

UNIVERZA V LJUBLJANI  
EKONOMSKA FAKULTETA

MAGISTRSKO DELO

**ŠTUDIJ POLITIKE NAROČANJA Z ANALIZO STRUKTURALNIH  
LASTNOSTI LOGISTIČNIH SISTEMOV V FREKVENČNEM  
PROSTORU**

Celje, junij 2010

Danijel Navodnik

## **IZJAVA**

Študent Danijel Navodnik izjavljam, da sem avtor tega magistrskega dela, ki sem ga napisal v soglasju s svetovalcem prof. dr. Marijo Bogataj, in da v skladu s 1. odstavkom 21. člena Zakona o avtorskih in sorodnih pravicah dovolim njegovo objavo na fakultetnih spletnih straneh.

V Ljubljani, dne 25. 6. 2010

Podpis: \_\_\_\_\_

# KAZALO

<b>UVOD</b> .....	<b>1</b>
<b>1 OPIS PROBLEMA POLITIKE NAROČANJA</b> .....	<b>25</b>
1.1 Učinek biča .....	25
<b>2 REŠEVANJE PROBLEMA NAROČANJA V ČASOVNI DOMENI</b> .....	<b>29</b>
2.1 Splošni matematični zapis AVIOBPCS-modela v časovni domeni .....	29
2.2 Obseg naročil proizvodnje v AVIOBPCS-modelu .....	29
2.3 Napoved povpraševanja .....	30
2.4 Določitev proizvodnje funkcije v odvisnosti od povpraševanja za IOBPCS in IBPCS-modela .....	31
<b>3 VPLIV DOBAVNIH ODLOGOV NA ZASNOVO IN REŠEVANJE MODELA</b> .....	<b>32</b>
3.1 Določitev PIC-sistema z upoštevanjem dobavnih odlogov .....	32
<b>4 NUMERIČNI PRIMER REŠEVANJA PROBLEMA POLITIKE NAROČANJA V     ČASOVNI DOMENI</b> .....	<b>34</b>
4.1 Splošno o reševanju problema politike naročanja v časovni domeni.....	34
4.2 Numerični primer .....	34
<b>5 REŠEVANJE PROBLEMA POLITIKE NAROČANJA V FREKVENČNI     DOMENI</b> .....	<b>35</b>
5.1 Splošni zapis PIC-sistema v frekvenčni domeni .....	35
5.2 Enačbe stanj IOBPCS in IBPCS-modela .....	37
5.3 Simulacija in analiziranje IOBPCS in IBPCS-modela.....	41
5.4 Stabilnost diskretnih sistemov .....	42
5.4.1 Pojem in definicija stabilnosti sistemov .....	42
5.4.2 Pregled metod za ugotavljanje stabilnostnih kriterijev IOBPCS in IBPCS- modela	43
5.4.3 Odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela v pogojih stabilnosti.....	46
5.4.4 Analiza stabilnosti sistema .....	46
<b>6 PREDNOSTI V OBRAVNAVI DOBAVNIH ODLOGOV V FREKVENČNI     DOMENI</b> .....	<b>47</b>
<b>7 NUMERIČNI PRIMER REŠEVANJA PROBLEMA POLITIKE NAROČANJA V     FREKVENČNI DOMENI</b> .....	<b>49</b>
7.1 Vpliv karakterističnih signalov na odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela.....	50
7.1.1 Odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela v odvisnosti od dobavnih odlogov pri enakih strukturnih lastnostih .....	50
7.1.2 Primerjalna odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela v odvisnosti od dobavnih odlogov pri enakih strukturnih lastnostih, kjer je $T_p=1$ .....	50
7.1.3 Primerjalna odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela v odvisnosti od dobavnih odlogov pri enakih strukturnih lastnostih, kjer je $T_p=3$ .....	52
7.2 Vpliv povečevanja časa sporočanja dejanskih zalog za potrebni obseg naročil v pogojih stabilnosti, mejne stabilnosti in nestabilnosti .....	54
7.2.1 Definijsko območje (ne)stabilnostnih pogojev .....	54

7.2.2	Vpliv povečevanja časa sporočanja dejanskih zalog za potrební obseg naročil v pogojih stabilnosti .....	54
7.2.3	Vpliv povečevanja časa sporočanja dejanskih zalog za potrební obseg naročil v pogojih mejne stabilnosti .....	56
7.2.4	Vpliv povečevanja časa sporočanja dejanskih zalog za potrební obseg naročil v pogojih nestabilnosti .....	57
<b>8</b>	<b>PREDLOG IZBOLJŠAVE MODELA.....</b>	<b>58</b>
	<b>SKLEP.....</b>	<b>58</b>
	<b>LITERATURA IN VIRI.....</b>	<b>60</b>
	<b>PRILOGE .....</b>	<b>64</b>
	<b>KAZALO SLIK.....</b>	<b>82</b>
	<b>KAZALO TABEL.....</b>	<b>82</b>
	<b>UPORABLJENE KRATICE IN OKRAJŠAVE .....</b>	<b>83</b>

# UVOD

## Opis vsebine magistrske naloge

Prodajno področje je eno izmed temeljnih funkcij vsakega poslovnega sistema, ki deluje v ekonomskem in družbenem okolju. S prodajno funkcijo se prodajni sistem odziva na povpraševanje po proizvodih tako v smislu dobave fizičnih količin kot tudi v časovnem smislu. Spremenljivki, količina in čas, bosta zato v ospredju naših opazovanj in raziskovanj.

V uvodnem odstavku smo nanizali tri pojme, kot so: povpraševanje, odziv in obseg. Povpraševanje predstavlja za poslovni sistem vhodni signal (angl. *input*). Postavlja se vprašanje, ali imata povpraševanje v fizičnem obsegu in odziv poslovnega sistema v časovnem zaporedju dogodkov kakršnakoli medsebojna notranja pravila 'delovanja' oziroma tudi ponavljanja. Poznavanje pravil delovanja, ki so odraz njegove notranje strukture z določenimi lastnostmi poslovnega sistema, bi pomenila za upravljalni nivo uporabljive informacije. Pojavlja se vprašanje ali obstajajo načini, orodja, s katerimi bi izločili oziroma izpostavili posamezna 'notranja' pravila v poslovnem sistemu. V okviru ekonomske proizvodnje za namene študija, izobraževanja, znanstvenih in aplikativnih dosežkov je bila zato razvita teorija *MRP* Planiranje Materialnih Zahtevkov (angl. *Material Requirements Planning Theory*), ki daje široko paleto odgovorov na tovrstna vprašanja.

V prejšnjem odstavku smo navedli tudi pojem odzivanja, ki je v neposredni povezavi s povpraševanjem. Povpraševanje se načeloma ne realizira v istem trenutku in v isti količini, zato pravimo, da ima poslovni sistem odzivni čas. Poleg odzivnega časa se lahko pojavlja tudi odziv v drugačnih količinah, zato se zastavlja vprašanje, v kakšnem 'odnosu' sta obe časovni zaporedji, na eni strani povpraševanje in na drugi strani proizvedeno, realizirano, dobavljeno? Kolikšno sled pušča sedanjí obseg realiziranega v bodočih realizacijah? Povezanost časovnega povpraševanja in zaporedje realizacij smo pojasnjevali s pomočjo matematičnega modela kot poenostavitve opazovanega poslovnega sistema v okviru MRP-teorije.

Poslovni sistemi so strukture, ki se jih da razgraditi na določene osnovne elemente. S pomočjo pravil, ki veljajo za elementarne sisteme, je mogoče z njihovo pomočjo zgraditi enakovredno strukturo matematičnih modelov. Tovrstna struktura je uporabljiva za simulacije oziroma analiziranje obnašanja poslovnega sistema v različnih pogojih delovanja.

V okviru politike naročanja, ki se odziva na zunanje povpraševanje, nas prvenstveno zanimata dvoje spremenljivk, in sicer vsakokratni potrebni (optimalen) obseg dejanskih naročil glede na povpraševanje in potreben (optimalen) obseg zalog. *Production Inventory Control* sistem (v nadaljevanju PIC-sistem) podaja določene odgovore na vprašanja optimalnosti tako potrebnega obsega zalog kot obsega proizvodnje glede na povpraševanje. Z njegovo pomočjo je mogoče zagotavljati stalnost proizvodnje, distribucije in porabe.

