diagonalnih efektov. Metoda je računsko bolj zahtevna, saj moramo rešiti sistem enačb, pred tem pa vsako kohorto škod normiramo s številom (prijavljenih ali rešenih) škod v prvem obdobju razvoja kohorte. Število škod v prvem obdobju razvoja kohorte je samo merilo za število vseh škod v kohorti, s katerim bi morali zares normirati zneske škod in izračunati »povprečno škodo«. Na četrletnih podatkih se metoda ni izkazala najbolje, saj nismo našli prave razlage za nihajočo inflacijo škod, ki smo jo izračunali z metodo separacije (slika 2.2, str. 35).

Povečanje rešenih škod za najmlajšo kohorto škod za 10% poveča skupno škodno rezervacijo za 2%.

Oglejmo si zdaj še **izvedene metode!**

Modificirana BF metoda (mBF) pri vsakokratnem računanju škodnih rezervacij popravlja oceno, kakšne bodo končne škode. S tem želi odpraviti togost BF metode, ki ji po drugi strani daje zaželeno stabilnost. V našem primeru smo od vseh metod dobili najnižjo škodno rezervacijo, predvsem zaradi napačne predpostavke, da repa ni. Za neuravnotežene portfelje z manjšim številom škod, ki po velikosti močno nihajo, je metoda bolj uporabna (npr. v pozavarovanju).

V našem primeru 10% povečanje rešenih škod za najmlajšo kohorto škod pomeni, da se poviša škodna rezervacija za vse kohorte škod.

Cape Cod metoda (CC) je sorodna BF metodi in tako kot modificirana BF metoda popravlja začetne ocene končnih rešenih škod. Ker izhaja iz prijavljenih škod, naša napačna predpostavka, da repa ni, ni tako usodna.

V našem primeru 10% povečanje rešenih škod za najmlajšo kohorto škod tako kot pri modificirani BF metodi pomeni, da se poviša škodna rezervacija za vse kohorte škod.

Benktanderjeva metoda (GB) je kombinacija CL in BF metode: za mlajše kohorte škod daje večji poudarek BF metodi, za starejše kohorte škod pa CL metodi. Tako je občutljivost na spremembe pri najmlajši kohorti škod zmanjšana. Ob primerni predpostavki za rep in škodni količnik ter ob upoštevanju inflacije se zdi ta metoda kar primerna za naš portfelj.

Metoda projekcije sprememb škodnih količnikov (deltaK) ni prav razširjena. Vhodni podatki zanjo so pomembni za opazovanje škodnega dogajanja in preverjanje predpostavk o škodnih količnikih pri drugih metodah. Projekcijo izvajamo na podlagi morebitnih trendov in aktuarske presoje ter ob upoštevanju zunanjih informacij.

Metoda veriženja škodnih količnikov (CLK) nam da podobne rezultate kot CL metoda. Namesto kumulativnih zneskov rešenih škod verižimo škodne količnike in na koncu dobimo povsem primerljiv rezultat. Razlika ni vsebinske narave in je prej posledica nekoliko drugačnega računanja povprečnega faktorja razvoja škodnih količnikov. Trikotnik razvoja škodnih količnikov je pomemben za opazovanje škodnega dogajanja in ga je priporočljivo uporabljati vzporedno z računanjem škodnih rezervacij po CL metodi. Mi smo npr. iz tega trikotnika opazili pospešeno likvidacijo škod v 4. četrtletju koledarskega leta.

Metoda veriženja števila rešenih škod in povprečne rešene škode (CLpovpr) nam da v dveh korakih tisto, kar nam da metoda veriženja na zneskih rešenih škod (CL) naenkrat. Tudi izračunani škodni rezervaciji sta skoraj enaki. Vendar imamo pri povprečnih škodah večjo možnost upoštevanja zunanjih informacij o bodočem škodnem dogajanju, poleg tega pa nam opazovanje razvoja povprečne rešene škode pomaga pri odkrivanju anomalij. Podobno velja za *metodo veriženja števila prijavljenih škod in povprečne prijavljene škode (CL1povpr)*.

Za **zaključek** naj poudarimo, da slepa uporaba katerekoli metode ni na mestu, pa čeprav se je v preteklosti izkazala za primerno. Spremljati je treba škodno dogajanje in se spraševati po vzrokih za spremembe. Pri tem si pomagamo s pregledi, ki smo jih že sproti navedli v 2. poglavju:

- spremljanje konsistentnosti popisov škodnih rezervacij – (2.14b),
- spremljanje zadostnosti škodnih rezervacij po popisu – (2.15),
- opazovanje delno razvitih škodnih količnikov (tabela B.17 – priloga B, str. 29),
- opazovanje razvoja povprečne rešene škode (tabela B.23 – priloga B, str. 33),
- opazovanje povprečne škodne rezervacije po popisu,
- razmerje med številom rešenih in številom prijavljenih škod - podpoglavje 2.6.3 oz. tabela B.27 - priloga B, str. 37,
- izpostavljenost riziku in škodna pogostnost – podpoglavje 2.6.4.

Tudi ideja iz začetka tega podpoglavja, da bi za škodno rezervacijo vzeli kar povprečje vseh izračunov, ni dobra, dokler ne izločimo tistih izračunov, ki so narejeni na podlagi napačnih predpostavk.

Več o opazovanju škodnega dogajanja in testiranju škodnih rezervacij je v Berquist, Sherman, 1977, Weber et al. 1997 in Schwartz, 2002, o prilagajanju metode na spremenjene okoliščine pa v Ghezzi, 2001.

Tabela 2.5: Primerjava škodnih rezervacij, izračunanih z metodami iz 2. poglavja

<i>i</i>	CL	CLr	CL trendi	CL1	projCR	NK	BF1	BF	mBF	CC	GB	deltaK	CLK	CLpovpr	CL1povpr	CLinfl	SEP
0	0	645,623	0	144,957	151,466	560,920	144,957	0	0	144,957	0	0	0	0	144,957	0	0
1	37,855	806,395	37,855	484,550	504,492	275,035	484,465	40,191	45,580	484,222	37,878	34,241	37,855	37,855	484,550	37,199	32,433
2	91,356	837,503	91,356	336,106	342,731	668,793	338,555	105,496	113,300	333,909	91,702	92,048	89,888	90,108	337,301	89,772	78,212
3	166,016	984,729	166,016	335,371	307,420	617,987	341,984	184,346	187,645	326,400	166,759	161,349	163,356	163,519	334,264	161,100	147,710
4	199,464	923,664	199,464	326,462	281,194	1,380,382	363,612	264,515	254,873	338,813	203,047	232,449	196,759	197,057	325,099	192,822	200,113
5	308,265	1,107,014	308,265	438,968	366,717	1,314,737	484,869	385,951	357,134	446,473	314,261	336,149	304,303	304,409	435,371	296,600	325,822
6	417,937	1,262,215	417,937	753,257	793,100	1,425,419	796,801	517,682	458,083	747,173	427,812	449,110	412,950	413,419	748,207	399,626	380,784
7	542,296	1,433,527	542,296	695,457	608,374	1,559,437	762,509	666,077	563,072	700,276	557,359	575,033	536,968	537,399	691,591	517,831	523,868
8	532,809	1,259,737	532,809	654,188	576,318	2,883,353	861,647	877,379	678,262	780,039	583,320	753,948	527,877	528,702	650,960	507,158	581,355
9	878,179	1,872,587	878,179	1,170,129	1,156,597	2,151,840	1,284,363	1,103,137	817,216	1,177,886	917,912	940,838	872,465	873,166	1,164,641	833,690	875,893
10	1,135,589	2,152,628	1,135,589	1,547,367	1,627,562	2,567,644	1,693,173	1,455,385	1,033,242	1,556,720	1,207,004	1,227,002	1,126,848	1,128,259	1,539,104	1,079,515	1,102,696
11	1,548,472	2,668,253	1,548,472	1,530,088	1,236,747	2,759,909	1,741,981	1,883,516	1,279,643	1,570,069	1,641,134	1,579,750	1,540,045	1,541,523	1,520,792	1,473,717	1,550,628
12	1,899,478	2,978,726	1,899,478	2,609,836	2,913,050	3,400,908	2,785,535	2,427,982	1,628,665	2,561,085	2,085,512	2,018,898	1,888,234	1,891,808	2,602,587	1,809,287	1,942,685
13	2,815,528	4,037,255	2,815,528	2,936,081	2,750,425	3,930,840	3,221,837	3,329,586	2,132,574	2,917,808	3,052,462	2,734,694	2,802,681	2,805,516	2,936,145	2,691,097	2,725,510
14	3,795,544	5,004,180	4,281,286	4,584,701	4,859,475	5,149,684	4,826,331	4,646,039	2,906,007	4,362,828	4,329,714	3,896,117	3,752,681	3,753,857	4,559,742	3,638,850	3,764,443
15	5,116,178	6,316,951	6,316,353	5,272,555	5,158,852	6,882,224	6,359,462	6,621,109	3,942,785	5,590,802	6,398,601	5,389,414	5,088,133	5,042,244	5,200,938	4,921,139	5,905,007
SK	19,484,964	34,290,987	21,170,881	23,820,072	23,634,520	37,529,111	26,492,081	24,508,392	16,398,082	24,039,463	22,014,478	20,421,040	19,341,040	19,308,842	23,676,248	18,649,404	20,137,159

	<i>oznaka</i>	<i>podpoglavje</i>	<i>opis</i>
1	CL	2.3	veriženje na zneskih rešenih škod, brez repa
2	CLr	2.3.1	veriženje na zneskih rešenih škod, rep = 1.2
3	CL trendi	2.3.2	veriženje na zneskih rešenih škod on upoštevanju trendov razvoja škod; brez repa?
4	CL1	2.4.1	veriženje na zneskih prijavljenih škod, brez repa
5	projCR	2.4.2	projekcija škodnih rezervacij
6	NK	2.5.1	naivna metoda škodnega količnika (škodni količnik =75%)
7	BF1	2.5.2	Bornhuetter-Fergusonova metoda na zneskih prijavljenih škod, brez repa, škodni količnik = 75%
8	BF	2.5.2	Bornhuetter-Fergusonova metoda na zneskih rešenih škod, brez repa, škodni količnik = 75%
9	mBF	2.5.3	modificirana Bornhuetter-Fergusonova metoda, brez repa
10	CC	2.5.4	Cape Cod metoda, brez repa
11	GB	2.5.5	Benktanderjeva metoda na zneskih rešenih škod, brez repa, škodni količnik je 75%
12	deltaK	2.5.6	projekcija sprememb škodnih količnikov, brez repa
13	CLK	2.5.7	veriženje škodnih količnikov, brez repa
14	CLpovpr	2.6.1	veriženje števila rešenih škod in povprečne rešene škode, brez repa
15	CL1povpr	2.6.2	veriženje števila prijavljenih škod in povprečne prijavljene škode, brez repa
16	CLinfl	2.8.2	veriženje na zneskih rešenih škod, brez repa, ob upoštevanju inflacije; predpostavka za bodočo infl. je 1% četletno
17	SEP	2.8.3	metoda separacije, brez repa

Vir: lastni izračuni

3. PRIKAZ MERIL ZA IZBIRO METODE NA OSNOVI AKTUARSKIH IZKUŠENJ

3.1 Uvod

Načeloma izberemo tisto metodo za izračun škodnih rezervacij, ki nam da kar se da realno oceno, koliko bo še treba plačati za škode, nastale do dneva, na katerega škodne rezervacije računamo. Pri tem je treba upoštevati razpoložljivost podatkov, preveriti predpostavke, ugotoviti zadostnost in stabilnost škodnih rezervacij, varianco škodnih rezervacij, analizo občutljivosti metode, kompleksnost računanja, razložljivost sprememb v stanjih škodnih rezervacij in ne nazadnje tudi analizo izračuna škodnih rezervacij. V nadaljevanju bomo videli, da na podlagi teh meril metodo lažje izločimo, kot izberemo. Našteta merila nam ne dajejo zagotovila, da bodo škodne rezervacije v bodoče pravilno ocenjene, ampak kažejo, kakšne so bile škodne rezervacije v preteklosti.

3.2 Podatki

Pri izbiri metode smo najprej omejeni s podatki o preteklem škodnem dogajanju, ki jih bodisi sploh nimamo (npr. da smo šele začeli sklepati določeno vrsto zavarovanj), bodisi da je časovna serija prekratka (posebej pri zavarovanju avtomobilske in splošne odgovornosti potrebujemo daljše časovne vrste, saj se škode plačujejo 10 let in več) ali pa je portfelj neuravnotežen (npr. v portfelju je manjše število škod z relativno visoko varianco velikosti škode).

In če so podatki na razpolago, se je treba vprašati, ali so

- verodostojni in koliko jim lahko zaupamo,
- ali so združeni v primerne skupine, ki so po eni strani dovolj velike, po drugi strani pa dovolj homogene glede na škodno dogajanje, da dobimo statistično zanesljive in realno ocenjene škodne rezervacije,
- na kakšne razmere se nanaša preteklo škodno dogajanje in kaj se je v tem času spremenilo, kar bi utegnilo vplivati na te podatke (npr. inflacija cen, inflacija škod, spremenjena praksa sodišč, ipd.),
- ali so glede na podatke, s katerimi razpolagamo, potrebne kakšne prilagoditve izbrane metode.

Brez te presoje je vsak nadaljnji trud zaman (The Faculty and Institute of Actuaries, 1989, Vol. I, str. B1.2).

3.3 Izpolnjenost predpostavk

Pri opisih metod v 2. poglavju nismo eksplicitno navajali predpostavk, zato zdaj naštejmo glavne predpostavke:

- pri metodi s škodnimi količniki (naivna metoda, Bornhuetter-Fergusonova metoda, Cape Cod metoda) je zelo močna predpostavka, kakšen bo škodni količnik za posamezno obdobje nastanka škode,
- pri metodi veriženja in Bornhuetter-Fergusonovi metodi: razvoj škod bo v prihodnosti tak, kot je bil do sedaj (za projekcijo škod lahko uporabimo faktorje razvoja škod $g(j)$, izračunane na podlagi preteklega škodnega dogajanja – glej (2.4)),
- pri metodi veriženja in Bornhuetter-Fergusonovi metodi: v primerih, da razpolagamo s krajšo časovno vrsto, je pomembna predpostavka, kakšen bo nadaljnji razvoj škod (rep),
- če ne uporabljamo prilagoditve metode za inflacijo, implicitno predpostavimo, da bo inflacija v prihodnje podobna kot je bila v preteklosti,

- pri metodah, ki jih uporabljamo na podatkih o prijavljenih škodah, implicitno predpostavljamo, da so škodne rezervacije po popisu ves čas opazovanja realno in konsistentno ocenjene.

3.4 Zadostnost škodnih rezervacij

Če so škodne rezervacije pravilno ocenjene, bodo zadostovale za plačilo škod, nastalih do dne, na katerega računamo škodno rezervacijo. Ker pa se bodo te škode reševale še več let, bomo šele takrat zagotovo vedeli, ali so bile škodne rezervacije zadostne ali ne. Da bi že prej prišli vsaj do delne ocene, opazujemo zadostnost škodnih rezervacij vsaj na koncu vsakega leta, ko ugotavljamo primernost škodnih rezervacij na koncu preteklega leta. Med sabo primerjamo škodne rezervacije na koncu prejšnjega leta s plačanimi škodami v tekočem letu in škodnimi rezervacijami na koncu leta (za škode nastale do konca prejšnjega leta). Zadostnost škodnih rezervacij izrazimo s količnikom

$$z = \frac{P_{x-1} - C_x - P_x}{P_{x-1}}, \quad (3.1)$$

kjer je

z zadostnost škodnih rezervacij na koncu leta $x-1$

x leto opazovanja

P_{x-1} škodne rezervacije na koncu leta $x-1$

P_x škodne rezervacije na koncu leta x za škode, nastale do vključno leta $x-1$

C_x plačane škode v letu x za škode, nastale do vključno leta $x-1$.

Če predpostavimo, da so škodne rezervacije na koncu leta x korektno ocenjene, potem lahko v primeru, ko je z pozitiven, sklepamo, da so bile škodne rezervacije na koncu leta $x-1$ zadostne za obdobje enega leta. Bolj zanesljivo je tako opazovanje za dvo in večletna časovna obdobja, vendar nam da že to preprosto merilo v primeru, da je $z < 0$, prvo svarilo, da je bila škodna rezervacija na koncu leta $x-1$ prenizka.

Tako preverjanje zadostnosti škodnih rezervacij najdemo v nekaterih letnih poročilih slovenskih zavarovalnic.

Še bolje je, če izračunamo zadostnost škodnih rezervacij po obdobjih nastanka škode. Zapišimo z že privzetimi oznakami iz 2. poglavja in za x vzemimo $I-i$: zadostnost z_i škodnih rezervacij na koncu prejšnjega obdobja opazovanja za škode, nastale v obdobju i , je

$$z_i = \frac{P(i, I-i-1) - P(i, I-i) - C(i, I-i)}{P(i, I-i-1)} = 1 - \frac{P(i, I-i) + C(i, I-i)}{P(i, I-i-1)},$$

kjer je

i obdobje nastanka škode, $i = 0, 1, \dots, I-1$

in zadostnost z škodnih rezervacij na koncu prejšnjega obdobja opazovanja, ne glede na obdobje nastanka škode

$$z = 1 - \frac{\sum_{i=0}^{I-1} (P(i, I-i) + C(i, I-i))}{\sum_{i=0}^{I-1} P(i, I-i-1)}.$$

3.5 Stabilnost škodnih rezervacij

Pri ocenjevanju škodnih rezervacij delamo hkrati tudi oceno, kakšne bodo končne rešene škode. Končne rešene škode za določeno obdobje nastanka škode in na dan določanja škodne rezervacije so enake seštevku že rešenih škod do dneva določanja škodne rezervacije in škodni rezervaciji za te škode. Metoda za računanje škodnih rezervacij je stabilna, če so ocene končnih rešenih škod na različne dneve določanja škodnih rezervacij bolj ali manj konstantne. Po Late Claims Reserves in reinsurance, 2000, str. 25 definirajmo stabilnost škodnih rezervacij s kot spremembo v oceni končnih rešenih škod

$$s = \frac{U_{x-1} - U_x}{U_{x-1}}, \quad (3.2)$$

kjer je

s merilo za stabilnost škodnih rezervacij

x obdobje opazovanja

U_{x-1} ocena končnih rešenih škod na koncu obdobja $x-1$ za škode, nastale do konca tega obdobja

U_x ocena končnih rešenih škod na koncu obdobja x za škode, nastale do vključno obdobja $x-1$.

V nadaljevanju bomo opazovali stabilnost s_i škodnih rezervacij po obdobjih nastanka škode:

$$s_i = 1 - \frac{U_x(i)}{U_{x-1}(i)},$$

kjer je

i obdobje nastanka škode, $i = 0, 1, \dots, I-1$

$U_{x-1}(i)$ ocena končnih rešenih škod na koncu obdobja $x-1$ za škode, nastale v obdobju i

$U_x(i)$ ocena končnih rešenih škod na koncu obdobja x za škode, nastale v obdobju i

in stabilnost s škodnih rezervacij, ne glede na obdobje nastanka škode, je

$$s = 1 - \frac{\sum_{i=0}^{I-1} U_x(i)}{\sum_{i=0}^{I-1} U_{x-1}(i)}.$$

Če zapišemo s_i še s privzetimi oznakami in za x vzamemo $I-i$, imamo

$$s_i = \frac{D(i, I-i-1) + \hat{P}(i, I-i-1) - D(i, I-i) - \hat{P}(i, I-i)}{D(i, I-i-1) + \hat{P}(i, I-i-1)} = \frac{\hat{P}(i, I-i-1) - C(i, I-i) - \hat{P}(i, I-i)}{D(i, I-i-1) + \hat{P}(i, I-i-1)}$$

saj je

$$U_x(i) = D(i, I-i) + \hat{P}(i, I-i)$$

in

$$U_{x-1}(i) = D(i, I-i-1) + \hat{P}(i, I-i-1).$$

Tako kot pri zadostnosti z_i škodnih rezervacij imamo isti števec, medtem ko imamo v imenovalcu namesto škodnih rezervacij oceno za končne rešene škode.

Če izbiramo med dvema, po drugih merilih enakovrednima metodama, izberemo tisto, ki je bolj stabilna. Naivna metoda pri škodnih količnikih je najbolj stabilna, pa jo vendarle redko izberemo, ker sta realnost ocen oziroma zadostnost škodnih rezervacij pomembnejši od stabilnosti metode.

3.6 Varianca škodnih rezervacij

Če delamo s stohastičnimi metodami, kjer je škodno dogajanje opisano s slučajnimi spremenljivkami, je škodna rezervacija matematično upanje neke slučajne spremenljivke in običajno se da določiti tudi varianco škodne rezervacije. Zaželene so seveda metode z nižjo varianco.

3.7 Analiza občutljivosti metode

Pri determinističnih modelih je dobro napraviti analizo občutljivosti (angl. sensitivity analysis), s katero ugotovimo, kako spremembe v predpostavkah, pa tudi manjše spremembe v podatkih, vplivajo na končni rezultat. Tako lahko npr. izračunamo, za koliko procentov se poveča škodna rezervacije, če za nekaj procentov povečamo povprečno škodo, rep, pričakovano inflacijo ali škodne rezervacije po popisu. Nadalje lahko preizkusimo, kako vpliva na končni rezultat, če iz podatkov izločimo posebej velike škode ali če upoštevamo trende, npr. pri faktorjih razvoja škod.

Bolj robustne metode (manjše spremembe predpostavk in podatkov ne vplivajo bistveno na končni rezultat) so bolj zaželene, še vedno pa velja, da je najbolj pomembna kar se da realna ocena škodnih rezervacij.

3.8 Kompleksnost računanja škodnih rezervacij

Pri pripravi škodnih rezervacij je pomembno tudi, da so hitro izračunane, saj nastopajo kot postavka v računovodskih izkazih, za katere je splošno znano, da se vedno pripravljajo v naglici. Izkaz poslovnega izida je namreč pomembno izhodišče za nadaljnje poslovne odločitve. Deterministične metode, ki smo jih predstavili, s tega stališča niso problematične. Poleg zbiranja in preverjanja podatkov še največ časa vzame analiza rezultatov (glej seznam na koncu podpoglavja 2.9).

3.9 Razložljivost sprememb v stanjih škodnih rezervacij

Sprememba škodnih rezervacij neposredno vpliva na izkaz poslovnega izida v opazovanem obdobju in sicer tako, da se razlika med končnim in začetnim stanjem škodnih rezervacij upošteva pri odhodkih za škode in s tem posredno vpliva na dobiček. Zato je treba vsako večjo (in morda nepričakovano) spremembo v stanju škodnih rezervacij znati pojasniti. Razlogi, ki temeljijo na škodnem dogajanju (npr. povečanje povprečne rešene oz. prijavljene škode, večje število prijavljenih škod v primerjavi s prejšnjim obdobjem, povečanje škodnih rezervacij po popisu za prijavljene škode, pospešeno oz. upočasnjeno reševanje škod, prijava kakšne posebej velike škode) so splošno razumljivi in z njimi se da marsikaj pojasniti, še posebej pri determinističnih metodah. Pri stohastičnih metodah pa je to nekoliko težje (The Faculty and Institute of Actuaries, 1989, Vol. II, str. B2.1).

4. ŠKODNE REZERVACIJE MED LETOM IN NA KONCU LETA

4.1 Sezonski vplivi na škodno dogajanje

Z izrazom *škodno dogajanje* mislimo na nastajanje škod, na prijavljanje škod zavarovalnici in na reševanje škod. Da je samo *nastajanje škod* odvisno od sezone oz. letnega časa, si ni težko predstavljati: spomladanska pozeba pri zavarovanju posevkov, poletne toče in viharji pri zavarovanju posevkov, požarnem zavarovanju, zavarovanju stanovanjskih premičnin in ne nazadnje pri avtomobilskem kasku, ki tudi krije riziko toče. Zimske razmere na cestah imajo svoj odraz tudi pri avtomobilskih zavarovanjih, kjer imamo pozimi več manjših škod kot v

poletnih mesecih. Tudi pri sami *prijavi škod* prihaja do različno dolgih zamud, še posebej, če gre za manjše škode. V 3. in 4. četrletju so zamude pri prijavi škod večje (glej podatke o številu prijavljenih škod v tabeli A.5 – priloga A, str. 6), kar lahko pripišemo letnim dopustom zavarovancev in prazničnim dnevom ob koncu leta. *Reševanje škod* torej tudi ne more biti enakomerno vse leto, saj niha tako nastajanje kot prijava škod. Spet je to najbolj očitno pri zavarovanju posevkov, kjer je večina škod rešena prav v 4. četrletju, ko so pridelki pospravljeni in je možno dokončno oceniti škodo. Tudi pri drugih zavarovanjih opažamo v 4. četrletju več rešenih škod tako po znesku kot po številu, kar lahko pripišemo pospešenemu reševanju škodnih primerov pred zaključkom koledarskega leta, ki je hkrati tudi poslovno leto.

Oglejmo si podatke še za naš primer! V tabelah 4.1 in 4.2 (str. 46) so podatki o vseh škodah v posameznem koledarskem letu in ne samo za tiste škode, ki so nastale od leta 2000 dalje (v računskih primerih v 2. poglavju obravnavamo namreč le škode, ki so nastale od leta 2000 dalje). Največ škod je prijavljenih v 4. četrletju, čeprav pojav ni tako izrazit kot pri številu rešenih škod, kjer je povprečno 29% škod rešenih v zadnjem četrletju. To se odraža tudi na zneskih rešenih škod – 29% zneskov rešenih škod se nanaša na 4. četrletje.

Oglejmo si tovrstne podatke urejene še po četrletju nastanka škode, saj prav te podatke uporabljamo pri ocenjevanju škodnih rezervacij. Ker so vsi ti podatki tako ali drugače že navedeni v 2. poglavju in v Prilogi A (tabela A.2, str. 3 za zneske rešenih škod, tabela A.5, str. 4 za število prijavljenih škod, tabela A.7, str. 8 za število rešenih škod), jih bomo tu predstavili samo grafično in to samo za nekaj prvih, najbolj značilnih obdobij razvoja škod.

Tabela 4.1: Število prijavljenih in število rešenih škod po četrletjih v posameznem koledarskem letu za naš računski primer

leto	Četrletje				skupaj	četrletje (v %)			
	1	2	3	4		1	2	3	4
Število prijavljenih škod									
2000	8,612	8,369	7,983	8,689	33,652	25.6%	24.9%	23.7%	25.8%
2001	8,250	8,484	8,063	8,834	33,632	24.5%	25.2%	24.0%	26.3%
2002	8,356	8,794	8,632	9,575	35,357	23.6%	24.9%	24.4%	27.1%
2003	9,641	9,209	9,463	10,288	38,601	25.0%	23.9%	24.5%	26.7%
SKUPAJ	34,859	34,855	34,140	37,387	141,242	24.7%	24.7%	24.2%	26.5%
Število rešenih škod									
2000	7,478	8,600	7,705	9,802	33,585	22.3%	25.6%	22.9%	29.2%
2001	7,487	8,204	7,553	9,490	32,734	22.9%	25.1%	23.1%	29.0%
2002	8,309	8,328	8,442	10,065	35,143	23.6%	23.7%	24.0%	28.6%
2003	8,869	9,061	9,119	11,223	38,272	23.2%	23.7%	23.8%	29.3%
SKUPAJ	32,142	34,193	32,819	40,580	139,734	23.0%	24.5%	23.5%	29.0%

Vir: lastni

Podatki so bolj razdrobljeni, kljub temu pa je iz slik 4.1, 4.2 (str. 47) in 4.3 (str. 48) jasno razvidno, da prijavljanje in reševanje škod znotraj koledarskega leta ni enakomerno.

Na sliki 4.1, ki prikazuje število prijavljenih škod po četrletjih nastanka škode, se vidi izmenoma večje in manjše število prijavljenih škod in ponavljajoči se vzorci znotraj koledarskega leta (na sliki 4.1 označeno s puščico).

Na sliki 4.2, ki prikazuje število rešenih škod po četrtletjih nastanka škode, je prav tako razvidno nihanje števila rešenih škod, največ rešenih škod pa opažamo v točkah, ki ustrezajo 4. četrtletju (na sliki 4.2 označeno s puščico) in najmanj v točkah, ki ustrezajo 3. četrtletju. Slika 4.3, ki prikazuje zneske rešenih škod, potrjuje zaključke, ki smo jih napravili na podlagi števila rešenih škod. Točke, ki koledarsko ustrezajo 4. četrtletju, so označene s puščico.

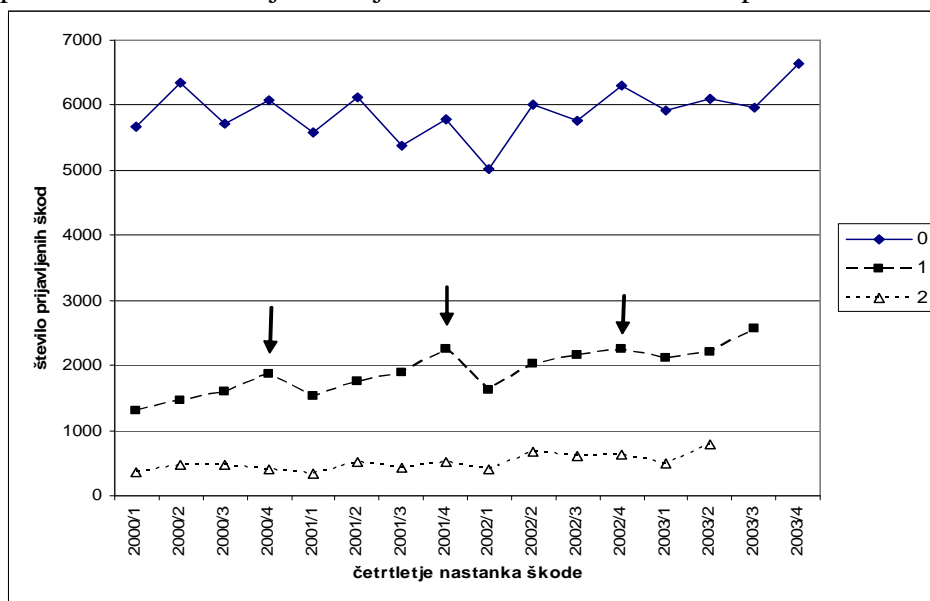
Iz četrtletnih podatkov o škodnem dogajanju je torej razvidno, da si četrtletja znotraj koledarskega leta niso enakovredna. Zato tudi metod, ki smo jih predstavili v 2. poglavju, ne smemo kar na slepo uporabljati na četrtletnih podatkih, temveč je treba pretehtati, kakšen je vpliv sezonskosti na končni rezultat.

Tabela 4.2: Zneski rešenih škod in povprečna rešena škoda po četrtletjih v posameznem koledarskem letu (v 1000 SIT) za naš računski primer

leto	četrtletje				skupaj	četrtletje (v %)			
	1	2	3	4		1	2	3	4
Zneski rešenih škod (v 1000 SIT) - nominalno									
2000	3,151,107	3,913,285	3,726,325	4,573,271	15,363,987	20.5%	25.5%	24.3%	29.8%
2001	3,757,895	4,311,473	3,686,570	4,698,530	16,454,469	22.8%	26.2%	22.4%	28.6%
2002	4,066,069	4,596,432	4,553,060	5,696,960	18,912,522	21.5%	24.3%	24.1%	30.1%
2003	5,186,730	5,098,044	5,488,665	6,674,770	22,448,209	23.1%	22.7%	24.5%	29.7%
SKUPAJ	16,161,800	17,919,234	17,454,620	21,643,532	73,179,187	22.1%	24.5%	23.9%	29.6%
Zneski rešenih škod (v 1000 SIT) - val. 31.12.2003									
2000	4,086,985	4,965,958	4,628,095	5,561,098	19,242,137	21.2%	25.8%	24.1%	28.9%
2001	4,468,137	5,005,620	4,210,063	5,309,339	18,993,160	23.5%	26.4%	22.2%	28.0%
2002	4,501,138	4,968,743	4,853,562	5,998,899	20,322,343	22.1%	24.4%	23.9%	29.5%
2003	5,373,452	5,189,809	5,538,063	6,701,469	22,802,793	23.6%	22.8%	24.3%	29.4%
SKUPAJ	18,429,713	20,130,131	19,229,783	23,570,805	81,360,433	22.7%	24.7%	23.6%	29.0%
Povprečna rešena škoda (v 1000 SIT) - nominalno									
2000	421	455	484	467	457				
2001	502	526	488	495	503				
2002	489	552	539	566	538				
2003	585	563	602	595	587				
Povprečna rešena škoda (v 1000 SIT) - val. 31.12.2003									
2000	547	577	601	567	573				
2001	597	610	557	559	580				
2002	542	597	575	596	578				
2003	606	573	607	597	596				

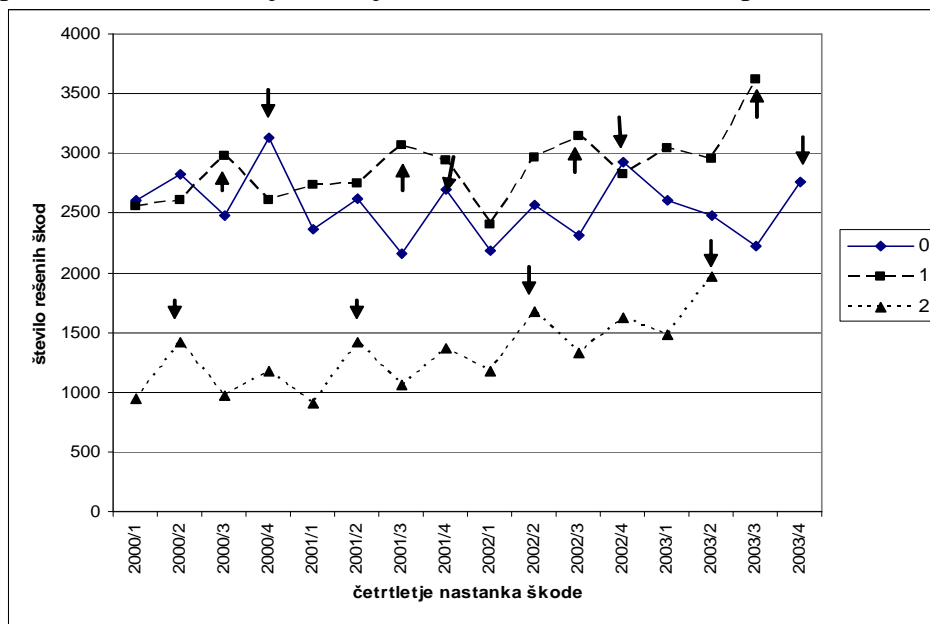
Vir: lastni

Slika 4.1: Število prijavljenih škod po četrletjih nastanka škode (ena krivulja ustreza posameznemu obdobju razvoja škode oziroma enemu stolpcu v tabeli A.5)



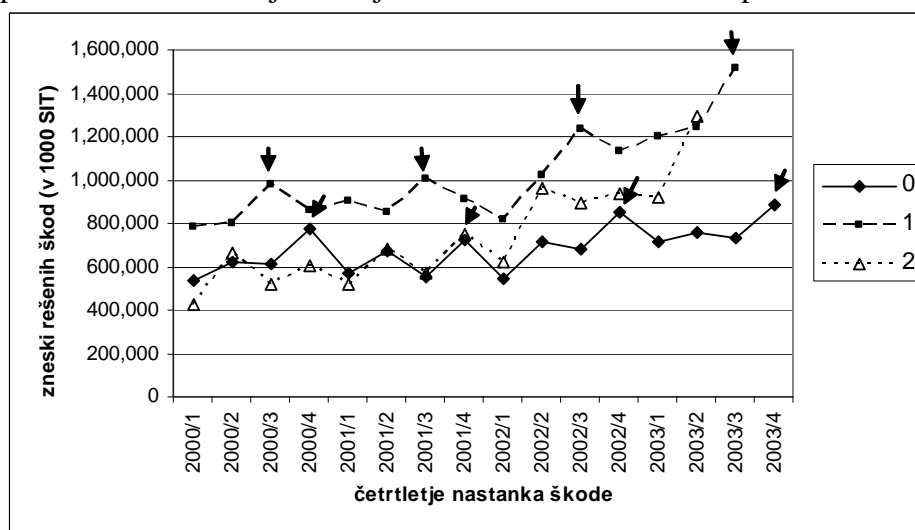
Vir: lastni

Slika 4.2: Število rešenih škod po četrletjih nastanka škode (ena krivulja ustreza posameznemu obdobju razvoja škode oziroma enemu stolpcu v tabeli A.7)



Vir: lastni

Slika 4.3: Zneski rešenih škod po četrtletjih nastanka škode (ena krivulja ustreza posameznemu obdobju razvoja škode oziroma enemu stolpcu v tabeli A.2)



Vir: lastni

4.2 Določanje škodnih rezervacij med letom ob koncu četrtletij in na koncu leta

O določanju škodnih rezervacij na koncu leta je veliko napisanega, medtem ko je določanje škodnih rezervacij med letom komaj omenjeno (Bornhuetter, Ferguson, 1972, str. 189; Sherman, 1984, str. 135; Gogol, 1987, Ellis et al, 1997, Unit 10, str. 21). Pri tem mislimo predvsem na določanje škodnih rezervacij na koncu 1., 2. in 3. četrtletja. Res je, da so letni izkazi poslovnega izida pomembnejši od medletnih, saj medletni izkazi služijo bolj za orientacijo, kakšen bo izkaz poslovnega izida na koncu leta. In ravno škodne rezervacije lahko to sliko o pričakovanem dobičku na koncu leta močno izkrivijo, saj že nekajprocentna sprememba škodnih rezervacij lahko pomeni, da je dobiček izjemno velik ali pa da ga sploh ni.

Obstajajo tudi metode za določanje škodnih rezervacij v zveznem času (Haastrup, Arjas, 1996), ki pa jih tu ne obravnavamo. Ogledali si bomo, kako lahko metode, predstavljene v 2. poglavju, uporabimo za določanje škodnih rezervacij med letom. Za izračun škodnih rezervacij na koncu 1., 2. in 3. četrtletja lahko izberemo eno izmed naslednjih možnosti:

1. uporabimo četrtletne kohorte; morebitnih razlik med četrtletji ne upoštevamo;
2. uporabimo četrtletne kohorte; uvedemo korekcije zaradi razlik med četrtletji;
3. uporabimo letne kohorte, ki so pripravljene na podlagi drsečih let;
4. na koncu leta izračunamo škodne rezervacije na podlagi letnih kohort, na koncu 1., 2. in 3. četrtletja pa jih določimo na podlagi škodnih rezervacij, določenih na koncu preteklega leta in na podlagi škodnega dogajanja v tekočem letu.

Prvi način določanja škodnih rezervacij na podlagi četrtletnih kohort in brez upoštevanja razlik med četrtletji smo si ogledali že v 2. poglavju. Predvsem najpogosteje uporabljena metoda veriženja na zneskih rešenih škod je občutljiva za zadnja obdobja nastanka škod, za katera je škodna rezervacija največja. Če še zavestno zanemarimo sezonske vplive, bo škodna rezervacija za tekoče leto določena manj natančno, kot bi lahko bila. Opravili bomo primerjavo, kakšne škodne rezervacije dobimo z metodo veriženja na zneskih rešenih škod, če upoštevamo korekcije zaradi razlik med četrtletji in presodili s stališča stabilnosti in zadostnosti škodnih rezervacij, ali so korekcije upravičene ali ne. Primerjava za nekatere druge metode bo opravljena v poglavju o simulaciji (5. poglavje).

Ogledali si bomo tudi ocenjevanje škodnih rezervacij na podlagi letnih kohort z upoštevanjem drsečih let. S tem se želimo izogniti sezonskim vplivom, saj vedno delamo s celoletnimi podatki. Testa zadostnosti in stabilnosti po četrletjih nastanka škode sicer ne bomo mogli napraviti, ker imamo na koncu vsakega četrletja škode združene škode v drugačne kohorte, vseeno pa lahko iz skupnega stanja škodnih rezervacij na koncu četrletij zaključimo, ali je metoda potencialno sprejemljiva ali ne.

Če se odločimo za določanje škodnih rezervacij na koncu leta na podlagi letnih kohort, med letom pa jih določimo na podlagi škodnih rezervacij, določenih na koncu preteklega leta in na podlagi škodnega dogajanja v tekočem letu, smo se odločili za najbolj preizkušen pristop. Metode na podlagi letnih agregatov so le najbolj razširjene. Ogledali si bomo nekaj načinov določaja škodnih rezervacij med letom in jih presodili s stališča stabilnosti in zadostnosti škodnih rezervacij.

4.2.1 Določanje škodnih rezervacij med letom: četrletne kohorte in četrletni faktorji razvoja škod

Vzemimo, da je obdobje nastanka škode oziroma obdobje razvoja škode četrletje in da obdobje, označeno z 0, ustreza prvemu četrletju. Zaradi sezonskih vplivov na škodno dogajanje izračunajmo še povprečne faktorje razvoja škod za vsako četrletje posebej $f^{(k)}(j)$, kjer je $j = 0, 1, \dots, I-1$ četrletje razvoja škode in $k = 1, 2, 3, 4$ četrletje.

Izračunajmo povprečne faktorje razvoja škod $f^{(k)}(j)$ za primer veriženja zneskov rešenih škod in sicer analogno s formulo (2.3)!

$$f^{(1)}(j) = \frac{D(0, j+1) + D(4, j+1) + \dots + D(4n, j+1)}{D(0, j) + D(4, j) + \dots + D(4n, j)} = \sum_{n=0}^{4n \leq I-1-j} D(4n, j+1) \Bigg/ \sum_{n=0}^{4n \leq I-1-j} D(4n, j) \quad (4.1)$$

$$f^{(2)}(j) = \sum_{n=0}^{4n+1 \leq I-1-j} D(4n+1, j+1) \Bigg/ \sum_{n=0}^{4n+1 \leq I-1-j} D(4n+1, j) \quad (4.2)$$

$$f^{(3)}(j) = \sum_{n=0}^{4n+2 \leq I-1-j} D(4n+2, j+1) \Bigg/ \sum_{n=0}^{4n+2 \leq I-1-j} D(4n+2, j) \quad (4.3)$$

$$f^{(4)}(j) = \sum_{n=0}^{4n+3 \leq I-1-j} D(4n+3, j+1) \Bigg/ \sum_{n=0}^{4n+3 \leq I-1-j} D(4n+3, j) \quad (4.4)$$

Če kakšnega faktorja $f^{(k_0)}(j)$ ne moremo izračunati, npr. $f^{(4)}(14)$ v našem računskem primeru, ker škode 4. četrletja še niso razvite do 15. četrletja razvoja škode, si v tem primeru pomagamo z $f^{(1)}(14)$, oziroma splošneje z znanimi faktorji $f^{(k)}(j)$, $k < k_0$.

Analogno z (2.4) izračunamo za vsako četrletje posebej kumulativne faktorje razvoja škod

$$g^{(k)}(j) := \prod_{m=j}^I f^{(k)}(m) \quad (4.5)$$

in analogno z (2.5) škodno rezervacijo za posamezno četrletje nastanka škode

$$\hat{P}(i, j) = (g^{(k)}(I-i) - 1)D(i, I-i), \quad (4.6)$$

kjer je $k = (i \bmod 4) + 1$.

Primer 21: oglejmo si to na našem računskem primeru in sicer za metodo veriženja na zneskih rešenih škod! Faktorji razvoja škod so v tabeli 4.3 (str. 50) in izračun škodnih

rezervacij v tabeli 4.4 (str. 51). Če primerjamo rezultat z izračunom v tabeli B.2 (priloga B, str. 12), kjer smo imeli enotne faktorje razvoja škod (faktorji razvoja škod niso bili izračunani za vsako četrletje posebej), vidimo, da je zdaj skupna škodna rezervacija za 4,7% nižja. Nižja škodna rezervacija je v skladu s pričakovanji, saj je škodna rezervacija izračunana na koncu 4. četrletja, kjer smo opazili pospešeno reševanje škod. Če opravimo izračun škodnih rezervacij na koncu 3. četrletja, pa je ravno obratno: izračun s četrletnimi faktorji razvoja škod nam da višjo škodno rezervacijo kot izračun z enotnimi faktorji razvoja škod.

Za naš računski primer izračunajmo škodno rezervacijo na dneve 31.3.2003, 30.6.2003, 30.9.2003 in 31.12.2003 z enotnimi in četrletnimi faktorji razvoja škod. Pri izračunu upoštevamo podatke, znane do presečnega datuma. Rep določimo na podlagi škodnih rezervacij po popisu za škode, nastale v 1. četrletju leta 2000.

Tabela 4.3: Četrletni faktorji razvoja škod (metoda veriženja na zneskih rešenih škod)

četrletje nastanka škode	Faktorji razvoja škod $f(i,j)$															
	1:0	2:1	3:2	4:3	5:4	6:5	7:6	8:7	9:8	10:9	11:10	12:11	13:12	14:13	15:14	
2000/1	2.455	1.323	1.225	1.096	1.078	1.067	1.044	1.031	1.030	1.017	1.012	1.015	1.011	1.010	1.010	
2000/2	2.285	1.467	1.167	1.119	1.078	1.063	1.030	1.033	1.019	1.037	1.029	1.018	1.021	1.019		
2000/3	2.588	1.328	1.193	1.100	1.085	1.037	1.036	1.013	1.033	1.020	1.026	1.010	1.017			
2000/4	2.115	1.368	1.147	1.120	1.068	1.061	1.053	1.041	1.022	1.031	1.024	1.019				
2001/1	2.567	1.352	1.195	1.125	1.077	1.047	1.035	1.026	1.017	1.020	1.029					
2001/2	2.265	1.447	1.205	1.106	1.080	1.053	1.026	1.025	1.031	1.020						
2001/3	2.812	1.369	1.240	1.122	1.091	1.072	1.041	1.027	1.029							
2001/4	2.266	1.458	1.206	1.123	1.075	1.060	1.028	1.037								
2002/1	2.509	1.457	1.226	1.120	1.046	1.052	1.038									
2002/2	2.433	1.552	1.190	1.105	1.064	1.083										
2002/3	2.814	1.466	1.174	1.121	1.071											
2002/4	2.325	1.474	1.226	1.132												
2003/1	2.680	1.482	1.232													
2003/2	2.637	1.647														
2003/3	3.073															
2003/4																
	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$	$j=8$	$j=9$	$j=10$	$j=11$	$J=12$	$j=13$	$j=14$	$j=15$
$f(j)$	2.516	1.449	1.202	1.116	1.074	1.060	1.036	1.029	1.026	1.024	1.024	1.015	1.017	1.015	1.010	1.000
$g(j)$	6.763	2.689	1.855	1.543	1.382	1.288	1.215	1.172	1.139	1.110	1.084	1.058	1.042	1.025	1.010	1.000
$f^{(1)}(j)$	2.562	1.410	1.221	1.114	1.066	1.055	1.039	1.028	1.023	1.018	1.021	1.015	1.011	1.010	1.010	1.000
$f^{(2)}(j)$	2.415	1.539	1.188	1.109	1.073	1.067	1.028	1.029	1.025	1.028	1.029	1.018	1.021	1.019	1.010	1.000
$f^{(3)}(j)$	2.833	1.393	1.200	1.115	1.081	1.055	1.038	1.021	1.031	1.020	1.026	1.010	1.017	1.019	1.010	1.000
$f^{(4)}(j)$	2.238	1.436	1.196	1.126	1.072	1.060	1.040	1.039	1.022	1.031	1.024	1.019	1.017	1.019	1.010	1.000
$g^{(1)}(j)$	6.575	2.566	1.820	1.491	1.338	1.254	1.189	1.144	1.113	1.088	1.068	1.047	1.031	1.020	1.010	1.000
$g^{(2)}(j)$	6.874	2.846	1.850	1.557	1.404	1.308	1.226	1.193	1.159	1.131	1.100	1.070	1.051	1.030	1.010	1.000
$g^{(3)}(j)$	7.282	2.570	1.846	1.539	1.380	1.276	1.209	1.165	1.141	1.107	1.085	1.058	1.048	1.030	1.010	1.000
$g^{(4)}(j)$	6.110	2.730	1.901	1.589	1.412	1.318	1.243	1.195	1.151	1.126	1.092	1.067	1.048	1.030	1.010	1.000

Vir: lastni izračuni

Iz tabel 4.5 (str. 51) in 4.6 (str. 52) vidimo, da so škodne rezervacije, izračunane s četrletnimi količniki, v našem primeru bolj stabilne, saj se ocene končnih rešenih škod iz četrletja v četrletje nekoliko manj spreminjajo, kot v primeru uporabe enotnih količnikov razvoja škod. Po pričakovanjih so v enem in drugem primeru najmanj stabilne ocene končnih rešenih škod za zadnja četrletja nastanka škod, kar je znana pomanjkljivost metode veriženja.

Tabela 4.4: Izračun škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 z metodo veriženja na zneskih rešenih škod – četrtletni količniki razvoja škod

četrletje nastanka škode	<i>i</i>	že rešeno	kum. faktor razvoja škod	kumulativno rešene škode ob koncu razvoja škod	škodna rezervacija na koncu obdobja <i>l</i>
		$D(i, l-i)$	$g^{(k)}(l-i)$	$\hat{D}(i, \infty)$	$P(i, l-i)$
2000/1	0	3,228,114	$g^{(1)}(15)=$ 1.000	3,228,114	0
2000/2	1	3,804,845	$g^{(2)}(14)=$ 1.010	3,842,700	37,855
2000/3	2	3,639,381	$g^{(3)}(13)=$ 1.030	3,747,137	107,756
2000/4	3	3,927,550	$g^{(4)}(12)=$ 1.048	4,114,313	186,763
2001/1	4	3,421,538	$g^{(1)}(11)=$ 1.047	3,580,888	159,350
2001/2	5	3,685,483	$g^{(2)}(10)=$ 1.100	4,054,570	369,087
2001/3	6	3,803,455	$g^{(3)}(9)=$ 1.107	4,211,020	407,565
2001/4	7	3,913,860	$g^{(4)}(8)=$ 1.151	4,502,904	589,044
2002/1	8	3,101,836	$g^{(1)}(7)=$ 1.144	3,550,031	448,196
2002/2	9	4,093,862	$g^{(2)}(6)=$ 1.226	5,017,128	923,266
2002/3	10	3,949,604	$g^{(3)}(5)=$ 1.276	5,039,468	1,089,864
2002/4	11	4,050,433	$g^{(4)}(4)=$ 1.412	5,718,470	1,668,037
2003/1	12	3,496,758	$g^{(1)}(3)=$ 1.491	5,213,127	1,716,369
2003/2	13	3,293,107	$g^{(2)}(2)=$ 1.850	6,091,852	2,798,746
2003/3	14	2,247,639	$g^{(3)}(1)=$ 2.570	5,777,295	3,529,655
2003/4	15	887,688	$g^{(4)}(0)=$ 6.110	5,423,512	4,535,825
SKUPAJ		54,545,151		73,112,528	18,567,377

Vir: lastni izračuni

Tabela 4.5: Stabilnost škodnih rezervacij (metoda veriženja na zneskih rešenih škod – enotni količniki razvoja škod)

četrletje nastanka škode	predvidene končne škode $D(i, \infty)$ na dan				stabilnost		
	31.3.2003	30.6.2003	30.9.2003	31.12.2003	jun/mar	sept/jun	dec/sept
	1	2	3	4	5	6	7
					$1-[2]/[1]$	$1-[3]/[2]$	$1-[4]/[3]$
2000/1	3,317,952	3,340,012	3,371,705	3,373,071	-0.7%	-0.9%	0.0%
2000/2	3,864,392	3,900,888	3,975,350	4,015,255	-0.9%	-1.9%	-1.0%
2000/3	3,792,655	3,841,751	3,872,529	3,898,264	-1.3%	-0.8%	-0.7%
2000/4	4,111,911	4,176,056	4,232,481	4,277,386	-1.6%	-1.4%	-1.1%
2001/1	3,699,436	3,711,434	3,735,222	3,783,602	-0.3%	-0.6%	-1.3%
2001/2	4,062,880	4,085,452	4,161,365	4,173,085	-0.6%	-1.9%	-0.3%
2001/3	4,255,664	4,310,984	4,361,952	4,410,952	-1.3%	-1.2%	-1.1%
2001/4	4,509,289	4,565,456	4,580,957	4,656,258	-1.2%	-0.3%	-1.6%
2002/1	3,814,848	3,735,575	3,757,501	3,797,856	2.1%	-0.6%	-1.1%
2002/2	5,036,679	5,026,212	5,024,391	5,195,308	0.2%	0.0%	-3.4%
2002/3	5,255,751	5,178,638	5,262,900	5,313,541	1.5%	-1.6%	-1.0%
2002/4	5,276,918	5,495,986	5,693,628	5,850,322	-4.2%	-3.6%	-2.8%
2003/1	4,640,788	5,139,787	5,412,283	5,638,552	-10.8%	-5.3%	-4.2%
2003/2		4,998,653	5,454,091	6,382,940		-9.1%	-17.0%
2003/3			4,932,740	6,314,550			-28.0%
2003/4				6,273,467			
SKUPAJ					-1.6%	-2.3%	-4.8%

Vir: lastni izračuni

Tabela 4.6: Stabilnost škodnih rezervacij (metoda veriženja na zneskih rešenih škod – četrtletni količniki razvoja škod)

četrletje nastanka škode	predvidene končne škode D(i,∞) na dan				stabilnost		
	31.3.2003	30.6.2003	30.9.2003	31.12.2003	jun/mar	sept/jun	dec/sept
	1	2	3	4	5	6	7
					1-[2]/[1]	1-[3]/[2]	1-[4]/[3]
2000/1	3,317,952	3,340,012	3,371,705	3,373,071	-0.7%	-0.9%	0.0%
2000/2	3,864,392	3,900,888	3,975,350	4,015,255	-0.9%	-1.9%	-1.0%
2000/3	3,821,172	3,846,672	3,889,429	3,915,401	-0.7%	-1.1%	-0.7%
2000/4	4,125,189	4,194,392	4,232,710	4,299,064	-1.7%	-0.9%	-1.6%
2001/1	3,653,247	3,632,859	3,679,843	3,741,686	0.6%	-1.3%	-1.7%
2001/2	4,131,804	4,135,518	4,264,312	4,236,639	-0.1%	-3.1%	0.6%
2001/3	4,226,905	4,277,848	4,385,161	4,400,114	-1.2%	-2.5%	-0.3%
2001/4	4,645,084	4,719,709	4,651,446	4,705,106	-1.6%	1.4%	-1.2%
2002/1	3,766,085	3,656,926	3,681,834	3,709,444	2.9%	-0.7%	-0.7%
2002/2	5,066,987	5,059,946	5,114,471	5,242,420	0.1%	-1.1%	-2.5%
2002/3	5,314,293	5,178,875	5,323,504	5,265,763	2.5%	-2.8%	1.1%
2002/4	5,310,683	5,630,931	5,843,561	5,975,256	-6.0%	-3.8%	-2.3%
2003/1	4,640,335	4,901,286	5,325,750	5,447,221	-5.6%	-8.7%	-2.3%
2003/2		4,946,114	5,706,179	6,365,404		-15.4%	-11.6%
2003/3			5,385,708	6,036,722			-12.1%
2003/4				5,667,053			
SKUPAJ					-1.1%	-3.3%	-2.8%

Vir: lastni izračuni

Tabela 4.7: Zadostnost škodnih rezervacij (metoda veriženja na zneskih rešenih škod – enotni količniki razvoja škod)

četrletje nastanka škode	ŠR na dan 31.3.03	rešeno v 2. četrletju	ŠR na dan 30.6.03	rešeno v 3. četrletju	ŠR na dan 30.9.03	rešeno v 4. četrletju	ŠR na dan 31.12.03	zadostnost		
								jun/mar	sept/jun	dec/sept
								8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	1-	1-	1-	
							(2)+[3]/[1]	([4]+[5])/[3]	([6]+[7])/[5]	
2000/1	187,565	35,085	174,540	30,841	175,391	31,800	144,957	-11.8%	-18.2%	-0.8%
2000/2	271,943	63,613	244,826	76,134	243,155	72,650	210,410	-13.4%	-30.4%	-16.4%
2000/3	338,821	88,687	299,231	34,521	295,487	62,339	258,883	-14.5%	-10.3%	-8.7%
2000/4	458,169	112,301	410,013	89,141	377,298	72,367	349,836	-14.0%	-13.8%	-11.9%
2001/1	494,144	55,465	450,677	65,582	408,882	95,199	362,063	-2.4%	-5.3%	-11.8%
2001/2	641,420	83,992	580,000	109,225	546,688	70,806	487,602	-3.5%	-13.1%	-2.1%
2001/3	799,760	141,997	713,084	97,822	666,230	107,733	607,497	-6.9%	-7.1%	-7.4%
2001/4	1,045,302	208,038	893,431	103,727	805,205	138,108	742,398	-5.4%	-1.7%	-9.4%
2002/1	1,098,739	124,955	894,511	147,469	768,968	113,302	696,021	7.2%	-2.5%	-5.2%
2002/2	1,820,203	338,168	1,471,569	226,185	1,243,562	313,033	1,101,446	0.6%	0.1%	-13.7%
2002/3	2,455,047	487,889	1,890,045	399,039	1,575,268	261,971	1,363,938	3.1%	-4.5%	-3.2%
2002/4	3,296,537	938,700	2,576,905	660,349	2,114,198	471,002	1,799,889	-6.6%	-7.7%	-7.4%
2003/1	3,926,104	1,200,336	3,224,766	923,054	2,574,209	658,684	2,141,794	-12.7%	-8.5%	-8.8%
2003/2		757,957	4,240,697	1,241,126	3,455,008	1,294,024	3,089,834		-10.7%	-26.9%
2003/3				731,439	4,201,301	1,516,201	4,066,911			-32.9%
2003/4						887,688	5,385,779			
SKUPAJ	16,833,752	4,637,181	18,064,296	4,935,655	19,450,851	6,166,907	22,809,258	-5.2%	-7.7%	-16.7%

Vir: lastni izračuni

Tabela 4.8: Zadostnost škodnih rezervacij (metoda veriženja na zneskih rešenih škod – četrtletni količniki razvoja škod)

četrletje nastanka škode	ŠR na dan 31.3.03	rešeno v 2. četrletju	ŠR na dan 30.6.03	rešeno v 3. četrletju	ŠR na dan 30.9.03	rešeno v 4. četrletju	ŠR na dan 31.12.03	zadostnost		
								jun/mar	sept/jun	dec/sept
								8 1- ((2)+[3])/[1]	9 1- ((4)+[5])/[3]	10 1- ((6)+[7])/[5]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2000/1	187,565	35,085	174,540	30,841	175,391	31,800	144,957	-11.8%	-18.2%	-0.8%
2000/2	271,943	63,613	244,826	76,134	243,155	72,650	210,410	-13.4%	-30.4%	-16.4%
2000/3	367,338	88,687	304,152	34,521	312,388	62,339	276,020	-6.9%	-14.1%	-8.3%
2000/4	471,448	112,301	428,349	89,141	377,527	72,367	371,514	-14.7%	-8.9%	-17.6%
2001/1	447,956	55,465	372,102	65,582	353,503	95,199	320,148	4.6%	-12.6%	-17.5%
2001/2	710,344	83,992	630,066	109,225	649,635	70,806	551,156	-0.5%	-20.4%	4.3%
2001/3	771,002	141,997	679,947	97,822	689,439	107,733	596,659	-6.6%	-15.8%	-2.2%
2001/4	1,181,097	208,038	1,047,684	103,727	875,694	138,108	791,245	-6.3%	6.5%	-6.1%
2002/1	1,049,976	124,955	815,862	147,469	693,301	113,302	607,608	10.4%	-3.1%	-4.0%
2002/2	1,850,512	338,168	1,505,304	226,185	1,333,643	313,033	1,148,558	0.4%	-3.6%	-9.6%
2002/3	2,513,589	487,889	1,890,281	399,039	1,635,872	261,971	1,316,159	5.4%	-7.7%	3.5%
2002/4	3,330,302	938,700	2,711,850	660,349	2,264,131	471,002	1,924,823	-9.6%	-7.8%	-5.8%
2003/1	3,925,651	1,200,336	2,986,266	923,054	2,487,676	658,684	1,950,462	-6.6%	-14.2%	-4.9%
2003/2		757,957	4,188,157	1,241,126	3,707,096	1,294,024	3,072,298		-18.1%	-17.8%
2003/3				731,439	4,654,269	1,516,201	3,789,083			-14.0%
2003/4						887,688	4,779,365			
SKUPAJ	17,078,722	4,637,181	17,979,387	4,935,655	20,452,720	6,166,907	21,850,467	-3.5%	-11.3%	-9.3%

Vir: lastni izračuni

Iz tabel 4.7 (str. 52) in 4.8 (str. 53) je razvidno, da so v našem primeru škodne rezervacije, določene s četrletnimi količniki, po višini bolj ustrezne, kot če jih določamo z enotnimi količniki razvoja škod. Edino škodne rezervacije na dan 30.6.2003 so bolj določene z enotnimi količniki.

Konec primera.

4.2.2 Določanje škodnih rezervacij med letom na podlagi drsečih let

Ideja o uporabi drsečih let je bila predstavljena že v (Bornhuetter, Ferguson, 1972, str. 191), vendar takrat ni bila realizirana zaradi povečanega obsega dela, saj imamo na koncu vsakega četrletja drug nabor podatkov. Na koncu

- 1. četrletja imamo podake o zneskih rešenih škod $C^{(1)}(i, j)$, nastalih v obdobju od začetka aprila leta i do konca marca leta $i+1$, škode rešene v obdobju od začetka aprila leta j do konca marca leta $j+1$;
- 2. četrletja imamo podake o zneskih rešenih škod $C^{(2)}(i, j)$, nastalih v obdobju od začetka julija leta i do konca junija leta $i+1$, škode rešene v obdobju od začetka julija leta j do konca junija leta $j+1$;
- 3. četrletja imamo podake o zneskih rešenih škod $C^{(3)}(i, j)$, nastalih v obdobju od začetka oktobra leta i do konca septembra leta $i+1$, škode rešene v obdobju od začetka oktobra leta j do konca septembra leta $j+1$;
- 4. četrletja imamo podake o zneskih rešenih škod $C^{(4)}(i, j)$, nastalih v obdobju od začetka januarja leta i do konca decembra leta i , škode rešene v obdobju od začetka januarja leta j do konca decembra leta j .

S tem se elegantno izognemo vsem sezonskim vplivom, saj vedno delamo s celoletnimi podatki. Skrbi nas sicer, ali bodo rezultati dovolj stabilni in ali bomo lahko razlike v spremembah škodnih rezervacij od enega do drugega četrletja dovolj dobro razložili, saj delamo vsakič z drugim naborom podatkov.

Primer 22: na našem računskem primeru najprej združimo četrletne v letne kohorte rešenih škod in z veriženjem na zneskih rešenih škod izračunamo škodno rezervacijo na koncu leta 2002. Če vzamemo, da je rep enak 1.18, dobimo škodni rezervacijo, prikazano v tabeli 4.9. V zadnjem stolpcu je prikazan del škodne rezervacije, ki je predviden za porabo v letu 2003 – potrebovali ga bomo v naslednjem razdelku 4.2.3.

Tabela 4.9: Škodne rezervacije na dan 31.12.2002 (veriženje na zneskih rešenih škod ob uporabi letnih kohort škod)

Leto nastanka škode	i	že rešeno $D(i, l-i)$	kum. faktor razvoja škod $g(l-i)$	kumulativno rešene škode ob koncu razvoja škod $\hat{D}(i, \infty)$	škodna rezervacija na koncu obdobja / $P(i, l-i)$	predvideno za porabo v letu 2003
2000	0	13,537,933	1.180	15,974,761	2,436,828	661,482
2001	1	12,910,455	1.351	17,443,187	4,532,732	1,871,907
2002	2	7,889,384	2.486	19,611,754	11,722,370	6,626,121
SKUPAJ		34,337,772		53,029,702	18,691,930	18,691,930

Vir: lastni izračuni

Sedaj izračunajmo škodno rezervacijo na dan 31.3.2003! Najprej sestavimo nove kohorte škod za drseča leta (tabela 4.10, str. 55). Prvo četrletje leta 2000 je izpadlo in sedaj ni vključeno v letne kohorte, zato ga bomo pri izračunu škodnih rezervacij obravnavali posebej: kumulativne rešene škode bomo pomnožili s faktorjem za rep, ki je še vedno enak 1.18. Izračun škodnih rezervacij na dan 31.3.2003 je prikazan v tabeli 4.11, str. 55.

Podobno izračunamo škodne rezervacije še na koncu naslednjih četrletij vse do 31.12.2003. Rezultat je prikazan v tabeli 4.12, str. 55. Za nepopolno leto 2000 smo tudi na dneva 30.6.2003 in 30.9.2003 vzeli za rep faktor 1.18, na dan 31.12.2003 pa 1.08.

Test zadostnosti in stabilnosti lahko opravimo le na drsečih letih za časovno obdobje enega leta in ne na četrletnih kohortah za časovno obdobje enega četrletja, kot smo to storili v podpoglavju 4.2.1. Ne glede na to pa iz tabele 4.12 razberemo, da škodne rezervacije med letom 2003 naraščajo do konca septembra, na koncu leta pa padejo. To znižanje je prej posledica tega, kaj smo vzeli za rep pri prvi kohorti (ki vsebuje najstarejše škode in predstavlja še nepopolno drseče leto), kot pa je posledica škodnega dogajanja. Če bi imeli na razpolago trikotnik za daljše časovno obdobje, bi bil problem pravilne izbire repa manjši ali pa ga sploh ne bi bilo, tako da zaradi tega primera ne moremo kar zaključiti, da ta pristop ni primeren.

Konec primera.

Tabela 4.10: Rešene škode po drsečih letih nastanka in drsečih letih razvoja škod na koncu marca 2003 (prvo četrletje leta 2000 je prikazano posebej)

drseče leto nastanka škode	drseče leto razvoja škode		
	1	2	3
2000/1	2.350.871	560.239	219.278
2000/2-2001/1	6.751.992	5.325.265	1.828.060
2001/2-2002/1	6.949.997	6.107.462	
2002/2-2003/1	8.712.245		

Vir: lastni

Tabela 4.11: Škodne rezervacije na dan 31.3.2003 (veriženje na zneskih rešenih škod ob uporabi drsečih letnih kohort škod; prvo četrletje leta 2000 je prikazano posebej)

drseče leto nastanka škode	že rešeno	kum. faktor razvoja škod	kum. rešene škode ob koncu razvoja škod	škodna rez. na koncu obdobja $l-i$
i	$D(i, l-i)$	$g(l-i)$	$\hat{D}(i, \infty)$	$P(i, l-i)$
2000/1	3.130.388	1,180	3.693.857	563.470
2000/2-2001/1 0	13.905.317	1,180	16.408.274	2.502.957
2001/2-2002/1 1	13.057.459	1,359	17.739.986	4.682.526
2002/2-2003/1 2	8.712.245	2,492	21.712.759	13.000.514
SKUPAJ	38.805.408		59.554.876	20.749.467

Vir: lastni izračuni

Tabela 4.12: Škodne rezervacije na koncu leta 2002 in na koncu četrletij v letu 2003 (veriženje na zneskih rešenih škod ob uporabi drsečih letnih kohort škod)

Četrletje nastanka škode	škodna rez. na dan 31.12.02	škodna rez. na dan 31.3.03	škodna rez. na dan 30.6.03	škodna rez. na dan 30.9.03	škodna rez. na dan 31.12.03
2000/1		563.470			
2000/2	2.436.828		1.227.876	1.890.999	1.170.223
2000/3					
2000/4			2.533.459		
2001/1	4.532.732			2.608.546	2.444.287
2001/2					
2001/3			4.682.526		
2001/4				4.765.950	
2002/1	11.722.370			5.116.544	5.102.095
2002/2					
2002/3			13.000.514		
2002/4				13.352.894	
2003/1					
2003/2					14.890.027
2003/3					
2003/3					
2003/4					
SKUPAJ	18.691.930	20.749.467	21.880.179	24.452.636	23.606.632

Vir: lastni izračuni

4.2.3 Določanje škodnih rezervacij med letom na podlagi škodnih rezervacij na koncu preteklega leta in škodnega dogajanja v tekočem letu

Oglejmo si najbolj pogost primer, ko imamo škodne rezervacije na koncu leta x določene na podlagi letnih kohort. Stranski produkt večine metod (npr. metoda veriženja, BF metoda) je tudi predvidena poraba škodne rezervacije po letih. Tako lahko v naslednjem letu $x+1$ na

koncu vsakega četrletja določimo škodno rezervacijo za škode, nastale v letu x ali prej, takole (Bornhuetter, Ferguson, 1972, str. 190):

$$\hat{P}(i; j | x+1) = \hat{P}(i; 4 | x) - d_j \cdot \hat{p}(i; 4 | x), \quad (4.7)$$

kjer je

j	četrletje ($j=1,2,3,4$)
i	letu nastanka škode
$\hat{P}(i; j x)$	škodna rezervacija ⁷ na koncu j -tega četrletja leta x za škode, nastale v letu i
$\hat{P}(i; 4 x)$	škodna rezervacija na koncu leta x za škode, nastale v letu i
$\hat{p}(i; 4 x)$	del škodne rezervacije $\hat{P}(i; 4 x)$, ki bo predvidoma porabljen v letu $x+1$
d_j	delež škod v letnem znesku rešenih škod, ki je bil rešen v prvih j četrletjih leta; $0 \leq d_1 \leq d_2 \leq d_3 \leq d_4 = 1$.

Ostane še naloga, da izračunamo škodno rezervacijo za škode, nastale v letu $x+1$ in to na koncu enega izmed četrletij tega leta, ki takrat še ni zaključeno. Privzemimo, da imamo na koncu četrletja j leta $x+1$ na razpolago naslednje podatke:

$d(x+1, j)$	zneski rešenih škod v prvih j četrletjih leta $x+1$ za škode, nastale v letu $x+1$
$q(x+1, j)$	popis škodnih rezervacij na koncu j -tega četrletja leta $x+1$ za škode, nastale v letu $x+1$
$ep(x+1, j)$	zaslužena premija v prvih j četrletjih leta $x+1$.

Če delamo z letnimi kohortami, veljajo naslednje povezave z že vpeljanimi oznakami:

$$d(x, 4) = C(x, 0), \quad q(x, 4) = Q(x, 0), \quad ep(x, 4) = EP(x).$$

Na razpolago imamo več možnosti; oglejmo si dve: projekcijo škodnega količnika z naivno metodo (v nadaljevanju metoda C) in izračun škodnih rezervacij za naknadno prijavljene škode kot delež škodnih rezervacij po popisu (v nadaljevanju metoda A)⁸.

a) projekcija škodnega količnika – naivna metoda (metoda C)

Škodno rezervacijo izračunamo po metodi, predstavljeni v podpoglavju 2.5.1

$$\hat{P}(x+1; j | x+1) = \kappa_0(x+1) \cdot ep(x+1, j) - d(x+1, j), \quad (4.7a)$$

kjer je $\kappa_0(x+1)$ pričakovani škodni količnik za škode, nastale v letu $x+1$.

b) rezervacija za naknadno prijavljene škode kot delež škodnih rezervacij po popisu (metoda A)

Škodno rezervacijo določimo kot vsoto škodnih rezervacij po popisu in ocene škodne rezervacije za naknadno prijavljene škode:

$$\hat{P}(x+1; j | x+1) = q(x+1, j) + \hat{r}(x+1, j), \quad (4.8)$$

kjer je

⁷ Z oznako $P(i, k)$ smo označili škodno rezervacijo na koncu obdobja razvoja k za škode, nastale v obdobju i , oznaka $P(i; j|x)$ pa pomeni škodno rezervacijo na zadnji dan j -tega četrletja leta x za škode, nastale v letu i . V prvem primeru se drugi indeks nanaša na obdobje razvoja škode, v drugem primeru pa na koledarsko obdobje, na koncu katerega računamo škodno rezervacijo.

⁸ Poimenovanje "metoda A", "metoda C" ni splošno razširjeno in velja samo v okviru te naloge. Enako poimenovanje je uporabljeno tudi v 5. poglavju.

$\hat{r}(x+1, j)$ - škodna rezervacija za naknadno prijavljene škode na koncu j -tega četrletja leta $x+1$ za škode, nastale v prvih j četrletjih leta $x+1$.

Podobno kot v (2.60) izračunamo $\hat{r}(x+1, j)$ kot

$$\hat{r}(x+1, j) = \frac{M_y}{M_{y-1}} \hat{r}(x, 4) = \frac{q(x+1, j)}{q(x, 4)} \hat{r}(x, 4). \quad (4.9)$$

Zakaj smo za M_y vzeli ravno škodno rezervacijo po popisu? Lahko bi vzeli tudi kaj drugega. Izbira je bila opravljena z mislijo na naš računski primer, kjer gre za uravnotežen portfelj z dolgim repom in na podlagi naslednjega razmisleka: ker računamo rezervacijo za naknadno prijavljene škode med letom na podlagi rezervacije na koncu leta, ko gre torej za različno razvite škode, primerjave na podlagi rešenih oziroma prijavljenih škod odpadejo, saj je delež naknadno prijavljenih škod v rešenih škodah na koncu leta manjši kot med letom, ko še ni rešenih toliko škod kot na koncu leta. Enako velja tudi za zneske prijavljenih škod. S tega stališča se nam zdijo škodne rezervacije po popisu bolj ustrezno merilo, če so le korektno in konsistentno določene in je inflacija škod primerno upoštevana. Še bolje bi bilo, če bi namesto z zneski škodnih rezervacij po popisu delali s številom škod in povprečno škodno rezervacijo. Tako lažje odkrijemo morebitne anomalije, ki se pojavijo, če imamo v popisu škodnih rezervacij kakšno ekstremno veliko škodo.

Primer23: oglejmo si računanje škodnih rezervacij med letom 2003! Imenujmo *stare škode* tiste škode, ki so nastale v letu 2002 ali prej, *škode tekočega leta* pa škode, nastale v letu 2003. Tako kot v podpoglavju 4.2.2 izračunamo škodno rezervacijo na koncu leta 2002 z veriženjem na letnih kohortah rešenih škod (tabela 4.9, str. 54). Prikazan je tudi del škodne rezervacije, ki je predviden za porabo v letu 2003.

Tabela 4.13: Škodne rezervacije na dan 31.12.2003 (veriženje na zneskih rešenih škod ob uporabi letnih kohort škod)

leto nastanka škode		že rešeno	kum. faktor razvoja škod	kumulativno rešene škode ob koncu razvoja škod	škodna rezervacija na koncu obdobja /
i	$D(i, l-i)$	$g(l-i)$	$\hat{D}(i, \infty)$	$P(i, l-i)$	
2000	0	14,599,890	1.080	15,770,113	1,170,223
2001	1	14,824,336	1.165	17,268,622	2,444,287
2002	2	15,195,733	1.336	20,297,829	5,102,095
2003	3	9,925,192	2.500	24,815,218	14,890,027
SKUPAJ		54,545,151		78,151,783	23,606,632

Vir: lastni izračuni

Škodno rezervacijo za stare škode izračunamo po formuli (4.7), pri tem pa upoštevamo dinamiko reševanja škod po četrletjih tekom leta: deleži d_j škod so: $d_1 = 22,1\%$, $d_2 = 22,1\% + 24,5\% = 46,6\%$, $d_3 = 46,6\% + 23,9\% = 70,5\%$; določeni so s pomočjo tabele 4.2, str. 46.

Škodno rezervacijo za škode tekočega leta izračunajmo na dva načina:

Metoda C: za škode tekočega leta določimo škodno rezervacijo s projekcijo škodnega količnika – naivna metoda in rezultat je prikazan v tabeli 4.16, str. 59, kjer so prikazane škodne rezervacije na koncu četrletij v letu 2003, njihova zadostnost in stabilnost. Od tod vidimo, da je metoda za stare škode nekoliko manj stabilna kot pri veriženju zneskov rešenih škod – četrletne kohorte (tabeli 4.5, 4.6 na str. 51, 52), medtem ko je bolj stabilna za škode tekočega leta. Žal ne moremo preveriti stabilnosti škodnih rezervacij pri prehodu od

30.9.2003 na 31.12.2003, ker imamo škodne rezervacije na koncu leta izračunane za vse škode, nastale v tekočem letu skupaj in ne po četrtletjih nastanka škode. Pri starih škodah opazimo večjo spremembo v ravni končnih rešenih škod pri prehodu od 30.9.2003 na 31.12.2003. To je pričakovano, saj škodne rezervacije na koncu leta računamo na podlagi letnih kohort z metodo veriženja (tabela 4.13, str. 57), medtem ko med letom izhajamo iz izračuna škodnih rezervacij na koncu preteklega leta.

Metoda A: če škodno rezervacijo za škode tekočega leta določimo kot vsoto popisa škodnih rezervacij in rezervacije za naknadno prijavljene škode, ki je določena v deležu od škodnih rezervacij po popisu, potrebujemo najprej podatke o škodnih rezervacijah po popisu na koncu leta 2002. Podatki so prikazani v tabeli 4.14.

Za delež naknadno prijavljenih škod v škodnih rezervacijah po popisu vzamemo 221,31%. Izračun škodnih rezervacij za škode tekočega leta je prikazan v tabeli 4.15 in v tabeli 4.17 na str. 60 celoten izračun škodnih rezervacij po tej metodi, njihova zadostnost in stabilnost. Vidimo, da v našem primeru škodne rezervacije za škode tekočega leta niso niti zadostne, niti stabilne: predvidene končne škode zanihajo za več kot 50%. Škodne rezervacije po popisu torej v našem primeru niso primerna osnova za določanje celotnih škodnih rezervacij za škode tekočega leta.

Konec primera.

Tabela 4.14: Škodne rezervacije na dan 31.12.2002

Leto nastanka škode	i	škodna rezervacija na koncu obdobja I $P(i, I-i)$	popis per 31.12.02 $Q(i, I-i)$	IBNR per 31.12.02 $R(i, I-i)=P(i, I-i)-Q(i, I-i)$	$R(i, I-i)/Q(i, I-i)$
2000	0	2,436,828	1,322,965	1,113,863	84.19%
2001	1	4,532,732	1,888,169	2,644,563	140.06%
2002	2	11,722,370	3,648,362	8,074,008	221.31%
SKUPAJ	0	18,691,930	6,859,496	11,832,435	172.50%

Vir: lastni izračuni

Tabela 4.15: Izračun škodnih rezervacij za škode tekočega leta (škodna rezervacija določena na podlagi vsakokratnega popisa škodnih rezervacij in razmerja med škodnimi rezervacijami za naknadno prijavljene škode in škodno rezervacijo po popisu

Četrtletje nastanka škode	popis ŠR 31.3.03	popis ŠR 30.6.03	popis ŠR 30.9.03	skupaj ŠR 31.3.03	skupaj ŠR 30.6.03	skupaj ŠR 30.9.03
2003/1	1,104,788	1,499,050	1,567,745	3,549,740	4,816,525	5,037,244
2003/2		960,431	1,391,500		3,085,912	4,470,958
2003/3			1,057,341			3,397,289
2003/4						
SKUPAJ	1,104,788	2,459,481	4,016,585	3,549,740	7,902,437	12,905,492

Vir: lastni izračuni

Tabela 4.16: Metoda C: zadostnost in stabilnost škodnih rezervacij v letu 2003: za stare škode so škodne rezervacije določene na podlagi škodnih rezervacij na dan 31.12.2002, škodna rezervacija za škode tekočega leta je določena s projekcijo škodnih količnikov – naivna metoda

ZADOSTNOST														
obdobje nastanka škode	ŠR na dan 31.12.02	rešeno v 1. četrtletju	ŠR na dan 31.3.03	rešeno v 2. četrtletju	ŠR na dan 30.6.03	rešeno v 3. četrtletju	ŠR na dan 30.9.03	rešeno v 4. četrtletju	ŠR na dan 31.12.03	zadostnost				
										mar/dec	jun/mar	sept/jun	dec/sept*	
2000	2,436,828	292,479	2,290,640	299,685	2,128,577	230,637	1,970,483	239,156	1,170,223	-6.0%	-6.0%	-3.4%	28.5%	
2001	4,532,732	636,187	4,119,041	489,492	3,660,424	376,356	3,213,038	411,846	2,444,287	-4.9%	-0.7%	1.9%	11.1%	
2002	11,722,370	2,824,286	10,257,997	1,889,712	8,634,598	1,433,043	7,050,955	1,159,309	5,102,095	-11.6%	-2.6%	1.7%	11.2%	
2003/1		714,684	6,182,982	1,200,336	4,982,646	923,054	4,059,592	658,684	14,890,027		0.0%	0.0%		
2003/2				757,957	6,465,990	1,241,126	5,224,864	1,294,024				0.0%		
2003/3						731,439	6,665,884	1,516,201						
2003/4								887,688						
SKUPAJ	18,691,930	4,467,636	22,850,660	4,637,181	25,872,234	4,935,655	28,184,815	6,166,907	23,606,632	-9.2%	-1.9%	0.6%	14.0%	
STABILNOST														
obdobje nastanka škode	predvidene končne škode $D(i, \infty)$ na dan					stabilnost								
	31.12.2002	31.3.2003	30.6.2003	30.9.2003	31.12.2003	mar/dec	jun/mar	sept/jun	dec/sept*					
2000	15,974,761	16,121,053	16,258,674	16,331,217	15,770,113	-0.9%	-0.9%	-0.4%	3.4%					
2001	17,443,187	17,665,683	17,696,557	17,625,528	17,268,622	-1.3%	-0.2%	0.4%	2.0%					
2002	19,611,754	20,971,667	21,237,979	21,087,379	20,297,829	-6.9%	-1.3%	0.7%	3.7%					
2003/1		6,897,666	6,897,666	6,897,666	24,815,218		0.0%	0.0%						
2003/2			7,223,947	7,223,947			0.0%							
2003/3				7,397,323										
2003/4														
SKUPAJ	53,029,702	61,656,068	69,314,823	76,563,059	78,151,783	-3.3%	-0.7%	0.2%	3.1%					

*Opomba: zadostnost in stabilnost je pri prehodu od septembra na december 2003 izračunana samo za stare škode.

Vir: lastni izračuni

Tabela 4.17: Metoda A: zadostnost in stabilnost škodnih rezervacij v letu 2003: za stare škode so škodne rezervacije določene na podlagi škodnih rezervacij na dan 31.12.2002, za škode tekočega leta je škodna rezervacija določena na podlagi vsakokratnega popisa škodnih rezervacij in razmerja med škodnimi rezervacijami za naknadno prijavljene škode in škodno rezervacijo po popisu

ZADOSTNOST														
obdobje nastanka škode	ŠR na dan 31.12.02	rešeno v 1. četrtletju	ŠR na dan 31.3.03	rešeno v 2. četrtletju	ŠR na dan 30.6.03	rešeno v 3. četrtletju	ŠR na dan 30.9.03	rešeno v 4. četrtletju	ŠR na dan 31.12.03	zadostnost				
										mar/dec	jun/mar	sept/jun	dec/sept*	
2000	2,436,828	292,479	2,290,640	299,685	2,128,577	230,637	1,970,483	239,156	1,170,223	-6.0%	-6.0%	-3.4%	28.5%	
2001	4,532,732	636,187	4,119,041	489,492	3,660,424	376,356	3,213,038	411,846	2,444,287	-4.9%	-0.7%	1.9%	11.1%	
2002	11,722,370	2,824,286	10,257,997	1,889,712	8,634,598	1,433,043	7,050,955	1,159,309	5,102,095	-11.6%	-2.6%	1.7%	11.2%	
2003/1		714,684	3,549,740	1,200,336	4,816,525	923,054	5,037,244	658,684	14,890,027		-69.5%	-23.7%		
2003/2				757,957	3,085,912	1,241,126	4,470,958	1,294,024				-85.1%		
2003/3						731,439	3,397,289	1,516,201						
2003/4								887,688						
SKUPAJ	18,691,930	4,467,636	20,217,419	4,637,181	22,326,035	4,935,655	25,139,967	6,166,907	23,606,632	-9.2%	-14.4%	-16.2%	14.0%	
STABILNOST														
obdobje nastanka škode	predvidene končne škode $D(i, \infty)$ na dan					stabilnost								
	31.12.2002	31.3.2003	30.6.2003	30.9.2003	31.12.2003	mar/dec	jun/mar	sept/jun	dec/sept*					
2000	15,974,761	16,121,053	16,258,674	16,331,217	15,770,113	-0.9%	-0.9%	-0.4%	3.4%					
2001	17,443,187	17,665,683	17,696,557	17,625,528	17,268,622	-1.3%	-0.2%	0.4%	2.0%					
2002	19,611,754	20,971,667	21,237,979	21,087,379	20,297,829	-6.9%	-1.3%	0.7%	3.7%					
2003/1		4,264,425	6,731,545	7,875,318	24,815,218		-57.9%	-17.0%						
2003/2			3,843,869	6,470,041				-68.3%						
2003/3				4,128,728										
2003/4														
SKUPAJ	53,029,702	59,022,827	65,768,624	73,518,211	78,151,783	-3.3%	-4.9%	-5.5%	3.1%					
*Opomba: zadostnost in stabilnost je pri prehodu od septembra na december 2003 izračunana samo za stare škode.														

Vir: lastni izračuni

4.3 Primerjava rezultatov in kritična analiza

V tabeli 4.18 imamo primerjalno prikazane medletne izračune škodnih rezervacij za naš numerični primer. Če delamo s četrletnimi kohortami škod, nam uporaba četrletnih količnikov prinese škodne rezervacije, ki so nekoliko bolj stabilne in zadostne, kot če bi uporabili enotne količnike razvoja škod. Vendar se izkažejo škodne rezervacije na dan 30.9.2003 prenizke v obeh primerih za več kot 9%, kar v splošnem ni sprejemljivo, pri nas pa je to predvsem posledica neupoštevanja repa.

Pri uporabi drsečih let ne moremo pripraviti medletnih izračunov zadostnosti in stabilnosti, ker imamo vsakič druge kohorte škod. Vendar lahko opravimo primerjavo z metodama iz podpoglavja 4.2.3, kjer izračunavamo škodne rezervacije med letom na podlagi škodne rezervacije na koncu prejšnjega leta, za škode tekočega leta pa na podlagi škodnega količnika (metoda C) oziroma škodnih rezervacij po popisu (metoda A). V vseh treh primerih smo predpostavili, da je rep na koncu leta 2002 enak 1.18, na koncu leta 2003 pa 1.08, zato so te tri metode med sabo direktno primerljive.

Od vseh teh treh metod se metoda drsečih let še nabolj umirjeno približa škodni rezervaciji na koncu leta 2003. Metoda C je zelo odvisna od predpostavke, kakšne bo škodni količnik, metoda A pa je odvisna od popisa škodnih rezervacij za škode tekočega leta. Tako kot smo že na splošno ugotovili pri metodi veriženja, da je občutljiva na spremembe podatkov za zadnje kohorte škod, to še toliko bolj velja za metodo A, kjer je za škode tekočega leta od škodnih rezervacij po popisu odvisno, kolikšna bo celotna škodna rezervacija za te škode.