PIC je upravljalno-informacijski sistem, prvenstveno namenjen določitvi proizvodnega obsega v večstopenjskih proizvodnih sistemih. Izvorno vsebuje načrtovanje surovin, sestavnih delov, pripomočkov in končnih proizvodov glede na obseg povpraševanja tako z vidika količine kot časa, v strateški logistiki pa tudi vprašanje kapacitet. Odločitvena podporna vloga PIC-sistema je v tem, da je pri pravilnem in ustreznem napovedovanju povpraševanja mogoče z njegovo pomočjo predlagati obseg naročanja in proizvodnje. S PIC-sistemom je mogoče najti jasno proizvodno strukturo in 'vidljivost' materialnih in informacijskih tokov.

V magistrski nalogi je pozornost v okviru politike naročanja s PIC-sistemom namenjena:

- načrtovanju obsega zalog in naročanju proizvodnje na podlagi nadzornega sistema proizvodnje (angl. *Inventory and Order Based Production Control System*, IOBPCS) in
- naročanje proizvodnje na podlagi nadzornega sistema zalog (angl. *Inventory Based Production Control System*, IBPCS).

V okviru obeh politik naročanja nas bo zanima, pod katerimi pogoji proizvodni del, tj. obseg naročil, celotnega PIC sistema deluje stabilno in kako se spreminjajo pogoji stabilnosti, v kolikor se spreminjajo dobavni odlogi. V splošnem dobavne odloge sestavlja:

- dejanski čas izvedbe naročila,
- varnostna časovna rezerva in
- čas poročanja oziroma nadzora.

Družina IOBPCS-modelov v splošnem temelji na naslednjih glavnih komponentah (tudi mehanizmih):

- zamik proizvodnje,
- mehanizem napovedovanja povpraševanja,
- povratne-zanke trenutnega obsega zalog,
- povratne zanke trenutnega proizvodnega obsega in
- ciljnega obsega zalog.

Zamik pri tem pomeni čas med vložitvijo naročila v proizvodnjo in njegovo realizacijo. Mehanizem napovedovanja povpraševanja ima lastnost direktne zanke v oskrbovalni politiki. Natančnejša kot je napoved povpraševanja, tem manjši je potreben obseg zalog. Povratno zančni mehanizem obsega zalog pomeni mehanizem, s katerim se popravi napaka v potrebnem obsegu zalog. Kot v elektronski industriji in vesoljskih sistemih lahko tudi v IOBPCS-modele, ki so namenjeni reševanju ekonomskih problemov, vpeljemo proporcionalni člen, da zagotovimo povratno zančni dinamični odziv. Podobno lahko proporcionalni člen uporabimo tudi za popravek napake potrebnega obsega proizvodnje.

V splošnem PIC-sistemu nastopa pet spremenljivk in s tem je določenih sedem politik naročanja, vendar so v nalogi sprejete določene omejitve oziroma začetne predpostavke, in sicer, da je čas izvedbe ( $T_w = \infty$ , angl. *Work In Progress*) za obnašanje poslovnega sistema nepomemben. Opazovali bomo zaloge v procesu izvedbe, vezane natančno za določen dobavni odlog.

Politika naročanja je definirana kot avtomatična oskrbovalna linija za spremenljivi obseg zalog, naročanje se izvaja na podlagi nadzornega sistema proizvodnje (angl. *Automatic Pipeline, Variable Inventory and Order Based Production Control System*, APVIOBPCS), kot prikazuje spodnja tabela (Tabela 1), kjer so prikazane vse vrste modelov. V sklopu politike naročanja so v ospredju naših opazovanj lahko stanje zalog, obseg proizvodnje in kombinacije obojega. Glede na to, kaj nas pri politiki naročanja zanima (zgolj zaloge ali obseg proizvodnje oziroma oboje), dobimo različne možnosti ukrepanja v smislu naročanja konkretnih količin.

V ospredju naših opazovanj je osnovna varianta, zato predpostavljamo, da se razlika med ocenjeno napovedjo povpraševanja in ciljnim zalogami ne poveča, zato bo  $a = 0$ .

Kot osnovo za raziskavo pogojev stabilnosti so uporabljeni izsledki iz Disney, Towill in Van de Velde (2004), kjer je uporabljen model za avtomatično oskrbovalno linijo za obseg zalog in naročanje na podlagi nadzornega sistema proizvodnje (APIOBPCS) in iz njega izpeljani Deziel-Eilon APIOBPCS-model (DE-APIOBPCS-model). V DE-APIOBPCS-modelu se izenači trenutni proizvodni dobavni odlog s poprečnim proizvodno dobavnim odlogom. S sprejeto predpostavko, da je razkorak med ciljnim in dejanskim obsegom zalog enak razkoraku med ciljnim in dejanskim obsegom proizvodnje, avtorji v omenjenem članku pridejo do zaključka, da je znotraj istega dobavnega odloga sistem stabilen.

Ker obnašanje PIC-sistema temelji na njegovih strukturnih lastnostih, obstajata zato dve možnosti in sicer se strukturne lastnosti v opazovanem obdobju ne spreminjajo in so sistemi linearni ali pa se strukturne lastnosti sistema v opazovanem obdobju spreminjajo in so zato tovrstni sistemi nelinearni. V magistrski nalogi predpostavljamo, da se strukturne lastnosti sistemov v opazovanih obdobjih ne bodo spreminjale, zato bo obravnava osredotočena zgolj v linearne sisteme. Na tem mestu podajamo dejstvo, povzeto po Matko (1984), da imajo linearni sistemi po obeh definicijah stabilnosti (notranji in zunanji) enak pomen. V nalogi se osredotočamo na zunanjo stabilnost, ki jo opredeljuje vhodno-izhodna analiza.

Tabela 1: Družina IOBPCS-modelov

Model	Opis	Spremenljivka napovedi	Povratno-zančna ojačitev zalog	Povratno-zančna ojačitev naročil v delu	Neposredno-zančna ojačitev zalog
OUT	Oskrbovalna politika				
APVIOBPCS	Avtomatična oskrbovalna linija za spremenljivi obseg zalog in naročanje na podlagi nadzornega sistema proizvodnje	$T_a$	$T_i$	$T_w$	$a$
APIOBPCS	Avtomatična oskrbovalna linija za konstanten obseg zalog in naročanje na podlagi nadzornega sistema proizvodnje	$T_a$	$T_i$	$T_w$	$a = 0$
VIOBPCS	Spremenljivi obseg zalog in naročanje na podlagi nadzornega sistema proizvodnje	$T_a$	$T_i$	$T_w = \infty$	$a$
IOBPCS	Obseg zalog in naročanje na podlagi nadzornega sistema konstantne proizvodnje	$T_a$	$T_i$	$T_w = \infty$	$a = 0$
VIBPCS	Spremenljivi obseg zalog in naročanje na podlagi nadzornega sistema proizvodnje	$T_a$	$T_i$	$T_w = \infty$	$a$
IBPCS	Naročanje na podlagi nadzornega sistema zalog	$T_a = \infty$	$T_i$	$T_w = \infty$	$a = 0$
OBPCS	Naročanje na podlagi nadzornega sistema proizvodnje	$T_a$	$T_i = \infty$	$T_w = \infty$	$a = 0$

Vir: C. S. Lalwani, S. M. Disney & D. R. Towill, *Controllable, observable and state space presentations of generalized order-up-to policy*, 2006.

Zastavlja se vprašanje pomembnosti ugotavljanja stabilnosti sistemov na splošno in še posebej PIC-sistemov. Na tem mestu navajamo samo dejstvo, da je stabilnost ena izmed najvažnejših kvalitativnih lastnosti dinamičnih sistemov (Matko, 1984, str. 190). V nalogi je **postavljena trditev, da se z naraščanjem dobavnih odlogov, poslabšajo strukturne lastnosti PIC-sistema v smislu zagotavljanja njegove stabilnosti.**



O stabilnosti sistemov bi bilo na tem mestu primerno podati povzeto razlago Disney et. al. (2004, str. 299), ki na vprašanje ali je sistem stabilen, zapišejo »je temeljno vprašanje v sklopu odgovorov o dinamičnih lastnostih sistema. S stabilnostjo se razume sposobnost sistema, da zavrača motnje v vhodnem signalu v nadzornem smislu in se po določenem času, če ni vhodnega signala oziroma je njegova vrednost nič, vrne v izhodiščno stanje. Nasprotno bo nestabilni sistem osciliral z naraščajočo amplitudo skozi čas z kakršnokoli vhodno motnjo ali pa bo takoj eksponentno rasel brez omejitev«. Disney et. al. (2004, str. 299) zato zaključijo, da je »pomembno, da je PIC-sistem stabilen«.

V PIC-sistemu nastopajo spremenljivke  $T_i$ ,  $T_w$ , in  $T_p$  je po predhodnih raziskovanjih po Disney et. al. (2004, str. 299) znano, da bo pri istem  $T_p$  stabilnost sistema vedno odvisna od ostalih dveh spremenljivkah. Če pa bodo obe spremenljivki enaki, potem ima sistem vedno stabilen odziv. V omenjenem delu je eden izmed ugotovitev tudi, da bo učinek biča manjši, tem manjši bo dobavni odlog (Disney et. al., 2004, str. 301).

Da bo trditev potrjena oziroma ovržena, se študija v nalogi osredotoča na vprašanje:

- **ali se in kako se pogoji stabilnosti spreminjajo pri stalnem povpraševanju, če se spreminjajo dobavni odlogi v IOBPCS in IBPCS-modelu, oziroma, kako sprememba dobavnih odlogov vpliva na zahtevani čas, pri katerem se obseg neskladnosti med ciljnim in trenutnim zalogami prištejejo vsakokratnim potrebnim obsegom naročil, da je sistem še vedno stabilen, in**
- **kakšen je vpliv na odzivnost in stabilnost sistema, če se pri stalni neskladnosti med ciljnim in trenutnim zalogami spreminjajo dobavni odlogi.**

Pri ugotavljanju pogojev stabilnosti s pomočjo simulacij DE-APIOBPCS-sistema so uporabljeni izsledki Lalwani, Disney in Towill (2006), kjer je sistem opisan z z-transformacijo oziroma v frekvenčni domeni. V omenjenem delu se avtorji posvetijo izpeljavi enačb stanj sistema za celotno družino PIC-sistemov, vendar pa se v delu omejujejo zgolj na en dobavni odlog. V magistrski nalogi se posvečamo z enako metodo tudi rešitvi problematike politike naročanja za več dobavnih odlogov. Kot bomo videli, je mogoče sistem, ki ga zapišemo v frekvenčnem prostoru, preoblikovati tako, da ga je mogoče zapisati tudi z enačbami stanj sistema oziroma sistem iz frekvenčnega prostora neposredno prevedemo nazaj v časovni prostor. Še preden sistem zapišemo z enačbami stanj, ga v frekvenčnem prostoru preoblikujemo v linearno-fazno obliko. Ko imamo sistem ustrezno preoblikovan, ga prevedemo v skupino enačb stanj sistema. Enačbe stanj APIOBPCS-sistema imajo dvojni pomen. Z enačbami stanj sistema je mogoče poiskati potreben obseg proizvodnje na poljubno vhodno povpraševanje in z matriko stanj sistema je mogoče poiskati lastne vrednosti in slednje dajejo odgovore na ustrezne pogoje stabilnosti sistema. S pomočjo matrike enačb stanj sistema je mogoče poiskati karakteristični polinom obravnavanega sistema. Ničle polinoma dajejo neposredni odgovor na vprašanje stabilnosti sistema. Čeprav je mogoče stabilnost ugotavljati iz karakterističnega polinoma na različne načine, bomo stabilnost IOBPCS in IBPCS-modela

izpeljali s pomočjo Juryjevega stabilnostnega kriterija (Jury, 1964) iz imenovalca prenosne funkcije, ki je predhodno zapisana v frekvenčni domeni. Podobno kot v magistrski nalogi je bila uporabljena Juryjeva metoda za ugotavljanje stabilnostnih pogojev tudi v Venkateswaran in Son (2007) in Disney (2008) vendar pa izpeljava stabilnostnih pogojev spremenljivk splošnega APIOBPCS-modela v omenjeni literaturi upošteva zgolj delovanje modela samo z dvema oziroma tremi dobavnimi odlogi.

V magistrski nalogi je prikazano, kako se pogoji stabilnosti za IOBPCS in IBPCS-modela spremenijo, s spremembo dobavnih odlogov in pri tem je bistveni poudarek v nalogi v prikazu načinov in numeričnih primerov politike naročanja s spremembo dobavnih odlogov v frekvenčni domeni.

Ker je naloga osredotočena v iskanje strukturalnih lastnosti opazovanega PIC-sistema z vidika vpliva dobavnih odlogov na politiko naročanja, je primerjalno prikazan vpliv dobavnih odlogov na odzivnost in stabilnost sistema, matematično zapisanega kot prenosna funkcija v frekvenčni domeni, dobavni odlogi bodo pa opazovani v razponu od 1 do 3 dob.

Namen magistrskega dela je s pomočjo domače in tuje strokovne literature, tj. knjig, člankov in prispevkov na področju analize signalov in sistemov, proučiti metode za oblikovanje splošnih pogojev stabilnosti PIC-sistemov. Osrednji prispevki pri tem so Disney (2004 in 2008), Lalwani (2006) in Venkateswaran et. al. (2007). Uporabnost analize s pomočjo navedenih orodij pomeni prikazati podporo poslovnemu odločanju zaradi doseganja odličnosti, večje uspešnosti in odzivnosti ter učinkovitosti poslovnega sistema. Pomembno je utrditi prepričanje, da je razgrajevanje signalov in sistemov na osnovne komponente in gradnike ter nadaljnje modeliranje z namenom poiskati uporabne upravljalne informacije temelj za uspeh organizacije in da je obravnava modela v frekvenčni domeni primeren način za doseganje želenega cilja.

Pravilno oblikovanje načrtovanja proizvodnje in upravljanje z zalogami je bistvenega pomena za konkurenčnost poslovnega sistema. Oblikovanje ustreznega načrtovanja proizvodnje in upravljanje z zalogami tvori nadzorni sistem za upravljanje proizvodnje in zalog (PIC-sistem).

Pri politiki naročanja so v ospredju dvoje skupin vprašanj. V prvi skupini se politika naročanja osredotoča v optimizacijo stroškov, kjer je pomembno orodje kriterijska funkcija s proizvodnimi kot skladiščnimi in ostalimi omejitvami. V drugo skupino vprašanj pa se politika naročanja osredotoča na vprašanje zagotavljanja ciljnih zalog, kjer je potrebno upravljati s proizvodnimi zmogljivostmi, upoštevajoč vidik povpraševanja.

V pričujočem delu ne bo govora o prvi skupini vprašanj, ampak se delo posveča predvsem metodam in načinom opisovanja politike naročanja z vidika ugotavljanja odzivnosti. V ospredju je predvsem časovni vidik, kjer pa obstajajo za obravnavo problema politike

naročanja različne matematične metode, ki se uporabljajo tudi v drugih panogah (npr. elektronski industriji).

Politika naročanja je zaporedje odločitev o obsegu in času naročil spremenljivk stanj in upravljanja. V zaporedju odločitev se politika naročanja dotika optimalnega obsega zalog in se na podlagi tega osredotoča na optimalni obseg naročil. Obema področjema je skupno povpraševanje. Obe področji lahko obravnavamo ločeno oziroma medsebojno prepleteno. Iz zapisanega izhaja nabor upravljalnih politik naročanja.

Metode bi lahko razvrstili glede na različne vidike oziroma načine obravnave posameznih spremenljivk, ki pri reševanju problema nastopajo. Pri tem se postavljajo določena osnovna vprašanja o naravi spremenljivk. Ali v problemu obravnavamo zgolj eno vrsto blaga oziroma proizvodov ali pa množico proizvodov? Ali se naročanje izvaja v enakih časovnih presledkih? Ko problem opišemo v obliki določenega matematičnega modela in nas zanimajo lastnosti tega modela, potem lahko za lažjo obravnavo čas kot spremenljivko preslikamo v frekvenčni prostor. Pravimo, da po obeh metodah takšne obravnave modela obravnavamo v časovnem ali pa v frekvenčnem prostoru.

Kot orodje pri iskanju odgovora na zastavljena vprašanja v prejšnjem odstavku lahko uporabljamo Laplace ali pa  $z$ -transformacijo, če želimo problem politike naročanja obravnavati v frekvenčnem prostoru. S pomočjo Laplace transformacije lahko rešujemo v frekvenčnem prostoru probleme, katerih značilnost je njihova časovna zveznost in prepletenost. V vsakem trenutku je znana njihova vrednost, ki je po navadi večja od nič. Pri  $z$ -transformaciji pa rešujemo časovno nezvezne probleme, ki so časovno prepleteni. To so takšni problemi, katerih vrednosti funkcij so znane v stalnih časovnih obdobjih. Npr. na začetku vsake sekunde, ure ali meseca, če navedemo samo nekatera časovna obdobja. Več o osnovah in matematičnih lastnostih tako Laplace kot  $z$ -transformacije si lahko bralec prebere v različnih literaturah. Na tem mestu so izpostavljena dela Bloomfield (2000), Čučej (2000, 2005), Gyergyek (1988, 1991), Oppenheim in Whillsky (1996, 1998), Usenik (2003) in Tomažič in Lenardis (2004), Grubbström (1967), Grubbström, Bogataj in Bogataj (2010).