Pri prehodu od septembra na december 2003 imamo za metodi C in A prikazano stabilnost in zadostnost samo za stare škode in rezervacija za te škode je bila kar za 14% previsoka, kar pomeni, da medletno določanje škodnih rezervacij za stare škode po formuli (4.7) v našem primeru ni najboljše. Pri teh dveh metodah namreč pri medletnih izračunih škodnih rezervacij izhajamo iz izračuna škodne rezervacije na koncu prejšnjega leta in ne upoštevamo škodnega dogajanja za stare škode v tekočem letu, kar se izkaže za pomanjkljivost teh dveh metod.

Tako lahko zaključimo, da se zdi pri medletnih izračunih škodnih rezervacij še najbolj obetavna uporaba drsečih let in uporaba četrletnih količnikov razvoja škod pri metodi veriženja. Ali je to res, bomo še dodatno preizkusili s simulacijo v naslednjem poglavju.

Tabela 4.18: Izračuni škodnih rezervacij med letom in na koncu leta, zadostnost in stabilnost škodnih rezervacij (izhajamo iz metode veriženja na zneskih rešenih škod)

	škodna rezervacija na dan				zadostnost			stabilnost		
	31.3.03	30.6.03	30.9.03	31.12.03	jun/mar	sept/jun	dec/sept*	jun/mar	sept/jun	dec/sept*
CL	16,833,752	18,064,296	19,450,851	22,809,258	-5.2%	-7.7%	-16.7%	-1.6%	-2.3%	-4.8%
CLkvart	17,078,722	17,979,387	20,452,720	21,850,467	-3.5%	-11.3%	-9.3%	-1.1%	-3.3%	-2.8%
drseča leta	20,749,467	21,880,179	24,452,636	23,606,632						
metoda C	22,850,660	25,872,234	28,184,815	23,606,632	-1.9%	0.6%	14.0%	-0.7%	0.2%	3.1%
metoda A	20,217,419	22,326,035	25,139,967	23,606,632	-14.4%	-16.2%	14.0%	-4.9%	-5.5%	3.1%
<i>Legenda</i>	<i>podpoglavje</i>	<i>opis</i>								
CL	2.3	metoda veriženja na zneskih rešenih škod; četrletne kohorte škod, brez repa, brez upoštevanja inflacije, enotni količniki razvoja škod								
CLkvart	4.2.1	metoda veriženja na zneskih rešenih škod; četrletne kohorte škod, brez repa, brez upoštevanja inflacije, četrletni količniki razvoja škod								
drseča leta	4.2.2	metoda veriženja na zneskih rešenih škod; letne kohorte škod; rep 1.18, razen na dan 31.12.2003, ko je enak 1.08; drseča leta, brez upoštevanja inflacije								
metoda C	4.2.3/a	metoda veriženja na zneskih rešenih škod, letne kohorte škod; med letom so škodne rez. za škode, nastale v tekočem letu, izračunane z naivno metodo škodnega količnika, brez upoštevanja inflacije; rep 1.18 na dan 31.12.2002 in 1.08 na dan 31.12.2003								
metoda A	4.2.3/b	metoda veriženja na zneskih rešenih škod, letne kohorte škod; med letom so škodne rez. za škode, nastale v tekočem letu, izračunane na podlagi popisa škodnih rezervacij, brez upoštevanja inflacije; rep 1.18 na dan 31.12.2002 in 1.08 na dan 31.12.2003								
* Opomba: Za metodi A in C je zadostnost in stabilnost pri prehodu od septembra na december 2003 izračunana samo za stare škode.										

Vir: lastni izračuni

5. SIMULACIJA ŠKODNEGA DOGAJANJA IN RAČUNANJE ŠKODNIH REZERVACIJ

5.1 Uvod

Pri proučevanju različnih metod za računanje škodnih rezervacij in njihovi izbiri za določen portfelj si lahko pomagamo tudi s simulacijo škodnega dogajanja in računanjem škodnih rezervacij na simuliranih podatkih. Pri tem imamo v mislih Monte Carlo simulacijo, kjer je škodno dogajanje predstavljeno kot stohastičen proces s slučajnimi spremenljivkami (Daykin, 1995, str. 138). Vsako simulacijo opravimo za drugo realizacijo (vrednosti) slučajnih spremenljivk in izračunamo škodno rezervacijo.

Metode, ki smo si jih ogledali, uporabljajo podatke o škodah združene glede na obdobje nastanka in razvoja škode, tako da na presečni datum, ko računamo škodno rezervacijo, podatki tvorijo trikotnik (glej (2.0)). Ko računamo škodno rezervacijo, skušamo oceniti manjkajoče elemente in trikotnik že znanih podatkov dopolniti do pravokotnika – želimo priti do ocene, kolikšne bodo končne škode. S simulacijo škodnega dogajanja napolnimo celoten pravokotnik: končne škode torej poznamo in pravo škodno rezervacijo tudi. Če na zgornjem levem trikotniku uporabimo eno izmed metod za določanje škodnih rezervacij, imamo na eni strani oceno škodne rezervacije, določene z izbrano metodo, na drug strani pa pravo škodno rezervacijo. Zdaj lahko opazujemo razliko med oceno škodnih rezervacij in pravo škodno rezervacijo. Če simulacijo ponovimo večkrat, lahko opazujemo srednjo vrednost razlik in standardno deviacijo razlik, običajno kot delež srednje vrednosti končnih rešenih škod. Metode z manjšo napako in manjšo standardno deviacijo napake so za izbrani portfelj boljše od tistih z večjo napako in standardno deviacijo napake.

Večkratna simulacija škodnega dogajanja in računanja škodnih rezervacij kaže, kako velika je standardna deviacija napak pri povsem realnih predpostavkah o škodnem dogajanju in kako je zelo razširjena metoda veriženja pristranska in nestabilna, še posebej za novejša leta nastanka škode (Vaughan, 1998, str. 415).

Večkratna simulacija pa nam lahko da odgovore na vprašanja, kot so:

- katera metoda se za simulirane podatke najboljše obnese (ima najmanjšo srednjo vrednost in standardno deviacijo razlik med oceno za škodno rezervacijo in pravo škodno rezervacijo),
- kakšne so lastnosti posamezne metode (npr. za katera obdobja nastanka škode so razlike še posebej velike),
- ali je metoda stabilna,
- ali so škodne rezervacije, določene s posamezno metodo, zadostne,
- kakšno bi bilo potrebno povečanje škodnih rezervacij zaradi varnosti (safety loading),
- je bolje uporabiti izbrano metodo na rešenih ali na prijavljenih škodah,
- je pri računanju povprečnih faktorjev razvoja škod boljše vzeti enostavno ali uteženo povprečje,
- je pri računanju povprečnega faktorja razvoja škod prav, če izločimo največji in najmanjši faktor,
- ali je primerno za škodno rezervacijo vzeti linearno kombinacijo rezultatov večih metod (npr. metoda veriženja na zneskih rešenih škod in metoda veriženja zneskov prijavljenih škod).

Zavedati se moramo, da se odgovori nanašajo na simulirano škodno dogajanje in da bi lahko bili drugačni, če bi izbrali drugačen model. Vendar, če se metoda izkaže za nestabilno že v umetnem okolju, kjer je škodno dogajanje poenostavljeno, se gotovo ne bo izkazala bolje pri pravih podatkih.

5.2 Modeli za simulacijo škodnega dogajanja

Škodno dogajanje lahko simuliramo na različne načine: vse od simulacije dogajanja za vsako škodo posebej do modeliranja agregatnih podatkov po obdobjih nastanka in obdobjih razvoja škode. Modeli so različni, saj so tudi portfelji, ki jih simuliramo, različni. Oglejmo si nekatere izmed modelov! Pokazali bomo, kako pridemo do podatkov, potrebnih za izračun škodnih rezervacij.

5.2.1 Modeli, kjer generiramo posamično škodo in razporejamo agregate po obdobjih razvoja škode

Za vsako obdobje nastanka škode i , $i = 0, 1, \dots, I$ generiramo najprej število škod n , ki je vrednost celoštevilске slučajne spremenljivke N , običajno porazdeljene po Poissonovi porazdelitvi $N \sim \text{Po}(\lambda)$. Nato za vsako škodo k , $k = 1, 2, \dots, n$, poiščemo višino škode S_k , ki je vrednost slučajne spremenljivke S , običajno porazdeljena lognormalno, s Paretovo porazdelitvijo ali kako drugače (več o tem v Komelj, 2004). To seveda še ni dovolj za pripravo agregatnih podatkov o zneskih rešenih oz. prijavljenih škod po obdobjih razvoja škode; simulirati je treba še reševanje škode: kdaj bo škoda delno oz. dokončno rešena, kakšna je škodna rezervacija po popisu in podobno. Navedimo tri primere, prva dva sta iz Narayan, Warthen, 1997, str. 180 in tretji iz Schiegel, 2002, str. 111:

1. primer: Faktor prijave škod kot slučajna spremenljivka

Najprej za posamezno obdobje i nastanka škode izračunamo končne škode, saj smo že generirali število škod n za obdobje i in višino posamezne škode S_k

$$D(i, \infty) = \sum_{k=1}^n S_k, \quad i = 0, 1, \dots, I.$$

Zneske prijavljenih škod $I(i, j)$ za škode, nastale v obdobju i in na koncu obdobja razvoja j dobimo takole:

$$I(i, j) = D(i, \infty)(1 - e^{-U_j}), \quad j = 0, 1, \dots, I \text{ in } I(i, I) = D(i, \infty).$$

Pri tem je

$$U_j = T_1 + T_2 + \dots + T_j,$$

kjer je

$$T_j = 0, 1 + 0, 5X_j + 0, 5 \times \ln(j+1)$$

in je X_j slučajno⁹ število.

Faktor prijave škod je $(1 - e^{-U_j})$, je pozitiven in se z rastočim obdobjem razvoja j škode bliža vrednosti 1. Podoben pristop bi lahko uporabili, če bi generirali kumulativne rešene škode $D(i, j)$.

2. primer: Faktor razvoja škod kot slučajna spremenljivka

Faktorji razvoja škod $f(i, j)$ (glej (2.2)) naj bodo vrednosti lognormalno porazdeljene slučajne spremenljivke s parametroma a_j in b_j , kjer je $a_j = (j+1 + j^2)/100$ in $b_j = a_j/5$. Parametra a_j in b_j sta izbrana tako, da je faktor razvoja škod $f(i, j)$ z veliko verjetnostjo večji od 1.

⁹ v tem sestavku bomo šteli za slučajno število vrednost slučajne spremenljivke X , ki je porazdeljena enakomerno na intervalu $[0, 1]$: $X \sim U(0, 1)$.

Zneske prijavljenih škod $I(i,j)$ izračunamo kot

$$I(i,j) = D(i,\infty) / \prod_{k=j}^I f(i,k) \quad \text{in} \quad I(i,I) = D(i,\infty).$$

3. primer: Generiranje števila škod po obdobjih razvoja škode

Za vsako obdobje i nastanka škode že imamo generirano skupno število škod N_i in njihove višine S_k , $k=1,\dots,n$. Nato generiramo še število prijavljenih (oz. rešenih škod) N_{ij} po obdobjih razvoja škode, $j=0,1,\dots,I$, tako da je

$$N_i = \sum_{j=0}^I N_{ij},$$

kjer so $(N_{i0}, N_{i1}, \dots, N_{iI})$ so vrednosti slučajnega vektorja, ki je multinomsko¹⁰ porazdeljen s parametrom $\vec{\pi} = (\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_I)$ in je $\sum_{j=0}^I \pi_j = 1$.

5.2.2 Model, kjer vsako škodo v celoti posamično obravnavano

Tako kot v prejšnji točki 5.2.1 si tudi tukaj oglejmo kar konkreten primer! Tako kot prej za vsako obdobje nastanka škode i , $i = 0,1,\dots,I$ generiramo najprej število škod n , in za vsako škodo k , $k = 1,2,\dots,n$, poiščemo višino škode S_k . Po Narayan, Warthen, 1997, str. 181, ki se sklicuje na Stanard, 1985, str. 128, za vsako škodo generiramo še tri vrednosti slučajnih spremenljivk:

- x_1 datum nastanka škode je vrednost enakomerno porazdeljene slučajne spremenljivke $X_1 \sim U(0,1)$
- x_2 odlog pri prijavi škode je vrednost eksponentno porazdeljene slučajne spremenljivke $X_2 \sim \text{Exp}(2)$
- x_3 odlog pri dokončni rešitvi škode je vrednost eksponentno porazdeljene slučajne spremenljivke $X_3 \sim \text{Exp}(5)$

Če označimo s

$$p_k = [x_1 + x_2] \text{ obdobje, v katerem je } k\text{-ta škoda prijavljena}^{11} \text{ in s}$$

$$r_k = [x_1 + x_2 + x_3] \text{ obdobje, v katerem je bila } k\text{-ta škoda rešena, velja}$$

$$C(i,j) = \sum_{r_k=j} S_k \quad \text{in} \quad Q(i,j) = \sum_{p_k \leq j < r_k} S_k.$$

Zneske prijavljenih škod $I(i,j)$ izračunamo s pomočjo zvez (2.1) in (2.8). Izračunamo lahko tudi število prijavljenih škod $N(i,j)$, $A(i,j)$ in število rešenih škod $M(i,j)$, $B(i,j)$ in si pridobimo možnost uporabe metod, ki uporabljajo poleg zneskov tudi število prijavljenih oz. rešenih škod.

Pri izgradnji modela gremo lahko še dalje in upoštevamo inflacijo škod: znesek prijavljene škode v modelu z obdobjem razvoja škode narašča. Za posamezno obdobje nastanka škode

¹⁰ Multinomski porazdelitev je diskretna porazdelitev slučajnega vektorja s porazdelitveno funkcijo

$$f(N_{i1}, N_{i2}, \dots, N_{iI}) = \frac{N_i!}{\prod_{j=1}^I N_{ij}!} \prod_{j=1}^I \pi_j^{N_{ij}}, \quad \text{kjer je} \quad N_i = \sum_{j=0}^I N_{ij} \quad \text{in} \quad \sum_{j=0}^I \pi_j = 1.$$

Pri tem smo uporabili oznake iz 3. primera.

¹¹ oznaka $[x]$ pomeni celi del števila x

smo že določili število škod n in za vsako škodo datum nastanka škode x_1 , odlog pri prijavi škode x_2 in odlog pri rešitvi škode x_3 . Velikost škode S_k spreminjamo s časom razvoja j

$$S_k(j) = \begin{cases} 0, & \text{če je } x_1 + x_2 < j \\ s_j, & \text{sicer} \end{cases}$$

kjer je

s_j vrednost slučajne spremenljivke X_j , porazdeljene po Paretovi porazdelitvi $X_j \sim \text{Pa}(v(j), \lambda(j))$ in je $v(j) = (1000 + 50j) \times 1,06^j$ in $\lambda(j) = 2,5 - 0,05j$.

Zneske prijavljenih škod $I(i,j)$ lahko izračunamo tudi takole:

$$I(i,j) = \sum_{k=1}^n S_k(j), \quad i, j = 0, 1, \dots, I.$$

5.2.3 Model, kjer generiramo agregatne škode

Do agregatnih podatkov o škodah, ki so potrebni za izračun škodnih rezervacij, lahko pridemo tudi direktno, brez zamudnega generiranja podatkov za vsako škodo posebej. Predstavljamo poenostavljen opis modela po Pentikäinen, Rantala, 1995, str. 154 in Narayan, Warthen, 1997, str. 182, kjer so agregatne škode so po obdobjih nastanka škode generirane s pomočjo avtoregresijskega procesa za prijavo škod in za inflacijo škod.

Privzemimo najprej, da je znan vzorec prijavljanja škod

$$x(j), \quad j=0, 1, \dots, I, \text{ za katerega velja } \sum_{j=0}^I x(j) = 1.$$

Deleži x_j predstavljajo prirast kumulativno prijavljenih škod v obdobju razvoja j , tako da velja zveza

$$I(i, \infty)x(j) = I(i, j) - I(i, j-1),$$

če le predpostavimo, da je $I(i, -1) = 0$.

S pomočjo deležev x_j , predpostavke o inflaciji in predpostavke o rasti izpostavljenosti riziku, za vsako obdobje i nastanka škode generiramo prirast prijavljenih škod (zneski) v obdobju razvoja j :

$$I(i, j) - I(i, j-1) = I(i, \infty)x(i) \cdot XP(i)q(i, j)(1 + \text{inf}(t)),$$

kjer je

$I(i, \infty)$ končne škode za prvo obdobje nastanka škode $i=0$

$x(j)$ prirast kumulativno prijavljenih škod v obdobju razvoja j

$XP(j)$ faktor, ki odraža rast izpostavljenosti riziku in inflacijo

$q(i, j)$ faktor, ki vnaša slučajnostno komponento v razvoj škod:

$$q(i, j) = 0.4 + 0.6q(i, j-1) + \varepsilon, \text{ kjer je } q(i, -1) = 1 \text{ in je } \varepsilon \sim N(0, 0.05)$$

$\text{inf}(t)$ kumulativna rast inflacije od začetnega obdobja do obdobja t

$$\text{in je } 1 + \text{inf}(t) = \prod_{k=0}^t (1 + \text{inf}(k)),$$

kjer je inflacija posameznega obdobja generirana z avtoregresijskim procesom; začetna inflacija je 6% letno in v nadaljevanju ni manjša od 3% letno:

$$\text{inf}(k+1) = \max(0.06 + 0.7(\text{inf}(k) - 0.06) + \varepsilon, 0.03), \text{ inf}(1) = 0.06 \text{ in } \varepsilon \sim N(0, 0.015).$$

5.3 Opis simulacije za naš primer

Opisali bomo naš model škodnega dogajanja, simulacijo in njene rezultate. V modelu so upoštevani sezonski efekti pri prijavi in reševanju škod, tako da lahko s simulacijo

preučujemo, katera metoda za računanje škodnih rezervacij se bolje obnese v takih razmerah. Pri izdelavi modela smo se zgedovali po našem računskem primeru, ki se nanaša na zavarovanje avtomobilske odgovornosti, vendar ne v taki meri, da bi lahko s pomočjo simulacije izračunali škodno rezervacijo za naš primer. S pomočjo simulacije le izberemo eno izmed metod, ki jo potem uporabimo na pravih podatkih.

5.3.1 Model škodnega dogajanja

Model škodnega dogajanja je zasnovan tako, da obravnava vsako škodo posamično (glej podpoglavje 5.2.2) in upošteva četrletne sezonske efekte pri prijavi in reševanju škod. Tako kot v našem računskem primeru so obdobja nastanka i in obdobja razvoja škod j četrletja ($i, j = 0, 1, \dots, 15$). Škodno dogajanje po izteku štirih let še ni zaključeno, vendar zaradi primerjave z našim računskim primerom generiramo podatke le za štiriletno obdobje. Predpostavimo tudi, da inflacije cen ni, oziroma da delamo že s podatki, valoriziranimi na isti termin. Nadalje predpostavimo, da so škode rešene z enim plačilom škode in da ni delno rešenih škod. Da to pomanjkljivost nekoliko popravimo, generiramo dve vrsti škod: škode na stvareh in škode na osebah, ki imajo večje zakasnitve pri prijavi in reševanju in so v povprečju višje od škod na stvareh.

Generiranje podatkov poteka za vsako obdobje nastanka škode i enako v naslednjih korakih:

1. korak: najprej generiramo število škod, ki so nastale v obdobju i : $n_i^{(1)}$ škod na stvareh $n_i^{(2)}$ škod na osebah, kjer sta $n_i^{(1)}$ in $n_i^{(2)}$ vrednosti Poissonovo porazdeljenih slučajnih spremenljivk $N^{(1)}$ in $N^{(2)}$: $N^{(1)} \sim \text{Po}(1000)$ in $N^{(2)} \sim \text{Po}(500)$. Pričakovano število škod za posamezno obdobje nastanka škode je torej $1000 + 500 = 1500$ škod.

2. korak: za vsako škodo generiramo njeno višino, za škode na stvareh $s_k^{(1)}$, $k=1, 2, \dots, n_i^{(1)}$ in za škode na osebah $s_k^{(2)}$, $k=1, 2, \dots, n_i^{(2)}$, kjer sta $s_k^{(1)}$ in $s_k^{(2)}$ vrednosti lognormalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk $S^{(1)}$ in $S^{(2)}$: $S^{(1)} \sim \text{LN}(6.4, 1.6)$ in $S^{(2)} \sim \text{LN}(7.5, 1.6)$. Pričakovana povprečna škoda za škode na stvareh je $\exp(6.4 + 1.6^2/2) = 2165$ denarnih enot in na osebah $\exp(7.5 + 1.6^2/2) = 6503$ denarnih enot.

3. korak: za vsako škodo generiramo še zakasnitev pri prijavi in zakasnitev pri rešitvi škode. Zakasnitev pri prijavi škode predstavlja čas od nastanka do prijave škode in zakasnitev pri rešitvi škode predstavlja čas od prijave do zaključka škode. Zakasnitev pri prijavi škode na stvareh $\alpha_k^{(1)}$ je vrednost eksponentno porazdeljene slučajne spremenljivke $A^{(1)} \sim \text{Exp}(2)$ in zakasnitev pri prijavi škode na osebah je $\alpha_k^{(2)}$, ki je vrednost eksponentno porazdeljene slučajne spremenljivke $A^{(2)} \sim \text{Exp}(0.5)$. Pričakovana zamuda pri prijavi škode na stvareh je $1/2$ četrletja in pri škodah na osebah $1/0.5 = 2$ četrletji.

Podobno generiramo zakasnitev pri rešitvi škode: za škode na stvareh je to $\beta_k^{(1)}$, ki je vrednost eksponentno porazdeljene slučajne spremenljivke $B^{(1)} \sim \text{Exp}(1.5)$ in za škode na osebah $\beta_k^{(2)}$, ki je vrednost eksponentno porazdeljene slučajne spremenljivke $B^{(2)} \sim \text{Exp}(0.15)$. Pričakovana zamuda pri rešitvi škode na stvareh je $1/1.5 = 0.67$ četrletja in pri škodah na osebah $1/0.15 = 6.67$ četrletja.

Vrednosti $\alpha_k^{(1)}, \alpha_k^{(2)}, \beta_k^{(1)}, \beta_k^{(2)}$ so zaokrožene na cela števila.

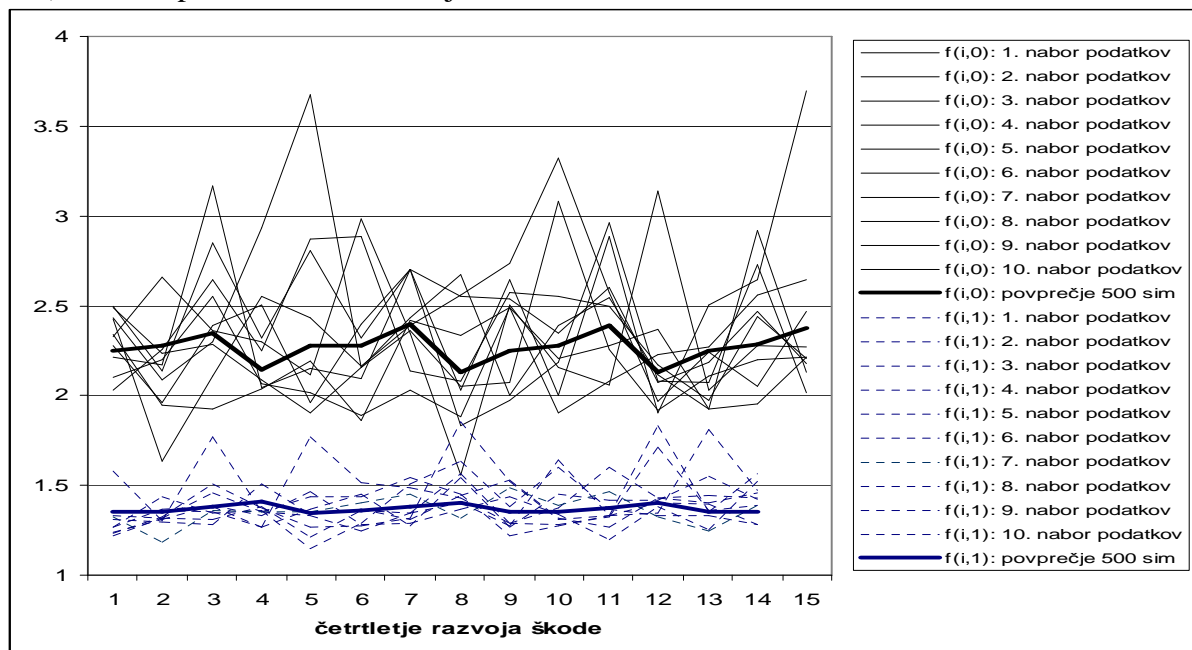
4. korak: sedaj upoštevamo še sezonske efekte in sicer tako, da spremenimo zakasnitve pri prijavi $\alpha_k^{(1)}$, $\alpha_k^{(2)}$ in pri rešitvi škode $\beta_k^{(1)}$, $\beta_k^{(2)}$. V modelu predpostavimo, da je manj zakasnitev pri prijavi škode, če je škoda nastala v prvih dveh četrtletjih koledarskega leta:

četrletje nastanka škode	delež škod, katerim spremenimo zakasnitev pri prijavi škode	sprememba
1	8%	če je $\alpha_k^{(l)}=1$, potem zakasnitev zmanjšamo: $\alpha_k^{(l)}:=0$, kjer je $l=1,2$
2	7.3%	
3	3%	če je $\alpha_k^{(l)}=0$, potem zakasnitev povečamo: $\alpha_k^{(l)}:=1$, kjer je $l=1,2$
4	10%	

Upoštevamo tudi pospešeno reševanje škod v zadnjem četrtletju koledarskega leta in sicer tako, da za 12% tistih škod, ki so nastale v zadnjem četrtletju koledarskega leta in bi bile po sedaj simuliranih podatkih rešene v 1. četrtletju naslednjega leta, šteje, da so rešene v zadnjem četrtletju koledarskega leta ($\beta_k^{(l)}$ zmanjšamo za 1).

Spremembe zakasnitev so določene tako, da dobimo na koncu značilen vzorec pri faktorjih razvoja škod $f(i,j)$ (glej izraz (2.3)). Na sliki 5.1 so faktorji razvoja škod za povprečje 500 simulacij škodnega dogajanja. Vidimo, da so sezonski efekti prisotni, tako da dobimo s simulacijo vzorec, ki je dobra podlaga za preučevanje sezonskih efektov.

Slika 5.1: Faktorji razvoja škod $f(i,0)$ in $f(i,1)$ za prvi dve obdobji razvoja škod, pripravljene iz povprečnih rešenih škod za 500 simulacij škodnega dogajanja (na grafu označeno z debelo črto) in za 10 posameznih simulacij



Vir: lastni izračuni

Če primerjamo sliko 5.1 s faktorji razvoja škod za naš računski primer (slika 2.1, str. 11), vidimo, da so faktorji $f(3,0)$, $f(7,0)$, $f(11,0)$, $f(15,0)$ v obeh primerih večji od povprečja, faktorji $f(4,0)$, $f(8,0)$, $f(12,0)$ pa manjši od povprečja faktorjev $f(i,0)$. Seveda pa za naš

računski primer ne moremo imeti tako pravilnega vzorca sprememb pri faktorjih razvoja škod, saj gre tu le za eno realizacijo škodnega dogajanja.

5. korak: priprava agregatnih podatkov o številu prijavljenih škod $N(i,j)$, številu rešenih škod $M(i,j)$, zneskih rešenih škod $C(i,j)$, in zneskih škodnih rezervacij za prijavljene škode $Q(i,j)$. Pri zneskih škodnih rezervacij za prijavljene škode dodatno simuliramo nenatančnost predvidevanja bodočih izplačil pri pripravi popisa škodnih rezervacij na ta način, da višino škode S_k pokvarimo in štejemo, da imamo v škodni rezervaciji po popisu za škodo višine S_k znesek $S_k(1 + \varepsilon_1)$, kjer je $\varepsilon \sim N(0,0.1)$ in je

$$\varepsilon_1 = \begin{cases} -0.5, & \text{če } \varepsilon < -0.5 \\ 0.5, & \text{če } \varepsilon > 0.5 \\ \varepsilon, & \text{sicer} \end{cases} .$$

V Prilogi C so povprečni podatki o o številu prijavljenih škod $N(i,j)$, številu rešenih škod $M(i,j)$, zneskih rešenih škod $C(i,j)$, in zneskih škodnih rezervacij za prijavljene škode $Q(i,j)$ za 500 simulacij.

5.3.2 Simulacija

Za eno simulacijo smo torej generirali zneske rešenih škod $C(i,j)$, zneske škodnih rezervacij za prijavljene škode $Q(i,j)$, število prijavljenih škod $N(i,j)$ in število rešenih škod $M(i,j)$, $i,j=0,1,\dots,I$, $I=15$. Z izbrano metodo za računanje škodnih rezervacij izračunamo škodno rezervacijo na koncu 16. koledarskega obdobja, to je, ko so znani vsi podatki za zgornjo levo

polovico pravokotnika: $\hat{P} = \sum_{i=0}^I \hat{P}(i, I-i)$. Ker imamo simulirane podatke za celotno škodno dogajanje, lahko izračunamo tudi pravo škodno rezervacijo

$$P = \sum_{i=0}^I P(i, I-i),$$

kjer je $P(i, I-i) = \sum_{k=I-i+1}^I C(i, k) + Q(i, I)$ in $i=0,1,\dots,I$.

Napaka opazovane metode je razlika med ocenjeno in pravo škodno rezervacijo $\hat{P} - P$, napako metode pa opazujemo tudi po obdobjih nastanka škode $\hat{P}(i, I-i) - P(i, I-i)$, $i=0,\dots,I$. Ko napravimo N simulacij, izračunamo

$$\text{srednjo vrednost napake } \mu = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\hat{P}_k - P_k)$$

$$\text{in standardno deviacijo napake } \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (\hat{P}_k - P_k - \mu)^2}$$

v absolutnih zneskih in v deležu od povprečnih pravih škodnih rezervacij $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N P_k$ in v deležu

$$\text{od povprečnih pravih končnih škod } \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{i=0}^I D_k(i, \infty).$$

Nekateri opazujejo še

$$\text{srednjo vrednost absolutnih napak } \mu_1 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |\hat{P}_k - P_k|,$$

srednjo vrednost kvadratov napak (mean square error) $m.s.e = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\hat{P}_k - P_k)^2$ in

kvadratni koren iz srednje vrednosti kvadratov napak (root mean square error $r.m.s.e = \sqrt{m.s.e}$) absolutno in relativno glede na prave škodne rezervacije in prave končne škode, mi pa bomo opazovali še *stabilnost* in *zadostnost* škodnih rezervacij (glej izraza (3.2) in (3.1)) v primerjavi z izračunano škodno rezervacijo na koncu predhodnega obdobja.

Za dobro metodo z majhno napako in majhno standardno deviacijo napake sta tudi zadostnost in stabilnost blizu vrednosti 0, vendar nas pri prehodu od izračuna škodnih rezervacij na koncu 3. četrtletja do izračuna na koncu 4. četrtletja zanima velikostni red sprememb škodnih rezervacij in sicer tisti del sprememb, ki izvira iz metode same.

5.3.3 Rezultati simulacije

S simulacijo smo primerjali med sabo metodo veriženja, Bornhuetter-Fergusonovo metodo in Benktanderjevo metodo. V 1. sklopu smo metode uporabili za četrtletne kohorte na zneskih rešenih in prijavljenih škod in skušali ugotoviti, katera metoda (oz. njena različica) se najbolje obnese za medletno izračunavanje škodnih rezervacij. Pri tem smo se omejili na primerjavo izračunov škodnih rezervacij na koncu 3. in 4. četrtletja koledarskega leta. Zaradi lažjega razumevanja vzemimo, da smo tako računali rezervacije na dneva 30.9.2003 in 31.12.2003.

Poleg tega smo združili četrtletne kohorte v letne in opazovali našete metode na združenih podatkih (2. sklop). Na ta način smo izračunali rezervacije na koncu koledarskega leta in na koncu 3. četrtletja s pomočjo drsečih let.

V 3. sklopu smo opazovali tudi metode za medletno izračunavanje škodnih rezervacij na koncu 3. četrtletja leta 2003, ki izhajajo iz izračunov škodnih rezervacij na koncu leta 2002, predvidene porabe škodnih rezervacij v letu 2003 in iz podatkov o škodnem dogajanju v tekočem letu 1-9 2003 (podpoglavje 4.2.3, formula (4.7)). Pri tem smo privzeli, da je v prvih treh četrtletjih leta porabljene 70% škodne rezervacije, ki je predvidena za porabo v tem letu ($d_3=0.7$). Metode se med sabo razlikujejo po tem, kako ocenimo rezervacijo $\hat{P}(1-9\ 2003; 30.9.2003)$ za škode, ki so nastale v tekočem koledarskem letu (1-9 2003):

- *metoda A*: na podlagi popisa škodnih rezervacij, izračun po formulah (4.8) in (4.9):

$$\hat{P}(1-9\ 2003; 30.9.2003) = (\text{ŠR po popisu per } 30.9.2003 \text{ za škode, nastale } 1-9\ 2003) / (\text{ŠR po popisu per } 31.12.2002 \text{ za škode, nastale v letu } 2002) \times (\text{ŠR v celoti per } 31.12.2002 \text{ za škode, nastale v letu } 2002);$$
- *metoda B*: na podlagi števila prijavljenih škod: $\hat{P}(1-9\ 2003; 30.9.2003) = (\text{št. prij. škod v } 1-9\ 2003 \text{ za škode, nastale } 1-9\ 2003) / (\text{št. prij. škod v l. } 2002 \text{ za škode, nastale v l. } 2002) \times (\text{ŠR v celoti per } 31.12.2002 \text{ za škode, nastale v letu } 2002);$
- *metoda BI*: na podlagi popisa škodnih rezervacij in števila prijavljenih škod:

$$\hat{P}(1-9\ 2003; 30.9.2003) = (\text{ŠR po popisu per } 30.9.2003 \text{ za škode, nastale } 1-9\ 2003) + (\text{št. prij. škod v } 1-9\ 2003 \text{ za škode, nastale } 1-9\ 2003) / (\text{št. prij. škod v l. } 2002 \text{ za škode, nastale v l. } 2002) \times (\text{IBNR per } 31.12.2002 \text{ za škode, nastale v letu } 2002);$$
- *metoda C*: z naivno metodo škodnega količnika (formula 4.7a).

Nazadnje smo preizkusili še *metodo D*, kjer izračunamo celotno škodno rezervacijo per 30.9.2003 tako kot v metodi A škodno rezervacijo samo za škode, nastale v tekočem letu. Tako je $(\text{ŠR v celoti per } 30.9.2003) = (\text{ŠR po popisu per } 30.9.2003) / (\text{ŠR po popisu per$

31.12.2002) \times (ŠR v celoti per 31.12.2002). Pri tej metodi torej ignoriramo obdobja nastanka škode in predpostavimo, da je delež rezervacije za naknadno prijavljene škode v skupnih škodnih rezervacijah ves čas enak.

Pri tem smo iskali odgovore na naslednja vprašanja:

- katera od naštetih metod se bolje obnese,
- ali je določanje repa na podlagi popisa škodnih rezervacij za najstarejšo kohorto škod primerno,
- je bolje uporabiti naštete metode na zneskih rešenih ali prijavljenih škod,
- je bolje uporabiti enotne ali četrletne količnike razvoja škod,
- je bolje računati škodne rezervacije s četrletnimi ali letnimi kohortami škod,
- kako se obnese medletno izračunavanje škod z drsečimi leti,
- kako se obnese metode za medletno izračunavanje škodnih rezervacij, ki izhajajo iz izračunov škodnih rezervacij na koncu preteklega leta, predvidene porabe škodnih rezervacij po letih in iz podatkov o škodnem dogajanju v tekočem letu.

Oglejmo si sedaj rezultate simulacije, navedene po sklopih. Simulacijo smo izvajali po 500 krat, vsakokrat na istem naboru podatkov. Srednja vrednost pravih škodnih rezervacij in pravih končnih škod tega nabora podatkov je v tabeli 5.1, srednja vrednost simuliranih podatkov pa v prilogi C. Pri metodah, kjer uporabljamo škodni količnik, smo predpostavili, da je končni škodni količnik enak 90%, zaslužena premija v posameznem četrletju pa 7.5 mio denarnih enot.

Podrobni rezultati simulacije po obdobjih nastanka škode so prikazani v Prilogi D, tu je zaradi razlage le en primer podrobnih rezultatov, ostali rezultati pa so tukaj prikazani le za skupne škodne rezervacije.

Tabela 5.1: Srednja vrednost in standardna deviacija pravih škodnih rezervacij in pravih končnih škod za naš nabor podatkov za 500 kratno simulacijo

četrletje nastanka škode	prava škodna rezervacija		prave končne škode	
	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD
2000/1	452,174	170,953	5,438,051	638,146
2000/2	516,254	175,643	5,355,413	607,254
2000/3	609,518	200,796	5,360,369	549,448
2000/4	706,841	270,497	5,412,843	599,092
2001/1	823,141	227,397	5,423,628	573,378
2001/2	929,392	244,920	5,342,381	536,397
2001/3	1,149,379	512,612	5,476,533	751,592
2001/4	1,231,218	292,815	5,394,871	552,088
2002/1	1,463,217	360,131	5,416,512	573,413
2002/2	1,677,157	342,568	5,373,224	565,825
2002/3	1,947,861	433,710	5,408,235	564,922
2002/4	2,198,577	376,927	5,408,810	531,627
2003/1	2,519,804	457,529	5,391,177	582,003
2003/2	2,917,825	480,550	5,392,977	570,367
2003/3	3,602,143	509,586	5,392,862	570,160
2003/4	4,543,151	548,991	5,346,984	567,705
skupaj	27,287,651	1,474,404	86,334,870	2,386,201

Vir: lastni izračuni

1. SKLOP: ČETRTLETNE KOHORTE ŠKOD

1. Metoda veriženja, Bornhuetter-Fergusonova metoda in Benktanderjeva metoda na zneskih rešenih škod (CL, BF, GB)

Pri tej primerjavi smo predpostavili, da je škodno dogajanje zaključeno (ni repov). V tabeli 5.2, str. 72 so prikazani rezultati simulacije po četrletjih nastanka škode, v pregledni tabeli 5.3, str. 75 pa še enkrat, vendar samo za škodne rezervacije skupaj.

Pri metodi veriženja je škodna rezervacija v povprečju za 24.9% prenizka. Če opravimo primerjavo s pravimi škodnimi rezervacijami po četrletjih nastanka škode (tabela 5.1, str. 70), vidimo, da glavnina napake izvira iz predpostavke, da je škodno dogajanje za najstarejšo kohorto škod že zaključeno.

Srednja vrednost stabilnosti je -2.0%, kar pomeni, da se je v povprečju ocena končnih škod od 30.9.2003 na 31.12.2003 povečala za 2% (oziroma, da na dan 31.12.2003 ocenjujemo, da je bila v povprečju ocena končnih škod na dan 30.9.2003 za 2% prenizka), še najbolj za tretje četrletje leta 2003.

Srednja vrednost zadostnosti je -8.3%, kar pomeni, da smo na dan 31.12.2003 ugotovili, da je bila škodna rezervacija na dan 30.9.2003 v povprečju prenizka za 8.3%. Vendar je treba razlikovati med napako metode, kjer primerjamo oceno škodne rezervacije s pravo rezervacijo, in zadostnostjo, kjer ugotavljamo ustreznost škodnih rezervacij na podlagi ocen škodnih rezervacij na oba presečna datuma.

Pri BF metodi je srednja vrednost napake precej manjša kot pri metodi veriženja, predvsem zaradi predpostavke o škodnem količniku. Tudi standardna deviacija napake je manjša. Stabilnost in zadostnost sta v skupnem zadovoljivi.

Po pričakovanju je srednja vrednost napake pri Benktanderjevi metodi nekje v sredi med srednjo vrednostjo napake pri metodi veriženja in pri BF metodi.

2. Metoda veriženja, Bornhuetter-Fergusonova metoda in Benktanderjeva metoda na zneskih rešenih škod z upoštevanjem nadaljnega razvoja škod (CLr, BFr, GBr)

Nadaljnji razvoj škod smo upoštevali na ta način, da smo za rep upoštevali škodne rezervacije za prijavljene škode za najstarejšo kohorto škod. Rezultati so prikazani v tabeli 5.3, str. 75 za škodne rezervacije v celoti, po četrletjih nastanka škode pa v prilogi D, tabela D.2, str. 43.

Pri metodi veriženja je srednja vrednost napake manjša, medtem ko se je standardna deviacija povečala. Srednja vrednost stabilnosti in standardna deviacija stabilnosti sta nižji kot pri metodi veriženja rešenih škod brez upoštevanja nadaljnega razvoja škod (CL).

Pri Bornhuetter-Fergusonovi metodi pa je srednja vrednost napake višja kot v 1. točki tega sklopa, prav tako standardna deviacija napake. V povprečju dobimo za 8.1% previsoko škodno rezervacijo. Predpostavka, da je škodni količnik enak 90%, nam je v 1. točki nevtralizirala napačno predpostavko, da ni nadaljnega razvoja škod, tukaj pa dobimo previsoko škodno rezervacijo.

Tako kot pri 1. točki je srednja vrednost napake pri Benktanderjevi metodi nekje v sredi srednjo prednostjo napake pri metodi veriženja in pri BF metodi.