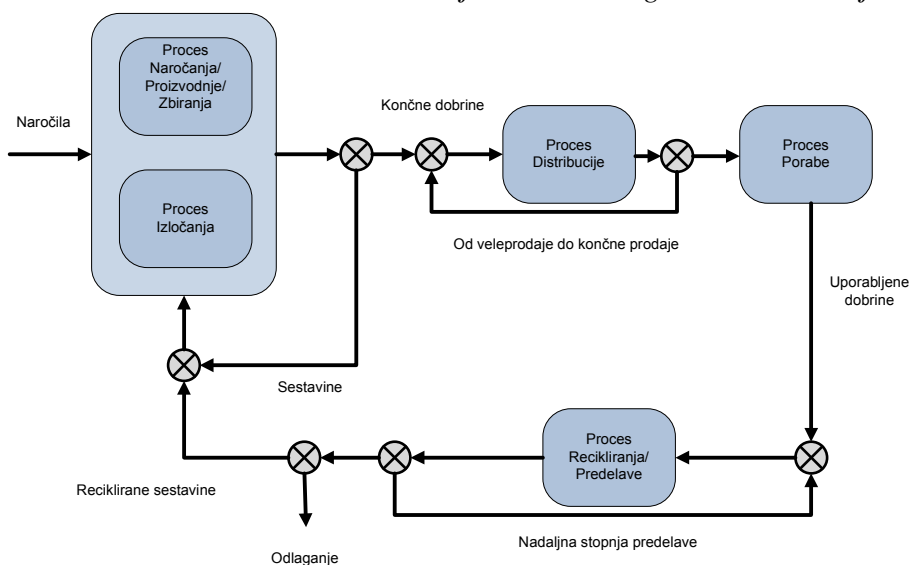
Časovna spremenljivka se lahko obravnava tako zvezno kot diskretno. Če se problem politike naročanja obravnava zvezno, potem se takšna obravnava v časovnem prostoru izvaja s pomočjo diferencialnih enačb in metod, tj. problem se opiše s pomočjo diferencialnih enačb. Če se enak problem obravnava v enakih časovnih presledkih, potem se problem politike naročanja obravnava s pomočjo diferenčnih enačb.

## **Pregled literature s poudarkom na obravnavi stabilnosti PIC-sistemov**

Pregled literature bi bilo smiselno začeti pri spodnji sliki (Slika 1), ki prikazuje celovit prikaz od naročila, proizvodnje, prodaje do distribucije dobrin uporabnikom in seveda njihovo

vračanje po koncu uporabe preko postopkov recikliranja in predelave nazaj v osnovni proizvodni postopek.

Slika 1: Združeni sistem distribucije dobrin in logistike recikliranja



Vir: R. W. Grubbström, M. Bogataj, & L. Bogataj, *A compact representation of distribution and reverse logistics in the value chain*, 2007.

Čeprav se magistrska naloga osredotoča zgolj na problematiko, ki se 'skriva' za pojmom proces naročanja/proizvodnje, je Slika 1 prikazana iz dveh razlogov. Prvi je ta, da se s celotno sliko prikaže celovit obseg raziskovalne snovi, drugi pa ta, kot pravi Bogataj M. (2009), da je s takšnim celovitim pristopom zaokroženo polstoletno raziskovalno delo Grubbströma pri MRP-teoriji, pri kateri je poleg neto sedanje vrednosti prihrankov v denarnih tokovih v ospredju tudi relativno enostaven pristop pri razumevanju dobavnih verig, proizvodnje, do razdeljevanje dobrin in vračanje uporabljenih dobrin s pomočjo postopkov reciklaže nazaj v proizvodni proces. Na tem mestu je primerno omeniti eno izmed temeljnih del Grubbströma (1967), ki vpelje v raziskovanje ekonomskih problemov teorijo Laplace transformacije in njene lastnosti. Proizvodni proces in proces zalog temelji na povpraševanju. Ker pa je povpraševanje statistična spremenljivka, vpliva njena statistična porazdelitev na obnašanje PIC-sistema. V načrtovanje PIC-sistemov s pomočjo metodologije Laplace transformacije tako Grubbström (1996) v delu vpelje statistične porazdelitve za enojni proces oziroma več hkratnih procesov (1998, 1999), z namenom, da prikaže načine optimalnega stanja zalog v MRP-teoriji. Kjer je končni izdelek sestavljen iz množice sestavnih delov, vsaka stopnja v procesu sestavljanja predstavlja notranje povpraševanje v več nivojskem PIC-sistemu (1999a). Grubbström v delih (2003, 2006) v raziskavah pride do ugotovitev, da kompleksnost modeliranja pospešeno narašča pri več nivojskih in večstopenjskih omejitvah kapacitet PIC-sistemov pri statistično porazdeljenem povpraševanju **tudi s prehodom iz modeliranja pri enem dobavnem odlogu na več dobavnih odlogov.**

Pri obravnavanju povpraševanja ne moremo mimo sezonskega povpraševanja, ki prav tako vpliva na potrebni obseg zalog. Wang in Bogataj M. (2007) prikažeta način, kako v splošni

PIC-sistemih vpeljati tudi sezonsko povpraševanje, ki ga določa Poissonov proces. V delu obravnavata, kako doseči največjo neto sedanjo vrednost brez opazovanja vpliva sprememb dobavnih odlogov na njeno vrednost, saj v zaključku raziskave pravita, da »bi bilo primerno raziskati občutljivost neto sedanje vrednosti na spremembe dobavnih odlogov z uporabo izpeljane končne enačbe v frekvenčni domeni z vsemi prednostmi, ki jo obravnava v frekvenčni domeni s seboj prinaša (Wang & Bogataj M., 2007, str. 56).

Zastavlja se vprašanje smiselnosti proučevanja dobavnih odlogov v dobavnih verigah. Pomembnost proučevanja dobavnih verig in vpliv dobavnih odlogov na njih lahko strnemo v dejstvo, da dobavni odlogi na nivoju globalnih dobavnih verigah značilno vplivajo na neto sedanjo vrednost (Bogataj M., 2009). Če je bila z delom Grubbströma (2007) zaokrožena MRP-teorija, je ostal manjkajoč člen vpliv časovnih odlogov in nihanja v materialnih in informacijskih tokovih. Ta vrzel je bila zapolnjena z delom Bogataj, Grubbström in Bogataj (2009), skrbno prikazana v Grubbström in Bogataj (2010), prav tako pa so bila možna časovna nihanja v podrobnostih raziskana v Bogataj L. in Bogataj M. (2010).

V procesu integracije obstoječih poslovnih aktivnostih skozi vrednostno verigo, kjer več dobaviteljev surovin ali več proizvodnih enot polproizvodov sodeluje pri oblikovanju vrednosti za končnega uporabnika, je časovni zamik pomemben dejavnik, ki vpliva na vrednostno verigo in ga lahko zmanjšamo z investiranjem v aktivne enote z namenom povečanja njihovih kapacitet in razpoložljivosti. Da bi lahko analizirali takšen sistem, je po Bogataj M. in Bogataj L. (2004) potrebno razrešiti vprašanje vodljivosti takšne vrednostne verige, zato prideta do dveh pomembnih zaključkov:

- sistem ne more biti vodljiv, v kolikor njegov časovni zamik ni najmanj toliko velik, kot je zamik med dvema aktivnima enotama, in
- zagotovljena mora biti strogo pozitivna razpoložljivost zalog v časovni domeni, da se zagotovi vodljivostni razvoj vrednostne verige (Bogataj M. & Bogataj L., 2004, 34-35).

Zadnja desetletja so globalizacija, specializacija z vključevanjem zunanjih izvajalcev kot načinom zadovoljevanja potreb poslovnih sistemov in informacijske tehnologije omogočile, da poslovni sistemi uspešno poslujejo in sodelujejo v dobavnih omrežjih, v katerih se vsak poslovni subjekt specializira v nekaj postopkih oziroma postopkovnih enotah, medtem ko preostale lastne potrebe zadovoljuje preko povpraševanja pri drugih poslovnih subjektih. Takšna organizacija dobavnih omrežij je danes dejstvo med vsemi »igralci« na trgu. V ospredje tako prihajajo funkcionalni koncepti in ideje, kot so »*Just-In-Time*« v proizvodnji in distribuciji, »*Lean Management*« in »*Agile Manufacturing Activities*« v vsaki aktivni enoti v globalnih dobavnih omrežjih (Grubbström, Bogataj M. & Bogataj L., 2007, str. 5). V omenjenem delu avtorji s pomočjo vhodno-izhodne analize in Laplace transformacije prikažejo način, kako analizirati splošne dobavne verige, ki vključujejo vse štiri podsisteme: proizvodnjo, distribucijo, porabo in vračanje uporabljenih dobrin in njihovo reciklažo. V ospredju njihovih opazovanj je izhodni dobavni čas in posplošena izhodna matrika.

Ko obravnavamo sisteme, ki vsebujejo podsisteme, je smiselno upoštevati tudi različne vidike zato je primerno, da na tem mestu navedemo zaključke Millerja (1978, v Caddy & Helou 2007, str. 323). V splošni teoriji sistemov na področju informacijskih tehnologij po njunem veljajo štiri osnovna načela:

- 1. načelo: bolj kot je sistem specializiran oziroma kompleksen, manj je prilagodljiv na izzive sprememb;
- 2. načelo: večji kot je sistem, več virov je potrebnih za njegovo podporo s povečevanjem, ki je nelinearno;
- 3. načelo: sistemi v splošnem vsebujejo ostale sisteme in sistem je lahko sestavni del večjega sistema; in
- 4. načelo: sistem raste v dveh smereh, v velikosti in kompleksnosti z dejstvoma 1. in 2. načela.

Caddy in Helou (2007) načela upoštevata pri dosežkih na področju dobavnih verig in njihovega upravljanja. Mason-Jones in Towill (1999, v Caddy & Helou, 2007, str. 323) ter Simatupang in Sridharan (2002, v Caddy & Helou, 2007, str. 323), da v raziskavah ugotovijo, da skrajševanje dobavnih časov zahteva večjo prilagodljivost, kar pa pripelje do zmešnjave med dobavo in povpraševanjem. Avtorji namreč predlagajo, da se naj skladno z razvojem dobavnih verig z večjo diferenciacijo večja specializacija, ki se pojavlja v proizvodih, procesih in postopkih ter tržiščih. Večja kompleksnost in specializiranost v dobavnih verigah, pomenita manjšo prilagodljivost pri spremembah zaradi okoljskih sprememb (Caddy & Helou, 2007, str. 323).

Ker se zastavlja osnovno vprašanje, kaj sploh je dobavna veriga, lahko definicijo najdemo v različni literaturi. Dojemljivo razlago je mogoče najti tudi v Sarimveis, Patrinos, Tarantis in Karanoudis (2008). Tako je po njihovi definiciji dobavna veriga »omrežje pripomočkov in distribucijskih entitet (dobavitelji, proizvajalci, distributerji in prodajalci), ki opravljajo funkcijo predelave vhodnih materialov, transporta materialov, vgradnje v polproizvode in končno proizvode in njihova distribucija do kupcev. Dobavno verigo tipično opredeljuje naprej delujoč tok materialov in nazaj delujoč informacijski tok« (Patrinos, Tarantis & Karanoudis, 2008, str. 3530).

Na stabilnostne in vodljivostne probleme posredno opozarjata skozi prizmo drugega načela tudi Caddy in Helou (2007, str. 324, v Forrester 1961, Senge 1990 in Fowler 1999), da »dosežene fizične omejitve pripeljejo do stabilnostnih in vodljivostnih problemov, kar pa pomeni, da je sistem pod ustrezno ravnijo oziroma sploh nima ustreznih lastnosti.

Na koncu avtorja povzemata, da večja, ko naj bo odzivnost dobavne verige ali »*agile*« odziv, tem enostavnejša naj bo dobavna veriga v smislu topologije, vrste in nasprotno, večja zmožnost izmenjave produktov zahteva večjo kompleksnost (Caddy & Helou, 2007, str. 325).

Klasična teorija upravljanja sistemov se pri ustreznem načrtovanju sistemov posveča pristopom, pri katerih sta v ospredju njihova stabilnost in sposobnost zavračanja naključnega šuma. Razvite so različne metode, ki opisujejo in analizirajo takšne sisteme, ki so prikazane v delu Towill, Zhou in Disney (2007). Za simulacije v frekvenčnem prostoru se uporablja prenosna funkcija in v časovnem prostoru diferencialne enačbe in metoda stanj, če se omeni samo nekatere.

Boute, Disney in Lambrecht (2007) v delu prikažejo, da je mogoče z upoštevanjem odločitve o obsegu dejanske proizvodnje vplivati na stroške. Bolj »gladek« kot je vzorec naročanja proizvodnje, krajši in manj variabilen je proizvodni dobavni čas. Dejstva izhajajo iz osnovnega problema, ki se pojavi, ko opazujemo enostavni sistem proizvajalec-odjemalec. Glajeni obseg proizvodnje v izogibanju stroškov prilagajanja proizvodnje naročilnemu obsegu nas pripelje do povečevanja stroškov zalog. To je pomembna pomanjkljivost, ki je neposredno pogojena z obsegom »*Just-In-Time*« načina zadovoljevanja potreb, saj kot pravijo Boute et. al. (Boute, Disney & Lambrecht, 2007, str. 37) »uporabljati popolni obseg proizvodnje kot odraz povpraševanja pomeni velike odklone v zalogah in s tem tudi stroške. Po drugi strani pa »visoki odkloni v proizvodnem obsegu povzročajo visoke stroške prilagajanja proizvodnje« (Boute, Disney & Lambrecht, 2007, str. 37). Večina raziskav v okviru MRP teorije se posveča klasičnemu pristopu k politiki naročanja, kjer je v ospredju eksponentno glajenje povpraševanja. Chandra in Grabis (2005) pa raziskujeta »učinek biča« pri povpraševanju, ki ga določa avtoregresivna funkcija višjih redov. Na tem mestu bo izpostavljen zaključek, da »vzorčna varianca, s pomočjo katere se napoveduje povpraševanje v obeh procesih povpraševanja (eksponentno glajenje in avtoregresivna funkcija) pripelje do različnih dobavnih odlogov (Chandra & Grabis, 2005, str. 350).

Do zanimivih ugotovitev glede učinka biča v dobavnih verigah so prišli raziskovalci Chen, Drezner, Ryan in Simchi-Level (2000), ko so raziskovali vpliv skupnih informacij o povprečni vrednosti povpraševanja in njeni varianci na učinek biča v enostavni dobavni verigi enega proizvajalca in enega odjemalca, tj. prodajalca. Na podlagi raziskav so ugotovili, da se učinek biča lahko občutno zmanjša, v kolikor oba člena dobavne verige razpolagata z ustreznimi informacijami, vendar pa bo varianca naročil proizvajalcu ostala večja od variance povpraševanja na podlagi opazovanih podatkov porabe končnih uporabnikov. Njihov rezultat je torej v tem, da bo učinek biča ostal ne glede na to, da se informacije o povpraševanju razdelijo vsem enotam v dobavni verigi in vse enote uporabljajo enake napovedovalne tehnike in enako politiko zalog.

Pri raziskovanju učinka biča v PIC-sistemu uporabijo Dejonckheere, Disney in Lambrecht (2002) prenosno funkcijo in pri tem vpeljejo način napovedovanja povpraševanja s pomočjo konstantnega, linearnega in kvadratnega filterskega modela iz teorije signalov. Z njihovo pomočjo se realizira ustrezna pasovna širina, kar pomeni, da signale s frekvencami znotraj frekvenčne pasovne širine model prepušča, signale izven frekvenčne pasovne širine pa zavrača. Avtorji uporabijo Teorem končne vrednosti, da izpeljejo konstante sistema, pri

katerih bo sistem stabilen. Med ostalimi njihove ugotovitve pomenijo tudi, da se izboljšuje dinamičnost PIC-sistemu v kolikor se prehaja iz enega modela v drugega, tj. iz konstantnega v linearnega in iz linearnega v kvadratni filtrski model. Vemo pa, da sta lastnosti dinamičnosti in stabilnosti sistema v neposredni povezavi, ki pa v tem delu nista podrobneje raziskani.

Raziskovanju učinka biča v PIC-sistemu se Dejonckheere in Disney (2003) posvečata še na način, da opazujeta s pomočjo teorije signalov in sistemov njegovo odzivnost pri uporabi različnih tehnik napovedovanja, kot je enostavno eksponentno glajenje, metoda drsečega povprečja in signalno procesiranje povpraševanja. Kot pravita, pri primerjavi različnih tehnik dobiva vpogled v dinamično obnašanje sistema (Dejonckheere & Disney, 2003, str. 587). Menijo celo, da »smo sposobni glede na uporabljeno tehniko napovedovanja s teorijo signalov in sistemov napovedati obseg in smer povečanja variance ali glajenja« tudi za različne vzorce povpraševanja in dejanske podatke (Dejonckheere & Disney, 2003, str. 587).