Tabela 5.2: Rezultati simulacije za metodo veriženja (CL), Bornhuetter-Fergusonovo metodo (BF) in Benktanderjevo metodo (GB) na zneskih rešenih škod

četrtnje nastanka škode	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		stabilnost (prim. s SR per 30.9.03)		zadostnost (prim. s SR per 30.9.03)	
	sr. vredn.	SD	sr. vredn.	SD	sr. vredn.	SD	sr. vredn.	SD	sr. vredn.	SD
CL										
2000/1	-452,174	170,953	-8.3%	3.1%	-100.0%	37.8%	-1.6%	1.7%		
2000/2	-439,542	196,674	-8.2%	3.7%	-85.1%	38.1%	-1.7%	4.9%	-239.5%	483.5%
2000/3	-447,833	236,787	-8.4%	4.4%	-73.5%	38.8%	-1.5%	4.4%	-71.4%	155.6%
2000/4	-441,062	307,208	-8.1%	5.7%	-62.4%	43.5%	-2.0%	4.0%	-46.0%	89.2%
2001/1	-440,706	285,529	-8.1%	5.3%	-53.5%	34.7%	-1.9%	3.9%	-27.8%	52.7%
2001/2	-425,297	302,952	-8.0%	5.7%	-45.8%	32.6%	-1.9%	4.0%	-19.1%	37.8%
2001/3	-489,100	548,001	-8.9%	10.0%	-42.6%	47.7%	-1.7%	4.1%	-12.8%	29.8%
2001/4	-397,680	368,201	-7.4%	6.8%	-32.3%	29.9%	-2.4%	4.8%	-13.8%	26.5%
2002/1	-427,005	430,625	-7.9%	8.0%	-29.2%	29.4%	-1.7%	4.7%	-7.9%	20.5%
2002/2	-426,715	407,293	-7.9%	7.6%	-25.4%	24.3%	-1.7%	6.4%	-6.6%	23.0%
2002/3	-441,282	520,443	-8.2%	9.6%	-22.7%	26.7%	-2.1%	5.8%	-6.5%	17.2%
2002/4	-412,638	488,897	-7.6%	9.0%	-18.8%	22.2%	-2.6%	6.1%	-6.6%	14.8%
2003/1	-422,400	585,990	-7.8%	10.9%	-16.8%	23.3%	-1.3%	6.1%	-2.7%	12.4%
2003/2	-400,157	589,495	-7.4%	10.9%	-13.7%	20.2%	-1.2%	9.2%	-1.9%	14.6%
2003/3	-436,552	751,526	-8.1%	13.9%	-12.1%	20.9%	-9.1%	17.8%	-10.9%	21.3%
2003/4	-304,250	1,029,560	-5.7%	19.3%	-6.7%	22.7%				
skupaj	-6,804,392	3,207,126	-7.9%	3.7%	-24.9%	11.8%	-2.0%	3.6%	-8.3%	13.9%
BF										
2000/1	-452,174	170,953	-8.3%	3.1%	-100.0%	37.8%	-1.6%	1.7%		
2000/2	-413,358	206,955	-7.7%	3.9%	-80.1%	40.1%	-1.6%	5.1%	-179.3%	358.1%
2000/3	-391,001	248,836	-7.3%	4.6%	-64.1%	40.8%	-1.2%	4.7%	-47.2%	116.3%
2000/4	-350,935	314,107	-6.5%	5.8%	-49.6%	44.4%	-1.6%	4.2%	-27.7%	64.9%
2001/1	-310,043	296,001	-5.7%	5.5%	-37.7%	36.0%	-1.3%	4.1%	-15.1%	39.0%
2001/2	-244,096	306,219	-4.6%	5.7%	-26.3%	32.9%	-1.0%	3.9%	-8.4%	27.1%
2001/3	-261,899	553,725	-4.8%	10.1%	-22.8%	48.2%	-0.6%	3.9%	-4.1%	20.2%
2001/4	-112,986	344,181	-2.1%	6.4%	-9.2%	28.0%	-0.9%	4.0%	-4.0%	16.9%
2002/1	-67,267	411,583	-1.2%	7.6%	-4.6%	28.1%	-0.1%	3.7%	-0.6%	12.5%
2002/2	21,680	381,128	0.4%	7.1%	1.3%	22.7%	0.2%	4.4%	0.5%	12.2%
2002/3	91,110	469,820	1.7%	8.7%	4.7%	24.1%	0.3%	3.8%	0.5%	8.9%
2002/4	207,376	425,953	3.8%	7.9%	9.4%	19.4%	0.4%	3.5%	0.9%	7.0%
2003/1	322,145	484,935	6.0%	9.0%	12.8%	19.2%	1.8%	3.0%	3.2%	5.3%
2003/2	480,111	498,340	8.9%	9.2%	16.5%	17.1%	3.5%	3.4%	5.0%	4.8%
2003/3	701,399	524,840	13.0%	9.7%	19.5%	14.6%	4.8%	3.6%	5.5%	4.1%
2003/4	1,126,206	558,033	21.1%	10.4%	24.8%	12.3%				
skupaj	346,269	2,611,537	0.4%	3.0%	1.3%	9.6%	0.2%	2.7%	0.7%	8.2%
GB										
2000/1	-452,174	170,953	-8.3%	3.1%	-100.0%	37.8%	-1.6%	1.7%		
2000/2	-438,819	197,429	-8.2%	3.7%	-85.0%	38.2%	-1.7%	4.9%	-239.4%	483.0%
2000/3	-445,485	238,362	-8.3%	4.4%	-73.1%	39.1%	-1.5%	4.4%	-70.7%	155.9%
2000/4	-435,841	308,073	-8.1%	5.7%	-61.7%	43.6%	-2.0%	4.1%	-44.6%	88.5%
2001/1	-430,190	288,194	-7.9%	5.3%	-52.3%	35.0%	-1.8%	4.0%	-26.3%	52.1%
2001/2	-406,490	305,147	-7.6%	5.7%	-43.7%	32.8%	-1.7%	4.1%	-17.1%	36.8%
2001/3	-458,871	550,120	-8.4%	10.0%	-39.9%	47.9%	-1.4%	4.2%	-10.6%	28.5%
2001/4	-350,699	363,437	-6.5%	6.7%	-28.5%	29.5%	-2.0%	4.6%	-10.6%	24.4%
2002/1	-352,486	427,491	-6.5%	7.9%	-24.1%	29.2%	-1.1%	4.5%	-4.8%	18.5%
2002/2	-314,303	398,411	-5.8%	7.4%	-18.7%	23.8%	-0.8%	5.9%	-2.9%	19.2%
2002/3	-281,416	503,352	-5.2%	9.3%	-14.4%	25.8%	-0.7%	5.2%	-2.2%	13.9%
2002/4	-192,483	463,142	-3.6%	8.6%	-8.8%	21.1%	-0.6%	5.0%	-1.4%	11.2%
2003/1	-110,336	532,592	-2.0%	9.9%	-4.4%	21.1%	1.5%	4.6%	2.7%	8.5%
2003/2	41,576	529,527	0.8%	9.8%	1.4%	18.1%	4.1%	5.5%	6.1%	8.0%
2003/3	285,815	573,828	5.3%	10.6%	7.9%	15.9%	7.1%	6.1%	8.1%	6.9%
2003/4	894,440	585,849	16.7%	11.0%	19.7%	12.9%				
skupaj	-3,447,762	2,847,926	-4.0%	3.3%	-12.6%	10.4%	-0.1%	3.1%	-0.4%	10.6%

Vir: lastni izračuni

3. Metoda veriženja, Bornhuetter-Fergusonova metoda in Benktanderjeva metoda na zneskih prijavljenih škod (CL1, BF1, GB1)

Rezultati so prikazani v tabeli 5.3, str. 75 za škodne rezervacije v celoti, po četrletjih nastanka škode pa v prilogi D, tabela D.3, str. 44.

Pri metodi veriženja imamo nižjo srednjo vrednost napake in standardno deviacijo napake. Srednja vrednost stabilnosti in standardna deviacija stabilnosti sta boljši kot pri prvih dveh točkah tega sklopa.

Pri Bornhuetter-Fergusonovi metodi je srednja vrednost napake manjša kot v 2. točki, standardna deviacija napake pa je manjša od standardne deviacije za to metodo v 1. in 2. točki. Enako velja za stabilnost metode.

Pri Benktanderjevi metodi je srednja vrednost napake po absolutni vrednosti manjša kot v 1. in 2. točki, prav tako standardna deviacija napake. Standardna deviacija stabilnosti metode je nižja kot v 1. in 2. točki, medtem ko je srednja vrednost stabilnosti slabša kot v 1. in boljša kot v 2. točki.

4. Metoda veriženja, Bornhuetter-Fergusonova metoda in Benktanderjeva metoda na zneskih rešenih škod ob uporabi četrletnih faktorjev razvoja škod - enostavno povprečje (CLkv, BFkv, GBkv)

Rezultati so prikazani v tabeli 5.3, str. 75 za škodne rezervacije v celoti, po četrletjih nastanka škode pa v prilogi D, tabela D.4, str. 45. Za vsako četrletje posebej so izračunani povprečni faktorji razvoja škod (glej podpoglavje 4.2.1) in sicer kot enostavno povprečje faktorjev razvoja škod. Primerjajmo z rezultati iz 1. točke, da vidimo, ali nam četrletni faktorji razvoja škod prinesejo kakšno izboljšanje rezultatov!

Pri metodi veriženja ostaja srednja vrednost napake približno enaka, medtem ko se je standardna deviacija napake povečala. Stabilnost je v skupnem nekoliko boljša, vendar ne bistveno. Edino opaznejše izboljšanje je pri stabilnosti škodnih rezervacij za zadnje četrletje nastanka škode, kjer še lahko opazujemo stabilnost (3. četrletje leta 2003).

Pri Bornhuetter-Fergusonovi metodi in Benktanderjevi metodi ni videti kakšnega posebnega izboljšanja glede na 1. točko, pri stabilnosti imamo celo za spoznanje slabše rezultate.

5. Metoda veriženja, Bornhuetter-Fergusonova metoda in Benktanderjeva metoda na zneskih prijavljenih škod ob uporabi četrletnih faktorjev razvoja škod - enostavno povprečje (CL1kv, BF1kv, GB1kv)

Rezultati so prikazani v tabeli 5.3, str. 75 za škodne rezervacije v celoti, po četrletjih nastanka škode pa v prilogi D, tabela D.5, str. 46. Za vsako četrletje posebej so izračunani povprečni faktorji razvoja škod na enak način ko v 4. točki. Rezultati so neposredno primerljivi z rezultati 3. točke, kjer so prikazane iste metode z enotnimi povprečnimi faktorji razvoja škod.

Pri metodi veriženja se je srednja vrednost napake bolj približala 0%, standardna deviacija napake pa je nekoliko višja. Stabilnost je v skupnem celo slabša, prav tako za 3. četrletje leta 2003.

Podobno kot pri 4. točki tudi tukaj pri Bornhuetter-Fergusonovi metodi in Benktanderjevi metodi ni videti kakšnega posebnega izboljšanja glede na 3. točko, pri stabilnosti imamo celo za spoznanje slabše rezultate.

6. Metoda veriženja, Bornhuetter-Fergusonova metoda in Benktanderjeva metoda na zneskih rešenih škod ob uporabi četrletnih faktorjev razvoja škod - uteženo povprečje (CLkvU, BFkvU, GBkvU)

Rezultati so prikazani v tabeli 5.3, str. 75 za škodne rezervacije v celoti, po četrletjih nastanka škode pa v prilogi D, tabela D.6, str. 47. Za vsako četrletje posebej so izračunani povprečni faktorji razvoja škod (glej podpoglavje 4.2.1, formule (4.1)-(4.4)). Rezultati so neposredno primerljivi z rezultati iz 1. in 4. točke.

Pri primerjavi rezultatov s 1. točko ugotovimo podobno kot pri primerjavi med 1. in 4. točko: ni opaznega izboljšanja srednje vrednosti napake, medtem ko se je standardna deviacija napake celo povečala. Edino pri metodi veriženja opazimo izboljšanje stabilnosti 3. četrletje leta 2003.

Uteženi četrletni količniki ne prinesejo izboljšanja niti v primerjavi s 4. točko, kjer uporabljamo četrletne količnike, izračunane z enostavnim povprečjem. Pravzaprav gre celo za rahlo poslabšanje, tako glede srednje vrednosti in standardne deviacije napake kot tudi glede stabilnosti.

Pričakovali smo, da bo ravno obratno, saj smo se s s četrletnimi količniki prilagodili sezonskim vplivom, vendar imamo očitno premalo podatkov, v takem primeru pa slepo računanje brez dodatne aktuarske presoje ne prinese izboljšave. V skladu z aktuarsko literaturo smo pričakovali tudi, da bodo količniki, izračunani z uteženim povprečjem, dali boljše rezultate od enostavnega povprečja, vendar tudi to v našem primeru ne drži.

2. SKLOP: LETNE KOHORTE ŠKOD

Rezultati simulacije so za skupno škodno rezervacijo v tabeli 5.4, str. 75, podrobneje po letih nastanka škode pa v Prilogi D, tabela D.7, str. 48. Opravili smo simulacije, ki ustrezajo 1., 2. in 3. točki 1. sklopa.

Pri 1. točki, kjer primerjamo med sabo metodo veriženja, Borhuetter-Fergusonovo metodo in Benktanderjevo metodo na zneskih rešenih škod (brez repov), so srednje vrednosti napak res nekoliko višje, standardne deviacije napak pa so nižje.

Pri 2. točki, kjer primerjamo med sabo metodo veriženja, Borhuetter-Fergusonovo metodo in Benktanderjevo metodo na zneskih rešenih škod (z repi), so srednje vrednosti napak in standardne deviacije napak nižje.

Pri 3. točki, kjer primerjamo med sabo metodo veriženja, Borhuetter-Fergusonovo metodo in Benktanderjevo metodo na zneskih prijavljenih škod, ni takih razlik med uporabo četrletnih in letnih kohort škod, vendar je pri metodi veriženja le opazna izboljšava pri srednji vrednosti in standardni deviaciji napake.

Na prvi pogled izgleda stabilnost pri uporabi letnih kohort slabša, vendar je treba upoštevati, da tu primerjamo med sabo dva izračuna škodnih rezervacij v razmiku enega leta, medtem ko

je v 1. sklopu razmik med dvema zaporednima izračunoma škodnih rezervacij le eno četrletje.

Zaključimo lahko, da so izračuni z letnimi kohortami škod vsaj tako dobri, v nekaterih primerih pa celo boljši od izračunov s četrletnimi kohortami škod.

Tabela 5.3: Rezultati simulacije za 1. sklop - za metodo veriženja, Borhuetter-Fergusonovo metodo in Benktanderjevo metodo za četrletne kohorte škod

Primerjava	metoda	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		stabilnost (prim. s ŠR per 30.9.03)		zadostnost (prim. s ŠR per 30.9.03)	
		sr. vredn.	SD	sr. vredn.	SD	sr. vredn.	SD	sr. vredn.	SD	sr. vredn.	SD
1	CL	-6,804,392	3,207,126	-7.9%	3.7%	-24.9%	11.8%	-2.0%	3.6%	-8.3%	13.9%
1	BF	346,269	2,611,537	0.4%	3.0%	1.3%	9.6%	0.2%	2.7%	0.7%	8.2%
1	GB	-3,447,762	2,847,926	-4.0%	3.3%	-12.6%	10.4%	-0.1%	3.1%	-0.4%	10.6%
2	CLr	498,311	4,315,006	0.6%	5.0%	1.8%	15.8%	-0.5%	2.9%	-1.6%	8.7%
2	BFr	7,033,774	3,209,619	8.1%	3.7%	25.8%	11.8%	1.0%	1.8%	2.6%	4.6%
2	GBr	3,497,454	3,712,364	4.1%	4.3%	12.8%	13.6%	0.9%	2.3%	2.5%	6.5%
3	CL1	-403,601	1,206,193	-0.5%	1.4%	-1.5%	4.4%	-0.4%	1.3%	-1.1%	3.9%
3	BF1	1,730,590	1,031,725	2.0%	1.2%	6.3%	3.8%	0.8%	1.2%	2.4%	3.3%
3	GB1	478,568	1,063,284	0.6%	1.2%	1.8%	3.9%	0.4%	1.2%	1.1%	3.5%
4	CLkv	-6,709,898	3,742,263	-7.8%	4.3%	-24.6%	13.7%	-1.5%	4.5%	-6.4%	17.4%
4	BFkv	256,872	2,708,492	0.3%	3.1%	0.9%	9.9%	0.4%	3.1%	1.0%	9.6%
4	GBkv	-3,456,295	3,059,330	-4.0%	3.5%	-12.7%	11.2%	0.1%	3.7%	0.1%	12.8%
5	CL1kv	148,340	1,380,726	0.2%	1.6%	0.5%	5.1%	-5.1%	1.6%	0.1%	4.5%
5	BF1kv	1,973,051	1,098,526	2.3%	1.3%	7.2%	4.0%	1.0%	1.3%	2.8%	3.9%
5	GB1kv	880,659	1,149,620	1.0%	1.3%	3.2%	4.2%	0.7%	1.3%	1.9%	3.9%
6	CLkvU	-6,903,801	3,730,258	-8.0%	4.3%	-25.3%	13.7%	-1.7%	4.5%	-6.9%	17.5%
6	BFkvU	166,122	2,712,457	0.2%	3.1%	0.6%	9.9%	0.4%	3.1%	0.9%	9.6%
6	GBkvU	-3,584,594	3,061,759	-4.2%	3.5%	-13.1%	11.2%	0.1%	3.7%	0.0%	12.9%

Vir: lastni izračuni

Tabela 5.4: Rezultati simulacije za 2. sklop - za metodo veriženja, Borhuetter-Fergusonovo metodo in Benktanderjevo metodo za letne kohorte škod

Primerjava	metoda	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		stabilnost (prim. s ŠR per 31.12.02)		zadostnost (prim. s ŠR per 31.12.02)	
		sr. vredn.	SD	sr. vredn.	SD	sr. vredn.	SD	sr. vredn.	SD	sr. vredn.	SD
1	CL	-9,002,785	2,446,493	-10.4%	2.8%	-33.0%	9.0%	-10.9%	4.4%	-46.1%	20.5%
1	BF	-1,823,807	2,087,195	-2.1%	2.4%	-6.7%	7.6%	-2.5%	3.5%	-7.7%	10.7%
1	GB	-5,784,578	2,264,291	-6.7%	2.6%	-21.2%	8.3%	-5.7%	4.0%	-20.4%	14.8%
2	CLr	180,498	2,937,901	0.2%	3.4%	0.7%	10.8%	-0.8%	3.2%	-2.2%	8.5%
2	BFr	6,913,958	2,154,719	8.0%	2.5%	25.3%	7.9%	3.5%	1.9%	8.0%	4.4%
2	GBr	3,153,000	2,531,516	3.7%	2.9%	11.6%	9.3%	2.4%	2.5%	5.9%	6.2%
3	CL1	59,056	1,118,434	0.1%	1.3%	0.2%	4.1%	-0.5%	2.1%	-1.5%	5.3%
3	BF1	1,928,582	1,032,152	2.2%	1.2%	7.1%	3.8%	1.9%	1.8%	4.7%	4.5%
3	GB1	575,635	1,083,301	0.7%	1.3%	2.1%	4.0%	0.2%	2.0%	0.5%	5.0%

Vir: lastni izračuni

3. SKLOP: MEDLETNO IZRAČUNAVANJE ŠKODNIH REZERVACIJ

Škodne rezervacije bomo računali na koncu 3. četrletja (30.9.2003) z metodami A, B, B1, C, D, kjer bomo in pri izračunih izhajali iz škodne rezervacije na dan 31.12.2002 in z metodo E (drseča leta). Opazovali bomo srednjo vrednost in standardno deviacijo napake, ne pa tudi

stabilnosti in zadostnosti, saj ju pri vseh metodah na prehodu od izračuna na koncu 3. in 4. četrtletja ne moremo v celoti izračunati.

1. Izračun, ko za izhodiščno škodno rezervacijo vzamemo kar pravo škodno rezervacijo

Najprej bomo predpostavili, da so škodne rezervacije na dan 31.12.2002 točne (vzeli bomo prave škodne rezervacije), izračunali škodne rezervacije na dan 30.9.2003 z metodami A, B, B1, C, D in izračunali napako metode. S tem bomo izločili tisti del napake, ki izvira iz napačno določene izhodiščne škodne rezervacije. Rezultati simulacije so v tabeli 5.5.

Metoda A, ki za škode tekočega leta (1-9 2003) določi IBNR na podlagi škodne rezervacije za prijavljene škode na dan 30.9.2003, nam da v povprečju za te škode prenizko škodno rezervacijo s standardno deviacijo napake 7%, za škodne rezervacije skupaj pa je rezultat dober.

Zanimivo je, da se *metoda D*, ki določi IBNR za vse škode skupaj, ne glede na leto nastanka škode, na podlagi škodne rezervacije za prijavljene škode na dan 30.9.2003, presenetljivo dobro obnese.

Tudi *metoda B1*, ki za škode tekočega leta (1-9 2003) določi IBNR na podlagi števila prijavljenih škod za te škode, ima nizko srednjo vrednost in standardno deviacijo napake. V tem pogledu je *metoda B*, ki za škode tekočega leta določa celotno škodno rezervacijo na podlagi števila prijavljenih škod, precej slabša. To je tudi pričakovano, saj ne upošteva škodne rezervacije za prijavljene škode na dan 30.9.2003 (za škode, nastale v tekočem letu).

Tabela 5.5: Izračun škodne rezervacije na dan 30.9.2003 po metodah A, B, B1, C, D, pri katerem za izhodiščno škodno rezervacijo na dan 31.12.2002 vzamemo kar pravo škodno rezervacijo

leto nast.	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		prava ŠR		prave končne škode		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		
	škode	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	varianca	sr. vrednost	varianca	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD
A	2000	163,607	215,881	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	0.8%	1.0%	6.1%	8.1%
	2001	287,423	208,179	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	1.3%	1.0%	6.0%	4.3%
	2002	836,485	259,233	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.9%	1.2%	10.0%	3.1%
	1-9 2003	-1,027,427	1,136,278	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	-6.4%	7.0%	-9.2%	10.2%
	Skupaj	260,089	1,220,059	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	0.3%	1.5%	1.0%	4.5%
B	2000	163,607	215,881	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	0.8%	1.0%	6.1%	8.1%
	2001	287,423	208,179	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	1.3%	1.0%	6.0%	4.3%
	2002	836,485	259,233	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.9%	1.2%	10.0%	3.1%
	1-9 2003	3,705,868	954,418	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	22.9%	5.9%	33.3%	8.6%
	Skupaj	4,993,384	1,079,372	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	6.2%	1.3%	18.5%	4.0%
B1	2000	163,607	215,881	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	0.8%	1.0%	6.1%	8.1%
	2001	287,423	208,179	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	1.3%	1.0%	6.0%	4.3%
	2002	836,485	259,233	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.9%	1.2%	10.0%	3.1%
	1-9 2003	-1,267,418	799,607	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	-7.8%	4.9%	-11.4%	7.2%
	Skupaj	20,098	927,490	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	0.0%	1.1%	0.1%	3.4%
C	2000	163,607	215,881	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	0.8%	1.0%	6.1%	8.1%
	2001	287,423	208,179	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	1.3%	1.0%	6.0%	4.3%
	2002	836,485	259,233	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.9%	1.2%	10.0%	3.1%
	1-9 2003	4,072,984	1,009,254	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	25.2%	6.2%	36.6%	9.1%
	skupaj	5,360,500	1,091,880	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	6.6%	1.3%	19.9%	4.0%
D	skupaj	961,515	1,291,949	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	1.2%	1.6%	3.6%	4.8%

Vir: lastni izračuni

Metoda C, ki za škode tekočega leta uporabi naivno metodo škodnega količnika, ima v našem primeru najvišjo srednjo vrednost napake. Za škode tekočega leta je škodna rezervacija v povprečju previsoka za 25%, kar bi lahko popravili, če bi spremenili predpostavko o škodnem količniku.

2. Izračun, ko za izhodiščno škodno rezervacijo vzamemo škodno rezervacijo, izračunano z metodo veriženja na zneskih rešenih škod (ob upoštevanju nadaljnjega razvoja škod)

Najprej bomo izračunali škodne rezervacije na dan 31.12.2002 z metodo veriženja na zneskih rešenih škod (ob upoštevanju nadaljnjega razvoja škod), nato pa bomo tako kot prej izračunali škodne rezervacije na dan 30.9.2003 z metodami A, B, B1, C, D in izračunali napako metode. Rezultati simulacije so v tabeli 5.6.

Po pričakovanjih so rezultati nekoliko slabši, saj izhajamo iz ocene škodnih rezervacij na dan 31.12.2002. *Metodi B in C* se za škode tekočega leta ne obneseta kaj dosti bolje kot prej, *metodi A in B1* pa ostajata boljši in enakovredni. Zanimivo je, da je *metoda D*, ki bi jo lahko imenovali tudi »ocena prek palca«, celo boljša od metod A in B1.

Tabela 5.6: Izračun škodne rezervacije na dan 30.9.2003 po metodah A, B, B1, C, D, pri katerem za izhodiščno škodno rezervacijo na dan 31.12.2002 vzamemo škodno rezervacijo, izračunano z metodo veriženja na zneskih rešenih škod (ob upoštevanju nadaljnjega razvoja škod)

leto nast.	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		prava ŠR		prave končne škode		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod sr.		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		
	škode	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	varianca	sr. vrednost	varianca	vrednost	SD	sr. vrednost	SD
A	2000	-1,465,482	372,874	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	-6.8%	1.7%	-54.9%	14.0%
	2001	167,092	1,030,594	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	0.8%	4.8%	3.5%	21.4%
	2002	730,233	1,435,294	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.4%	6.6%	8.7%	17.2%
	1-9 2003	-1,066,651	1,693,409	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	-6.6%	10.5%	-9.6%	15.2%
	skupaj	-1,634,808	3,271,019	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	-2.0%	4.0%	-6.1%	12.1%
B	2000	-1,465,482	372,874	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	-6.8%	1.7%	-54.9%	14.0%
	2001	167,092	1,030,594	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	0.8%	4.8%	3.5%	21.4%
	2002	730,233	1,435,294	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.4%	6.6%	8.7%	17.2%
	1-9 2003	3,616,870	1,206,722	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	22.4%	7.5%	32.5%	10.9%
	skupaj	3,048,714	2,890,828	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	3.8%	3.6%	11.3%	10.7%
B1	2000	-1,465,482	372,874	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	-6.8%	1.7%	-54.9%	14.0%
	2001	167,092	1,030,594	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	0.8%	4.8%	3.5%	21.4%
	2002	730,233	1,435,294	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.4%	6.6%	8.7%	17.2%
	1-9 2003	-1,356,417	1,304,118	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	-8.4%	8.1%	-12.2%	11.7%
	skupaj	-1,924,573	3,002,391	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	-2.4%	3.7%	-7.1%	11.1%
C	2000	-1,465,482	372,874	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	-6.8%	1.7%	-54.9%	14.0%
	2001	167,092	1,030,594	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	0.8%	4.8%	3.5%	21.4%
	2002	730,233	1,435,294	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.4%	6.6%	8.7%	17.2%
	1-9 2003	4,072,984	1,009,254	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	25.2%	6.2%	36.6%	9.1%
	skupaj	3,504,828	2,168,489	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	4.3%	2.7%	13.0%	8.0%
D	skupaj	525,581	2,844,090	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	0.6%	3.5%	1.9%	10.5%

Vir: lastni izračuni

3. Izračun škodne rezervacije z drsečimi leti (metoda veriženja na zneskih rešenih škod - ob upoštevanju nadaljnjega razvoja škod)

Nazadnje izračunajmo škodno rezervacijo na dan 30.9.2003 še z drsečimi leti z metodo veriženja na zneskih rešenih škod (ob upoštevanju nadaljnjega razvoja škod). Podobno kot smo ugotovili v 2. točki 2. sklopa, je srednja vrednost napake 0%, standardna deviacija napake pa 3.2%, kar je bolje od ostalih metod 3. sklopa.

Tabela 5.7: Izračun škodne rezervacije na dan 30.9.2003 z drsečimi leti po metodi veriženja na zneskih rešenih škod (ob upoštevanju nadaljnega razvoja škod) - metoda E

leto nast.	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		prava ŠR		prave končne škode		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		
	škode	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	varianca	sr. vrednost	varianca	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD
E	1/02 - 9/00	-9,262	51,113	1,835,653	395,548	16,153,833	1,024,239	-0.1%	0.3%	-0.5%	2.8%
	10/00 - 9/01	-113,253	184,942	4,188,440	696,647	21,655,385	1,231,345	-0.5%	0.9%	-2.7%	4.4%
	10/01 - 9/02	40,620	1,341,150	7,283,203	769,218	21,592,842	1,129,848	0.2%	6.2%	0.6%	18.4%
	10/02 - 9/03	113,929	1,813,411	13,655,578	986,153	21,585,826	1,127,210	0.5%	8.4%	0.8%	13.3%
	skupaj	32,034	2,620,744	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	0.0%	3.2%	0.1%	9.7%

Vir: lastni izračuni

6. IZBIRA METODE ZA NAŠ PORTFELJ

Do sedaj smo naredili že več korakov v smeri izbire metode za naš portfelj. V podpoglavju 2.9 smo napravili primerjavo in kritično analizo metod, predstavljenih v 2. poglavju, v 4. poglavju smo podrobneje preučevali medletno izračunavanje škodnih rezervacij in v podpoglavju 5.3.3 smo predstavili rezultate simulacije, kjer smo na simuliranih podatkih preizkusili nekaj metod za medletno izračunavanje škodnih rezervacij. Sedaj nam ostane še naloga, da v skladu z merili za izbiro metod iz 3. poglavja izberemo najboljšo metodo za naš portfelj.

Še preden zožimo izbor metod, opozorimo na nujnost prilagoditve izbrane metode za inflacijo in pravilno upoštevanje repa. Kot smo pokazali v podpoglavju 2.9, to dvoje znatno vpliva na višino škodne rezervacije. Poleg tega je pri izračunu škodnih rezervacij potrebno upoštevati tudi stare škode, za katere nimamo vseh podatkov o njihovem razvoju (škode, ki so nastale pred prvim opazovanim obdobjem nastanka škode – v našem primeru pred letom 2000). Za te škode upoštevamo vsaj škodno rezervacijo po popisu, še bolj pa je, če upoštevamo njihov nadaljnji razvoj, npr. s projekcijo škodnih rezervacij po popisu (podpoglavje 2.4.2).

Zožimo sedaj izbor metod iz 2. poglavja! Od osnovnih metod izberemo *metodo veriženja* in *BF metodo* ter *projekcijo popisa škodnih rezervacij* za obravnavo starih škod. Naivno metodo škodnih količnikov izločimo, saj je pregroba za naš primer, ko imamo na razpolago kar nekaj podatkov o razvoju škod. Tudi metodo separacije izločimo iz nadaljnega izbora, saj nismo našli prave razlage za nihajočo inflacijo škod. Od izvedenih metod vključimo v ožji izbor *Benktanderjevo metodo*, ki je kombinacija metode veriženja in BF metode, ki sta že vključeni v ožji izbor. Izključimo pa naslednje metode:

- modificirano BF metodo in Cape Cod metodo, ker sta bolj primerni za neuravnotežene portfelje,
- projekcijo sprememb škodnih količnikov (deltaK) in metodo veriženja škodnih količnikov (CLK), ki sta sicer pomembni za opazovanje škodnih količnikov, sam izračun pa ne prinese nečesa novega,
- veriženje števila škod in povprečnih škod (rešenih oz. prijavljenih), ki prav tako ne prinese nečesa novega in da zelo podoben rezultat kot veriženje na zneskih škod. Metodi sta pomembni za opazovanje števila škod in povprečne škode ter odkrivanje ter odstranjevanje morebitnih anomalij.

Sedaj se moramo odločiti, ali bomo metode uporabljali na letnih ali četrletnih kohortah škod. Ker smo s simulacijo ugotovili, da je standardna deviacija napake metode manjša za letne

kohorte škod in to tudi v primeru, če uporabimo četrletne količnike, se odločimo za letne kohorte škod (glej tabeli 5.3, 5.4, str. 75).

Pri simulaciji se je najbolje obnesla metoda veriženja na zneskih prijavljenih škod (CL1) – srednja vrednost napake ja najbliže 0, standardna deviacija napake pa je taka kot pri BF in Benktanderjevi metodi (tabela 5.4, str. 75). Benktanderjeva metoda je za spoznanje bolj stabilna, vendar ne bistveno.

Do sedaj smo torej izbrali metodo veriženja na zneskih prijavljenih škod, ki pa jo bomo uporabili tudi na zneskih rešenih škod. Ker smo se odločili za letne kohorte, se moramo odločiti še, kako bomo računali škodne rezervacije med letom. S simulacijo smo ugotovili, da se najbolje obnese uporaba drsečih let, zelo blizu pa je tudi metoda D, kjer med letom izračunamo IBNR v takem deležu od škodnih rezervacij po popisu, kot je bil na koncu preteklega leta (tabeli 5.6, str. 77 in 5.7, str. 78).

Ker se v praksi škodne rezervacije po popisu zaradi inflacije škod le obnašajo nekoliko drugače kot pri simulaciji, bomo na koncu izračunali škodno rezervacijo kot aritmetično sredino dveh enakovrednih izračunov: po metodi veriženja na zneskih rešenih škod in po metodi veriženja na zneskih prijavljenih škod. Upoštevali bomo repe, prilagoditev za inflacijo in stare škode. Med letom bomo škodne rezervacije izračunavali s pomočjo drsečih let. Pri tem bomo spremljali škodno dogajanje z opazovnjem razvoja povprečnih škod, škodnih količnikov in konsistentnost popisov škodnih rezervacij po letih nastanka in letih razvoja škod ter tako preverjali predpostavke in odkrivali anomalije v podatkih.

Tako znaša v našem primeru škodna rezervacija na koncu leta 2003 22,561,286 T SIT in je izračunana kot aritmetična sredina izračuna z veriženjem na zneskih rešenih škod (22,947,489 T SIT) in na zneskih prijavljenih škod (22,175,083 T SIT). Pri tem starih škod še nismo upoštevali. Za bodočo inflacijo smo predpostavili, da bo 1% četrletno, rep pri metodi veriženja zneskov rešenih škod pa smo določili na podlagi popisa škodnih rezervacij.

SKLEP

V delu smo iskali tako metodo za izračun škodnih rezervacij, ki bi poleg primarne zahteve, da so škodne rezervacije kar se da točna ocena obveznosti za že nastale škode, ustrezala še drugi zahtevi: da so škodne rezervacije pri prehodu od enega do drugega presečnega datuma, na katera računamo škodno rezervacijo, stabilne. Želimo torej, da se ocene končnih škod pri prehodu od enega do drugega izračuna škodnih rezervacij čim manj spreminjajo. Škodne rezervacije naj bi se povečevale le zaradi vključitve novonastalih škod in zmanjševale zaradi reševanja škod, za katere je bila oblikovana škodna rezervacija že pri prejšnjem izračunu škodnih rezervacij, ne pa zaradi metode same.

V ta namen smo na različnih vrstah podatkov o škodnem dogajanju uporabili osnovne in izpeljane metode, ki spadajo v skupino determinističnih metod. Ne glede na to, da obstaja velika skupina stohastičnih metod, so deterministične metode osnova, iz katere izhajajo tudi stohastični modeli. Poleg tega uporabljamo deterministične metode za primerjavo pri izračunih škodnih rezervacij.

Tako smo si najprej ogledali projekcijo rešenih in prijavljenih škod z metodo veriženja (chain ladder metoda), projekcijo popisa škodnih rezervacij in rešenih škod (ki je sicer manj razširjena, vendar zelo uporabna v primerih, ko nimamo vseh podatkov o razvoju škod, ampak samo za zadnja koledarska leta), naivno metodo škodnih količnikov in projekcijo škodnih količnikov z Bornhuetter-Fergusonovo metodo (BF metoda) ter nekoliko manj znane metode: modificirano BF metodo, Cape Cod metodo ter Benktanderjevo metodo, ki predstavlja povezavo med metodo veriženja in BF metodo. Ogledali smo si tudi projekcijo sprememb škodnih količnikov in projekcijo škodnih količnikov z metodo veriženja ter projekcijo števila rešenih/prijavljenih škod in povprečne rešene/prijavljene škode z metodo veriženja.

Vse te metode smo uporabili tudi na primeru podatkov, ki so podani po četrletjih nastanka in razvoja škode in ustrezajo zavarovanju avtomobilske odgovornosti. Naštete metode smo med sabo primerjali in ugotovili (tabela 2.5 na str. 40), da je najvišja ocena škodne rezervacije za 100% višja od najnižje ocene škodne rezervacije, kar pomeni, da slepa uporaba katerekoli metode nikakor ni na mestu. Najvišjo škodno rezervacijo smo dobili pri naivni metodi škodnega količnika, kjer je rezultat močno odvisen od začetne predpostavke o škodnem količniku in najnižjo škodno rezervacijo pri modificirani BF metodi brez upoštevanja nadaljnega razvoja škod. Vendar teh metod, ki izhajajo iz predpostavke o škodnem količniku, ne smemo kar tako zavreči, saj so posebej primerne za neuravnotežene (nehomogene) portfelje oz. portfelje, kjer nimamo podatkov o razvoju škod.

Ugotovili smo, da na končni rezultat pri metodi veriženja najbolj vpliva izbira repa, to je predpostavke o nadaljnjem razvoju škod po zadnjem znanem obdobju razvoja škod. To pride še posebej do izraza pri projekciji rešenih škod z metodo veriženja. Takoj na drugem mestu po vplivu na končni rezultat pa je v našem primeru pravilno upoštevanje inflacije cen oziroma škod. V ta namen smo preizkusili metodo veriženja s prilagoditvijo za inflacijo in metodo separacije.

Ob tem smo opozorili na nujnost spremljanja konsistentnosti popisa škodnih rezervacij, spremljanje zadostnosti škodnih rezervacij po popisu, opazovanje delno razvitih škodnih količnikov, povprečne škode, povprečne škodne rezervacije po popisu in razmerja med številom prijavljenih in rešenih škod, opazovanje izpostavljenosti riziku in škodne pogostnosti, saj lahko od tod ocenimo, ali je izpolnjena osnovna predpostavka za te metode, da je škodno dogajanje v sedanosti tako ali vsaj podobno škodnemu dogajanju v preteklosti.

Na osnovi aktuarskih izkušenj smo prikazali merila za izračun škodnih rezervacij. Ker predpostavke za posamezno metodo običajno niso v celoti izpolnjene, opazujemo še zadostnost škodnih rezervacij in njihovo stabilnost, ki sta pomembni merili za izbiro metode oziroma razlog, da metode ne zamenjamo ali modificiramo. Poleg tega so pomembni še rezultati analize občutljivosti metode, kompleksnost računanja in ne nazadnje razložljivost sprememb v stanjih škodnih rezervacij.

Tako opremljeni z metodami in merili za njihovo izbiro smo si na našem primeru ogledali, kako se obnese metoda veriženja na rešenih škodah med letom (ko računamo škodno rezervacijo na koncu vsakega četrletja) in izračunali njeno stabilnost in zadostnost. V našem primeru si četrletja niso enakovredna: opažamo povečano prijavljanje škod v 4. četrletju, še bolj pa pospešeno reševanje škod v tem četrletju. Ogledali smo si metodo veriženja na zneskih rešenih škod na 4 načine: ob uporabi četrletnih kohort: enkrat brez razlikovanja med

četrletji (enotni faktorji razvoja škod) in drugič s korekcijami po četrletjih (faktorje razvoja škod smo izračunali za vsako četrletje posebej) in ob uporabi letnih kohort: enkrat na podlagi drsečih let, ko nevtraliziramo sezonske efekte in drugič na podlagi izračuna škodnih rezervacij na koncu prejšnjega koledarskega leta in ob upoštevanju škodnega dogajanja v tekočem letu.

Ugotovili smo, da je za naš primer pri metodi veriženja rešenih škod in ob uporabi četrletnih kohort bolje, če uporabljamo četrletne kot pa enotne faktorje razvoja škod. Pri primerjavi izračunov na koncu 3. in 4. četrletja je bila stabilnost za enotne količnike -4.8% in za četrletne količnike -2.8%, medtem ko je bila zadostnost pri enotnih količnikih -16.7% in pri četrletnih količnikih -9.3% (tabela 4.18 na str. 61). Za metodo veriženja na letnih kohortah škod nismo mogli prikazati stabilnosti in zadostnosti metode na tak način kot pri četrletnih kohortah škod, zato smo jih v nadaljevanju preučevali s simulacijo škodnega dogajanja (Monte Carlo metoda).

V našem primeru je bila simulacija škodnega dogajanja namenjena preučevanju lastnosti posameznih metod, ne pa samemu računanju škodne rezervacije. S simulacijo škodnega dogajanja smo pridobili podatke o škodah za celotno obdobje razvoja škode. Škodno dogajanje je bilo tako modelirano, da so bili sezonski efekti izraženi podobno kot v našem primeru. Škodno dogajanje smo simulirali tako, da smo najprej za vsako kohorto škod generirali število škod, za vsako škodo pa njeno višino ter zakasnitev pri prijavi in rešitvi škode.

Na podlagi simulacije škodnega dogajanja smo na presečni datum, na katerega smo računali škodno rezervacijo, hkrati vedeli tudi, kakšen bo nadaljnji razvoj škod in s tem tudi, kakšna bi morala biti prava škodna rezervacija. Tako smo na podatkih, znanih do presečnega datuma, izračunali škodno rezervacijo in jo primerjali s pravo škodno rezervacijo. Izračunali smo srednjo vrednost in standardno deviacijo napak ter srednjo vrednost in standardno deviacijo stabilnosti ter zadostnosti škodnih rezervacij. Naštete količine smo računali po četrletjih oziroma letih nastanka škode; izražene pa so v deležu od srednje vrednosti pravih končnih škod.

Posebej smo opazovali metodo veriženja, BF metodo in Benktanderjevo metodo na zneskih rešenih oziroma prijavljenih škod, enkrat ob uporabi letnih in drugič ob uporabi četrletnih kohort škod.

V 1. sklopu primerjav smo računali škodno rezervacijo na koncu leta s četrletnimi kohortami škod in ugotovili, da četrletni faktorji ne prinesejo izboljšanja v primerjavi z enotnimi faktorji razvoja škod (tabela 5.3 na str. 75). Pričakovali smo ravno obratno, saj smo se s četrletnimi faktorji prilagodili sezonskim vplivom in tudi izračun na našem primeru je kazal na to, da utegnejo biti četrletni faktorji razvoja škod boljši. Očitno imamo premalo podatkov, v takem primeru pa slepo računanje brez dodatne aktuarske presoje ne prinese izboljšave. Pričakovali smo tudi, da bodo faktorji razvoja, izračunani z uteženim povprečjem (formula (2.3)), dali boljše rezultate od navadnega povprečja, vendar tudi to v našem primeru ne drži – ne opazimo bistvene razlike. Pri primerjavi, ali je bolje uporabiti metodo veriženja na prijavljenih ali na rešenih škodah (kjer nadaljnji razvoj škod ocenimo na podlagi škodne rezervacije za prijavljene škode), vidimo, da je napaka po absolutni vrednosti približno enako velika, standardna deviacija napake pa je manjša pri uporabi podatkov o prijavljenih škodah.

V 2. sklopu smo opazovali računanje škodnih rezervacij z letnimi kohortami škod. V primerjavi s četrletnimi kohortami škod je srednja vrednost in standardna deviacija napake nekoliko manjša (tabela 5.4 na str. 75), kar pomeni, da je boljše uporabljati letne kot četrletne kohorte škod.

V 3. sklopu smo računali škodno rezervacijo na koncu 3. četrletja z drsečimi leti in na način, ko izhajamo iz izračuna škodne rezervacije na koncu preteklega koledarskega leta, predvidene porabe te rezervacije v tekočem letu in na podlagi škodnega dogajanja v tekočem letu (metode A, B, B1, C v tabeli 5.8 na str. 77). Ugotovili smo, da se najbolje obnese metoda drsečih let (tabela 5.7 na str. 78), presenetljivo dobro pa tudi metoda, po kateri določimo rezervacijo za naknadno prijavljene škode na koncu 3. četrletja v enakem deležu od rezervacije za prijavljene škode, kakršen je bil na koncu preteklega koledarskega leta (metoda D v tabeli 5.8 na str. 77).

Na koncu smo za naš primer izbrali metodo za računanje škodne rezervacije: izbrali smo dve enakovredni metodi: metodo veriženja na zneskih rešenih škod ob upoštevanju nadaljnjega razvoja škod in metodo veriženja na zneskih prijavljenih škod. Obe metodi sta prilagojeni za inflacijo. Stare škode, ki so nastale pred obdobjem opazovanja škod, so upoštevane posebej.

S simulacijo pa smo ugotovili tudi, da je pri dobri metodi standardna deviacija napake nekaj procentov od škodne rezervacije, kar je že velikostni razred dobička zavarovalnice. Napoved bodočega negotovega škodnega dogajanja na osnovi preteklega dogajanja ne more biti bolj točna. Vendar naredimo veliko večjo napako, če ne upoštevamo spremenjenih okoliščin pri škodnem dogajanju (npr. inflacija škod) ali če npr. ne upoštevamo repov v zadostni višini. Zato je pri računanju škodnih rezervacij toliko bolj pomembno natančno spremljanje škodnega dogajanja (razvoj povprečne škode in števila prijavljenih škod, razvoj škodnih količnikov, konsistentnost popisov škodnih rezervacij), opazovanje zadostnosti škodnih rezervacij, odkrivanje sprememb in vzrokov zanje, preverjanje predpostavk in ne nazadnje preizkušanje različnih metod za izračun škodnih rezervacij. Tako lahko na koncu na osnovi razumnih aktuarskih pričakovanj izračunamo škodno rezervacijo in jo zagovarjamo, tako pred upravo zavarovalnice, kot pred revizorji, nadzornim in davčnim organom.