Ker je povpraševanje sestavni 'del' PIC-sistema, je bilo vplivu povpraševanja na učinek biča posvečeno kar nekaj del. Disney, Fasasyn in Lambrecht (2006) se temu posvečajo na način, da raziskujejo vpliv procesa avtoregresivnega, drsečega povprečja in avtoregresivnega drsečega povprečja povpraševanja pri PIC-sistemu. V sklopu raziskav raziščejo med drugim vpliv različnih procesov povpraševanja na učinek biča pri različnih dobavnih odlogih ( $Tp = 1, 2$  in  $3$ ).

Disney je z različnimi avtorji raziskoval PIC-sisteme in v sklopu tega tudi različne politike naročanja v različnih pogojih. Ena zadnjih njegovih raziskav je osredotočena na dva člena dobavne verige in v sklopu tega Disney, Lambrecht, Towill in Van de Velde (2009) opazujejo pravila obnavljanja zalog, dobavne odloge, vzorce povpraševanja, v okviru tega pa stroškovne strukture. Raziskujejo različne koordinacijske strategije: naivno operativnost, lokalno optimizacijo, globalno optimizacijo in altruistično obnašanje prodajalca. Predpostavljajo v PIC-sistemu verigo prodajalca in proizvajalca pri uporabi politike naročanja, da določijo pravila naročanja, pri čemer predpostavljajo, da je povpraševanje statična in naključna spremenljivka. Izpeljejo varianco prodajalčevega obsega naročanja in nivo zalog in varianco proizvajalčevega obsega naročanja in obseg zalog. Začetno predpostavljajo, da so stroški dobavne verige neposredno proporcionalni varianci (pozneje tudi standardni varianci) in raziskujejo možnosti, da člani verige minimizirajo stroške. Njihove raziskave pokažejo, da v kolikor prodajalec posveča pozornost dobavni verigi z namenom zniževanja stroškov in deluje altruistično z zniževanjem njegove variance naročanja, potem so lastnosti dobavne verige zagotovo robustne za oba člana v verigi v nasprotju z naivnim ali nekooperativnim delovanjem. Polno optimalnost je tako mogoče doseči, če podjetja koordinirajo svoje delovanje in če najdejo poti, da preusmerijo dobavno ojačitev, ki ga poseeblja učinek biča.

Že v predhodnih odstavkih je bilo nakazano, da je mogoče PIC-sistem obravnavati s pomočjo diskretne ali zvezne predstavitve. Ker ima učinek biča podobna strukturna izražanja tako v diskretni ali zvezni časovni domeni, Warburton in Disney (2007) prikažeta, da obe izražanja dejanskih razmer pomenita z upravljalnega vidika praktično enakost.



Distribucija dobrin je eden izmed členov v dobavni verigi, zato Disney et. al. (2002 in 2003) v klasičnemu oziroma proizvodnemu PIC-sistemu dodajo distribucijski del. Z dodanim distribucijskim delom raziskujejo dinamične odzive obsega naročil proizvodnje, obsega proizvodnih zalog, obsega dobrin v procesu proizvodnje za simulirani obseg povpraševanja, ki ga definirajo v obliki enotske stopnice. Njihov pristop pri modeliranju je v tem, da distribucijo in proizvodno ne povežejo enostavno zaporedno, ampak se distribucija s posredovanjem in prejemanjem ustreznih informacij s proizvodno poveže v celoto. Razlika se pokaže z bolj dinamičnim odzivom primerjalno s klasično zaporedno vezavo. Lastnost dinamičnosti skupne verige se pokaže v zmanjšanju proizvodnih stroškov in minimalnosti prevoznega povpraševanja, kar je neposredni odraz zmanjšanega učinka biča v dobavnih verigah.

Chen in Disney (2007) s pomočjo kontrolne teorije uporabita PIC-sistem, da prikažeta njegovo obnašanje na statistično določenem vzorcu povpraševanja kot ga določajo avto regresivne komponente in komponente drsečega povprečja. Prikažeta, da se učinek biča povečuje kljub dejstvu, da je politika naročanja optimalna in so stroški naročanja linearni. Na podlagi tega določita proporcionalni kontroler za povratno zanko. Zaključki so, da izogibanje stroškov učinkov biča pomeni upoštevanje stroškov držanja ustreznega nivoja zalog. Njun numerični primer pa pokaže, da je mogoče privarčevati stroške z vpeljavo proporcionalnega kontrolerja.

Ker varianca pri naročanju povzroča učinek biča, Disney, Farasyn, Lambrecht, Towill in Van de Velde (2007) prikažejo, da je mogoče učinek biča zmanjšati s tako imenovanim zlatim razmerjem. Njihove raziskave se osredotočajo na to, da prikažejo zmožnosti funkcije glajenja. Zlato pravilo odraža vrednost dveh proporcionalnih kontrolerjev pri povratni zanki, kar so dejansko rezultati njihovih raziskav.

PIC-sistem je enostaven in primeren nadzorni sistem za obvladovanje proizvodnega obsega in zalog na podlagi povpraševanja tudi v scenarijih, v katerih je mnogo konkurenčnih vrednostnih tokov. Medsebojno vplivanje pa lahko pripelje do negotovosti v dobavnih časih. Takšno vplivanje lahko po Disney in Towill (2005) vsebuje negotovost v dobavnih časih. V omenjenem delu tako prikažeta način, kako določiti mejne vrednosti pod katerimi bo sistem še vedno stabilen. Prikaže tudi način kako se izogniti kopičenju zalog kot posledici učinka trenutnih vrednosti dobavnih časov. Njun predlog je, da se v klasični PIC-sistem vpelje pričakovan dobavni čas na podlagi ocene WIP, ki ga poimenujeta EPVIOBPCS-model (angl. *Estimated Pipeline Variable Inventory and Order Based Production Control System*). To je po njunem potrebno, ker spremenljivost dobavnih časov pripelje do nestabilnosti začetno stabilnega sistema. Njune ugotovitve so, da je takšen sistem nekoliko manj stabilen od klasičnega PIC-sistema pri katerem se avtomatično obnavlja trenutni dobavni čas.

V raziskavi stabilnosti PIC-sistemov, ki jo je opravil Disney et. al. (2007), se izkaže velika podobnost rezultatov z rezultati v magistrski nalogi. Pod določenimi predpostavkami ( $T_w = \infty$  in  $T_p = 2$ ) Disney doseže enake rezultate. Omejitev v njegovih raziskavah je v tem, da se v omenjenem delu Disney et. al. (2007) posvečajo dobavnemu odlogu v vrednosti natanko 2. Pomembnost, ki jo je potrebno izpostaviti, je, da je uporabil enako metodo za ugotavljanje

pogojev stabilnosti, tj. Jury-jev stabilnostni kriterij. Zahtevnost izpeljave stabilnostnih pogojev se po njegovem povečuje v mnogo stopenjskih dobavnih verigah kot posledica velikega velikostnega reda prenosne funkcije PIC-sistema, vendar pa po njegovem »računalniki z lahkoto s pomočjo numeričnih metod izračunavajo matrike, v kolikor so njihove determinante določljive« (Disney et. al., 2007, str. 114).

Dosedanje raziskave na področju PIC-sistemov so pokazale, da se je skoraj vedno mogoče izogniti učinku biča s pravilno izbiro spremenljivke v povratni zanki. Dinamično obnašanje tako imenovane proporcionalne politike naročanja pri povpraševanju z avtoregresivnim drsečim povprečjem je bilo raziskano z odločujočimi dobavnimi odlogi. Gaalman in Disney (2009) raziskujeta obnašanje PIC sistema z uporabo ARMA(2,2) procesa pri povpraševanju z odločujočimi dobavnimi odlogi. Z namenom izenačiti šibke možnosti proporcionalne politike naročanja predlagata drugačno pravilo naročanja kot odraz karakteristike povpraševanja, ki ga določa ARMA(2,2) proces. Pri tem primerjata več spremenljivk v modelu ARMA (2,2) v okviru njunih raziskav.

Ker obstaja v realnem svetu poleg proizvodnje tudi predelava, so Zhou, Naim in Tang (2006) raziskovali vpliv spremenljivk skupnega proizvodno predelovalnega PIC-sistema na dinamično obnašanje, ki ga določajo lastnosti čas vzpona, čas prilagoditve in odmik končne vrednosti. Zhou, Naim in Tang (2006) zaključijo, da ima v grobem proizvodno-predelovalni PIC-sistem podobno odzivnost kot klasični PIC-sistem, zato predelava ne poslabša dinamične lastnosti sistema, vendar pa prinaša dodatne koristi tako v smislu zmanjšanja okoljskih obremenitev kot izboljšanja njegove ekonomičnosti.

Podjetja danes poslujejo v relativno prepletenem in kompleksnem okolju, katerega značilnost je negotovost. Načrtovanje potrebnega obsega proizvodnje je v ospredju raziskav tako teoretikov kot tudi strokovnjakov, katerih naloga je optimizirati poslovanja podjetij. Mula, Poler in Garcia (2006) so pripravili pregled nad različnimi simulacijskimi modeli za podporo načrtovanju proizvodnje. Bistvo optimizacije je narediti podjetje »agilno« tudi v pogojih negotovosti (Mula, Poler & Garcia, 2006, str. 282), kjer pa Tang, Grubbström in Zaroni (2007) prikažejo, da v sistemu predelovanja odpadkov pri povečevanju tveganja ni nujno, da to vpliva na zmanjšanje dobavnih časov in znižanju operativnih stroškov sistema (Tang, Grubbström & Zaroni, 2007, str. 433).

PIC-sistem lahko opazujemo na različne načine, odvisno od tega, kaj je v ospredju naših opazovanj. Zanimiv vpogled v načine opazovanja so podali Towill, Zhou in Disney (2007), ki so določili tako imenovane 'leče' (angl. *len*) opazovanja. Če je v ospredju naših opazovanj minimalnost stroškovne funkcije, uporabimo leče variance (angl. *variance*). V tem primeru opazujemo razmerja varianc s pomočjo diferenčnih enačb. Če je v ospredju naših opazovanj obnašanje, povzročeno s spremembami v modelu PIC- sistema v realnem svetu, potem s pomočjo 's' in 'z' transformacije opazujemo stabilnostne pogoje. Vrhnja vrednost in čas, ko odziv na stopničasto vzbujanje doseže vrhajo vrednost, je v ospredju tovrstnih opazovanj.

Takšne leče označijo kot vzbujevalne (angl. *shock*). Filtrske leče predstavljajo opazovanje PIC-sistema v frekvenčni domeni, kjer je informacija pasovna širina kot 'širina' njegovega odziva in zavračanje šuma, ki je posledica motenj v oskrbi.

Towill et. al. (2007) podajajo razlago, da je mogoče dinamične sisteme opazovati skozi tri prizme: variančno, skočno in filtrsko, vse pa se nanašajo na prenosno funkcijo sistema, pri čemer se variančni 'pogled' osredotoča na iskanje ustreznega modela, pri skočnem pogledu pa na značilnosti zavračanja motenj. Filtrski pogled poskuša združiti oboje, tj. ustreznost modela in odpravljanja motenj.

Zanimiva ugotovitev Zhanga (2004, str. 25) je, da enostavno skrajševanje časa dobavnih odlogov z namenom zmanjševanja učinka biča, nas ne pripelje dejansko tudi do le-tega, v kolikor ne poznamo naravo povpraševanja.

Nadzorovati zaloge in proizvodne količine je poglavitno za ohranjanje konkurenčnosti (Lalwani et. al., 2006, str. 172). V sklopu sistemske teorije se pri modelu stanj uporabljajo vodljivost in upravljivost. Vodljivost pomeni, da so vsa stanja v modelu stanj posledica vhodnih signalov in v PIC-sistemu to pomeni, da ni stanja v modelu stanj, ki ni pogojeno s signalom povpraševanja. Sistem je vodljiv, če je mogoče z vhodnim signalom sistem pripeljati v neko drugo končno stanje v omejenem časovnem intervalu. Po drugi strani pa je upravljivost definirana na način, da ima vsako stanje v PIC-sistemu vpliv in vpliva na izhod. Jasno je, da pri nevodljivem sistemu ni mogoče z uglasitvijo nadzornih spremenljivk doseči ustrezno odzivnost sistema. Če pa sistem ni upravljiv, potem v sistemu obstajajo deli, ki ne učinkujejo na izhodni signal, tj. v sistemu obstajajo redundance. Samo v primeru, da je sistem vodljiv in upravljiv, je mogoče analizirati njegovo stabilnost. Lalwani et. al. (2006) tako predlagajo, da se z enačbami stanj modela v z-področju s pomočjo pogojev vodljivosti in upravljivosti izpelje stabilnost diskretnih PIC-sistemov.

Pomembna lastnost PIC-sistemov je njihova vodljivost in upravljivost. Lalwani et. al. (2006, str. 173) s pomočjo metode stanj opazujejo vodljivost in upravljivost splošnega PIC-sistema in izpeljejo pomemben zaključek, da je celotna družina PIC-sistemov vodljiva in upravljiva. V omenjeni študiji se posvečajo predvsem vplivu sprememb vhodnih spremenljivk na njihovo stabilnost.

Velja opozoriti na pomembno dejstvo (Lalwani et. al., 2006, str. 173), da sta vodljivost in upravljivost lastnost matematičnih modelov, ki ponazarjajo opazovani dejanski sistem, in ne brezpogojno tudi lastnosti samih sistemov (v Ogata, 1997).

Uvodoma je primerno pojasniti še, kaj se 'skriva' pod pojmom učinek biča (angl. *bullwhip*). V splošnem opisuje tendenco, da se majhne spremembe v povpraševanju pri končnih uporabnikih odraža v velikih spremembah količin v proizvodno-dobavnih sistemih. Povpraševanje se 'skozi' proizvodno-dobavne sisteme poveča. S pravilnim načrtovanjem

proizvodno-dobavnih sistemov je mogoče pomembno znižati njegov učinek. Povečanje povpraševanja za 10 % na strani končnih uporabnikov prinese v končni fazi tudi 40 % povečanja proizvodnje in posledično zalog pri samo treh sklopih proizvodno-dobavnih sistemov, ki so povezani v skupno dobavno verigo na globalni ravni (vir: primer učinka biča na globalni ravni, 25. 6. 2010). Učinek biča predvsem ni nov problem oziroma problem samo sodobnega časa. Učinek biča je problem, kjer je pomembno obvladovanje proizvodno-dobavnih sistemov z optimalnimi stroški. Predvsem je novo skovan izraz, ki opisuje splošno znan problem.

Učinek biča se pojavlja tudi znotraj PIC-sistema, kjer so prisotni mehanizmi napake med ciljnim in dejanskimi zalogami in količine v izgradnji/izdelavi. To je v povezavi z vsakdanjim dejanskim problemom politike naročanja, kjer je stalno prisotna napaka ustreznega obsega naročil. S povečevanjem povprečne dobe napovedovanja povpraševanja se zmanjša učinek biča ob istočasnem zmanjševanju časovnih odlogov. Odlog pomeni čas, ki preteče med sprejetjem naročila in njegovo realizacijo v PIC-sistemu. Disney et. al. (2004) prikažejo, da se z ločitvijo mehanizmov in zmanjševanjem časovnih odlogov lahko vpliva na učinek biča. Ugotovitve temeljijo ob predpostavki, da je ustrezno obravnavan PIC-sistem linearen in s tem tudi v linearnem odnosu z učinkom biča.

V splošnem je učinek biča mogoče pojasniti na način, da se v oskrbovalni verigi določen posamezen 'igralec' odloči, da bo naročil večjo količino pri svojem dobavitelju, kot jo zahteva povpraševanje, ki ga generirajo njegovi kupci (Dejonckheere et. al., 2002, str. 133). Namen systemske teorije je tako zmanjšati šum, ki ga opišemo kot časovno glajenje obsega povpraševanja, ki se skozi sistem prenaša. Kot bomo videli v nadaljevanju, se pri obravnavi problema politike naročanja v frekvenčni domeni na določenih frekvenčnih območjih povpraševanje tudi poveča, kar dejansko predstavlja ugotovljivo frekvenčno pasovno širino ob prisotnosti učinka biča.

Disney (2004) uporabi ustrezno objektivno funkcijo PIC-sistema, da z 'zlatim' pravilom ustrezno poveča zaloge in povratno-zanko, in da se omogoči slikovni prikaz celotnega obsega možnih rešitev.