LITERATURA

1. Berquist J. R., Sherman R. E.: Loss Reserve Adequacy Testing: A Comprehensive, Systematic Approach. Proceedings of Casualty Actuarial Society, (64)1977, str. 123 -184.
2. Blum K. A., Otto D. J.: Best Estimate Loss Reserving: An Actuarial Perspective. Casualty Actuarial Society Forum, Fall 1998, str. 55-101.
3. Bornhuetter R.L., Ferguson R.E.: The Actuary and IBNR. Proceedings of Casualty Actuarial Society, (59)1972, str. 181-195.
4. Buchanan R.: The Philosophy of Reserving. Casualty Actuarial Society Forum, Fall 1998, str. 103-130.
5. Daykin C.D., Pentikäinen T., Pesonen M.: Practical Risk Theory for Actuaries. London: Chapman & Hall, 1995, 546 str.
6. Ellis Phil et al.: Subject G: General Insurance, Core Reading 1997. London: The Institute and Faculty of Actuaries, 1997, 263 str.

7. England P. D., Verrall R. J.: Stochastic Claims Reserving in General Insurance. London: Institute of Actuaries, 2002, 76.str.
[URL:<http://www.emb-d.de/SCRinGI-EnglandVerrall.pdf>], 1.6.2005.
8. Ghezzi T. L.: Loss Reserving without Loss Development Patterns - Beyond the Berquist-Sherman. Casualty Actuarial Society Forum, Fall 2001, str. 43-104.
9. Gluck S. M.: Balancing Development and Trend in Loss Reserve Analysis. Proceedings of Casualty Actuarial Society, (84)1997, str. 482-532.
10. Gogol Daniel: Projecting development of losses during an accident year. ASTIN Bulletin, (17)1987, 2, str. 179-181.
11. Gorišek Jurij: Zavarovalni nadzor v EU in priprava direktive Solventnost II, 12. dnevi slovenskega zavarovalništva, Portorož: Slovensko zavarovalno združenje, 2005, str. 17-31.
12. Haastrup Svend, Arjas Elja: Claims Reserving in Continuous Time; a Nonparametric Bayesian Approach. ASTIN Bulletin, (26)1996, 2, str. 139-164.
13. Hart D.G., Buchanan R.A., Howe B.A.: The Actuarial Practice of General Insurance. Sydney Institute of Actuaries of Australia, 1996. 592 str.
14. Hossack I.B., Pollard J.H., Zenwirth B.: Introductory Statistics with Applications in General Insurance. Cambridge: Cambridge University Press, 1999, 282 str.
15. Komelj Janez: Aktuarsko računanje agregatnih odškodnin in optimalnih parametrov pozavarovanja. Magistrsko delo. Ljubljana: Ekonomska fakulteta, 2004. 98 str., 4 pril.
16. Mack Thomas: Measuring the Variability of Chain Ladder Reserve Estimates. The Faculty and Institute of Actuaries: Claims reserving Manual, London, 1989, Vol. 2, 65 str.
17. Mack Thomas: Which Stochastic model is underlying the chain-ladder method? Insurance Math. Econom. (15)1994, str. 133-138.
18. Mack Thomas: Credible Claims Reserves: The Benktander Method. ASTIN Bulletin, (30)2000, 2, str.333-347.
19. Močivnik Primož: Izračun »prave« višine škodnih rezervacij: realnost ali zgolj želja. Magistrsko delo. Ljubljana: Ekonomska fakulteta, 2003. 90 str.
20. Narayan Prakash, Warthen Thomas V.: A Comparative Study of the Performance of Loss reserving Methods Through Simulation. CAS Forum, Summer 1997 edition, Vol.1, str. 175-196.
21. Olodart B. E.: A Note in the Paid Bornhuetter-Ferguson Loss Reserving Method: Recognizing Dependency on Case Reserves. CAS Forum, Winter 1999, str. 405-416.
22. Pentikäinen T., Rantala J.: A Simulation Procedure for Comparing Different Claims Reserving Methods. Casualty Actuarial Society Forum, Fall 1995, str. 128-156.
23. Schiegel Magda: On the Safety Loading for Chain Ladder Estimates: A Monte Carlo Simulation Study, ASTIN Bulletin, (32)2002, 1, str. 107-128.
24. Schmidt Klaus D.: A Bibliography on Loss Reserving, revised sept. 2003, 29. str. [URL:<http://www.math.tu-dresden.de/sto/schmidt/>], 11.10.2004.
25. Schwartz Arthur J.: Reserving the Berquist-Sherman way, Actuarial Roundtable Discussion. CAS Actuarial Review, Nov. 2002, 8.str.
26. Sherman E. Richard: Extrapolating, Smoothing, and Interpolating Development Factors. Proceedings of Casualty Actuarial Society, (71)1984, str. 122-155.
27. Stanard James N.: A Simulation Test of Prediction Errors of Loss Reserve Estimation Techniques. Proceedings of Casualty Actuarial Society, (72)1985, str. 124-148.
28. Straub Erwin: Non-life Insurance Mathematics. Berlin: Springer Verlag, 1988, 136 str.
29. Struzzieri P. J., Hussian P. R.: Using Best Practices to Determine a Best Reserve Estimate. Casualty Actuarial Society Forum, Fall 1998, str. 353-413.

30. Tarbell Thomas F.: Incurred but not reported claims reserves. Proceedings of the Casualty Actuarial Society, (20)1933, str. 275-280.
31. Taylor Greg: Loss Reserving: An Actuarial Perspective. Boston: Kluwer academic publishers, 2000, 386 str.
32. The Faculty and Institute of Actuaries: Claims reserving Manual. London, 1989, Vol. 1, 2, 601 str.
33. Van Eeghen J.: Loss Reserving Methods. Rotterdam: Nationale Nederlanden, 1981, 114 str.
34. Vaughan Richard L.: Some Extensions of J.N. Stanard's Simulation Model for Loss Reserving. CAS Forum, Fall 1998, str. 415-498.
35. Weber R. A., Van Slyke O.E., Russo G.: Loss Reserve Testing: Beyond Popular Methods, Casualty Actuarial Society Forum, Summer 1997, Vol.1, str. 381-448.
36. Venter G. G.: Testing the Assumptions of Age-to-age Factors, Proceedings of Casualty Actuarial Society, (85)1998, str. 807-847.
37. Wiser Ronald F: Loss reserving, 4. poglavje v Foundations of Casualty Actuarial Science, 3rd ed. Arlington: Casualty Actuarial Society, 1996, 90 str.
38. Wu C. P.: Downward Bias of Using High-low Averages for Loss Development Factors. Proceedings of Casualty Actuarial Society, (86)1999, str. 699-735.

VIRI

1. Banka statističnih podatkov. Ljubljana: Statistični urad Republike Slovenije. [URL:<http://bsp1h.gov.si>], 15.7.2005.
2. Course 5: Application of Basic Actuarial Principles. Schaumburg, Illinois: Society of Actuaries, 2002, 66 str. [http://www.soa.org/STATIC/examinations.html/course5_1102[1].pdf], 6.6.2005.
3. Causes of Reserve Deficiency Among Property-Casualty Insurers: A Survey. American Academy of Actuaries, 1995, 30 str.
4. Late Claims Reserves in Reinsurance. Zurich: Swiss Reinsurance Company, 2000, 32 str.
5. Mjerila za pričuve šteta. Zagreb: Direkcija za nadzor društava za osiguranje, 2004.
6. Statistical claims reserving techniques, KPMG publication, 1992, 43 str.
7. Statistični zavarovalniški bilten 2003. Ljubljana: Slovensko zavarovalno združenje, 2003.
8. Statistični zavarovalniški bilten 2004. Ljubljana: Slovensko zavarovalno združenje, 2004.
9. Zakon o zavarovalništvu, Uradni list RS, št. 13/2000, 91/2000, 12/2001, 21/2002, 52/2002, 91/2002, 29/2003, 50/2004, 65/2004.
10. Sklep o podrobnejših pravilih in minimalnih standardih za izračun zavarovalno-tehničnih rezervacij, Uradni list RS, št. 3/2001, 69/2001.
11. Sklep o podrobnejši vsebini poročila pooblaščenega aktuarja, Uradni list RS, št. 3/2001.
12. Sklep o vrstah in lastnostih kritnega premoženja in premoženja kritnega sklada ter pravilih za razpršitev in omejitve naložb kritnega premoženja in premoženja kritnega sklada ter načinu in rokih poročanja, Uradni list RS, št. 122/2000, 109/2002, 78/2003.
13. Zavarovalni statistični standard 2: Škodne rezervacije, Ljubljana: Urad RS za zavarovalni nadzor, 1996.

PRILOGE

Priloga 1: OZNAKE

$C(i,j)$	znesek rešenih škod v obdobju j za škode, nastale v obdobju i ; pri tem upoštevamo tako zneske dokončno kot delno rešenih škod
$D(i,j)$	znesek kumulativno rešenih škod v obdobju $(0, j)$ za škode, nastale v obdobju i ; pri tem upoštevamo tako zneske dokončno kot delno rešenih škod
$P(i,j)$	škodne rezervacije na koncu obdobja j za škode, nastale v obdobju i
$Q(i,j)$	škodne rezervacije po popisu na koncu obdobja j za škode, nastale v obdobju i
$R(i,j)$	škodne rezervacije za naknadno prijavljene škode na koncu obdobja j za škode, nastale v obdobju i
$I(i,j)$	znesek prijavljenih škod v obdobju j za škode, nastale v obdobju i ; $I(i,j) = D(i,j) + Q(i,j)$
$EP(i)$	zaslužena premija v obdobju i
$e(i)$	izpostavljenost riziku v obdobju i
$N(i,j)$	število prijavljenih škod za škode, nastale v obdobju i in prijavljene v obdobju j
$M(i,j)$	število rešenih škod za škode, nastale v obdobju i in rešene v obdobju j
$A(i,j)$	kumulativno število prijavljenih škod, nastalih v obdobju i in prijavljenih do konca obdobja j
$B(i,j)$	kumulativno število rešenih škod za škode, nastale v obdobju i in rešene v obdobju j
$\phi(i, j)$	povprečna rešena škoda za škode, nastale v obdobju i in rešene do konca obdobja j
\hat{x}	ocena za količino x
x^*	x valoriziran na dan izračuna škodne rezervacije

PRILOGA A: PODATKI

Tabela A.1: Izpostavljenost riziku $e(i)$ in zaslužena premija $EP(i)$

četrletje	$e(i)$	$EP(i)$
2000/1	188,087	5,052,046
2000/2	189,945	5,439,840
2000/3	188,818	5,744,232
2000/4	188,168	6,060,716
2001/1	189,958	6,402,560
2001/2	188,318	6,666,960
2001/3	187,939	6,971,832
2001/4	188,154	7,297,729
2002/1	188,682	7,980,251
2002/2	188,821	8,327,602
2002/3	193,305	8,689,663
2002/4	202,459	9,080,456
2003/1	208,300	9,196,888
2003/2	219,284	9,631,929
2003/3	221,622	9,863,097
2003/4	225,846	10,359,882

Vir: lastni

Tabela A.2: Zneski rešenih škod $C(i,j)$

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	539.556	785.092	427.418	393.625	205.180	183.936	170.464	118.559	87.280	86.796	49.897	36.660	45.924	35.085	30.841	31.800
2000/2	619.885	796.793	661.076	347.247	287.859	210.545	184.528	92.088	106.547	63.168	123.163	99.550	63.613	76.134	72.650	
2000/3	615.768	977.705	522.157	408.020	251.630	236.539	112.358	111.082	42.671	106.539	69.365	88.687	34.521	62.339		
2000/4	774.354	863.715	602.780	329.545	309.634	196.258	187.033	172.530	140.254	77.640	112.301	89.141	72.367			
2001/1	573.293	898.532	518.637	388.233	298.078	205.640	136.034	107.079	79.765	55.465	65.582	95.199				
2001/2	671.284	849.318	680.204	450.102	281.855	234.929	168.365	85.402	83.992	109.225	70.806					
2001/3	551.963	1.000.333	573.520	509.617	321.159	268.670	230.642	141.997	97.822	107.733						
2001/4	720.248	912.163	747.820	491.300	352.077	240.378	208.038	103.727	138.108							
2002/1	540.861	815.918	620.475	446.787	292.068	124.955	147.469	113.302								
2002/2	715.754	1.025.406	961.487	513.827	338.168	226.185	313.033									
2002/3	679.041	1.231.877	889.786	487.889	399.039	261.971										
2002/4	851.776	1.128.605	938.700	660.349	471.002											
2003/1	714.684	1.200.336	923.054	658.684												
2003/2	757.957	1.241.126	1.294.024													
2003/3	731.439	1.516.201														
2003/4	887.688															

Vir: lastni

Tabela A.3: Kumulativni zneski rešenih škod $D(i,j)$

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	539.556	1.324.647	1.752.066	2.145.691	2.350.871	2.534.807	2.705.271	2.823.831	2.911.110	2.997.906	3.047.803	3.084.463	3.130.388	3.165.473	3.196.314	3.228.114
2000/2	619.885	1.416.678	2.077.753	2.425.001	2.712.860	2.923.405	3.107.933	3.200.022	3.306.569	3.369.736	3.492.899	3.592.449	3.656.062	3.732.196	3.804.845	
2000/3	615.768	1.593.473	2.115.630	2.523.650	2.775.280	3.011.819	3.124.177	3.235.259	3.277.930	3.384.469	3.453.834	3.542.520	3.577.042	3.639.381		
2000/4	774.354	1.638.069	2.240.848	2.570.393	2.880.027	3.076.285	3.263.318	3.435.848	3.576.102	3.653.742	3.766.042	3.855.183	3.927.550			
2001/1	573.293	1.471.825	1.990.462	2.378.696	2.676.774	2.882.413	3.018.448	3.125.527	3.205.292	3.260.757	3.326.339	3.421.538				
2001/2	671.284	1.520.602	2.200.807	2.650.909	2.932.764	3.167.693	3.336.058	3.421.460	3.505.452	3.614.677	3.685.483					
2001/3	551.963	1.552.296	2.125.816	2.635.433	2.956.591	3.225.261	3.455.903	3.597.900	3.695.722	3.803.455						
2001/4	720.248	1.632.411	2.380.231	2.871.532	3.223.609	3.463.987	3.672.025	3.775.752	3.913.860							
2002/1	540.861	1.356.779	1.977.254	2.424.041	2.716.109	2.841.064	2.988.533	3.101.836								
2002/2	715.754	1.741.161	2.702.648	3.216.475	3.554.643	3.780.828	4.093.862									
2002/3	679.041	1.910.918	2.800.704	3.288.594	3.687.632	3.949.604										
2002/4	851.776	1.980.381	2.919.081	3.579.430	4.050.433											
2003/1	714.684	1.915.020	2.838.074	3.496.758												
2003/2	757.957	1.999.083	3.293.107													
2003/3	731.439	2.247.639														
2003/4	887.688															

Vir: lastni

Tabela A.4: Škodne rezervacije po popisu $Q(i,j)$

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
pred l.																
2000	11.778.246	10.913.974	10.454.661	9.877.000	9.356.881	8.963.639	8.730.343	8.314.690	7.867.701	7.503.722	7.409.069	7.121.994	6.730.313	6.803.419	6.935.329	6.595.091
2000/1	779.643	722.315	660.745	535.897	507.888	446.768	346.922	306.430	274.710	249.706	215.921	197.469	187.565	174.540	175.391	144.957
2000/2	931.353	847.136	802.780	702.914	733.841	574.252	544.135	540.304	398.531	446.658	443.938	511.356	525.720	533.858	482.812	
2000/3	887.299	809.110	777.598	598.312	499.617	405.141	328.769	337.196	343.273	296.787	307.958	277.635	288.826	306.844		
2000/4	772.766	715.541	825.154	659.983	568.202	505.670	461.870	387.986	384.771	371.807	320.099	279.303	235.610			
2001/1	841.568	971.938	768.567	681.409	586.174	406.324	369.927	336.085	335.686	297.100	244.207	194.348				
2001/2	862.780	977.026	810.030	708.672	594.476	482.822	376.567	382.905	367.452	289.889	222.798					
2001/3	858.638	1.090.261	930.939	780.488	773.846	629.437	578.306	577.887	548.806	458.062						
2001/4	755.986	1.030.402	888.700	646.293	546.080	472.470	384.741	389.428	337.738							
2002/1	744.545	844.536	718.168	571.842	406.562	434.263	362.521	304.629								
2002/2	917.832	1.053.288	975.739	870.883	783.360	698.314	557.600									
2002/3	994.440	1.178.525	1.146.853	1.002.619	812.611	761.804										
2002/4	922.255	1.230.312	1.159.444	788.050	568.588											
2003/1	1.104.788	1.499.050	1.567.745	1.253.542												
2003/2	960.431	1.391.500	1.146.677													
2003/3	1.057.341	1.662.668														
2003/4	1.112.933															

Vir: lastni

Tabela A.5: Število prijavljenih škod $N(i,j)$

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	5,679	1,304	350	207	75	42	21	29	15	16	2	9	30	8	0	4
2000/2	6,347	1,472	477	205	111	41	28	36	36	15	18	7	23	6	9	
2000/3	5,726	1,598	478	168	97	68	17	30	19	13	27	11	16	5		
2000/4	6,082	1,879	399	165	127	74	63	16	35	11	13	10	9			
2001/1	5,572	1,531	348	213	124	35	16	11	14	9	17	18				
2001/2	6,130	1,750	516	223	102	49	43	36	13	14	6					
2001/3	5,380	1,893	435	183	111	74	37	26	10	21						
2001/4	5,790	2,251	515	175	93	72	58	28	19							
2002/1	5,025	1,615	396	199	87	49	33	23								
2002/2	6,018	2,016	679	254	103	58	43									
2002/3	5,766	2,166	605	248	107	64										
2002/4	6,313	2,251	636	186	150											
2003/1	5,924	2,106	491	224												
2003/2	6,090	2,196	786													
2003/3	5,965	2,561														
2003/4	6,646															

Vir: lastni

Tabela A.6: Kumulativno število prijavljenih škod $A(i,j)$

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	5,679	6,983	7,333	7,540	7,615	7,657	7,678	7,707	7,722	7,738	7,740	7,749	7,779	7,787	7,787	7,791
2000/2	6,347	7,819	8,296	8,501	8,612	8,653	8,681	8,717	8,753	8,768	8,786	8,793	8,816	8,822	8,831	
2000/3	5,726	7,324	7,802	7,970	8,067	8,135	8,152	8,182	8,201	8,214	8,241	8,252	8,268	8,273		
2000/4	6,082	7,961	8,360	8,525	8,652	8,726	8,789	8,805	8,840	8,851	8,864	8,874	8,883			
2001/1	5,572	7,103	7,451	7,664	7,788	7,823	7,839	7,850	7,864	7,873	7,890	7,908				
2001/2	6,130	7,880	8,396	8,619	8,721	8,770	8,813	8,849	8,862	8,876	8,882					
2001/3	5,380	7,273	7,708	7,891	8,002	8,076	8,113	8,139	8,149	8,170						
2001/4	5,790	8,041	8,556	8,731	8,824	8,896	8,954	8,982	9,001							
2002/1	5,025	6,640	7,036	7,235	7,322	7,371	7,404	7,427								
2002/2	6,018	8,034	8,713	8,967	9,070	9,128	9,171									
2002/3	5,766	7,932	8,537	8,785	8,892	8,956										
2002/4	6,313	8,564	9,200	9,386	9,536											
2003/1	5,924	8,030	8,521	8,745												
2003/2	6,090	8,286	9,072													
2003/3	5,965	8,526														
2003/4	6,646															

Vir: lastni

Tabela A.7: Število rešenih škod $M(i,j)$

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	2,601	2,552	949	671	247	181	104	102	61	59	32	39	53	31	23	49
2000/2	2,827	2,610	1,423	495	325	215	175	109	78	58	59	49	47	26	47	
2000/3	2,481	2,974	975	538	314	253	106	96	49	79	49	46	39	70		
2000/4	3,137	2,607	1,177	533	436	215	155	97	101	54	66	42	86			
2001/1	2,358	2,732	907	638	363	186	122	91	56	42	48	76				
2001/2	2,620	2,753	1,413	668	343	233	185	108	90	73	93					
2001/3	2,165	3,066	1,065	634	331	255	145	91	74	105						
2001/4	2,696	2,934	1,372	694	478	164	169	87	148							
2002/1	2,188	2,398	1,177	614	304	167	149	126								
2002/2	2,575	2,971	1,669	657	462	216	235									
2002/3	2,310	3,149	1,328	672	488	308										
2002/4	2,921	2,825	1,617	831	525											
2003/1	2,613	3,039	1,479	837												
2003/2	2,475	2,952	1,967													
2003/3	2,222	3,616														
2003/4	2,758															

Vir: lastni

Tabela A.8: Kumulativno število rešenih škod $B(i,j)$

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	2,601	5,153	6,102	6,773	7,020	7,201	7,305	7,407	7,468	7,527	7,559	7,598	7,651	7,682	7,705	7,754
2000/2	2,827	5,437	6,860	7,355	7,680	7,895	8,070	8,179	8,257	8,315	8,374	8,423	8,470	8,496	8,543	
2000/3	2,481	5,455	6,430	6,968	7,282	7,535	7,641	7,737	7,786	7,865	7,914	7,960	7,999	8,069		
2000/4	3,137	5,744	6,921	7,454	7,890	8,105	8,260	8,357	8,458	8,512	8,578	8,620	8,706			
2001/1	2,358	5,090	5,997	6,635	6,998	7,184	7,306	7,397	7,453	7,495	7,543	7,619				
2001/2	2,620	5,373	6,786	7,454	7,797	8,030	8,215	8,323	8,413	8,486	8,579					
2001/3	2,165	5,231	6,296	6,930	7,261	7,516	7,661	7,752	7,826	7,931						
2001/4	2,696	5,630	7,002	7,696	8,174	8,338	8,507	8,594	8,742							
2002/1	2,188	4,586	5,763	6,377	6,681	6,848	6,997	7,123								
2002/2	2,575	5,546	7,215	7,872	8,334	8,550	8,785									
2002/3	2,310	5,459	6,787	7,459	7,947	8,255										
2002/4	2,921	5,746	7,363	8,194	8,719											
2003/1	2,613	5,652	7,131	7,968												
2003/2	2,475	5,427	7,394													
2003/3	2,222	5,838														
2003/4	2,758															

Vir: lastni

Tabela A.9: Zneski prijavljeni škod $I(i,j)$

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	1,319,199	2,046,962	2,412,810	2,681,588	2,858,759	2,981,575	3,052,193	3,130,261	3,185,820	3,247,611	3,263,724	3,281,932	3,317,952	3,340,012	3,371,705	3,373,071
2000/2	1,551,238	2,263,814	2,880,533	3,127,914	3,446,700	3,497,657	3,652,068	3,740,325	3,705,099	3,816,395	3,936,838	4,103,806	4,181,782	4,266,054	4,287,657	
2000/3	1,503,067	2,402,583	2,893,228	3,121,962	3,274,897	3,416,960	3,452,946	3,572,455	3,621,202	3,681,256	3,761,792	3,820,155	3,865,867	3,946,225		
2000/4	1,547,120	2,353,609	3,066,003	3,230,375	3,448,229	3,581,955	3,725,188	3,823,834	3,960,872	4,025,549	4,086,141	4,134,486	4,163,160			
2001/1	1,414,862	2,443,764	2,759,029	3,060,105	3,262,948	3,288,737	3,388,375	3,461,612	3,540,978	3,557,857	3,570,547	3,615,886				
2001/2	1,534,063	2,497,628	3,010,837	3,359,581	3,527,240	3,650,515	3,712,625	3,804,365	3,872,903	3,904,565	3,908,281					
2001/3	1,410,600	2,642,557	3,056,755	3,415,920	3,730,437	3,854,698	4,034,209	4,175,787	4,244,528	4,261,517						
2001/4	1,476,234	2,662,814	3,268,931	3,517,825	3,769,689	3,936,457	4,056,766	4,165,180	4,251,598							
2002/1	1,285,406	2,201,315	2,695,423	2,995,883	3,122,671	3,275,327	3,351,054	3,406,465								
2002/2	1,633,587	2,794,448	3,678,387	4,087,358	4,338,003	4,479,142	4,651,461									
2002/3	1,673,481	3,089,443	3,947,557	4,291,213	4,500,243	4,711,408										
2002/4	1,774,032	3,210,693	4,078,525	4,367,481	4,619,021											
2003/1	1,819,473	3,414,071	4,405,819	4,750,300												
2003/2	1,718,387	3,390,583	4,439,784													
2003/3	1,788,779	3,910,307														
2003/4	2,000,621															

Vir: lastni

PRILOGA B: IZRAČUNI ŠKODNIH REZERVACIJ ZA NAŠ PRIMER

PRIMER 1: Metoda veriženja na zneskih rešenih škod

Tabela B.1: Faktorji razvoja škod (metoda veriženja na rešenih škodah)

četrletje nastanka škode	Faktorji razvoja škod $f(i,j)$															
	1:0	2:1	3:2	4:3	5:4	6:5	7:6	8:7	9:8	10:9	11:10	12:11	13:12	14:13	15:14	
2000/1	2.455	1.323	1.225	1.096	1.078	1.067	1.044	1.031	1.030	1.017	1.012	1.015	1.011	1.010	1.010	
2000/2	2.285	1.467	1.167	1.119	1.078	1.063	1.030	1.033	1.019	1.037	1.029	1.018	1.021	1.019		
2000/3	2.588	1.328	1.193	1.100	1.085	1.037	1.036	1.013	1.033	1.020	1.026	1.010	1.017			
2000/4	2.115	1.368	1.147	1.120	1.068	1.061	1.053	1.041	1.022	1.031	1.024	1.019				
2001/1	2.567	1.352	1.195	1.125	1.077	1.047	1.035	1.026	1.017	1.020	1.029					
2001/2	2.265	1.447	1.205	1.106	1.080	1.053	1.026	1.025	1.031	1.020						
2001/3	2.812	1.369	1.240	1.122	1.091	1.072	1.041	1.027	1.029							
2001/4	2.266	1.458	1.206	1.123	1.075	1.060	1.028	1.037								
2002/1	2.509	1.457	1.226	1.120	1.046	1.052	1.038									
2002/2	2.433	1.552	1.190	1.105	1.064	1.083										
2002/3	2.814	1.466	1.174	1.121	1.071											
2002/4	2.325	1.474	1.226	1.132												
2003/1	2.680	1.482	1.232													
2003/2	2.637	1.647														
2003/3	3.073															
2003/4																
	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$	$j=8$	$j=9$	$j=10$	$j=11$	$j=12$	$j=13$	$j=14$	$j=15$
$f(j)$	2.516	1.449	1.202	1.116	1.074	1.060	1.036	1.029	1.026	1.024	1.024	1.015	1.017	1.015	1.010	1.000
$g(j)$	6.763	2.689	1.855	1.543	1.382	1.288	1.215	1.172	1.139	1.110	1.084	1.058	1.042	1.025	1.010	1.000

Vir: lastni izračuni

Tabela B.2: Izračun škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 z metodo veriženja na rešenih škodah (v 1000 SIT)

četrletje nastanka škode		že rešeno	kum. faktor razvoja škod	predvidene kum. rešene škode ob koncu razvoja škod	škodna rezervacija na koncu obdobja <i>I</i>
<i>i</i>		$D(i, I-i)$	$g(I-i)$	$\hat{D}(i, \infty)$	$\hat{P}(i, I-i)$
2000/1	0	3,228,114	1.000	3,228,114	0
2000/2	1	3,804,845	1.010	3,842,700	37,855
2000/3	2	3,639,381	1.025	3,730,737	91,356
2000/4	3	3,927,550	1.042	4,093,566	166,016
2001/1	4	3,421,538	1.058	3,621,002	199,464
2001/2	5	3,685,483	1.084	3,993,747	308,265
2001/3	6	3,803,455	1.110	4,221,392	417,937
2001/4	7	3,913,860	1.139	4,456,156	542,296
2002/1	8	3,101,836	1.172	3,634,644	532,809
2002/2	9	4,093,862	1.215	4,972,040	878,179
2002/3	10	3,949,604	1.288	5,085,193	1,135,589
2002/4	11	4,050,433	1.382	5,598,905	1,548,472
2003/1	12	3,496,758	1.543	5,396,237	1,899,478
2003/2	13	3,293,107	1.855	6,108,634	2,815,528
2003/3	14	2,247,639	2.689	6,043,183	3,795,544
2003/4	15	887,688	6.763	6,003,865	5,116,178
SKUPAJ		54,545,151		74,030,115	19,484,964

Vir: lastni izračuni

Konec primera I.

PRIMER 2: Določanje repa in glajenje

Določanje repa na podlagi škodnih rezervacij po popisu

Kot smo že omenili, nam o nadaljnjem razvoju škod nam veliko pove že škodna rezervacija po popisu $Q(0, I)$ za najstarejšo kohorto škod. Direktno jo uporabimo za oceno repa

$$\hat{r} = 1 + \frac{Q(0, I)}{D(0, I)}.$$

Za naš računski primer znaša škodna rezervacija po popisu $Q(0, 15)$ 144,957 T SIT, kar razberemo iz tabele A.4 (Priloga A). Rep je torej enak $\hat{r} = 1 + 144957/3228114 = 1.045$.

Določanje repa s prilagajanjem faktorjev razvoja $f(j)$

Za faktorje razvoja $f(j)$, $j=0, 1, \dots, I-1$, poiščemo funkcijo oblike

$$y(t) = 1 + at^b$$

kjer sta a in b parametra, neodvisna spremenljivka t pa predstavlja čas razvoja.

Z logaritmiranjem in uvedbo novih spremenljivk prevedemo gornji problem v linearnega

$$z(t) = A + bx$$

kjer je

$$z(t) = \ln(y(t) - 1), \quad x = \ln t \quad \text{in} \quad A = \ln a.$$

A in b poiščemo z uporabo linearne¹² regresije in imamo $y(t) = 1 + e^A t^b$.

Za rep vzamemo $\hat{r} = \prod_{k=0}^M y(I+k)$,

kjer je M razumno velik, oziroma je $y(M)$ dovolj blizu 1.

Če se $y(t)$ zaradi vpliva začetnih faktorjev razvoja ne prilega dovolj dobro faktorjem v bližini repa, prvih nekaj faktorjev $f(j)$ pri prilagajanju ne upoštevamo.

Oglejmo si še, kakšen rep dobimo za naš računski primer: če prilagajamo faktorje razvoja $f(j)$, $j=1, 2, \dots, 14$ iz tabele B.1, dobimo $A = -0.6835$, $b = -1.4018$ in $y(t) = 1 + e^{-0.6835} t^{-1.4018}$. Če predpostavimo, da bodo škode dokončno rešene v naslednjih 10 letih, je rep

$\hat{r} = \prod_{k=1}^{39} y(15+k) = 1.193$, kar je precej več kot v prejšnjem primeru.

Oglejmo si faktorje $f(j)$ še na slikah B.1 in B.2.

Določanje repa s prilagajanjem rešenih škod

Za rešene škode $C(0, j)$, $j=0, 1, \dots, I$ poiščemo funkcijo oblike

$$y(t) = ae^{-bt}$$

kjer sta a in b parametra, neodvisna spremenljivka t pa predstavlja čas razvoja.

Tako kot prej logaritmiramo in uvedemo nove spremenljivke

$$z(t) = A + Bt,$$

kjer je $A = \ln a$, $B = -b$ in $z(t) = \ln(y(t))$

ter A in B poiščemo z linearno regresijo.

Skupne pričakovane škode po obdobju I ocenimo

¹² Linearna regresija: imejmo n ravninskih točk (x_i, y_i) . Iščemo tako premico $y = bx + c$, da bo vsota kvadratov razlik $\sum_i (ax_i + b - y_i)^2$ najmanjša. Koeficienta premice sta

$$a = \bar{y} - b\bar{x}, \quad b = \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}, \quad \text{kjer je } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_1^n x_i \quad \text{in} \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_1^n y_i.$$

$$\hat{P}(0, I) = \int_I^{\infty} y(t) dt = a \int_I^{\infty} e^{-bt} dt = \frac{a}{b} e^{-bI}$$

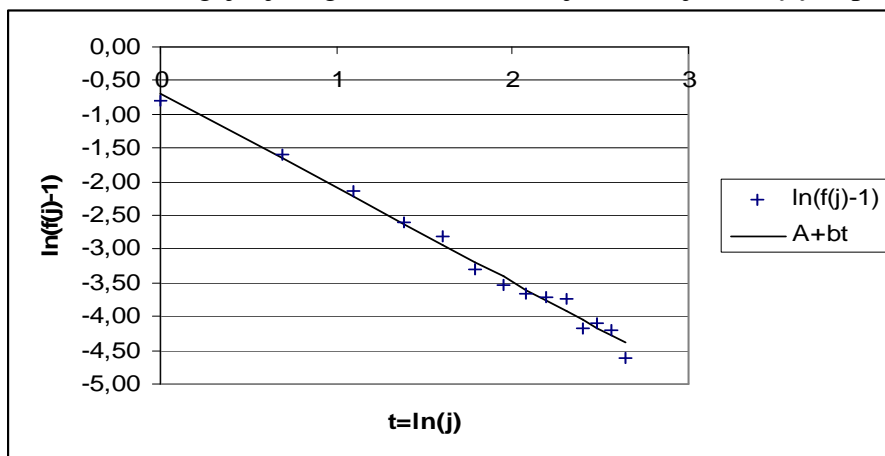
in rep $\hat{r} = 1 + \frac{\hat{P}(0, I)}{D(0, I)}$.

Oglejmo si še, kakšen rep dobimo za naš računski primer: če prilagajamo zneske rešenih škod $C(0, j)$, $j=9, 10, \dots, 15$, dobimo $A = 12.1186$, $B = -0.1218$ in $z(t) = 12.1186 - 0.1218t$.

$$\hat{P}(0, 15) = \frac{a}{b} e^{-15b} = -\frac{1}{B} e^{A+B \times 15} = 242300. \text{ Rep } \hat{r} \text{ je tako enak } 1 + 242300/3228114 = 1,075.$$

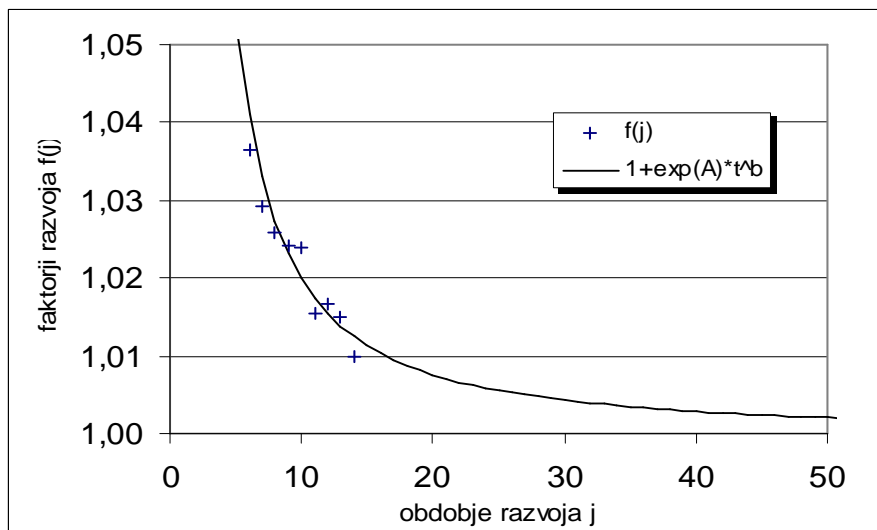
Prilagoditev logaritmiranih zneskov rešenih škod $C(0, j)$ s premico je prikazana na sliki B.3.

Slika B.1: Prilaganje logaritmiranih faktorjev razvoja škod $f(j)$ s premico



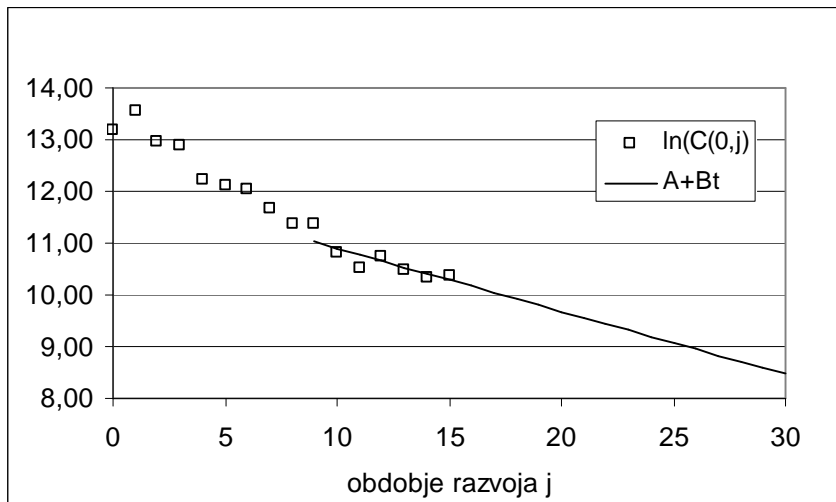
Vir: lastni izračuni

Slika B.2: Prilaganje faktorjev razvoja škod $f(j)$ s potenčno funkcijo



Vir: lastni izračuni

Slika B.3: Prilagajanje logaritmiranih zneskov rešenih škod $C(0,j)$ s premico



Vir: lastni izračuni

Glajenje

Pričakujemo, da bodo faktorji razvoja škod $f(j)$ za kasnejša obdobja razvoja monotono padali in če temu ni tako, nekaj zadnjih faktorjev $f(j)$ lahko nadomestimo s prilagoditvijo, ki smo jo napravili za rep. Večkrat zadostuje že, če nekaj zadnjih faktorjev $f(j)$ nadomestimo s potujočim povprečjem za 3 obdobja (»3-period moving average«).

V našem primeru ob pregledovanju tabele B.1 oziroma slike B.2 vidimo, da je $f(12) > f(11)$ in $f(9) = f(10)$.

Konec primera 2.

PRIMER 3: Upoštevanje trendov pri metodi veriženja (na zneskih rešenih škod)

Oglejmo si na našem numeričnem primeru, kako bi upoštevali trende pri faktorjih razvoja škod $f(i,j)$ (tabela B.1). Z uporabo linearne regresije poiščemo premico $y_0 = b_0x + a_0$, ki se čimbolj prilega točkam $(i, f(i,0))$, $i = 0, 1, \dots, I-1$. Dobimo $f(I,0) = b_0I + a_0 = 2.765$. Podobno napravimo za drugi stolpec in dobimo $f(I-1,1) = 1.566$ in $f(I,1) = 1.582$. Izračunajmo še

kumulativne faktorje razvoja škod $g(j)$! Tako kot v (2.4) imamo $g(j) := \prod_{m=j}^I f(m)$, vendar

samo za $j=2,3,\dots,I$, medtem ko moramo pri izračunu faktorjev $g(1)$ in $g(0)$ primerno upoštevati trende: tako imamo:

$$g(1) = f(I-1,1)g(2) = 1.566 \times 1.855 = 2.905 \text{ in}$$

$$g(0) = f(I,0)f(I,1)g(2) = 2.765 \times 1.582 \times 1.855 = 8.116.$$

Škodna rezervacija z upoštevanjem trendov v prvih dveh obdobjih razvoja je prikazana v tabeli B.3.

Tabela B.3: Izračun škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 z metodo veriženja na rešenih škodah in z upoštevanjem trendov v prvih dveh obdobjih razvoja škod (v 1000 SIT)

četrtnete nastanka škode	že rešeno		kum. faktor razvoja škod (z upoštevanimi trendi)	kumulativno rešene škode ob koncu razvoja škod	škodna rezervacija na koncu obdobja I
	i	$D(i, I-i)$	$g(I-i)$	$\hat{D}(i, \infty)$	$\hat{P}(i, I-i)$
2000/1	0	3,228,114	1.000	3,228,114	0
2000/2	1	3,804,845	1.010	3,842,700	37,855
2000/3	2	3,639,381	1.025	3,730,737	91,356
2000/4	3	3,927,550	1.042	4,093,566	166,016
2001/1	4	3,421,538	1.058	3,621,002	199,464
2001/2	5	3,685,483	1.084	3,993,747	308,265
2001/3	6	3,803,455	1.110	4,221,392	417,937
2001/4	7	3,913,860	1.139	4,456,156	542,296
2002/1	8	3,101,836	1.172	3,634,644	532,809
2002/2	9	4,093,862	1.215	4,972,040	878,179
2002/3	10	3,949,604	1.288	5,085,193	1,135,589
2002/4	11	4,050,433	1.382	5,598,905	1,548,472
2003/1	12	3,496,758	1.543	5,396,237	1,899,478
2003/2	13	3,293,107	1.855	6,108,634	2,815,528
2003/3	14	2,247,639	2.905	6,528,925	4,281,286
2003/4	15	887,688	8.116	7,204,040	6,316,353
SKUPAJ		54,545,151		75,716,032	21,170,881

Vir: lastni izračuni

Konec primera 3.

PRIMER 4: Metoda veriženja na prijavljenih škodah

Tabela B.4: Faktorji razvoja škod (metoda veriženja na prijavljenih škodah)

četrletje nastanka škode	Faktorji razvoja škod $f(i,j)$															
	1:0	2:1	3:2	4:3	5:4	6:5	7:6	8:7	9:8	10:9	11:10	12:11	13:12	14:13	15:14	
2000/1	1.552	1.179	1.111	1.066	1.043	1.024	1.026	1.018	1.019	1.005	1.006	1.011	1.007	1.009	1.000	
2000/2	1.459	1.272	1.086	1.102	1.015	1.044	1.024	0.991	1.030	1.032	1.042	1.019	1.020	1.005		
2000/3	1.598	1.204	1.079	1.049	1.043	1.011	1.035	1.014	1.017	1.022	1.016	1.012	1.021			
2000/4	1.521	1.303	1.054	1.067	1.039	1.040	1.026	1.036	1.016	1.015	1.012	1.007				
2001/1	1.727	1.129	1.109	1.066	1.008	1.030	1.022	1.023	1.005	1.004	1.013					
2001/2	1.628	1.205	1.116	1.050	1.035	1.017	1.025	1.018	1.008	1.001						
2001/3	1.873	1.157	1.117	1.092	1.033	1.047	1.035	1.016	1.004							
2001/4	1.804	1.228	1.076	1.072	1.044	1.031	1.027	1.021								
2002/1	1.713	1.224	1.111	1.042	1.049	1.023	1.017									
2002/2	1.711	1.316	1.111	1.061	1.033	1.038										
2002/3	1.846	1.278	1.087	1.049	1.047											
2002/4	1.810	1.270	1.071	1.058												
2003/1	1.876	1.290	1.078													
2003/2	1.973	1.309														
2003/3	2.186															
2003/4																
	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$	$j=8$	$j=9$	$j=10$	$j=11$	$j=12$	$j=13$	$j=14$	$j=15$
f(j)	1.762	1.245	1.091	1.064	1.036	1.031	1.026	1.017	1.014	1.013	1.018	1.012	1.016	1.007	1.000	1.000
g(j)	3.079	1.747	1.403	1.286	1.208	1.167	1.132	1.103	1.084	1.069	1.055	1.037	1.024	1.007	1.000	1.000

Vir: lastni izračuni

Tabela B.5: Izračun škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 z metodo veriženja na prijavljenih škodah v (1000 SIT)

četrletje nastanka škode		prijavljene škode	kum. faktor razvoja škod	dokončne prijavljene škode	škodna rez. za naknadno prij. škode	škodna rezervacija po popisu	skupaj škodna rezervacija
	i	$I(i, I-i)$	$g(I-i)$	$\hat{I}(i, \infty)$	$\hat{R}(i, I-i)$	$Q(i, I-i)$	$\hat{P}(i, I-i)$
2000/1	0	3,373,071	1.000	3,373,071	0	144,957	144,957
2000/2	1	4,287,657	1.000	4,289,395	1,738	482,812	484,550
2000/3	2	3,946,225	1.007	3,975,487	29,262	306,844	336,106
2000/4	3	4,163,160	1.024	4,262,921	99,761	235,610	335,371
2001/1	4	3,615,886	1.037	3,748,001	132,115	194,348	326,462
2001/2	5	3,908,281	1.055	4,124,451	216,170	222,798	438,968
2001/3	6	4,261,517	1.069	4,556,711	295,194	458,062	753,257
2001/4	7	4,251,598	1.084	4,609,317	357,719	337,738	695,457
2002/1	8	3,406,465	1.103	3,756,023	349,558	304,629	654,188
2002/2	9	4,651,461	1.132	5,263,990	612,529	557,600	1,170,129
2002/3	10	4,711,408	1.167	5,496,971	785,563	761,804	1,547,367
2002/4	11	4,619,021	1.208	5,580,521	961,500	568,588	1,530,088
2003/1	12	4,750,300	1.286	6,106,594	1,356,294	1,253,542	2,609,836
2003/2	13	4,439,784	1.403	6,229,188	1,789,404	1,146,677	2,936,081
2003/3	14	3,910,307	1.747	6,832,340	2,922,033	1,662,668	4,584,701
2003/4	15	2,000,621	3.079	6,160,242	4,159,622	1,112,933	5,272,555
SKUPAJ		64,296,762		78,365,223	14,068,461	9,751,611	23,820,072

Vir: lastni izračuni

Konec primera 4.

PRIMER 5: Deleži škodnih rezervacij po popisu v skupnih škodnih rezervacijah

Tabela B.6: Količniki $q(i,j)$ – deleži škodnih rezervacij po popisu v skupnih škodnih rezervacijah

$$q(i, j) := \frac{Q(i, j)}{\hat{D}(i, \infty) - D(i, j)}, \quad i = 0, 1, \dots, I, \quad j = 0, 1, \dots, I-i.$$

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2000/1	29.0%	37.9%	44.8%	49.5%	57.9%	64.4%	66.4%	75.8%	86.7%	108.5%	119.7%	137.5%	191.9%	279%	552%
2000/2	29.2%	35.4%	46.4%	50.9%	67.1%	65.0%	77.9%	89.1%	79.7%	102.2%	141.5%	238.8%	349.3%	718%	27783%
2000/3	29.1%	39.0%	50.1%	52.3%	55.9%	61.7%	60.4%	77.8%	87.9%	104.4%	143.4%	220.1%	315.3%	1049%	
2000/4	23.8%	29.9%	46.2%	45.3%	49.5%	53.2%	60.5%	65.6%	85.3%	99.5%	122.5%	162.3%	236.2%		
2001/1	28.2%	46.7%	49.2%	58.0%	66.8%	60.5%	69.1%	78.5%	96.4%	101.4%	107.4%	147.1%			
2001/2	26.7%	41.0%	47.6%	56.7%	61.4%	65.8%	66.6%	79.7%	92.7%	101.0%	103.1%				
2001/3	24.2%	42.8%	47.2%	53.3%	67.8%	72.1%	90.0%	115.4%	136.2%	155.2%					
2001/4	21.3%	39.0%	47.0%	46.2%	52.1%	58.5%	64.2%	78.5%	94.4%						
2002/1	25.6%	40.3%	48.7%	55.7%	55.3%	71.2%	78.3%	87.1%							
2002/2	23.0%	35.5%	48.7%	58.5%	68.0%	75.4%	91.0%								
2002/3	24.5%	41.7%	59.3%	69.3%	77.6%	97.0%									
2002/4	22.2%	40.6%	55.4%	55.0%	59.1%										
2003/1	26.7%	51.0%	77.8%	92.4%											
2003/2	22.2%	45.1%	64.1%												
2003/3	23.8%	56.9%													
2003/4	26.8%														

Vir: lastni izračuni

Konec primera 5.

PRIMER 6: Projekcija popisa škodnih rezervacij

Tabela B.7: Faktorji razvoja škodnih rezervacij po popisu $k(i,j)$

četrletje nastanka škode	Faktorji razvoja škodnih rezervacij po popisu $k(i,j)$														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2000/1	1.93	1.51	1.41	1.33	1.24	1.16	1.23	1.18	1.22	1.06	1.08	1.18	1.12	1.18	1.01
2000/2	1.77	1.73	1.31	1.45	1.07	1.27	1.16	0.93	1.28	1.27	1.38	1.15	1.16	1.04	
2000/3	2.01	1.61	1.29	1.26	1.28	1.09	1.36	1.14	1.17	1.27	1.19	1.16	1.28		
2000/4	2.04	2.00	1.20	1.33	1.24	1.28	1.21	1.35	1.17	1.16	1.15	1.10			
2001/1	2.22	1.32	1.39	1.30	1.04	1.25	1.20	1.24	1.05	1.04	1.19				
2001/2	2.12	1.53	1.43	1.24	1.21	1.13	1.24	1.18	1.09	1.01					
2001/3	2.43	1.38	1.39	1.40	1.16	1.29	1.24	1.12	1.03						
2001/4	2.57	1.59	1.28	1.39	1.31	1.25	1.28	1.22							
2002/1	2.23	1.59	1.42	1.22	1.38	1.17	1.15								
2002/2	2.26	1.84	1.42	1.29	1.18	1.25									
2002/3	2.42	1.73	1.30	1.21	1.26										
2002/4	2.56	1.71	1.25	1.32											
2003/1	2.44	1.66	1.22												
2003/2	2.74	1.75													
2003/3	3.01														
2003/4															
	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$	$j=8$	$j=9$	$j=10$	$j=11$	$j=12$	$j=13$	$j=14$
$k(j)$	2.33	1.64	1.32	1.31	1.20	1.22	1.23	1.16	1.14	1.15	1.22	1.15	1.19	1.08	1.01

Vir: lastni izračuni

Tabela B.8: Faktorji plačanih škod $h(i,j)$

četrletje nastanka škode	Faktorji plačanih škod $h(i,j)$														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2000/1	1.01	0.59	0.60	0.38	0.36	0.38	0.34	0.28	0.32	0.20	0.17	0.23	0.19	0.18	0.18
2000/2	0.86	0.78	0.43	0.41	0.29	0.32	0.17	0.20	0.16	0.28	0.22	0.12	0.14	0.14	
2000/3	1.10	0.65	0.52	0.42	0.47	0.28	0.34	0.13	0.31	0.23	0.29	0.12	0.22		
2000/4	1.12	0.84	0.40	0.47	0.35	0.37	0.37	0.36	0.20	0.30	0.28	0.26			
2001/1	1.07	0.53	0.51	0.44	0.35	0.33	0.29	0.24	0.17	0.22	0.39				
2001/2	0.98	0.70	0.56	0.40	0.40	0.35	0.23	0.22	0.30	0.24					
2001/3	1.17	0.53	0.55	0.41	0.35	0.37	0.25	0.17	0.20						
2001/4	1.21	0.73	0.55	0.54	0.44	0.44	0.27	0.35							
2002/1	1.10	0.73	0.62	0.51	0.31	0.34	0.31								
2002/2	1.12	0.91	0.53	0.39	0.29	0.45									
2002/3	1.24	0.75	0.43	0.40	0.32										
2002/4	1.22	0.76	0.57	0.60											
2003/1	1.09	0.62	0.42												
2003/2	1.29	0.93													
2003/3	1.43														
2003/4															
	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$	$j=8$	$j=9$	$j=10$	$j=11$	$j=12$	$j=13$	$j=14$
$h(j)$	1.14	0.72	0.51	0.45	0.35	0.37	0.28	0.24	0.23	0.25	0.27	0.17	0.17	0.15	0.18

Vir: lastni izračuni

Tabela B.9: Projekcija škodnih rezervacij po popisu $Q(i,j)$ (v 1000 SIT)

četrtilletje	četrtilletje nastanka škode															
	2003/4	2003/3	2003/2	2003/1	2002/4	2002/3	2002/2	2002/1	2001/4	2001/3	2001/2	2001/1	2000/4	2000/3	2000/2	2000/1
2003/4	1,112,933	1,662,668	1,146,677	1,253,542	568,588	761,804	557,600	304,629	337,738	458,062	222,798	194,348	235,610	306,844	482,812	144,957
2004/1	1,331,664	1,525,843	934,013	1,082,521	485,512	649,676	529,241	279,642	306,778	411,827	212,326	190,042	238,697	285,102	399,035	119,804
2004/2	1,222,078	1,242,858	806,585	924,355	414,051	616,635	485,830	254,008	275,813	392,470	207,622	192,532	221,784	235,631	329,794	99,016
2004/3	995,430	1,073,295	688,736	788,301	392,993	566,055	441,295	228,369	262,849	383,775	210,343	178,890	183,300	194,745	272,569	81,835
2004/4	859,623	916,476	587,362	748,210	360,758	514,166	396,752	217,635	257,025	388,804	195,438	147,849	151,494	160,953	225,273	67,635
2005/1	734,024	781,582	557,490	686,838	327,688	462,267	378,103	212,813	260,393	361,254	161,526	122,194	125,207	133,024	186,183	55,899
2005/2	625,985	741,833	511,762	623,876	294,612	440,539	369,726	215,602	241,943	298,570	133,498	100,991	103,481	109,942	153,877	46,199
2005/3	594,149	680,984	464,850	560,904	280,764	430,779	374,572	200,325	199,961	246,762	110,334	83,467	85,525	90,865	127,176	38,183
2005/4	545,414	618,559	417,929	534,540	274,544	436,425	348,030	165,565	165,264	203,944	91,189	68,984	70,685	75,098	105,109	31,557
2006/1	495,416	556,123	398,285	522,697	278,142	405,501	287,640	136,836	136,587	168,556	75,366	57,014	58,420	62,067	86,870	26,082
2006/2	445,410	529,984	389,461	529,547	258,433	335,138	237,729	113,092	112,887	139,308	62,288	47,121	48,283	51,297	71,797	21,556
2006/3	424,475	518,242	394,565	492,024	213,590	276,985	196,478	93,469	93,299	115,135	51,480	38,945	39,905	42,396	59,339	17,816
2006/4	415,071	525,033	366,607	406,649	176,528	228,923	162,386	77,250	77,110	95,157	42,547	32,187	32,980	35,040	49,042	14,724
2007/1	420,510	487,831	302,994	336,087	145,897	189,200	134,209	63,846	63,730	78,646	35,164	26,602	27,258	28,960	40,532	12,169
2007/2	390,713	403,183	250,418	277,770	120,581	156,370	110,921	52,767	52,671	64,999	29,063	21,986	22,528	23,935	33,499	10,058
2007/3	322,917	333,223	206,966	229,571	99,658	129,237	91,674	43,611	43,532	53,720	24,020	18,171	18,619	19,781	27,686	8,312
2007/4	266,885	275,402	171,053	189,736	82,365	106,812	75,767	36,044	35,978	44,399	19,852	15,018	15,388	16,349	22,882	6,870
2008/1	220,575	227,614	141,372	156,813	68,073	88,278	62,620	29,789	29,735	36,695	16,407	12,412	12,718	13,512	18,912	5,678
2008/2	182,301	188,119	116,841	129,603	56,261	72,960	51,754	24,620	24,576	30,328	13,560	10,258	10,511	11,167	15,630	4,693
2008/3	150,668	155,477	96,567	107,114	46,499	60,300	42,774	20,348	20,311	25,065	11,207	8,478	8,687	9,230	12,918	3,878
2008/4	124,524	128,498	79,811	88,528	38,430	49,837	35,352	16,817	16,787	20,716	9,263	7,007	7,180	7,628	10,677	3,205
...
2021/1	11	11	7	8	3	4	3	1	1	2	1	1	1	1	1	0
2021/2	9	9	6	6	3	4	3	1	1	2	1	1	1	1	1	0
2021/3	7	8	5	5	2	3	2	1	1	1	1	0	0	0	1	0
2021/4	6	6	4	4	2	2	2	1	1	1	0	0	0	0	1	0
2022/1	5	5	3	4	2	2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
2022/2	4	4	3	3	1	2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
2022/3	3	4	2	2	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
2022/4	3	3	2	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2023/1	2	2	2	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2023/2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2023/3	2	2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2023/4	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2024/1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2024/2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2024/3	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2024/4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2025/1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2025/2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2025/3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2025/4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Vir: lastni izračuni

Tabela B.10: Projekcija rešenih škod $C(i,j)$ (v 1000 SIT)

četrletje	četrletje nastanka škode															
	2003/4	2003/3	2003/2	2003/1	2002/4	2002/3	2002/2	2002/1	2001/4	2001/3	2001/2	2001/1	2000/4	2000/3	2000/2	2000/1
2003/4	887,688	1,516,201	1,294,024	658,684	471,002	261,971	313,033	113,302	138,108	107,733	70,806	95,199	72,367	62,339	72,650	31,800
2004/1	1,266,801	1,199,583	579,914	558,438	199,471	279,976	155,343	72,593	77,212	115,249	59,510	33,230	40,806	44,827	87,539	26,282
2004/2	960,770	771,671	416,092	379,769	178,434	180,995	126,119	63,930	77,186	110,001	36,304	32,914	34,872	51,692	72,349	21,722
2004/3	618,047	553,678	282,965	339,716	115,351	146,945	111,068	63,909	73,671	67,106	35,959	28,127	40,212	42,723	59,795	17,953
2004/4	443,452	376,532	253,122	219,614	93,651	129,408	111,031	60,998	44,943	66,467	30,729	32,435	33,234	35,309	49,420	14,838
2005/1	301,572	336,820	163,635	178,299	82,474	129,365	105,974	37,212	44,515	56,801	35,435	26,807	27,467	29,183	40,844	12,263
2005/2	269,766	217,743	132,850	157,021	82,447	123,473	64,650	36,858	38,041	65,499	29,286	22,155	22,701	24,119	33,757	10,135
2005/3	174,394	176,779	116,996	156,969	78,692	75,325	64,034	31,498	43,867	54,134	24,205	18,311	18,762	19,934	27,900	8,376
2005/4	141,586	155,683	116,957	149,820	48,006	74,608	54,722	36,321	36,255	44,741	20,005	15,134	15,507	16,475	23,058	6,923
2006/1	124,689	155,631	111,630	91,398	47,549	63,758	63,102	30,019	29,964	36,977	16,534	12,508	12,816	13,616	19,057	5,722
2006/2	124,648	148,543	68,100	90,527	40,634	73,522	52,152	24,810	24,765	30,561	13,665	10,337	10,592	11,253	15,751	4,729
2006/3	118,971	90,619	67,452	77,362	46,857	60,764	43,103	20,505	20,468	25,258	11,294	8,544	8,754	9,301	13,018	3,908
2006/4	72,578	89,756	57,643	89,209	38,726	50,220	35,624	16,947	16,916	20,875	9,334	7,061	7,235	7,687	10,759	3,230
2007/1	71,887	76,703	66,470	73,730	32,006	41,506	29,442	14,006	13,981	17,253	7,714	5,836	5,980	6,353	8,892	2,670
2007/2	61,433	88,449	54,936	60,936	26,453	34,304	24,333	11,576	11,555	14,259	6,376	4,823	4,942	5,251	7,349	2,206
2007/3	70,841	73,101	45,404	50,363	21,863	28,352	20,111	9,567	9,550	11,785	5,269	3,986	4,085	4,340	6,074	1,824
2007/4	58,548	60,417	37,525	41,624	18,069	23,432	16,621	7,907	7,893	9,740	4,355	3,295	3,376	3,587	5,020	1,507
2008/1	48,389	49,933	31,014	34,401	14,934	19,366	13,737	6,535	6,523	8,050	3,599	2,723	2,790	2,964	4,149	1,246
2008/2	39,993	41,269	25,632	28,432	12,342	16,006	11,354	5,401	5,391	6,653	2,975	2,250	2,306	2,450	3,429	1,029
2008/3	33,053	34,108	21,185	23,498	10,201	13,228	9,384	4,464	4,456	5,499	2,459	1,860	1,906	2,025	2,834	851
2008/4	27,318	28,190	17,509	19,421	8,431	10,933	7,755	3,689	3,683	4,545	2,032	1,537	1,575	1,673	2,342	703
...
2021/1	2	2	2	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2021/2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2021/3	2	2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2021/4	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2022/1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2022/2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2022/3	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2022/4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2023/1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2023/2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2023/3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2023/4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2024/1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2024/2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2024/3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2024/4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2025/1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2025/2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2025/3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2025/4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SKUPAJ	5,158,852	4,859,475	2,750,425	2,913,050	1,236,747	1,627,562	1,156,597	576,318	608,374	793,100	366,717	281,194	307,420	342,731	504,492	151,466
SKUPAJ ŠKODNA REZERVACIJA	23,634,520															

Vir: lastni izračuni

Konec primera 6.

PRIMER 7: Naivna metoda

Tabela B.11: Izračun škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 z naivno metodo v (1000 SIT)

četrletje nastanka škode		zaslužena premija	škodni količnik	rešene škode	škodna rezervacija
	i	$EP(i)$	$\kappa_0(i)$	$D(i, I-i)$	$\hat{P}(i, I-i)$
2000/1	0	5,052,046	75%	3,228,114	560,920
2000/2	1	5,439,840	75%	3,804,845	275,035
2000/3	2	5,744,232	75%	3,639,381	668,793
2000/4	3	6,060,716	75%	3,927,550	617,987
2001/1	4	6,402,560	75%	3,421,538	1,380,382
2001/2	5	6,666,960	75%	3,685,483	1,314,737
2001/3	6	6,971,832	75%	3,803,455	1,425,419
2001/4	7	7,297,729	75%	3,913,860	1,559,437
2002/1	8	7,980,251	75%	3,101,836	2,883,353
2002/2	9	8,327,602	75%	4,093,862	2,151,840
2002/3	10	8,689,663	75%	3,949,604	2,567,644
2002/4	11	9,080,456	75%	4,050,433	2,759,909
2003/1	12	9,196,888	75%	3,496,758	3,400,908
2003/2	13	9,631,929	75%	3,293,107	3,930,840
2003/3	14	9,863,097	75%	2,247,639	5,149,684
2003/4	15	10,359,882	75%	887,688	6,882,224
SKUPAJ					37,529,111

Vir: lastni izračuni

Konec primera 7.

PRIMER 8: Bornhuetter-Fergusonova metoda za prijavljene škode

Tabela B.12: Izračun škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 z BF metodo za prijavljene škode v (1000 SIT)

četrletje nastanka škode		zaslužena premija	škodni količnik	prijavljene škode	kum. faktor razvoja škod	faktor naknadno prij. škod	škodna rezervacija za naknadno prijavljene škode	škodna rezervacija po popisu	skupaj škodna rezervacija
	i	$EP(i)$	$\kappa_0(i)$	$I(i, I-i)$	$g(I-i)$	$1-1/g(I-i)$	$\hat{R}(i, I-i)$	$Q(i, I-i)$	$\hat{P}(i, I-i)$
2000/1	0	5,052,046	75%	3,373,071	1.000	0.000	0	144,957	144,957
2000/2	1	5,439,840	75%	4,287,657	1.000	0.000	1,653	482,812	484,465
2000/3	2	5,744,232	75%	3,946,225	1.007	0.007	31,710	306,844	338,555
2000/4	3	6,060,716	75%	4,163,160	1.024	0.023	106,375	235,610	341,984
2001/1	4	6,402,560	75%	3,615,886	1.037	0.035	169,265	194,348	363,612
2001/2	5	6,666,960	75%	3,908,281	1.055	0.052	262,070	222,798	484,869
2001/3	6	6,971,832	75%	4,261,517	1.069	0.065	338,739	458,062	796,801
2001/4	7	7,297,729	75%	4,251,598	1.084	0.078	424,771	337,738	762,509
2002/1	8	7,980,251	75%	3,406,465	1.103	0.093	557,018	304,629	861,647
2002/2	9	8,327,602	75%	4,651,461	1.132	0.116	726,763	557,600	1,284,363
2002/3	10	8,689,663	75%	4,711,408	1.167	0.143	931,369	761,804	1,693,173
2002/4	11	9,080,456	75%	4,619,021	1.208	0.172	1,173,393	568,588	1,741,981
2003/1	12	9,196,888	75%	4,750,300	1.286	0.222	1,531,993	1,253,542	2,785,535
2003/2	13	9,631,929	75%	4,439,784	1.403	0.287	2,075,159	1,146,677	3,221,837
2003/3	14	9,863,097	75%	3,910,307	1.747	0.428	3,163,663	1,662,668	4,826,331
2003/4	15	10,359,882	75%	2,000,621	3.079	0.675	5,246,529	1,112,933	6,359,462
SKUPAJ							16,740,470	9,751,611	26,492,081

Vir: lastni izračuni

Konec primera 8.

PRIMER 9: Bornhuetter-Fergusonova metoda za rešene škode

Tabela B.13: Izračun škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 z BF metodo za rešene škode v (1000 SIT)

četrletje nastanka škode	i	zaslužena premija $EP(i)$	škodni količnik $\kappa_0(i)$	rešene škode $D(i, I-i)$	kum. faktor razvoja škod $g_1(I-i)$	$1-1/g_1(I-i)$	skupaj škodna rezervacija $\hat{P}(i, I-i)$
2000/1	0	5,052,046	75%	3,228,114	1.000	0.000	0
2000/2	1	5,439,840	75%	3,804,845	1.010	0.010	40,191
2000/3	2	5,744,232	75%	3,639,381	1.025	0.024	105,496
2000/4	3	6,060,716	75%	3,927,550	1.042	0.041	184,346
2001/1	4	6,402,560	75%	3,421,538	1.058	0.055	264,515
2001/2	5	6,666,960	75%	3,685,483	1.084	0.077	385,951
2001/3	6	6,971,832	75%	3,803,455	1.110	0.099	517,682
2001/4	7	7,297,729	75%	3,913,860	1.139	0.122	666,077
2002/1	8	7,980,251	75%	3,101,836	1.172	0.147	877,379
2002/2	9	8,327,602	75%	4,093,862	1.215	0.177	1,103,137
2002/3	10	8,689,663	75%	3,949,604	1.288	0.223	1,455,385
2002/4	11	9,080,456	75%	4,050,433	1.382	0.277	1,883,516
2003/1	12	9,196,888	75%	3,496,758	1.543	0.352	2,427,982
2003/2	13	9,631,929	75%	3,293,107	1.855	0.461	3,329,586
2003/3	14	9,863,097	75%	2,247,639	2.689	0.628	4,646,039
2003/4	15	10,359,882	75%	887,688	6.763	0.852	6,621,109
SKUPAJ							24,508,392

Vir: lastni izračuni

Konec primera 9.

PRIMER 10: Modificirana BF metoda za rešene škode

Tabela B.14: Izračun škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 z modificirano BF metodo za rešene škode v (1000 SIT)

četrletje nastanka škode		rešene škode	kum. faktor razvoja škod	končne rešene škode		skupaj škodna rezervacija
	i	$D(i, I-i)$	$g_1(I-i)$	$\hat{D}(i, \infty)$	$1-1/g_1(I-i)$	$\hat{P}(i, I-i)$
2000/1	0	3,228,114	1.000	3,228,114	0.000	0
2000/2	1	3,804,845	1.010	3,842,700	0.010	45,580
2000/3	2	3,639,381	1.025	3,730,737	0.024	113,300
2000/4	3	3,927,550	1.042	4,093,566	0.041	187,645
2001/1	4	3,421,538	1.058	3,621,002	0.055	254,873
2001/2	5	3,685,483	1.084	3,993,747	0.077	357,134
2001/3	6	3,803,455	1.110	4,221,392	0.099	458,083
2001/4	7	3,913,860	1.139	4,456,156	0.122	563,072
2002/1	8	3,101,836	1.172	3,634,644	0.147	678,262
2002/2	9	4,093,862	1.215	4,972,040	0.177	817,216
2002/3	10	3,949,604	1.288	5,085,193	0.223	1,033,242
2002/4	11	4,050,433	1.382	5,598,905	0.277	1,279,643
2003/1	12	3,496,758	1.543	5,396,237	0.352	1,628,665
2003/2	13	3,293,107	1.855	6,108,634	0.461	2,132,574
2003/3	14	2,247,639	2.689	6,043,183	0.628	2,906,007
2003/4	15	887,688	6.763	6,003,865	0.852	3,942,785
SKUPAJ				74,030,115		16,398,082
			$D_0=$	4,626,882		

Vir: lastni izračuni

Konec primera 10.

PRIMER 11: Cape Cod metoda

Tabela B.15: Izračun škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 s Cape Cod metodo za prijavljene škode v (1000 SIT)

četrletje nastanka škode	zaslužena premija	prijavljene škode	kum. faktor razvoja škod	porabljena premija	škodni količnik	faktor naknadno prij. škod	škodna rezervacija za naknadno prijavljene škode	škodna rezervacija po popisu	skupaj škodna rezervacija	
i	$EP(i)$	$I(i, I-i)$	$g(I-i)$	$EP(i)/g(I-i)$		$\frac{I-i}{I/g(I-i)}$	$\hat{R}(i, I-i)$	$Q(i, I-i)$	$\hat{P}(i, I-i)$	
2000/1	0	5,052,046	3,373,071	1.000	5,052,046	66.8%	0.000	0	144,957	144,957
2000/2	1	5,439,840	4,287,657	1.000	5,437,636	78.9%	0.000	1,411	482,812	484,222
2000/3	2	5,744,232	3,946,225	1.007	5,701,951	69.2%	0.007	27,065	306,844	333,909
2000/4	3	6,060,716	4,163,160	1.024	5,918,883	70.3%	0.023	90,790	235,610	326,400
2001/1	4	6,402,560	3,615,886	1.037	6,176,874	58.5%	0.035	144,466	194,348	338,813
2001/2	5	6,666,960	3,908,281	1.055	6,317,533	61.9%	0.052	223,675	222,798	446,473
2001/3	6	6,971,832	4,261,517	1.069	6,520,180	65.4%	0.065	289,111	458,062	747,173
2001/4	7	7,297,729	4,251,598	1.084	6,731,368	63.2%	0.078	362,538	337,738	700,276
2002/1	8	7,980,251	3,406,465	1.103	7,237,561	47.1%	0.093	475,410	304,629	780,039
2002/2	9	8,327,602	4,651,461	1.132	7,358,584	63.2%	0.116	620,286	557,600	1,177,886
2002/3	10	8,689,663	4,711,408	1.167	7,447,837	63.3%	0.143	794,916	761,804	1,556,720
2002/4	11	9,080,456	4,619,021	1.208	7,515,933	61.5%	0.172	1,001,481	568,588	1,570,069
2003/1	12	9,196,888	4,750,300	1.286	7,154,230	66.4%	0.222	1,307,544	1,253,542	2,561,085
2003/2	13	9,631,929	4,439,784	1.403	6,865,050	64.7%	0.287	1,771,131	1,146,677	2,917,808
2003/3	14	9,863,097	3,910,307	1.747	5,644,880	69.3%	0.428	2,700,160	1,662,668	4,362,828
2003/4	15	10,359,882	2,000,621	3.079	3,364,509	59.5%	0.675	4,477,869	1,112,933	5,590,802
SKUPAJ		122,765,683	64,296,762		100,445,056	64.0%		14,287,851	9,751,611	24,039,463

Vir: lastni izračuni

Konec primera 11.

PRIMER 12: Benktanderjeva metoda

Tabela B.16: Izračun škodne rezervacije na dan 31.12.2003 z Benktanderjevo metodo na rešenih škodah (v 1000 SIT)

četrletje nastanka škode	i	kum. faktor razvoja škod $g(I-i)$	faktor kredibilnosti $c = \frac{1}{g(I-i)}$	škodna rez. po CL metodi $\hat{P}_{CL}(i, I-i)$	škodna rez. po BF metodi $\hat{P}_{BF}(i, I-i)$	škodna rez. po GB metodi $\hat{P}_{GB}(i, I-i)$
2000/1	0	1.000	1.000	0	0	0
2000/2	1	1.010	0.990	37,855	40,191	37,878
2000/3	2	1.025	0.976	91,356	105,496	91,702
2000/4	3	1.042	0.959	166,016	184,346	166,759
2001/1	4	1.058	0.945	199,464	264,515	203,047
2001/2	5	1.084	0.923	308,265	385,951	314,261
2001/3	6	1.110	0.901	417,937	517,682	427,812
2001/4	7	1.139	0.878	542,296	666,077	557,359
2002/1	8	1.172	0.853	532,809	877,379	583,320
2002/2	9	1.215	0.823	878,179	1,103,137	917,912
2002/3	10	1.288	0.777	1,135,589	1,455,385	1,207,004
2002/4	11	1.382	0.723	1,548,472	1,883,516	1,641,134
2003/1	12	1.543	0.648	1,899,478	2,427,982	2,085,512
2003/2	13	1.855	0.539	2,815,528	3,329,586	3,052,462
2003/3	14	2.689	0.372	3,795,544	4,646,039	4,329,714
2003/4	15	6.763	0.148	5,116,178	6,621,109	6,398,601
SKUPAJ				19,484,964	24,508,392	22,014,478

Vir: lastni izračuni

Konec primera 12.

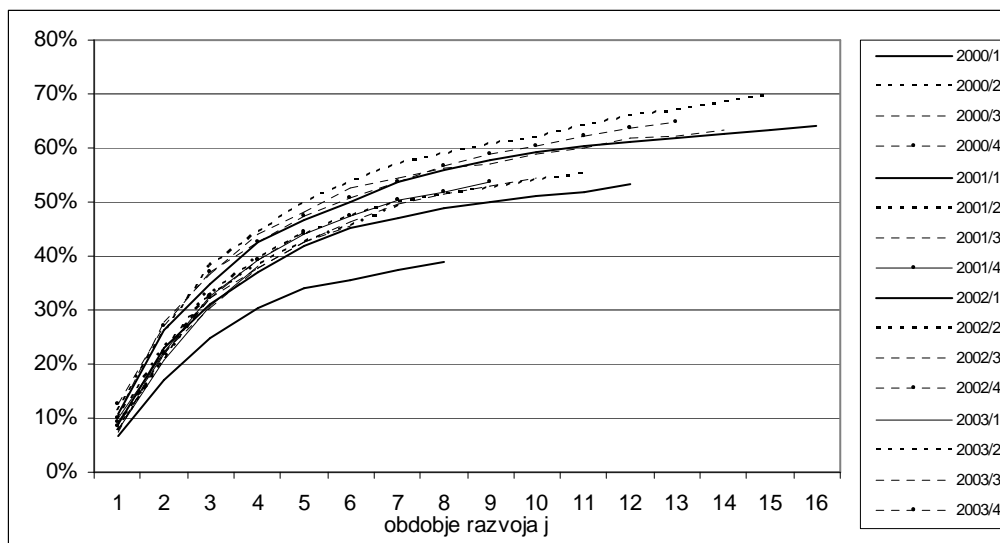
PRIMER 13: Projekcija sprememb škodnih količnikov

Tabela B.17: Delno razviti škodni količniki $\kappa(i, j)$

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	10.7%	26.2%	34.7%	42.5%	46.5%	50.2%	53.5%	55.9%	57.6%	59.3%	60.3%	61.1%	62.0%	62.7%	63.3%	63.9%
2000/2	11.4%	26.0%	38.2%	44.6%	49.9%	53.7%	57.1%	58.8%	60.8%	61.9%	64.2%	66.0%	67.2%	68.6%	69.9%	
2000/3	10.7%	27.7%	36.8%	43.9%	48.3%	52.4%	54.4%	56.3%	57.1%	58.9%	60.1%	61.7%	62.3%	63.4%		
2000/4	12.8%	27.0%	37.0%	42.4%	47.5%	50.8%	53.8%	56.7%	59.0%	60.3%	62.1%	63.6%	64.8%			
2001/1	9.0%	23.0%	31.1%	37.2%	41.8%	45.0%	47.1%	48.8%	50.1%	50.9%	52.0%	53.4%				
2001/2	10.1%	22.8%	33.0%	39.8%	44.0%	47.5%	50.0%	51.3%	52.6%	54.2%	55.3%					
2001/3	7.9%	22.3%	30.5%	37.8%	42.4%	46.3%	49.6%	51.6%	53.0%	54.6%						
2001/4	9.9%	22.4%	32.6%	39.3%	44.2%	47.5%	50.3%	51.7%	53.6%							
2002/1	6.8%	17.0%	24.8%	30.4%	34.0%	35.6%	37.4%	38.9%								
2002/2	8.6%	20.9%	32.5%	38.6%	42.7%	45.4%	49.2%									
2002/3	7.8%	22.0%	32.2%	37.8%	42.4%	45.5%										
2002/4	9.4%	21.8%	32.1%	39.4%	44.6%											
2003/1	7.8%	20.8%	30.9%	38.0%												
2003/2	7.9%	20.8%	34.2%													
2003/3	7.4%	22.8%														
2003/4	8.6%															

Vir: lastni izračuni

Slika B.4: Delno razviti škodni količniki $\kappa(i, j)$: vsaka krivulja ustreza enemu obdobju nastanka škode (eni vrstici iz tabele B.17)



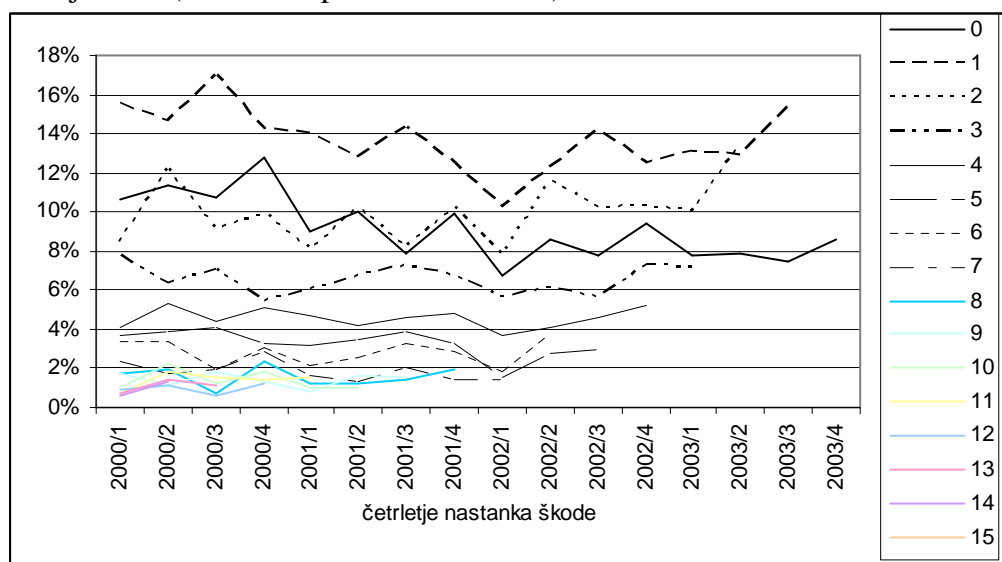
Vir: lastni izračuni

Tabela B.18: Spremembe škodnih količnikov $\Delta\kappa(i, j)$: v zgornji levi polovici pravokotnika so spremembe škodnih količnikov izračunane na podlagi podatkov, v spodnji desni polovici pa imamo projekcije sprememb škodnih količnikov (krepko tiskano)

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	10.7%	15.5%	8.5%	7.8%	4.1%	3.6%	3.4%	2.3%	1.7%	1.7%	1.0%	0.7%	0.9%	0.7%	0.6%	0.6%
2000/2	11.4%	14.6%	12.2%	6.4%	5.3%	3.9%	3.4%	1.7%	2.0%	1.2%	2.3%	1.8%	1.2%	1.4%	1.3%	0.6%
2000/3	10.7%	17.0%	9.1%	7.1%	4.4%	4.1%	2.0%	1.9%	0.7%	1.9%	1.2%	1.5%	0.6%	1.1%	1.0%	0.6%
2000/4	12.8%	14.3%	9.9%	5.4%	5.1%	3.2%	3.1%	2.8%	2.3%	1.3%	1.9%	1.5%	1.2%	1.1%	1.0%	0.6%
2001/1	9.0%	14.0%	8.1%	6.1%	4.7%	3.2%	2.1%	1.7%	1.2%	0.9%	1.0%	1.5%	1.0%	1.1%	1.0%	0.6%
2001/2	10.1%	12.7%	10.2%	6.8%	4.2%	3.5%	2.5%	1.3%	1.3%	1.6%	1.1%	1.4%	1.0%	1.1%	1.0%	0.6%
2001/3	7.9%	14.3%	8.2%	7.3%	4.6%	3.9%	3.3%	2.0%	1.4%	1.5%	1.4%	1.4%	1.0%	1.1%	1.0%	0.6%
2001/4	9.9%	12.5%	10.2%	6.7%	4.8%	3.3%	2.9%	1.4%	1.9%	1.4%	1.4%	1.4%	1.0%	1.1%	1.0%	0.6%
2002/1	6.8%	10.2%	7.8%	5.6%	3.7%	1.6%	1.8%	1.4%	1.6%	1.4%	1.4%	1.4%	1.0%	1.1%	1.0%	0.6%
2002/2	8.6%	12.3%	11.5%	6.2%	4.1%	2.7%	3.8%	1.9%	1.6%	1.4%	1.4%	1.4%	1.0%	1.1%	1.0%	0.6%
2002/3	7.8%	14.2%	10.2%	5.6%	4.6%	3.0%	2.8%	1.9%	1.6%	1.4%	1.4%	1.4%	1.0%	1.1%	1.0%	0.6%
2002/4	9.4%	12.4%	10.3%	7.3%	5.2%	3.3%	2.8%	1.9%	1.6%	1.4%	1.4%	1.4%	1.0%	1.1%	1.0%	0.6%
2003/1	7.8%	13.1%	10.0%	7.2%	4.6%	3.3%	2.8%	1.9%	1.6%	1.4%	1.4%	1.4%	1.0%	1.1%	1.0%	0.6%
2003/2	7.9%	12.9%	13.4%	6.44%	4.6%	3.3%	2.8%	1.9%	1.6%	1.4%	1.4%	1.4%	1.0%	1.1%	1.0%	0.6%
2003/3	7.4%	15.4%	11.1%	6.42%	4.6%	3.3%	2.8%	1.9%	1.6%	1.4%	1.4%	1.4%	1.0%	1.1%	1.0%	0.6%
2003/4	8.6%	12.4%	11.3%	6.40%	4.6%	3.3%	2.8%	1.9%	1.6%	1.4%	1.4%	1.4%	1.0%	1.1%	1.0%	0.6%

Vir: lastni izračuni

Slika B.5: Spremembe škodnih količnikov $\Delta\kappa(i, j)$: vsaka krivulja ustreza enemu obdobju razvoja škod (enemu stolpcu iz tabele B.18)



Vir: lastni izračuni

Tabela B.19: Izračun škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 na podlagi projekcije sprememb škodnih količnikov (v 1000 SIT)

četrletje nastanka škode		zalužena premija	rešene škode	končni škodni količnik	predvidene kumulativno rešene škode ob koncu razvoja škod	skupaj škodna rezervacija
	i	$EP(i)$	$D(i, I-i)$	$\hat{K}(i)$	$\hat{D}(i, \infty)$	$\hat{P}(i, I-i)$
2000/1	0	5,052,046	3,228,114	63.9%	3,228,114	0
2000/2	1	5,439,840	3,804,845	70.6%	3,839,087	34,241
2000/3	2	5,744,232	3,639,381	65.0%	3,731,429	92,048
2000/4	3	6,060,716	3,927,550	67.5%	4,088,899	161,349
2001/1	4	6,402,560	3,421,538	57.1%	3,653,987	232,449
2001/2	5	6,666,960	3,685,483	60.3%	4,021,632	336,149
2001/3	6	6,971,832	3,803,455	61.0%	4,252,565	449,110
2001/4	7	7,297,729	3,913,860	61.5%	4,488,893	575,033
2002/1	8	7,980,251	3,101,836	48.3%	3,855,784	753,948
2002/2	9	8,327,602	4,093,862	60.5%	5,034,700	940,838
2002/3	10	8,689,663	3,949,604	59.6%	5,176,606	1,227,002
2002/4	11	9,080,456	4,050,433	62.0%	5,630,183	1,579,750
2003/1	12	9,196,888	3,496,758	60.0%	5,515,656	2,018,898
2003/2	13	9,631,929	3,293,107	62.6%	6,027,800	2,734,694
2003/3	14	9,863,097	2,247,639	62.3%	6,143,756	3,896,117
2003/4	15	10,359,882	887,688	60.6%	6,277,102	5,389,414
SKUPAJ			54,545,151		74,966,191	20,421,040

Vir: lastni izračuni

Konec primera 13.

PRIMER 14: Projekcija škodnih količnikov z metodo veriženja

Tabela B.20: Faktorji razvoja škodnih količnikov (metoda veriženja škodnih količnikov).

Prim. tabela B.17, kjer imamo delno razvite količnike $\kappa(i, j)$.

četrletje nast. škode	faktorji razvoja $F(i, j)$ škodnih količnikov															
	1:0	2:1	3:2	4:3	5:4	6:5	7:6	8:7	9:8	10:9	11:10	12:11	13:12	14:13	15:14	
2000/1	2.455	1.323	1.225	1.096	1.078	1.067	1.044	1.031	1.030	1.017	1.012	1.015	1.011	1.010	1.010	
2000/2	2.285	1.467	1.167	1.119	1.078	1.063	1.030	1.033	1.019	1.037	1.029	1.018	1.021	1.019		
2000/3	2.588	1.328	1.193	1.100	1.085	1.037	1.036	1.013	1.033	1.020	1.026	1.010	1.017			
2000/4	2.115	1.368	1.147	1.120	1.068	1.061	1.053	1.041	1.022	1.031	1.024	1.019				
2001/1	2.567	1.352	1.195	1.125	1.077	1.047	1.035	1.026	1.017	1.020	1.029					
2001/2	2.265	1.447	1.205	1.106	1.080	1.053	1.026	1.025	1.031	1.020						
2001/3	2.812	1.369	1.240	1.122	1.091	1.072	1.041	1.027	1.029							
2001/4	2.266	1.458	1.206	1.123	1.075	1.060	1.028	1.037								
2002/1	2.509	1.457	1.226	1.120	1.046	1.052	1.038									
2002/2	2.433	1.552	1.190	1.105	1.064	1.083										
2002/3	2.814	1.466	1.174	1.121	1.071											
2002/4	2.325	1.474	1.226	1.132												
2003/1	2.680	1.482	1.232													
2003/2	2.637	1.647														
2003/3	3.073															
2003/4																
	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$	$j=8$	$j=9$	$j=10$	$j=11$	$j=12$	$j=13$	$j=14$	$j=15$
$F(j)$	2.522	1.442	1.202	1.116	1.074	1.060	1.037	1.029	1.026	1.024	1.024	1.015	1.016	1.015	1.010	1.000
$G(j)$	6.732	2.670	1.851	1.540	1.380	1.285	1.213	1.170	1.137	1.109	1.083	1.058	1.042	1.025	1.010	1.000

Vir: lastni izračuni

Tabela B.21: Izračun škodnih rezervacij na dan 31.12.2003 z metodo veriženja škodnih količnikov (v 1000 SIT)

četrletje nastanka škode	zaslužena premija	rešene škode	(delno) razviti škodni količniki	kumulativni faktor razvoja škodnih količnikov	končni škodni količnik	predvidene kum. rešene škode ob koncu razvoja škod	skupaj škodna rezervacija	
i	$EP(i)$	$D(i, I-i)$	$\kappa(i, I-i)$	$G(I-i)$	$\hat{\kappa}(i)$	$\hat{D}(i, \infty)$	$\hat{P}(i, I-i)$	
2000/1	0	5,052,046	3,228,114	63.9%	1.000	63.9%	3,228,114	0
2000/2	1	5,439,840	3,804,845	69.9%	1.010	70.6%	3,842,700	37,855
2000/3	2	5,744,232	3,639,381	63.4%	1.025	64.9%	3,729,269	89,888
2000/4	3	6,060,716	3,927,550	64.8%	1.042	67.5%	4,090,906	163,356
2001/1	4	6,402,560	3,421,538	53.4%	1.058	56.5%	3,618,297	196,759
2001/2	5	6,666,960	3,685,483	55.3%	1.083	59.8%	3,989,786	304,303
2001/3	6	6,971,832	3,803,455	54.6%	1.109	60.5%	4,216,404	412,950
2001/4	7	7,297,729	3,913,860	53.6%	1.137	61.0%	4,450,828	536,968
2002/1	8	7,980,251	3,101,836	38.9%	1.170	45.5%	3,629,713	527,877
2002/2	9	8,327,602	4,093,862	49.2%	1.213	59.6%	4,966,326	872,465
2002/3	10	8,689,663	3,949,604	45.5%	1.285	58.4%	5,076,451	1,126,848
2002/4	11	9,080,456	4,050,433	44.6%	1.380	61.6%	5,590,477	1,540,045
2003/1	12	9,196,888	3,496,758	38.0%	1.540	58.6%	5,384,992	1,888,234
2003/2	13	9,631,929	3,293,107	34.2%	1.851	63.3%	6,095,788	2,802,681
2003/3	14	9,863,097	2,247,639	22.8%	2.670	60.8%	6,000,320	3,752,681
2003/4	15	10,359,882	887,688	8.6%	6.732	57.7%	5,975,820	5,088,133
SKUPAJ			54,545,151				73,886,191	19,341,040

Vir: lastni izračuni

Konec primera 14.

PRIMER 15: Projekcija števila rešenih škod in povprečne rešene škode z metodo veriženja

Tabela B.22: Faktorji razvoja števila rešenih škod $f(i,j)$ (metoda veriženja na številu rešenih škod)

četrletje nastanka škode	Faktorji razvoja števila rešenih škod $f(i,j)$															
	1:0	2:1	3:2	4:3	5:4	6:5	7:6	8:7	9:8	10:9	11:10	12:11	13:12	14:13	15:14	
2000/1	1.981	1.184	1.110	1.036	1.026	1.014	1.014	1.008	1.008	1.004	1.005	1.007	1.004	1.003	1.006	
2000/2	1.923	1.262	1.072	1.044	1.028	1.022	1.014	1.010	1.007	1.007	1.006	1.006	1.003	1.006		
2000/3	2.199	1.179	1.084	1.045	1.035	1.014	1.013	1.006	1.010	1.006	1.006	1.005	1.009			
2000/4	1.831	1.205	1.077	1.058	1.027	1.019	1.012	1.012	1.006	1.008	1.005	1.010				
2001/1	2.159	1.178	1.106	1.055	1.027	1.017	1.012	1.008	1.006	1.006	1.010					
2001/2	2.051	1.263	1.098	1.046	1.030	1.023	1.013	1.011	1.009	1.011						
2001/3	2.416	1.204	1.101	1.048	1.035	1.019	1.012	1.010	1.013							
2001/4	2.088	1.244	1.099	1.062	1.020	1.020	1.010	1.017								
2002/1	2.096	1.257	1.107	1.048	1.025	1.022	1.018									
2002/2	2.154	1.301	1.091	1.059	1.026	1.027										
2002/3	2.363	1.243	1.099	1.065	1.039											
2002/4	1.967	1.281	1.113	1.064												
2003/1	2.163	1.262	1.117													
2003/2	2.193	1.362														
2003/3	2.627															
$f(j)$	2.131	1.245	1.098	1.053	1.029	1.020	1.013	1.010	1.008	1.007	1.006	1.007	1.005	1.004	1.006	1.000
$g(j)$	3.444	1.617	1.298	1.182	1.123	1.092	1.070	1.056	1.046	1.037	1.029	1.023	1.016	1.011	1.006	1.000

Vir: lastni izračuni

Tabela B.23: Povprečna rešena škoda (v 1000 SIT)

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	207	257	287	317	335	352	370	381	390	398	403	406	409	412	415	416
2000/2	219	261	303	330	353	370	385	391	400	405	417	427	432	439	445	
2000/3	248	292	329	362	381	400	409	418	421	430	436	445	447	451		
2000/4	247	285	324	345	365	380	395	411	423	429	439	447	451			
2001/1	243	289	332	359	383	401	413	423	430	435	441	449				
2001/2	256	283	324	356	376	394	406	411	417	426	430					
2001/3	255	297	338	380	407	429	451	464	472	480						
2001/4	267	290	340	373	394	415	432	439	448							
2002/1	247	296	343	380	407	415	427	435								
2002/2	278	314	375	409	427	442	466									
2002/3	294	350	413	441	464	478										
2002/4	292	345	396	437	465											
2003/1	274	339	398	439												
2003/2	306	368	445													
2003/3	329	385														
2003/4	322															

Vir: lastni izračuni

Tabela B.24: Faktorji razvoja $f_{\phi}(i, j)$ povprečnih rešenih škod (metoda veriženja na povprečnih rešenih škodah)

četrletje nastanka škode	Faktorji razvoja $f_{\phi}(i, j)$ povprečnih rešenih škod															
	1:0	2:1	3:2	4:3	5:4	6:5	7:6	8:7	9:8	10:9	11:10	12:11	13:12	14:13	15:14	
2000/1	1.239	1.117	1.103	1.057	1.051	1.052	1.029	1.022	1.022	1.012	1.007	1.008	1.007	1.007	1.004	
2000/2	1.188	1.162	1.089	1.071	1.048	1.040	1.016	1.024	1.012	1.029	1.023	1.012	1.018	1.014		
2000/3	1.177	1.126	1.101	1.052	1.049	1.023	1.023	1.007	1.022	1.014	1.020	1.005	1.009			
2000/4	1.155	1.135	1.065	1.059	1.040	1.041	1.041	1.028	1.015	1.023	1.019	1.009				
2001/1	1.189	1.148	1.080	1.067	1.049	1.030	1.023	1.018	1.012	1.014	1.018					
2001/2	1.105	1.146	1.097	1.058	1.049	1.029	1.012	1.014	1.022	1.009						
2001/3	1.164	1.138	1.126	1.071	1.054	1.051	1.029	1.017	1.016							
2001/4	1.085	1.172	1.098	1.057	1.053	1.039	1.018	1.019								
2002/1	1.197	1.160	1.108	1.070	1.020	1.030	1.020									
2002/2	1.129	1.193	1.091	1.044	1.037	1.054										
2002/3	1.191	1.179	1.068	1.052	1.031											
2002/4	1.182	1.150	1.102	1.063												
2003/1	1.239	1.175	1.103													
2003/2	1.203	1.209														
2003/3	1.170															
f(j)	1.174	1.158	1.095	1.060	1.044	1.039	1.023	1.019	1.017	1.017	1.017	1.008	1.011	1.010	1.004	1.000
g(j)	1.940	1.652	1.427	1.303	1.229	1.178	1.134	1.108	1.088	1.069	1.052	1.034	1.025	1.014	1.004	1.000

Vir: lastni izračuni

Tabela B.25: Ocena za končno število rešenih škod $\hat{B}(i, \infty)$, povprečno končno rešeno škodo $\hat{\phi}(i, \infty)$ (v 1000 SIT) in škodno rezervacijo $\hat{P}(i, I - i)$ (v 1000 SIT) po posameznih obdobjih nastanka škode i (veriženje števila rešenih škod in povprečne rešene škode)

četrletje nastanka škode	zneski rešenih škod	število rešenih škod	kum. faktor razvoja števila rešenih škod	končno število rešenih škod	povprečna rešena škoda	kum. faktor razvoja povprečnih škod	povprečna končna rešena škoda	končne rešene škode	škodna rezervacija	
i	$D(i, I-i)$	$B(i, I-i)$	$g(I-i)$	$\hat{B}(i, \infty)$	$\phi(i, I-i)$	$g_{\phi}(I-i)$	$\hat{\phi}(i, \infty)$	$\hat{D}(i, \infty)$	$\hat{P}(i, I-i)$	
2000/1	0	3,228,114	7,754	1.000	7,754	416.3	1.000	416.3	3,228,114	0
2000/2	1	3,804,845	8,543	1.006	8,597	445.4	1.004	447.0	3,842,700	37,855
2000/3	2	3,639,381	8,069	1.011	8,155	451.0	1.014	457.3	3,729,489	90,108
2000/4	3	3,927,550	8,706	1.016	8,846	451.1	1.025	462.5	4,091,069	163,519
2001/1	4	3,421,538	7,619	1.023	7,795	449.1	1.034	464.2	3,618,595	197,057
2001/2	5	3,685,483	8,579	1.029	8,832	429.6	1.052	451.8	3,989,892	304,409
2001/3	6	3,803,455	7,931	1.037	8,224	479.6	1.069	512.8	4,216,874	413,419
2001/4	7	3,913,860	8,742	1.046	9,141	447.7	1.088	486.9	4,451,259	537,399
2002/1	8	3,101,836	7,123	1.056	7,525	435.5	1.108	482.5	3,630,538	528,702
2002/2	9	4,093,862	8,785	1.070	9,401	466.0	1.134	528.3	4,967,028	873,166
2002/3	10	3,949,604	8,255	1.092	9,011	478.4	1.178	563.5	5,077,863	1,128,259
2002/4	11	4,050,433	8,719	1.123	9,791	464.6	1.229	571.1	5,591,956	1,541,523
2003/1	12	3,496,758	7,968	1.182	9,422	438.9	1.303	571.9	5,388,566	1,891,808
2003/2	13	3,293,107	7,394	1.298	9,599	445.4	1.427	635.3	6,098,623	2,805,516
2003/3	14	2,247,639	5,838	1.617	9,437	385.0	1.652	635.9	6,001,497	3,753,857
2003/4	15	887,688	2,758	3.444	9,499	321.9	1.940	624.3	5,929,931	5,042,244
SKUPAJ	54,545,151	122,783		141,030				73,853,993	19,308,842	

Vir: lastni izračuni

Konec primera 15.

PRIMER 16: Projekcija števila prijavljenih škod in povprečne prijavljene škode z metodo veriženja

Tabela B.26: Ocena za končno število prijavljenih škod $\hat{A}(i, \infty)$, povprečno končno prijavljeno škodo $\hat{\phi}_p(i, \infty)$ (v 1000 SIT) in škodno rezervacijo $\hat{P}(i, I - i)$ (v 1000 SIT) po posameznih obdobjih nastanka škode i (veriženje števila prijavljenih škod in povprečne prijavljene škode)

četrletje nastanka škode	i	zneski rešenih škod $D(I, I-i)$	število prijavljenih škod $A(i, I-i)$	kum. faktor razvoja števila prijavljenih škod $g(I-i)$	končno število prijavljenih škod $\hat{A}(i, \infty)$	povprečna prijavljena škoda $\phi_p(i, I-i)$	kum. faktor razvoja povprečnih prij. škod $g_\phi(I-i)$	povprečna končna prijavljena škoda $\hat{\phi}_p(i, \infty)$	končne prijavljene škode $\hat{I}(i, \infty)$	škodna rezervacija $\hat{P}(i, I-i)$
2000/1	0	3,228,114	7,791	1.000	7,791	432.9	1.000	432.9	3,373,071	144,957
2000/2	1	3,804,845	8,831	1.001	8,836	485.5	1.000	485.5	4,289,395	484,550
2000/3	2	3,639,381	8,273	1.001	8,282	477.0	1.007	480.2	3,976,682	337,301
2000/4	3	3,927,550	8,883	1.002	8,899	468.7	1.022	478.9	4,261,814	334,264
2001/1	4	3,421,538	7,908	1.004	7,941	457.2	1.032	471.8	3,746,638	325,099
2001/2	5	3,685,483	8,882	1.005	8,931	440.0	1.049	461.4	4,120,854	435,371
2001/3	6	3,803,455	8,170	1.007	8,228	521.6	1.061	553.2	4,551,662	748,207
2001/4	7	3,913,860	9,001	1.009	9,081	472.3	1.074	507.2	4,605,451	691,591
2002/1	8	3,101,836	7,427	1.011	7,511	458.7	1.089	499.7	3,752,795	650,960
2002/2	9	4,093,862	9,171	1.014	9,303	507.2	1.114	565.2	5,258,502	1,164,641
2002/3	10	3,949,604	8,956	1.019	9,125	526.1	1.143	601.5	5,488,707	1,539,104
2002/4	11	4,050,433	9,536	1.026	9,782	484.4	1.176	569.5	5,571,225	1,520,792
2003/1	12	3,496,758	8,745	1.039	9,086	543.2	1.236	671.3	6,099,345	2,602,587
2003/2	13	3,293,107	9,072	1.065	9,662	489.4	1.317	644.7	6,229,252	2,936,145
2003/3	14	2,247,639	8,526	1.135	9,679	458.6	1.534	703.3	6,807,381	4,559,742
2003/4	15	887,688	6,646	1.505	10,001	301.0	2.022	608.8	6,088,626	5,200,938
SKUPAJ		54,545,151	135,818		142,136				78,221,399	23,676,248

Vir: lastni izračuni

Konec primera 16.

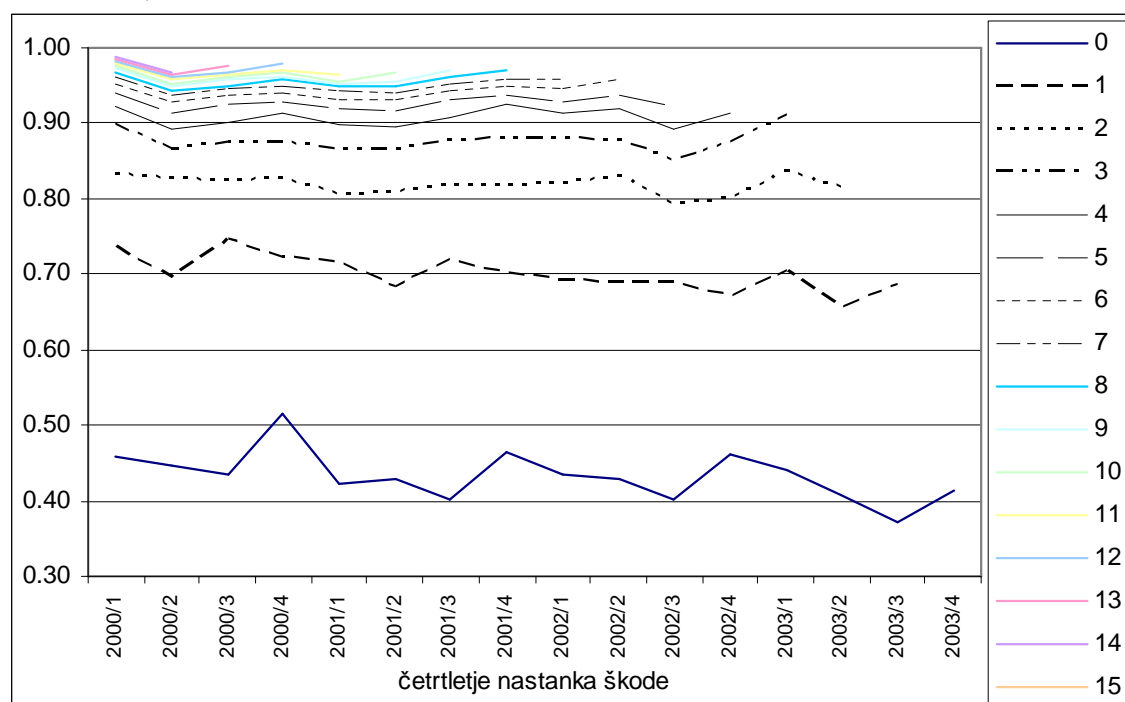
PRIMER 17: Razmerje med številom rešenih in številom prijavljenih škod

Tabela B.27: Razmerje med kumulativnim številom rešenih $B(i,j)$ in kumulativnim številom prijavljenih škod $A(i,j)$

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	0.46	0.74	0.83	0.90	0.92	0.94	0.95	0.96	0.97	0.97	0.98	0.98	0.98	0.99	0.99	1.00
2000/2	0.45	0.70	0.83	0.87	0.89	0.91	0.93	0.94	0.94	0.95	0.95	0.96	0.96	0.96	0.97	
2000/3	0.43	0.74	0.82	0.87	0.90	0.93	0.94	0.95	0.95	0.96	0.96	0.96	0.97	0.98		
2000/4	0.52	0.72	0.83	0.87	0.91	0.93	0.94	0.95	0.96	0.96	0.97	0.97	0.98			
2001/1	0.42	0.72	0.80	0.87	0.90	0.92	0.93	0.94	0.95	0.95	0.96	0.96				
2001/2	0.43	0.68	0.81	0.86	0.89	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97					
2001/3	0.40	0.72	0.82	0.88	0.91	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97						
2001/4	0.47	0.70	0.82	0.88	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97							
2002/1	0.44	0.69	0.82	0.88	0.91	0.93	0.95	0.96								
2002/2	0.43	0.69	0.83	0.88	0.92	0.94	0.96									
2002/3	0.40	0.69	0.80	0.85	0.89	0.92										
2002/4	0.46	0.67	0.80	0.87	0.91											
2003/1	0.44	0.70	0.84	0.91												
2003/2	0.41	0.65	0.82													
2003/3	0.37	0.68														
2003/4	0.41															

Vir: lastni izračuni

Slika B.6: Razmerje med kumulativnim številom rešenih $B(i,j)$ in kumulativnim številom prijavljenih škod $A(i,j)$: vsaka krivulja ustreza enemu obdobju razvoja škod (enemu stolpcu iz tabele B.27)



Vir: lastni izračuni

Konec primera 17.

PRIMER 18: Izpostavljenost riziku in škodna pogostnost

Tabela B.28: Izpostavljenost riziku $e(i)$ in zaslužena premija na enoto izpostavljenosti riziku $EP(i)/e(i)$

četrletje	izpostavljenost riziku $e(i)$	zaslužena premija $EP(i)$	zaslužena premija na enoto izpostavljenosti riziku $EP(i)/e(i)$	rast zaslužene premie na enoto izpostavljenosti riziku
2000/1	188,087	5,052,046	26.86	
2000/2	189,945	5,439,840	28.64	1.07
2000/3	188,818	5,744,232	30.42	1.06
2000/4	188,168	6,060,716	32.21	1.06
2001/1	189,958	6,402,560	33.71	1.05
2001/2	188,318	6,666,960	35.40	1.05
2001/3	187,939	6,971,832	37.10	1.05
2001/4	188,154	7,297,729	38.79	1.05
2002/1	188,682	7,980,251	42.29	1.09
2002/2	188,821	8,327,602	44.10	1.04
2002/3	193,305	8,689,663	44.95	1.02
2002/4	202,459	9,080,456	44.85	1.00
2003/1	208,300	9,196,888	44.15	0.98
2003/2	219,284	9,631,929	43.92	0.99
2003/3	221,622	9,863,097	44.50	1.01
2003/4	225,846	10,359,882	45.87	1.03

Vir: lastni

Tabela B.29: Škodna pogostnost $A(i,j)/e(i)$

četrletje nastanka škode	obdobje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	0.030	0.037	0.039	0.040	0.040	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041
2000/2	0.033	0.041	0.044	0.045	0.045	0.046	0.046	0.046	0.046	0.046	0.046	0.046	0.046	0.046	0.046	0.046
2000/3	0.030	0.039	0.041	0.042	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.044	0.044	0.044	0.044	0.044		
2000/4	0.032	0.042	0.044	0.045	0.046	0.046	0.047	0.047	0.047	0.047	0.047	0.047	0.047			
2001/1	0.029	0.037	0.039	0.040	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.042	0.042				
2001/2	0.033	0.042	0.045	0.046	0.046	0.047	0.047	0.047	0.047	0.047	0.047					
2001/3	0.029	0.039	0.041	0.042	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043						
2001/4	0.031	0.043	0.045	0.046	0.047	0.047	0.048	0.048	0.048							
2002/1	0.027	0.035	0.037	0.038	0.039	0.039	0.039	0.039								
2002/2	0.032	0.043	0.046	0.047	0.048	0.048	0.049									
2002/3	0.030	0.041	0.044	0.045	0.046	0.046										
2002/4	0.031	0.042	0.045	0.046	0.047											
2003/1	0.028	0.039	0.041	0.042												
2003/2	0.028	0.038	0.041													
2003/3	0.027	0.038														
2003/4	0.029															

Vir: lastni izračuni

Konec primera 18.

PRILOGA C: POVPREČJE SIMULIRANIH PODATKOV ZA 500 SIMULACIJ

Tabela C.1: Zneski rešenih škod $C(i,j)$ - povprečje simuliranih podatkov za 500 simulacij

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	805,902	1,036,233	641,409	405,770	311,346	277,759	253,212	215,360	198,888	178,767	148,403	121,775	116,417	113,353	85,133	76,151
2000/2	798,857	1,007,844	648,699	407,320	309,830	268,406	252,193	222,195	198,033	169,152	146,173	124,136	104,463	95,146	86,713	71,404
2000/3	752,891	1,028,118	683,923	412,166	304,194	270,108	247,984	223,625	184,082	167,999	145,905	124,523	110,490	94,843	80,412	73,788
2000/4	825,230	919,340	694,291	416,777	352,447	243,714	252,763	222,961	222,094	153,871	146,171	127,560	128,782	91,545	90,701	76,184
2001/1	805,786	1,009,094	642,215	408,718	317,665	286,410	243,045	227,680	192,606	183,355	150,357	133,553	113,341	101,963	79,950	71,711
2001/2	793,394	1,036,504	636,131	389,369	303,447	266,278	240,892	222,748	204,227	167,759	152,240	130,982	114,005	96,934	79,462	69,512
2001/3	742,070	1,045,461	677,222	411,148	325,135	278,540	248,542	228,399	205,527	165,110	144,709	143,045	119,586	104,442	80,987	76,411
2001/4	826,041	920,750	707,052	415,187	333,512	245,683	267,318	221,777	226,334	157,527	152,312	130,106	110,609	85,890	82,428	68,278
2002/1	817,676	1,025,786	648,772	413,492	305,805	273,816	249,617	218,331	197,197	175,418	144,416	135,629	112,359	99,509	86,280	76,121
2002/2	807,650	997,412	646,690	402,762	316,974	280,450	244,130	223,020	197,892	174,857	149,772	125,136	106,788	102,594	80,315	68,817
2002/3	745,740	1,021,335	680,586	412,662	325,095	274,956	252,981	222,870	191,377	169,545	151,207	130,453	114,006	93,520	82,987	72,310
2002/4	816,235	928,112	703,358	422,676	339,852	246,870	248,948	228,483	212,704	153,953	159,130	121,521	121,970	87,750	77,700	69,995
2003/1	807,809	1,016,689	656,018	390,857	308,507	279,712	244,717	220,701	192,448	171,374	147,821	132,195	120,080	104,654	82,524	68,133
2003/2	804,931	1,019,187	651,034	399,614	312,156	262,935	256,835	220,015	194,485	175,491	145,548	131,234	116,465	100,808	81,478	68,828
2003/3	755,232	1,035,487	673,578	393,170	314,691	268,127	241,320	234,341	201,508	176,009	152,189	127,574	114,557	100,017	88,023	71,213
2003/4	803,833	907,302	694,537	420,602	338,269	238,987	254,819	217,947	228,290	158,144	150,182	127,285	128,508	84,065	85,559	70,002

Vir: lastni

Tabela C.2: Škodne rezervacije po popisu $Q(i,j)$ - povprečje simuliranih podatkov za 500 simulacij

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	1,421,388	1,919,849	1,986,979	1,962,035	1,874,735	1,737,707	1,574,417	1,405,730	1,244,224	1,082,976	950,525	833,209	721,095	610,338	528,432	452,174
2000/2	1,397,481	1,913,205	1,978,856	1,949,103	1,851,046	1,716,524	1,540,170	1,369,405	1,197,616	1,046,219	913,504	795,945	694,472	599,472	516,806	444,850
2000/3	1,263,016	1,961,021	1,956,154	1,917,077	1,842,808	1,705,239	1,535,671	1,360,199	1,209,006	1,055,706	922,913	802,781	698,487	605,906	526,210	455,318
2000/4	1,102,053	2,011,877	2,035,673	2,005,189	1,878,354	1,756,195	1,579,602	1,409,185	1,216,896	1,075,989	941,370	820,894	697,238	607,034	523,979	448,411
2001/1	1,423,691	1,958,625	2,023,131	1,982,411	1,896,062	1,745,869	1,583,303	1,405,701	1,246,354	1,079,353	938,678	811,509	704,471	606,858	527,802	456,177
2001/2	1,390,586	1,874,557	1,943,138	1,920,128	1,842,173	1,702,862	1,542,351	1,371,054	1,201,201	1,052,412	913,777	789,859	680,334	586,853	507,888	438,496
2001/3	1,284,687	1,995,949	2,024,633	2,007,331	1,918,195	1,795,550	1,621,470	1,438,858	1,263,202	1,122,106	985,387	853,620	737,156	633,850	554,489	480,200
2001/4	1,112,677	1,995,823	1,992,656	1,965,319	1,846,177	1,742,372	1,555,075	1,384,964	1,189,208	1,046,465	906,377	781,647	676,091	592,250	512,267	444,068
2002/1	1,418,450	1,925,868	1,975,283	1,946,701	1,857,916	1,724,039	1,557,090	1,393,557	1,222,104	1,065,289	931,813	800,830	694,228	596,611	510,490	436,286
2002/2	1,384,549	1,937,870	1,998,775	1,968,003	1,872,258	1,721,151	1,558,934	1,384,325	1,214,954	1,056,902	919,756	801,448	695,908	596,390	517,140	447,966
2002/3	1,252,235	1,986,593	1,991,444	1,982,486	1,882,457	1,743,960	1,573,332	1,404,261	1,240,248	1,086,359	945,821	820,272	711,312	619,156	537,565	466,605
2002/4	1,108,294	2,021,988	2,009,943	1,965,605	1,857,825	1,739,674	1,578,618	1,399,709	1,217,827	1,081,110	933,096	817,435	700,180	615,064	538,389	469,554
2003/1	1,438,544	1,931,578	1,989,886	1,955,405	1,871,556	1,723,432	1,568,541	1,393,099	1,233,397	1,076,055	938,135	811,263	697,070	595,535	514,869	446,937
2003/2	1,410,846	1,919,972	1,972,765	1,936,036	1,856,540	1,734,689	1,563,663	1,392,601	1,228,134	1,066,388	934,105	805,710	697,861	598,191	518,652	451,934
2003/3	1,257,958	1,962,607	1,976,145	1,963,898	1,864,750	1,742,237	1,589,774	1,403,215	1,232,667	1,074,720	930,599	811,041	700,250	602,626	515,784	445,824
2003/4	1,098,187	1,995,924	1,978,091	1,936,086	1,831,682	1,731,795	1,554,864	1,385,573	1,194,272	1,057,858	919,189	798,492	675,694	593,599	510,143	438,655

Vir: lastni

Tabela C.3: Število prijavljenih škod $N(i,j)$ - povprečje simuliranih podatkov za 500 simulacij

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	780.1	432.2	136.5	62.0	34.4	20.8	12.5	7.5	4.7	2.9	1.7	1.0	0.7	0.4	0.2	0.2
2000/2	776.2	437.7	135.1	62.3	35.0	20.6	12.6	7.5	4.6	2.8	1.7	1.0	0.7	0.4	0.2	0.1
2000/3	718.8	493.8	135.1	62.0	35.0	20.9	12.6	7.6	4.6	2.8	1.7	1.1	0.6	0.4	0.2	0.2
2000/4	667.5	545.7	135.4	62.1	35.1	20.6	12.5	7.7	4.7	2.9	1.7	1.0	0.5	0.4	0.2	0.1
2001/1	779.0	434.6	136.6	62.0	34.6	21.0	12.3	7.6	4.8	2.7	1.7	1.0	0.7	0.4	0.2	0.1
2001/2	775.1	436.7	136.3	62.8	34.9	21.1	12.5	7.5	4.6	2.8	1.8	1.1	0.6	0.3	0.3	0.1
2001/3	723.4	494.5	136.6	62.0	35.0	20.4	12.5	7.7	4.7	2.7	1.8	1.1	0.6	0.4	0.3	0.1
2001/4	669.2	546.9	135.7	62.2	35.3	20.9	12.8	7.7	4.5	2.8	1.7	1.1	0.6	0.4	0.2	0.1
2002/1	782.3	434.3	136.1	62.6	35.0	21.0	12.8	7.7	4.6	2.9	1.7	1.0	0.6	0.4	0.2	0.1
2002/2	777.8	435.8	135.4	62.3	34.9	21.2	12.7	7.9	4.7	2.8	1.7	1.0	0.6	0.4	0.2	0.1
2002/3	718.6	494.9	136.4	62.3	34.6	21.0	12.5	7.6	4.7	2.8	1.6	0.9	0.6	0.4	0.2	0.1
2002/4	668.6	545.9	134.9	62.0	35.2	21.2	12.9	7.6	4.7	2.8	1.8	1.1	0.6	0.4	0.2	0.1
2003/1	780.1	433.2	136.2	61.9	34.9	20.5	12.8	7.7	4.8	2.8	1.6	1.1	0.6	0.4	0.2	0.1
2003/2	776.2	436.0	136.3	62.1	35.1	20.9	12.8	7.7	4.7	2.9	1.8	1.0	0.6	0.3	0.2	0.1
2003/3	720.4	493.2	136.0	62.2	35.2	21.2	12.8	7.5	4.8	2.9	1.7	1.1	0.6	0.4	0.2	0.1
2003/4	664.8	547.1	135.3	61.8	35.3	21.0	12.7	7.7	4.5	2.7	1.7	1.0	0.6	0.4	0.2	0.1

Vir: lastni

Tabela C.4: Število rešenih škod $M(i,j)$ - povprečje simuliranih podatkov za 500 simulacij

četrletje nastanka škode	četrletje razvoja škode															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2000/1	355.7	422.6	221.5	97.6	57.5	45.0	39.1	33.9	30.1	26.3	22.9	19.7	17.4	15.2	12.7	11.1
2000/2	355.3	420.9	222.5	98.4	57.8	44.7	38.4	34.1	30.2	26.6	23.1	19.9	17.2	15.3	12.8	11.7
2000/3	331.6	427.0	234.6	101.0	58.2	45.1	39.6	34.4	30.2	26.6	23.0	20.3	17.4	14.7	13.1	11.2
2000/4	359.5	381.5	247.0	104.7	64.9	39.7	39.0	34.5	33.5	23.9	23.2	20.1	19.0	13.3	13.3	11.2
2001/1	354.8	421.3	221.7	98.9	57.9	44.7	39.3	33.9	30.4	26.8	23.3	20.3	17.4	15.2	12.9	11.3
2001/2	354.3	421.9	222.2	98.4	57.4	44.7	38.6	34.6	29.9	26.5	23.4	20.2	17.7	14.9	13.1	11.3
2001/3	331.4	429.3	236.7	101.8	58.8	45.0	39.3	34.3	30.6	26.1	23.5	20.2	17.3	15.0	13.1	11.2
2001/4	361.3	382.4	249.6	103.4	64.1	39.7	39.2	34.4	34.3	23.6	23.1	20.3	19.2	13.4	12.9	11.3
2002/1	356.4	423.5	222.5	99.5	58.3	44.9	38.3	34.6	30.1	26.8	22.7	20.1	17.5	15.1	13.0	11.0
2002/2	355.5	420.5	222.8	99.1	57.6	44.9	38.6	34.4	30.8	26.2	23.2	19.9	17.4	15.2	13.0	11.0
2002/3	330.3	427.8	236.5	101.8	58.8	44.9	38.7	34.2	30.0	26.8	23.3	20.0	17.5	15.2	13.0	11.2
2002/4	358.7	382.6	248.1	104.2	64.4	40.3	39.1	34.8	33.8	23.5	23.4	20.2	19.3	13.6	13.1	11.3
2003/1	355.3	420.9	223.4	97.8	57.6	44.8	38.5	34.4	30.0	26.7	22.7	20.3	17.4	15.1	13.0	11.3
2003/2	354.4	420.7	223.2	98.3	58.2	45.0	38.9	34.3	30.4	26.7	23.1	19.9	17.6	15.0	13.0	11.2
2003/3	332.5	427.0	234.9	101.7	59.0	45.0	38.5	34.4	30.2	26.9	23.3	20.1	17.7	14.7	13.0	11.4
2003/4	358.1	382.0	247.4	104.6	64.6	39.7	39.5	34.1	33.4	23.5	23.4	20.0	19.4	13.3	12.8	11.3

Vir: lastni

PRILOGA D: REZULTATI SIMULACIJ

Tabela D.1: Rezultati simulacije za metodo veriženja (CL), Bornhuetter-Fergusonovo metodo (BF) in Benktanderjevo metodo (GB) na zneskih rešenih škod (500 simulacij)

četrtletje nastanka škode	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		stabilnost (prim. s ŠR per 30.9.03)		zadostnost (prim. s ŠR per 30.9.03)	
	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD
CL										
2000/1	-452,174	170,953	-8.3%	3.1%	-100.0%	37.8%	-1.6%	1.7%		
2000/2	-439,542	196,674	-8.2%	3.7%	-85.1%	38.1%	-1.7%	4.9%	-239.5%	483.5%
2000/3	-447,833	236,787	-8.4%	4.4%	-73.5%	38.8%	-1.5%	4.4%	-71.4%	155.6%
2000/4	-441,062	307,208	-8.1%	5.7%	-62.4%	43.5%	-2.0%	4.0%	-46.0%	89.2%
2001/1	-440,706	285,529	-8.1%	5.3%	-53.5%	34.7%	-1.9%	3.9%	-27.8%	52.7%
2001/2	-425,297	302,952	-8.0%	5.7%	-45.8%	32.6%	-1.9%	4.0%	-19.1%	37.8%
2001/3	-489,100	548,001	-8.9%	10.0%	-42.6%	47.7%	-1.7%	4.1%	-12.8%	29.8%
2001/4	-397,680	368,201	-7.4%	6.8%	-32.3%	29.9%	-2.4%	4.8%	-13.8%	26.5%
2002/1	-427,005	430,625	-7.9%	8.0%	-29.2%	29.4%	-1.7%	4.7%	-7.9%	20.5%
2002/2	-426,715	407,293	-7.9%	7.6%	-25.4%	24.3%	-1.7%	6.4%	-6.6%	23.0%
2002/3	-441,282	520,443	-8.2%	9.6%	-22.7%	26.7%	-2.1%	5.8%	-6.5%	17.2%
2002/4	-412,638	488,897	-7.6%	9.0%	-18.8%	22.2%	-2.6%	6.1%	-6.6%	14.8%
2003/1	-422,400	585,990	-7.8%	10.9%	-16.8%	23.3%	-1.3%	6.1%	-2.7%	12.4%
2003/2	-400,157	589,495	-7.4%	10.9%	-13.7%	20.2%	-1.2%	9.2%	-1.9%	14.6%
2003/3	-436,552	751,526	-8.1%	13.9%	-12.1%	20.9%	-9.1%	17.8%	-10.9%	21.3%
2003/4	-304,250	1,029,560	-5.7%	19.3%	-6.7%	22.7%				
Skupaj	-6,804,392	3,207,126	-7.9%	3.7%	-24.9%	11.8%	-2.0%	3.6%	-8.3%	13.9%
BF										
2000/1	-452,174	170,953	-8.3%	3.1%	-100.0%	37.8%	-1.6%	1.7%		
2000/2	-413,358	206,955	-7.7%	3.9%	-80.1%	40.1%	-1.6%	5.1%	-179.3%	358.1%
2000/3	-391,001	248,836	-7.3%	4.6%	-64.1%	40.8%	-1.2%	4.7%	-47.2%	116.3%
2000/4	-350,935	314,107	-6.5%	5.8%	-49.6%	44.4%	-1.6%	4.2%	-27.7%	64.9%
2001/1	-310,043	296,001	-5.7%	5.5%	-37.7%	36.0%	-1.3%	4.1%	-15.1%	39.0%
2001/2	-244,096	306,219	-4.6%	5.7%	-26.3%	32.9%	-1.0%	3.9%	-8.4%	27.1%
2001/3	-261,899	553,725	-4.8%	10.1%	-22.8%	48.2%	-0.6%	3.9%	-4.1%	20.2%
2001/4	-112,986	344,181	-2.1%	6.4%	-9.2%	28.0%	-0.9%	4.0%	-4.0%	16.9%
2002/1	-67,267	411,583	-1.2%	7.6%	-4.6%	28.1%	-0.1%	3.7%	-0.6%	12.5%
2002/2	21,680	381,128	0.4%	7.1%	1.3%	22.7%	0.2%	4.4%	0.5%	12.2%
2002/3	91,110	469,820	1.7%	8.7%	4.7%	24.1%	0.3%	3.8%	0.5%	8.9%
2002/4	207,376	425,953	3.8%	7.9%	9.4%	19.4%	0.4%	3.5%	0.9%	7.0%
2003/1	322,145	484,935	6.0%	9.0%	12.8%	19.2%	1.8%	3.0%	3.2%	5.3%
2003/2	480,111	498,340	8.9%	9.2%	16.5%	17.1%	3.5%	3.4%	5.0%	4.8%
2003/3	701,399	524,840	13.0%	9.7%	19.5%	14.6%	4.8%	3.6%	5.5%	4.1%
2003/4	1,126,206	558,033	21.1%	10.4%	24.8%	12.3%				
Skupaj	346,269	2,611,537	0.4%	3.0%	1.3%	9.6%	0.2%	2.7%	0.7%	8.2%
GB										
2000/1	-452,174	170,953	-8.3%	3.1%	-100.0%	37.8%	-1.6%	1.7%		
2000/2	-438,819	197,429	-8.2%	3.7%	-85.0%	38.2%	-1.7%	4.9%	-239.4%	483.0%
2000/3	-445,485	238,362	-8.3%	4.4%	-73.1%	39.1%	-1.5%	4.4%	-70.7%	155.9%
2000/4	-435,841	308,073	-8.1%	5.7%	-61.7%	43.6%	-2.0%	4.1%	-44.6%	88.5%
2001/1	-430,190	288,194	-7.9%	5.3%	-52.3%	35.0%	-1.8%	4.0%	-26.3%	52.1%
2001/2	-406,490	305,147	-7.6%	5.7%	-43.7%	32.8%	-1.7%	4.1%	-17.1%	36.8%
2001/3	-458,871	550,120	-8.4%	10.0%	-39.9%	47.9%	-1.4%	4.2%	-10.6%	28.5%
2001/4	-350,699	363,437	-6.5%	6.7%	-28.5%	29.5%	-2.0%	4.6%	-10.6%	24.4%
2002/1	-352,486	427,491	-6.5%	7.9%	-24.1%	29.2%	-1.1%	4.5%	-4.8%	18.5%
2002/2	-314,303	398,411	-5.8%	7.4%	-18.7%	23.8%	-0.8%	5.9%	-2.9%	19.2%
2002/3	-281,416	503,352	-5.2%	9.3%	-14.4%	25.8%	-0.7%	5.2%	-2.2%	13.9%
2002/4	-192,483	463,142	-3.6%	8.6%	-8.8%	21.1%	-0.6%	5.0%	-1.4%	11.2%
2003/1	-110,336	532,592	-2.0%	9.9%	-4.4%	21.1%	1.5%	4.6%	2.7%	8.5%
2003/2	41,576	529,527	0.8%	9.8%	1.4%	18.1%	4.1%	5.5%	6.1%	8.0%
2003/3	285,815	573,828	5.3%	10.6%	7.9%	15.9%	7.1%	6.1%	8.1%	6.9%
2003/4	894,440	585,849	16.7%	11.0%	19.7%	12.9%				
Skupaj	-3,447,762	2,847,926	-4.0%	3.3%	-12.6%	10.4%	-0.1%	3.1%	-0.4%	10.6%

Vir: lastni izračuni

Tabela D.2: Rezultati simulacije za metodo veriženja (CLr), Bornhuetter-Fergusonovo metodo (BFr) in Benktanderjevo metodo (GBr) na zneskih rešenih škod z upoštevanjem nadaljnega razvoja škod- rep (500 simulacij)

	četrtnetlje nastanka škode	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		stabilnost (prim. s ŠR per 30.9.03)		zadostnost (prim. s ŠR per 30.9.03)	
		sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD
CLr	2000/1	0	0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.4%	-0.2%	4.2%
	2000/2	12,651	266,050	0.2%	5.0%	2.5%	51.5%	-0.1%	4.1%	-2.0%	32.6%
	2000/3	2,766	298,567	0.1%	5.6%	0.5%	49.0%	0.1%	3.8%	-1.2%	26.4%
	2000/4	16,585	372,053	0.3%	6.9%	2.3%	52.6%	-0.4%	3.5%	-4.2%	24.3%
	2001/1	17,312	353,210	0.3%	6.5%	2.1%	42.9%	-0.3%	3.3%	-2.7%	19.2%
	2001/2	26,747	364,360	0.5%	6.8%	2.9%	39.2%	-0.3%	3.5%	-2.1%	17.3%
	2001/3	-31,808	574,951	-0.6%	10.5%	-2.8%	50.0%	-0.1%	3.6%	-0.9%	15.5%
	2001/4	62,238	438,170	1.2%	8.1%	5.1%	35.6%	-0.9%	4.3%	-3.6%	16.1%
	2002/1	30,748	482,396	0.6%	8.9%	2.1%	33.0%	-0.1%	4.1%	-0.8%	13.2%
	2002/2	27,536	464,680	0.5%	8.6%	1.6%	27.7%	-0.2%	6.1%	-0.8%	17.1%
	2002/3	15,641	578,949	0.3%	10.7%	0.8%	29.7%	-0.5%	5.4%	-1.5%	13.1%
	2002/4	46,389	550,214	0.9%	10.2%	2.1%	25.0%	-1.1%	5.5%	-2.3%	11.8%
	2003/1	35,732	652,680	0.7%	12.1%	1.4%	25.9%	0.3%	5.8%	0.4%	10.6%
	2003/2	57,326	637,020	1.1%	11.8%	2.0%	21.8%	0.4%	9.0%	0.5%	13.5%
	2003/3	18,006	813,896	0.3%	15.1%	0.5%	22.6%	-7.4%	17.4%	-8.7%	20.4%
	2003/4	160,443	1,132,746	3.0%	21.2%	3.5%	24.9%				
skupaj	498,311	4,315,006	0.6%	5.0%	1.8%	15.8%	-0.5%	2.9%	-1.6%	8.7%	
BFr	2000/1	109,335	62,110	2.0%	1.1%	24.2%	13.7%	0.3%	0.6%	2.6%	4.5%
	2000/2	139,776	273,094	2.6%	5.1%	27.1%	52.9%	0.3%	3.7%	1.6%	23.4%
	2000/3	152,506	302,608	2.8%	5.6%	25.0%	49.6%	0.5%	3.3%	2.5%	18.7%
	2000/4	181,246	362,450	3.3%	6.7%	25.6%	51.3%	0.1%	3.0%	0.2%	16.8%
	2001/1	209,036	339,265	3.9%	6.3%	25.4%	41.2%	0.3%	2.8%	1.0%	13.4%
	2001/2	260,637	337,759	4.9%	6.3%	28.0%	36.3%	0.4%	2.9%	1.6%	11.7%
	2001/3	226,011	566,386	4.1%	10.3%	19.7%	49.3%	0.7%	2.8%	2.2%	10.1%
	2001/4	355,686	374,115	6.6%	6.9%	28.9%	30.4%	0.3%	3.1%	0.8%	9.9%
	2002/1	378,311	429,934	7.0%	7.9%	25.9%	29.4%	0.9%	2.8%	2.3%	7.7%
	2002/2	442,016	400,921	8.2%	7.5%	26.4%	23.9%	1.0%	3.7%	2.4%	8.8%
	2002/3	483,152	485,824	8.9%	9.0%	24.8%	24.9%	0.9%	3.1%	1.9%	6.5%
	2002/4	568,840	436,020	10.5%	8.1%	25.9%	19.8%	0.8%	2.9%	1.6%	5.5%
	2003/1	647,289	489,416	12.0%	9.1%	25.7%	19.4%	1.8%	2.6%	3.1%	4.4%
	2003/2	758,854	502,959	14.1%	9.3%	26.0%	17.2%	2.8%	3.2%	3.9%	4.4%
	2003/3	904,931	525,651	16.8%	9.7%	25.1%	14.6%	3.3%	3.5%	3.7%	3.9%
	2003/4	1,216,148	558,141	22.7%	10.4%	26.8%	12.3%				
skupaj	7,033,774	3,209,619	8.1%	3.7%	25.8%	11.8%	1.0%	1.8%	2.6%	4.6%	
GBr	2000/1	10,100	8,532	0.2%	0.2%	2.2%	1.9%	0.1%	0.5%	0.4%	4.3%
	2000/2	25,459	268,730	0.5%	5.0%	4.9%	52.1%	0.0%	4.1%	-1.2%	31.3%
	2000/3	20,199	301,159	0.4%	5.6%	3.3%	49.4%	0.2%	3.7%	-0.3%	25.2%
	2000/4	38,216	371,694	0.7%	6.9%	5.4%	52.6%	-0.3%	3.4%	-3.1%	23.0%
	2001/1	46,617	352,964	0.9%	6.5%	5.7%	42.9%	-0.1%	3.3%	-1.5%	18.0%
	2001/2	67,549	360,623	1.3%	6.8%	7.3%	38.8%	0.0%	3.4%	-0.6%	16.0%
	2001/3	20,290	573,711	0.4%	10.5%	1.8%	49.9%	0.2%	3.4%	0.6%	14.1%
	2001/4	129,744	420,389	2.4%	7.8%	10.5%	34.1%	-0.3%	3.9%	-1.4%	14.2%
	2002/1	124,631	466,844	2.3%	8.6%	8.5%	31.9%	0.4%	3.7%	1.2%	11.2%
	2002/2	155,894	439,155	2.9%	8.2%	9.3%	26.2%	0.6%	5.2%	1.5%	13.7%
	2002/3	181,457	540,915	3.4%	10.0%	9.3%	27.8%	0.5%	4.4%	1.1%	10.1%
	2002/4	258,111	494,613	4.8%	9.1%	11.7%	22.5%	0.5%	4.3%	0.9%	8.6%
	2003/1	319,194	558,002	5.9%	10.4%	12.7%	22.1%	2.0%	4.1%	3.5%	7.0%
	2003/2	436,715	543,845	8.1%	10.1%	15.0%	18.6%	3.6%	5.1%	5.2%	7.3%
	2003/3	605,786	580,481	11.2%	10.8%	16.8%	16.1%	4.9%	5.9%	5.6%	6.7%
	2003/4	1,057,492	587,718	19.8%	11.0%	23.3%	12.9%				
skupaj	3,497,454	3,712,364	4.1%	4.3%	12.8%	13.6%	0.9%	2.3%	2.5%	6.5%	

Vir: lastni izračuni

Tabela D.3: Rezultati simulacije za metodo veriženja (CL1), Bornhuetter-Fergusonovo metodo (BF1) in Benktanderjevo metodo (GB1) na zneskih prijavljenih škod (500 simulacij)

četrtnetje nastanka škode	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		stabilnost (prim. s ŠR per 30.9.03)		zadostnost (prim. s ŠR per 30.9.03)	
	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD
CL1										
2000/1	0	0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.4%	-0.2%	4.2%
2000/2	940	34,401	0.0%	0.6%	0.2%	6.7%	0.0%	0.9%	-0.6%	9.7%
2000/3	453	39,595	0.0%	0.7%	0.1%	6.5%	0.0%	1.0%	-0.7%	8.4%
2000/4	-3,931	123,177	-0.1%	2.3%	-0.6%	17.4%	0.0%	1.0%	-0.4%	7.1%
2001/1	-729	63,795	0.0%	1.2%	-0.1%	7.8%	0.0%	1.1%	-0.4%	6.1%
2001/2	536	51,162	0.0%	1.0%	0.1%	5.5%	-0.1%	1.4%	-0.4%	6.8%
2001/3	2,810	79,223	0.1%	1.4%	0.2%	6.9%	-0.1%	1.6%	-0.5%	6.4%
2001/4	4,571	71,899	0.1%	1.3%	0.4%	5.8%	0.0%	1.7%	-0.1%	6.0%
2002/1	9,203	112,031	0.2%	2.1%	0.6%	7.7%	-0.1%	2.0%	-0.6%	6.7%
2002/2	10,318	101,270	0.2%	1.9%	0.6%	6.0%	-0.1%	2.2%	-0.5%	6.5%
2002/3	5,685	141,433	0.1%	2.6%	0.3%	7.3%	-0.1%	2.3%	-0.3%	5.5%
2002/4	4,465	184,324	0.1%	3.4%	0.2%	8.4%	-0.3%	3.0%	-0.7%	6.6%
2003/1	4,766	218,702	0.1%	4.1%	0.2%	8.7%	0.3%	4.0%	0.6%	7.3%
2003/2	3,175	301,151	0.1%	5.6%	0.1%	10.3%	-0.3%	6.3%	-0.6%	9.7%
2003/3	14,697	413,839	0.3%	7.7%	0.4%	11.5%	-6.0%	11.4%	-7.1%	13.4%
2003/4	-460,559	746,926	-8.6%	14.0%	-10.1%	16.4%				
skupaj	-403,601	1,206,193	-0.5%	1.4%	-1.5%	4.4%	-0.4%	1.3%	-1.1%	3.9%
BF1										
2000/1	0	0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.4%	-0.2%	4.2%
2000/2	757	38,550	0.0%	0.7%	0.1%	7.5%	0.0%	1.1%	-0.7%	12.3%
2000/3	1,328	43,858	0.0%	0.8%	0.2%	7.2%	0.0%	1.2%	-0.9%	10.1%
2000/4	-2,487	125,599	0.0%	2.3%	-0.4%	17.8%	0.0%	1.2%	-0.4%	8.5%
2001/1	1,440	68,097	0.0%	1.3%	0.2%	8.3%	0.0%	1.2%	-0.4%	7.2%
2001/2	4,622	56,486	0.1%	1.1%	0.5%	6.1%	0.0%	1.6%	-0.2%	7.6%
2001/3	9,076	79,915	0.2%	1.5%	0.8%	7.0%	-0.1%	1.7%	-0.3%	7.0%
2001/4	16,038	77,692	0.3%	1.4%	1.3%	6.3%	0.1%	1.8%	0.4%	6.6%
2002/1	28,256	116,219	0.5%	2.1%	1.9%	7.9%	0.1%	2.1%	0.1%	7.1%
2002/2	42,466	106,400	0.8%	2.0%	2.5%	6.3%	0.3%	2.3%	0.6%	6.6%
2002/3	56,789	141,660	1.1%	2.6%	2.9%	7.3%	0.5%	2.3%	1.3%	5.3%
2002/4	89,448	185,757	1.7%	3.4%	4.1%	8.4%	0.8%	2.8%	1.5%	5.9%
2003/1	146,222	211,202	2.7%	3.9%	5.8%	8.4%	2.0%	3.4%	3.6%	6.0%
2003/2	239,094	276,158	4.4%	5.1%	8.2%	9.5%	3.0%	4.5%	4.3%	6.6%
2003/3	422,824	369,490	7.8%	6.9%	11.7%	10.3%	5.0%	5.1%	5.8%	5.9%
2003/4	674,717	490,058	12.6%	9.2%	14.9%	10.8%				
skupaj	1,730,590	1,031,725	2.0%	1.2%	6.3%	3.8%	0.8%	1.2%	2.4%	3.3%
GB1										
2000/1	0	0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.4%	-0.2%	4.2%
2000/2	966	34,401	0.0%	0.6%	0.2%	6.7%	0.0%	0.9%	-0.6%	9.7%
2000/3	482	39,598	0.0%	0.7%	0.1%	6.5%	0.0%	1.0%	-0.7%	8.4%
2000/4	-3,890	123,180	-0.1%	2.3%	-0.6%	17.4%	0.0%	1.0%	-0.4%	7.1%
2001/1	-677	63,826	0.0%	1.2%	-0.1%	7.8%	0.0%	1.1%	-0.4%	6.1%
2001/2	597	51,202	0.0%	1.0%	0.1%	5.5%	-0.1%	1.4%	-0.4%	6.8%
2001/3	2,897	79,227	0.1%	1.4%	0.3%	6.9%	-0.1%	1.6%	-0.5%	6.5%
2001/4	4,751	72,080	0.1%	1.3%	0.4%	5.9%	0.0%	1.7%	-0.1%	6.1%
2002/1	9,557	112,183	0.2%	2.1%	0.7%	7.7%	-0.1%	2.0%	-0.6%	6.7%
2002/2	11,171	101,545	0.2%	1.9%	0.7%	6.1%	-0.1%	2.2%	-0.4%	6.5%
2002/3	7,771	141,537	0.1%	2.6%	0.4%	7.3%	0.0%	2.3%	-0.1%	5.5%
2002/4	10,086	184,797	0.2%	3.4%	0.5%	8.4%	-0.1%	3.0%	-0.3%	6.5%
2003/1	19,789	217,837	0.4%	4.0%	0.8%	8.6%	0.8%	3.9%	1.5%	7.1%
2003/2	44,579	294,831	0.8%	5.5%	1.5%	10.1%	1.3%	5.7%	1.9%	8.6%
2003/3	139,091	393,197	2.6%	7.3%	3.9%	10.9%	3.6%	7.2%	4.1%	8.4%
2003/4	231,398	549,713	4.3%	10.3%	5.1%	12.1%				
skupaj	478,568	1,063,284	0.6%	1.2%	1.8%	3.9%	0.4%	1.2%	1.1%	3.5%

Vir: lastni izračuni

Tabela D.4: Rezultati simulacije za metodo veriženja (CLkv), Bornhuetter-Fergusonovo metodo (BFkv) in Benktanderjevo metodo (GBkv) na zneskih rešenih škod ob uporabi četrletnih faktorjev razvoja škod - enostavno povprečje (500 simulacij)

	četrletnje nastanka škode	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		stabilnost (prim. s ŠR per 30.9.03)		zadostnost (prim. s ŠR per 30.9.03)	
		sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD
CLkv	2000/1	-452,174	170,953	-8.3%	3.1%	-100.0%	37.8%	-1.6%	1.7%		
	2000/2	-439,542	196,674	-8.2%	3.7%	-85.1%	38.1%	-1.7%	4.9%	-239.5%	483.5%
	2000/3	-445,469	282,134	-8.3%	5.3%	-73.1%	46.3%	-1.7%	5.7%	-93.7%	205.5%
	2000/4	-443,893	354,939	-8.2%	6.6%	-62.8%	50.2%	-2.2%	6.6%	-65.6%	155.9%
	2001/1	-428,982	348,528	-7.9%	6.4%	-52.1%	42.3%	-1.9%	3.2%	-27.3%	43.1%
	2001/2	-436,589	363,909	-8.2%	6.8%	-47.0%	39.2%	-1.9%	5.9%	-22.6%	53.5%
	2001/3	-494,674	612,590	-9.0%	11.2%	-43.0%	53.3%	-1.7%	6.7%	-15.7%	50.3%
	2001/4	-401,952	455,901	-7.5%	8.5%	-32.6%	37.0%	-2.4%	7.8%	-16.9%	48.6%
	2002/1	-406,924	480,910	-7.5%	8.9%	-27.8%	32.9%	-1.7%	4.7%	-8.4%	20.9%
	2002/2	-424,550	511,276	-7.9%	9.5%	-25.3%	30.5%	-1.8%	7.8%	-7.2%	27.4%
	2002/3	-447,904	629,055	-8.3%	11.6%	-23.0%	32.3%	-1.8%	7.9%	-6.3%	23.6%
	2002/4	-409,780	577,920	-7.6%	10.7%	-18.6%	26.3%	-2.3%	8.8%	-6.4%	21.7%
	2003/1	-395,440	664,649	-7.3%	12.3%	-15.7%	26.4%	-1.2%	6.3%	-2.6%	12.7%
	2003/2	-403,741	670,431	-7.5%	12.4%	-13.8%	23.0%	-2.2%	10.9%	-3.7%	17.5%
	2003/3	-347,071	895,379	-6.4%	16.6%	-9.6%	24.9%	-2.1%	19.2%	-2.6%	22.7%
	2003/4	-331,214	1,157,017	-6.2%	21.6%	-7.3%	25.5%				
skupaj	-6,709,898	3,742,263	-7.8%	4.3%	-24.6%	13.7%	-1.5%	4.5%	-6.4%	17.4%	
BFkv	2000/1	-452,174	170,953	-8.3%	3.1%	-100.0%	37.8%	-1.6%	1.7%		
	2000/2	-413,358	206,955	-7.7%	3.9%	-80.1%	40.1%	-1.6%	5.1%	-179.3%	358.1%
	2000/3	-391,808	272,845	-7.3%	5.1%	-64.3%	44.8%	-1.4%	5.6%	-65.0%	148.6%
	2000/4	-359,476	345,190	-6.6%	6.4%	-50.9%	48.8%	-1.7%	6.6%	-41.9%	104.1%
	2001/1	-301,962	336,624	-5.6%	6.2%	-36.7%	40.9%	-1.3%	3.4%	-14.8%	33.1%
	2001/2	-264,928	351,398	-5.0%	6.6%	-28.5%	37.8%	-1.0%	5.2%	-10.2%	35.0%
	2001/3	-281,870	603,803	-5.1%	11.0%	-24.5%	52.5%	-0.6%	5.9%	-5.4%	31.4%
	2001/4	-130,692	421,127	-2.4%	7.8%	-10.6%	34.2%	-0.7%	6.8%	-5.3%	30.5%
	2002/1	-53,523	450,641	-1.0%	8.3%	-3.7%	30.8%	-0.2%	3.9%	-1.0%	13.2%
	2002/2	11,704	448,141	0.2%	8.3%	0.7%	26.7%	0.3%	5.2%	0.4%	14.3%
	2002/3	67,204	548,574	1.2%	10.1%	3.5%	28.2%	0.6%	5.1%	1.0%	12.1%
	2002/4	196,537	491,913	3.6%	9.1%	8.9%	22.4%	0.7%	5.3%	1.3%	10.6%
	2003/1	329,796	521,988	6.1%	9.7%	13.1%	20.7%	1.9%	3.3%	3.2%	5.6%
	2003/2	464,762	535,617	8.6%	9.9%	15.9%	18.4%	3.2%	4.2%	4.6%	5.9%
	2003/3	728,932	553,278	13.5%	10.3%	20.2%	15.4%	5.6%	4.3%	6.4%	4.8%
	2003/4	1,107,728	570,294	20.7%	10.7%	24.4%	12.6%				
skupaj	256,872	2,708,492	0.3%	3.1%	0.9%	9.9%	0.4%	3.1%	1.0%	9.6%	
GBkv	2000/1	-452,174	170,953	-8.3%	3.1%	-100.0%	37.8%	-1.6%	1.7%		
	2000/2	-438,819	197,429	-8.2%	3.7%	-85.0%	38.2%	-1.7%	4.9%	-239.4%	483.0%
	2000/3	-443,942	273,016	-8.3%	5.1%	-72.8%	44.8%	-1.7%	5.5%	-92.7%	198.8%
	2000/4	-439,677	345,956	-8.1%	6.4%	-62.2%	48.9%	-2.1%	6.5%	-64.0%	147.1%
	2001/1	-419,276	337,281	-7.7%	6.2%	-50.9%	41.0%	-1.8%	3.3%	-25.8%	42.9%
	2001/2	-419,812	354,826	-7.9%	6.6%	-45.2%	38.2%	-1.7%	5.6%	-20.3%	49.0%
	2001/3	-467,798	608,726	-8.5%	11.1%	-40.7%	53.0%	-1.4%	6.5%	-13.3%	45.7%
	2001/4	-358,364	443,240	-6.6%	8.2%	-29.1%	36.0%	-1.9%	7.6%	-13.5%	43.5%
	2002/1	-333,395	472,460	-6.2%	8.7%	-22.8%	32.3%	-1.1%	4.6%	-5.4%	19.1%
	2002/2	-317,430	481,475	-5.9%	9.0%	-18.9%	28.7%	-0.8%	6.8%	-3.3%	21.9%
	2002/3	-297,454	603,012	-5.5%	11.1%	-15.3%	31.0%	-0.4%	6.8%	-1.9%	18.7%
	2002/4	-197,444	548,521	-3.7%	10.1%	-9.0%	24.9%	-0.3%	7.5%	-1.1%	16.6%
	2003/1	-93,856	592,275	-1.7%	11.0%	-3.7%	23.5%	1.5%	4.8%	2.7%	8.9%
	2003/2	26,488	596,653	0.5%	11.1%	0.9%	20.4%	3.5%	6.6%	5.2%	9.7%
	2003/3	333,346	639,373	6.2%	11.9%	9.3%	17.7%	8.6%	7.1%	9.8%	8.0%
	2003/4	863,312	622,399	16.1%	11.6%	19.0%	13.7%				
skupaj	-3,456,295	3,059,330	-4.0%	3.5%	-12.7%	11.2%	0.1%	3.7%	0.1%	12.8%	

Vir: lastni izračuni

Tabela D.5: Rezultati simulacije za metodo veriženja (CL1kv), Bornhuetter-Fergusonovo metodo (BF1kv) in Benktanderjevo metodo (GB1kv) na zneskih prijavljenih škod ob uporabi četrletnih faktorjev razvoja škod - enostavno povprečje (500 simulacij)

	četrletje nastanka škode	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod sr.		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		stabilnost (prim. s ŠR per 30.9.03)		zadostnost (prim. s ŠR per 30.9.03)	
		sr. vrednost	SD	vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD
CL1kv	2000/1	0	0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	-1.6%	1.7%	-0.2%	4.2%
	2000/2	940	34,401	0.0%	0.6%	0.2%	6.7%	-1.8%	3.9%	-0.6%	9.7%
	2000/3	912	47,597	0.0%	0.9%	0.1%	7.8%	-2.1%	2.9%	-1.3%	11.5%
	2000/4	-2,927	131,620	-0.1%	2.4%	-0.4%	18.6%	-2.8%	2.8%	-1.1%	14.1%
	2001/1	-172	67,243	0.0%	1.2%	0.0%	8.2%	-3.0%	2.2%	-0.6%	6.1%
	2001/2	-576	59,620	0.0%	1.1%	-0.1%	6.4%	-3.4%	2.7%	-0.4%	8.1%
	2001/3	4,896	134,218	0.1%	2.5%	0.4%	11.7%	-3.8%	3.0%	-0.9%	9.1%
	2001/4	2,505	100,872	0.0%	1.9%	0.2%	8.2%	-5.3%	4.0%	-0.5%	9.8%
	2002/1	12,869	119,430	0.2%	2.2%	0.9%	8.2%	-5.0%	3.4%	-0.6%	6.4%
	2002/2	11,660	117,828	0.2%	2.2%	0.7%	7.0%	-5.6%	5.8%	-0.4%	7.1%
	2002/3	2,554	188,960	0.0%	3.5%	0.1%	9.7%	-6.0%	5.7%	-0.3%	7.9%
	2002/4	-25	234,885	0.0%	4.3%	0.0%	10.7%	-7.2%	5.7%	-0.9%	8.4%
	2003/1	20,087	248,239	0.4%	4.6%	0.8%	9.9%	-7.0%	6.0%	0.5%	7.8%
	2003/2	2,898	335,445	0.1%	6.2%	0.1%	11.5%	-14.4%	10.0%	-0.1%	10.5%
	2003/3	34,332	483,492	0.6%	9.0%	1.0%	13.4%	-29.1%	22.4%	-0.6%	14.9%
	2003/4	58,388	914,422	1.1%	17.1%	1.3%	20.1%				
skupaj	148,340	1,380,726	0.2%	1.6%	0.5%	5.1%	-5.1%	1.6%	0.1%	4.5%	
BF1kv	2000/1	0	0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.4%	-0.2%	4.2%
	2000/2	757	38,550	0.0%	0.7%	0.1%	7.5%	0.0%	1.1%	-0.7%	12.3%
	2000/3	1,841	54,389	0.0%	1.0%	0.3%	8.9%	-0.1%	1.7%	-1.8%	15.1%
	2000/4	-1,397	138,068	0.0%	2.6%	-0.2%	19.5%	-0.1%	2.2%	-2.2%	28.8%
	2001/1	1,919	72,353	0.0%	1.3%	0.2%	8.8%	0.0%	1.3%	-0.6%	7.4%
	2001/2	2,659	69,079	0.0%	1.3%	0.3%	7.4%	0.0%	1.9%	-0.2%	9.7%
	2001/3	9,141	128,959	0.2%	2.4%	0.8%	11.2%	-0.1%	2.4%	-0.8%	11.3%
	2001/4	12,107	115,039	0.2%	2.1%	1.0%	9.3%	0.0%	3.0%	-0.2%	11.7%
	2002/1	31,930	125,699	0.6%	2.3%	2.2%	8.6%	0.1%	2.0%	0.1%	6.8%
	2002/2	43,596	129,029	0.8%	2.4%	2.6%	7.7%	0.3%	2.6%	0.6%	7.5%
	2002/3	50,362	195,067	0.9%	3.6%	2.6%	10.0%	0.5%	3.5%	1.1%	8.1%
	2002/4	79,888	236,811	1.5%	4.4%	3.6%	10.8%	0.7%	3.8%	1.3%	8.2%
	2003/1	160,018	244,502	3.0%	4.5%	6.4%	9.7%	1.9%	3.7%	3.4%	6.5%
	2003/2	233,060	304,631	4.3%	5.6%	8.0%	10.4%	3.2%	5.1%	4.7%	7.4%
	2003/3	431,500	417,328	8.0%	7.7%	12.0%	11.6%	7.1%	5.8%	8.1%	6.6%
	2003/4	915,670	513,856	17.1%	9.6%	20.2%	11.3%				
skupaj	1,973,051	1,098,526	2.3%	1.3%	7.2%	4.0%	1.0%	1.3%	2.8%	3.9%	
GB1kv	2000/1	0	0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.4%	-0.2%	4.2%
	2000/2	966	34,401	0.0%	0.6%	0.2%	6.7%	0.0%	0.9%	-0.6%	9.7%
	2000/3	968	47,586	0.0%	0.9%	0.2%	7.8%	-0.1%	1.4%	-1.3%	11.5%
	2000/4	-2,796	131,717	-0.1%	2.4%	-0.4%	18.6%	-0.1%	1.8%	-1.1%	13.9%
	2001/1	-108	67,238	0.0%	1.2%	0.0%	8.2%	-0.1%	1.1%	-0.6%	6.1%
	2001/2	-463	59,564	0.0%	1.1%	0.0%	6.4%	0.0%	1.6%	-0.4%	8.1%
	2001/3	4,898	131,677	0.1%	2.4%	0.4%	11.5%	-0.2%	2.1%	-0.9%	9.1%
	2001/4	2,846	101,358	0.1%	1.9%	0.2%	8.2%	-0.1%	2.6%	-0.5%	9.8%
	2002/1	13,286	119,692	0.2%	2.2%	0.9%	8.2%	-0.1%	1.9%	-0.6%	6.4%
	2002/2	12,675	118,499	0.2%	2.2%	0.8%	7.1%	-0.1%	2.5%	-0.3%	7.1%
	2002/3	4,653	189,499	0.1%	3.5%	0.2%	9.7%	0.0%	3.4%	-0.2%	7.9%
	2002/4	5,244	234,393	0.1%	4.3%	0.2%	10.7%	-0.2%	3.8%	-0.5%	8.4%
	2003/1	35,354	248,823	0.7%	4.6%	1.4%	9.9%	0.8%	4.2%	1.4%	7.6%
	2003/2	42,798	329,257	0.8%	6.1%	1.5%	11.3%	1.6%	6.3%	2.3%	9.5%
	2003/3	154,501	457,979	2.9%	8.5%	4.3%	12.7%	6.9%	8.2%	7.9%	9.4%
	2003/4	605,838	610,059	11.3%	11.4%	13.3%	13.4%				
skupaj	880,659	1,149,620	1.0%	1.3%	3.2%	4.2%	0.7%	1.3%	1.9%	3.9%	

Vir: lastni izračuni

Tabela D.6: Rezultati simulacije za metodo veriženja (CLkvU), Bornhuetter-Fergusonovo metodo (BFkvU) in Benktanderjevo metodo (GBkvU) na zneskih rešenih škod ob uporabi četrletnih faktorjev razvoja škod - uteženo povprečje (500 simulacij)

	četrletje nastanka škode	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		stabilnost (prim. s ŠR per 30.9.03)		zadostnost (prim. s ŠR per 30.9.03)	
		sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD
CLkvU	2000/1	-452,174	170,953	-8.3%	3.1%	-100.0%	37.8%	-1.6%	1.7%		
	2000/2	-439,542	196,674	-8.2%	3.7%	-85.1%	38.1%	-1.7%	4.9%	-239.5%	483.5%
	2000/3	-445,469	282,134	-8.3%	5.3%	-73.1%	46.3%	-1.7%	5.7%	-93.7%	205.5%
	2000/4	-443,893	354,939	-8.2%	6.6%	-62.8%	50.2%	-2.2%	6.8%	-65.6%	155.9%
	2001/1	-428,982	348,528	-7.9%	6.4%	-52.1%	42.3%	-1.9%	3.2%	-27.3%	43.1%
	2001/2	-436,589	363,909	-8.2%	6.8%	-47.0%	39.2%	-1.9%	5.9%	-22.6%	53.5%
	2001/3	-494,674	612,590	-9.0%	11.2%	-43.0%	53.3%	-1.7%	6.7%	-15.7%	50.3%
	2001/4	-401,952	455,901	-7.5%	8.5%	-32.6%	37.0%	-2.4%	7.8%	-16.9%	48.6%
	2002/1	-411,018	480,650	-7.6%	8.9%	-28.1%	32.8%	-1.7%	4.7%	-8.5%	20.9%
	2002/2	-430,971	510,025	-8.0%	9.5%	-25.7%	30.4%	-1.8%	7.8%	-7.3%	27.5%
	2002/3	-455,085	627,222	-8.4%	11.6%	-23.4%	32.2%	-1.8%	7.9%	-6.3%	23.7%
	2002/4	-417,232	575,113	-7.7%	10.6%	-19.0%	26.2%	-2.3%	8.8%	-6.5%	21.7%
	2003/1	-412,033	662,669	-7.6%	12.3%	-16.4%	26.3%	-1.3%	6.3%	-2.8%	12.7%
	2003/2	-427,040	665,543	-7.9%	12.3%	-14.6%	22.8%	-2.4%	10.9%	-4.1%	17.6%
	2003/3	-386,092	885,644	-7.2%	16.4%	-10.7%	24.6%	-3.4%	19.6%	-4.3%	23.4%
	2003/4	-421,056	1,145,174	-7.9%	21.4%	-9.3%	25.2%				
skupaj	-6,903,801	3,730,258	-8.0%	4.3%	-25.3%	13.7%	-1.7%	4.5%	-6.9%	17.5%	
BFkvU	2000/1	-452,174	170,953	-8.3%	3.1%	-100.0%	37.8%	-1.6%	1.7%		
	2000/2	-413,358	206,955	-7.7%	3.9%	-80.1%	40.1%	-1.6%	5.1%	-179.3%	358.1%
	2000/3	-391,808	272,845	-7.3%	5.1%	-64.3%	44.8%	-1.4%	5.6%	-65.0%	148.6%
	2000/4	-359,476	345,190	-6.6%	6.4%	-50.9%	48.8%	-1.7%	6.6%	-41.9%	104.1%
	2001/1	-301,962	336,624	-5.6%	6.2%	-36.7%	40.9%	-1.3%	3.4%	-14.8%	33.1%
	2001/2	-264,928	351,398	-5.0%	6.6%	-28.5%	37.8%	-1.0%	5.2%	-10.2%	35.0%
	2001/3	-281,870	603,803	-5.1%	11.0%	-24.5%	52.5%	-0.6%	5.9%	-5.4%	31.4%
	2001/4	-130,692	421,127	-2.4%	7.8%	-10.6%	34.2%	-0.7%	6.8%	-5.3%	30.5%
	2002/1	-57,884	451,038	-1.1%	8.3%	-4.0%	30.8%	-0.2%	3.9%	-1.0%	13.3%
	2002/2	5,194	447,482	0.1%	8.3%	0.3%	26.7%	0.2%	5.2%	0.4%	14.3%
	2002/3	60,541	548,049	1.1%	10.1%	3.1%	28.1%	0.6%	5.1%	1.0%	12.2%
	2002/4	190,112	490,317	3.5%	9.1%	8.6%	22.3%	0.7%	5.3%	1.3%	10.6%
	2003/1	317,011	522,255	5.9%	9.7%	12.6%	20.7%	1.8%	3.3%	3.2%	5.7%
	2003/2	449,702	536,456	8.3%	9.9%	15.4%	18.4%	3.2%	4.2%	4.6%	5.9%
	2003/3	710,717	554,875	13.2%	10.3%	19.7%	15.4%	5.6%	4.3%	6.3%	4.8%
	2003/4	1,086,997	571,894	20.3%	10.7%	23.9%	12.6%				
skupaj	166,122	2,712,457	0.2%	3.1%	0.6%	9.9%	0.4%	3.1%	0.9%	9.6%	
GBkvU	2000/1	-452,174	170,953	-8.3%	3.1%	-100.0%	37.8%	-1.6%	1.7%		
	2000/2	-438,819	197,429	-8.2%	3.7%	-85.0%	38.2%	-1.7%	4.9%	-239.4%	483.0%
	2000/3	-443,942	273,016	-8.3%	5.1%	-72.8%	44.8%	-1.7%	5.5%	-92.7%	198.8%
	2000/4	-439,677	345,956	-8.1%	6.4%	-62.2%	48.9%	-2.1%	6.5%	-64.0%	147.1%
	2001/1	-419,276	337,281	-7.7%	6.2%	-50.9%	41.0%	-1.8%	3.3%	-25.8%	42.9%
	2001/2	-419,812	354,826	-7.9%	6.6%	-45.2%	38.2%	-1.7%	5.6%	-20.3%	49.0%
	2001/3	-467,798	608,726	-8.5%	11.1%	-40.7%	53.0%	-1.4%	6.5%	-13.3%	45.7%
	2001/4	-358,364	443,240	-6.6%	8.2%	-29.1%	36.0%	-1.9%	7.6%	-13.5%	43.5%
	2002/1	-337,738	472,445	-6.2%	8.7%	-23.1%	32.3%	-1.1%	4.6%	-5.4%	19.2%
	2002/2	-324,259	480,290	-6.0%	8.9%	-19.3%	28.6%	-0.8%	6.8%	-3.4%	22.0%
	2002/3	-304,912	601,754	-5.6%	11.1%	-15.7%	30.9%	-0.5%	6.9%	-1.9%	18.8%
	2002/4	-205,046	546,366	-3.8%	10.1%	-9.3%	24.9%	-0.3%	7.5%	-1.1%	16.6%
	2003/1	-110,107	591,703	-2.0%	11.0%	-4.4%	23.5%	1.5%	4.8%	2.7%	8.9%
	2003/2	5,717	595,779	0.1%	11.0%	0.2%	20.4%	3.4%	6.7%	5.1%	9.8%
	2003/3	305,146	639,962	5.7%	11.9%	8.5%	17.8%	8.5%	7.1%	9.7%	8.1%
	2003/4	826,466	626,346	15.5%	11.7%	18.2%	13.8%				
skupaj	-3,584,594	3,061,759	-4.2%	3.5%	-13.1%	11.2%	0.1%	3.7%	0.0%	12.9%	

Vir: lastni izračuni

Tabela D.7: Rezultati simulacije *na letnih podatkih* za metodo veriženja, Bornhuetter-Fergusonovo metodo in Benktanderjevo metodo na zneskih rešenih škod brez upoštevanja (CL, BF, GB) in z upoštevanjem nadaljnjega razvoja škod (CLr, BFr, GBr) ter na zneskih prijavljenih škod (CL1, BF1, GB1) (500 simulacij)

leto nastanka škode	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		stabilnost (prim. s ŠR per 30.9.03)		zadostnost (prim. s ŠR per 30.9.03)	
	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	SD
CL										
2000	-2,284,786	405,098	-10.6%	1.9%	-100.0%	17.7%	-10.5%	2.7%		
2001	-2,286,418	844,600	-10.6%	3.9%	-55.3%	20.4%	-11.1%	5.9%	-65.7%	40.4%
2002	-2,248,310	1,051,678	-10.4%	4.9%	-30.9%	14.4%	-11.3%	8.0%	-21.2%	15.4%
2003	-2,183,270	1,516,189	-10.1%	7.0%	-16.1%	11.2%				
skupaj	-9,002,785	2,446,493	-10.4%	2.8%	-33.0%	9.0%	-10.9%	4.4%	-46.1%	20.5%
BF										
2000	-2,284,786	405,098	-10.6%	1.9%	-100.0%	17.7%	-10.5%	2.7%		
2001	-1,569,822	894,776	-7.3%	4.1%	-38.0%	21.6%	-4.9%	5.7%	-21.2%	24.6%
2002	-277,989	1,008,831	-1.3%	4.7%	-3.8%	13.8%	5.7%	4.2%	8.7%	6.4%
2003	2,308,790	1,094,887	10.7%	5.1%	17.0%	8.1%				
skupaj	-1,823,807	2,087,195	-2.1%	2.4%	-6.7%	7.6%	-2.5%	3.5%	-7.7%	10.7%
GB										
2000	-2,284,786	405,098	-10.6%	1.9%	-100.0%	17.7%	-10.5%	2.7%		
2001	-2,216,581	858,362	-10.2%	4.0%	-53.6%	20.8%	-9.6%	6.0%	-53.0%	37.6%
2002	-1,736,766	1,058,758	-8.0%	4.9%	-23.8%	14.5%	1.8%	5.9%	2.8%	9.7%
2003	453,556	1,248,692	2.1%	5.8%	3.3%	9.2%				
skupaj	-5,784,578	2,264,291	-6.7%	2.6%	-21.2%	8.3%	-5.7%	4.0%	-20.4%	14.8%
CLr										
2000	0	0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	-0.5%	0.8%		
2001	12,800	972,995	0.1%	4.5%	0.3%	23.5%	-1.0%	4.6%	-3.5%	14.3%
2002	53,484	1,214,248	0.2%	5.6%	0.7%	16.7%	-1.2%	7.0%	-2.1%	11.2%
2003	114,214	1,713,558	0.5%	8.0%	0.8%	12.6%				
skupaj	180,498	2,937,901	0.2%	3.4%	0.7%	10.8%	-0.8%	3.2%	-2.2%	8.5%
BFr										
2000	573,485	144,024	2.7%	0.7%	25.1%	6.3%	1.6%	1.0%		
2001	1,017,251	929,431	4.7%	4.3%	24.6%	22.5%	2.7%	3.4%	6.9%	8.8%
2002	1,838,388	1,019,946	8.5%	4.7%	25.2%	14.0%	6.0%	3.3%	8.7%	4.9%
2003	3,484,834	1,093,581	16.2%	5.1%	25.7%	8.1%				
skupaj	6,913,958	2,154,719	8.0%	2.5%	25.3%	7.9%	3.5%	1.9%	8.0%	4.4%
GBr										
2000	61,893	21,641	0.3%	0.1%	2.7%	0.9%	0.2%	0.8%		
2001	203,879	973,705	0.9%	4.5%	4.9%	23.6%	1.0%	4.3%	2.4%	12.3%
2002	652,684	1,156,654	3.0%	5.4%	9.0%	15.9%	5.8%	4.7%	8.7%	7.1%
2003	2,234,543	1,271,135	10.4%	5.9%	16.5%	9.4%				
skupaj	3,153,000	2,531,516	3.7%	2.9%	11.6%	9.3%	2.4%	2.5%	5.9%	6.2%
CL1										
2000	0	0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	-0.5%	0.8%		
2001	3,799	208,242	0.0%	1.0%	0.1%	5.0%	-0.6%	2.0%	-1.9%	5.9%
2002	18,874	353,004	0.1%	1.6%	0.3%	4.8%	-0.7%	5.0%	-1.2%	7.8%
2003	36,383	936,318	0.2%	4.4%	0.3%	6.9%				
skupaj	59,056	1,118,434	0.1%	1.3%	0.2%	4.1%	-0.5%	2.1%	-1.5%	5.3%
BF1										
2000	0	0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	-0.5%	0.8%		
2001	26,801	237,878	0.1%	1.1%	0.6%	5.8%	0.1%	2.2%	0.0%	6.4%
2002	203,251	383,882	0.9%	1.8%	2.8%	5.3%	5.8%	3.9%	8.8%	5.8%
2003	1,698,529	785,414	7.9%	3.6%	12.5%	5.8%				
skupaj	1,928,582	1,032,152	2.2%	1.2%	7.1%	3.8%	1.9%	1.8%	4.7%	4.5%
GB1										
2000	0	0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	-0.5%	0.8%		
2001	4,179	210,224	0.0%	1.0%	0.1%	5.1%	-0.6%	2.0%	-1.8%	5.9%
2002	25,732	356,073	0.1%	1.6%	0.4%	4.9%	1.6%	4.6%	2.5%	7.1%
2003	545,724	884,892	2.5%	4.1%	4.0%	6.5%				
skupaj	575,635	1,083,301	0.7%	1.3%	2.1%	4.0%	0.2%	2.0%	0.5%	5.0%

Vir: lastni izračuni

Tabela D.8: Izračun škodne rezervacije na dan 30.9.2003 po metodah A, B, B1, C, D, pri katerem za izhodiščno škodno rezervacijo na dan 31.12.2002 vzamemo kar pravo škodno rezervacijo

leto nast.	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		prava ŠR		prave končne škode		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod sr.		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR		
	škode	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	varianca	sr. vrednost	varianca	vrednost	SD	sr. vrednost	SD
A	2000	163,607	215,881	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	0.8%	1.0%	6.1%	8.1%
	2001	287,423	208,179	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	1.3%	1.0%	6.0%	4.3%
	2002	836,485	259,233	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.9%	1.2%	10.0%	3.1%
	1-9 2003	-1,027,427	1,136,278	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	-6.4%	7.0%	-9.2%	10.2%
	skupaj	260,089	1,220,059	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	0.3%	1.5%	1.0%	4.5%
B	2000	163,607	215,881	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	0.8%	1.0%	6.1%	8.1%
	2001	287,423	208,179	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	1.3%	1.0%	6.0%	4.3%
	2002	836,485	259,233	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.9%	1.2%	10.0%	3.1%
	1-9 2003	3,705,868	954,418	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	22.9%	5.9%	33.3%	8.6%
	skupaj	4,993,384	1,079,372	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	6.2%	1.3%	18.5%	4.0%
B1	2000	163,607	215,881	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	0.8%	1.0%	6.1%	8.1%
	2001	287,423	208,179	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	1.3%	1.0%	6.0%	4.3%
	2002	836,485	259,233	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.9%	1.2%	10.0%	3.1%
	1-9 2003	-1,267,418	799,607	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	-7.8%	4.9%	-11.4%	7.2%
	skupaj	20,098	927,490	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	0.0%	1.1%	0.1%	3.4%
C	2000	163,607	215,881	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	0.8%	1.0%	6.1%	8.1%
	2001	287,423	208,179	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	1.3%	1.0%	6.0%	4.3%
	2002	836,485	259,233	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.9%	1.2%	10.0%	3.1%
	1-9 2003	4,072,984	1,009,254	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	25.2%	6.2%	36.6%	9.1%
	skupaj	5,360,500	1,091,880	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	6.6%	1.3%	19.9%	4.0%
D	skupaj	961,515	1,291,949	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	1.2%	1.6%	3.6%	4.8%

Vir: lastni izračuni

Tabela D.9: Izračun škodne rezervacije na dan 30.9.2003 po metodah A, B, B1, C, D, pri katerem za izhodiščno škodno rezervacijo na dan 31.12.2002 vzamemo škodno rezervacijo, izračunano z metodo veriženja na zneskih rešenih škod (ob upoštevanju nadaljnega razvoja škod)

leto nast.	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		prava ŠR		prave končne škode		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod sr.		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR sr.		
	škode	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	varianca	sr. vrednost	varianca	vrednost	SD	vrednost	SD
A	2000	-1,465,482	372,874	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	-6.8%	1.7%	-54.9%	14.0%
	2001	167,092	1,030,594	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	0.8%	4.8%	3.5%	21.4%
	2002	730,233	1,435,294	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.4%	6.6%	8.7%	17.2%
	1-9 2003	-1,066,651	1,693,409	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	-6.6%	10.5%	-9.6%	15.2%
	skupaj	-1,634,808	3,271,019	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	-2.0%	4.0%	-6.1%	12.1%
B	2000	-1,465,482	372,874	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	-6.8%	1.7%	-54.9%	14.0%
	2001	167,092	1,030,594	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	0.8%	4.8%	3.5%	21.4%
	2002	730,233	1,435,294	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.4%	6.6%	8.7%	17.2%
	1-9 2003	3,616,870	1,206,722	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	22.4%	7.5%	32.5%	10.9%
	skupaj	3,048,714	2,890,828	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	3.8%	3.6%	11.3%	10.7%
B1	2000	-1,465,482	372,874	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	-6.8%	1.7%	-54.9%	14.0%
	2001	167,092	1,030,594	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	0.8%	4.8%	3.5%	21.4%
	2002	730,233	1,435,294	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.4%	6.6%	8.7%	17.2%
	1-9 2003	-1,356,417	1,304,118	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	-8.4%	8.1%	-12.2%	11.7%
	skupaj	-1,924,573	3,002,391	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	-2.4%	3.7%	-7.1%	11.1%
C	2000	-1,465,482	372,874	2,671,276	482,246	21,566,676	1,178,054	-6.8%	1.7%	-54.9%	14.0%
	2001	167,092	1,030,594	4,810,368	715,999	21,637,414	1,248,245	0.8%	4.8%	3.5%	21.4%
	2002	730,233	1,435,294	8,364,081	833,737	21,606,781	1,128,667	3.4%	6.6%	8.7%	17.2%
	1-9 2003	4,072,984	1,009,254	11,117,149	900,085	16,177,016	1,009,254	25.2%	6.2%	36.6%	9.1%
	skupaj	3,504,828	2,168,489	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	4.3%	2.7%	13.0%	8.0%
D	skupaj	525,581	2,844,090	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	0.6%	3.5%	1.9%	10.5%

Vir: lastni izračuni

Tabela D.10: Izračun škodne rezervacije na dan 30.9.2003 z drsečimi leti po metodi veriženja na zneskih rešenih škod (ob upoštevanju nadaljnega razvoja škod) - metoda E

leto nast.	Napaka: ŠR metode - prava ŠR		prava ŠR		prave končne škode		Napaka v % od sr. vrednosti pravih končnih škod sr.		Napaka v % od sr. vrednosti pravih ŠR sr.		
	škode	sr. vrednost	SD	sr. vrednost	varianca	sr. vrednost	varianca	vrednost	SD	vrednost	SD
E	1/02 - 9/00	-9,262	51,113	1,835,653	395,548	16,153,833	1,024,239	-0.1%	0.3%	-0.5%	2.8%
	10/00 - 9/01	-113,253	184,942	4,188,440	696,647	21,655,385	1,231,345	-0.5%	0.9%	-2.7%	4.4%
	10/01 - 9/02	40,620	1,341,150	7,283,203	769,218	21,592,842	1,129,848	0.2%	6.2%	0.6%	18.4%
	10/02 - 9/03	113,929	1,813,411	13,655,578	986,153	21,585,826	1,127,210	0.5%	8.4%	0.8%	13.3%
	skupaj	32,034	2,620,744	26,962,874	1,473,315	80,987,886	2,292,250	0.0%	3.2%	0.1%	9.7%

Vir: lastni izračuni