Zanimivo je, da Disney et. al. (2004) ugotovi, da 'zlato' pravilo, ki opisuje vsakdanje optimalno obnašanje PIC-sistemov, podobno opisuje tudi optimalno povratno-zančno povečevanje v PIC-sistemih. Pravilno načrtovati PIC-sistem je »smiselno zasledovati zaradi razloga, ker je najpomembnejši dejavnik dinamičnost sistema in posledično vpliva na stroške proizvodnje in distribucije« (Disney et. al., 2004, str. 296). Neustrezno postavljen PIC-sistem pomeni velika nihanja med obsegom naročil in dobave v dobavnih verigah.

Lee (1997a, b) je prikazal pet temeljnih vzrokov za nastanek učinka biča, in sicer:

- neničelni čas dobavnega odloga,

- napovedovanje povpraševanja,
- skupno povpraševanje,
- nagradne igre in
- promocijsko dejavnost.

V matematičnem smislu so učinek biča prikazali med drugim Chen et. al. (2000), kjer izpeljejo učinek biča kot razmerje med varianco naročil in povpraševanja.

Merjenje učinka biča se lahko osredotoča na posamezen odmev v dobavni verigi (Disney in Towill, 2003) ali pa skozi mnogo odmevov v dobavni verigi (Dejonckheere et. al., 2004).

Disney et. al. so se pri analiziranju učinka biča z diskretno časovno porazdelitvijo odločili iz preprostega razloga, ker natančno nadomešča pogoje »*Beer Game*«, kar pomeni precejšnji obseg operacijsko raziskanih modelov v industrijski praksi (Disney et. al., 2004, str. 296).

Do zanimivih ugotovitev pridejo Disney et. al. (2004, str. 299), ko izpeljejo prenosno funkcijo za PIC-sistem. Ugotovijo, da v kolikor je spremenljivka, ki opredeljuje proizvodnji obseg, enaka spremenljivki, ki opisuje obsegu zalog, potem je PIC-sistem zagotovo stabilen.

Za učinkovito načrtovanje obsega produktov je v pogojih negotovosti izrednega pomena obseg informacij potrebnih za upravljanje sistemov. Mula et. al. (2006, str. 271) pravijo, da razlika med razpoložljivim in potrebnim obsegom informacij pomeni bistvo negotovosti, v katerih delujejo sistemi. V realnem svetu obstajajo različne oblike negotovosti, ki se jih po njegovem da razvrstiti v dve veliki skupini: okoljsko in sistemsko negotovost. Za okoljsko negotovost je značilno, da ga opredeljuje negotovost povpraševanja in dobave. Za sistemsko negotovost je značilno, da ga opredeljujejo negotovosti poslovnih procesov, proizvodnja zakasnitev, negotovost kakovosti in spremembe v proizvodnih strukturah.

Modeli, ki v stanju negotovosti opisujejo obseg proizvodnih količin in njihovo odzivnost, so modeli za načrtovanje proizvodnega obsega (ang. *Material Requirement Planning, MRP*), katere je mogoče, kot pravijo Mula et. al. (2006, str. 272) razvrstiti v naslednje skupine:

- konceptualni modeli,
- analitični modeli,
- modeli umetne inteligence in
- simulacijski modeli.

Pri obravnavi MRP-teorije se je potrebno zavedati, kot pravijo Mula et. al. (2006, str. 282), da se negotovosti iz dobaviteljske verige ni mogoče popolnoma izogniti. Še posebej pa se je potrebno zavedati, da so pri tem optimizacijski problemi še posebej zahtevni in kompleksni.

Zanimivo je, da lahko proizvodne sisteme obravnavamo tudi v 'filtrskem' smislu, kar je pojasnjeno v nadaljevanju. Proces sprejemanja odločitev v proizvodnih sistemih je dinamični proces, ki temelji na stanjih sistema, kot sta nivo zalog in proizvodnji obseg (Towill, Lambrecht, Disney & Dejonckheere, 2003, str. 73). Temeljno načelo dinamičnih sistemov je tako uporabnost nadzora pri posameznih poslovnih sistemih kot tudi pri celotni dobavni verigi. Bistvo procesa sprejemanja odločitev je pravilno zaznavati potrebni obseg povpraševanja v spremenljivih pogojih in iz odločitvenega procesa izločiti navidezno povpraševanje. Proces odločanja lahko temelji na razpoložljivih informacijah na način, da se odziv sistema obravnava kot filtriranje. Če torej sistem zazna dejansko povpraševanje, se nanj odzove z relativno veliko občutljivostjo, kar pa predstavlja majhno glajenje signala.

Dobavna veriga pomeni, po Towill et. al. (2003, str. 74), da se s proizvodnjo sekvenco preko identificiranja povpraševanja zadovoljujejo dejanske potrebe. Dobavno verigo je mogoče sestaviti s pomočjo niza posameznih proizvodnih podsistemov. Zaključek takšnega pristopa je, da lahko napovemo dinamični odziv za celoten proizvodni sistem z znanjem, ki je značilno za filterske karakteristike. Sistem tako lahko obravnavamo tudi v filterskem smislu, če pri tem poznamo operacijske raziskave za 'implicitne' filtre ali raziskave, ki temeljijo na metodah, značilne za servomehanizme ('explicitni' filterski pristop). Tabela 2 prikazuje implicitni in explicitni pristop za odločitveni podporni sistem (v nadaljevanju OPS).

*Tabela 2: Implicitni in explicitni filterski pristop za OPS*

<b>OPS karakteristike</b>	<b>Operacijske raziskave ('implicitni' filter)</b>	<b>Servomehanizemski pristop ('explicitni' filter)</b>
Predstavitve modela opazovanega sistema	Integralno/diferencialne enačbe	Prenosna funkcija
Testiranje s pomočjo tipičnih signalov	Naključni odziv	Sinusoidni odziv
Metode analize	s/z-verjetnostna transformna teorija	s/z-fourierjeva transformacija
Kriteriji zmogljivosti	Varianca proizvodnje in zalog	Proizvodni odkloni in odkloni zalog
Optimizacijske procedure	Minimizacijska kvadratična stroškovna funkcija	Minimizacija odklonov od 'idealnega' filtra
Obravnava učinka biča	Abitrarni pristop	Explicitno zmanjševanje v fazi načrtovanja
Upravljalni 'input' v fazi OPS načrtovanja	Zagotovitev podatkov za stroškovni model	Zagotovitev priporočil za 'cut-off' frekvenco

*Vir: Prerejeno po D. R. Towill, M. R. Lambrecht, S. M. Disney & J. Dejonckheere, Explicit filters and supply chain design, 2003.*

V teoriji obravnave 'idealnih' filtrov je pomembna odzivnost na realne spremembe v povpraševanju, vendar pa se naj pri tem izdvoji naključne spremembe, ki ne vplivajo na aktualne potrebe. V splošnem se idealnih filtrov ne da izdelati, ampak je mogoče s pomočjo določenih algoritmov doseči relativno dobre približke. Značilnost dobrega filtra, ki ponazarja proizvodni sistem, je, da nizkofrekvenčne signale s trga povzema in nanje reagira in zavrača

visokofrekvenčne signale, ki ponazarjajo 'šum'. Po drugi strani pa je mogoče obravnavo izpeljati tako, da opazujemo povečevanje dejanskega povpraševanja pri tako imenovanem učinku biča in zavračanje njegove navidezne periodičnosti povpraševanja (Towill et. al., 2003, str. 76).

Dandanes se morajo podjetja hitro odzivati na spremembe v povpraševanju in se prilagoditi na spremembe v tehnologijah. Tovrstno dogajanje zahteva modeliranje in analiziranje dinamičnega obnašanja sistemov, posebno v proizvodnih sistemih (Venkateswaran & Son, 2007, str. 171). Dinamičnih sistemov, ki so opredeljeni z zamikom, povratno zanko in nelinearnostjo ne moremo dovolj natančno opisati s tehnikami matematičnega programiranja, kot so: linearno/nelinearno/stohastično programiranje. Naravna izbira pri tem je, da opazujemo proizvodnjo in zaloge dinamično s pomočjo sistemsko-teoretičnih orodij. Vendar pa je mogoče dinamičnost sistemov opazovati tudi s pomočjo transformacijskih tehnik, pri katerih sistem prevedemo iz časovnega v frekvenčni prostor. Prednosti bi lahko strnili v naslednje:

- frekvenčna analiza je učinkovito orodje za ugotavljanje kritičnosti načrtovanih parametrov sistema in ugotavljanje razpona, kjer bodo parametri dajali dobre prenosne lastnosti;
- povratno-zančna prenosna funkcija sistema daje vpogled v stabilnostne razmere opazovanega sistema in
- različne transformacije pomagajo problem transformirati iz časovnega v frekvenčni prostor, kjer je problem lažje rešljiv.

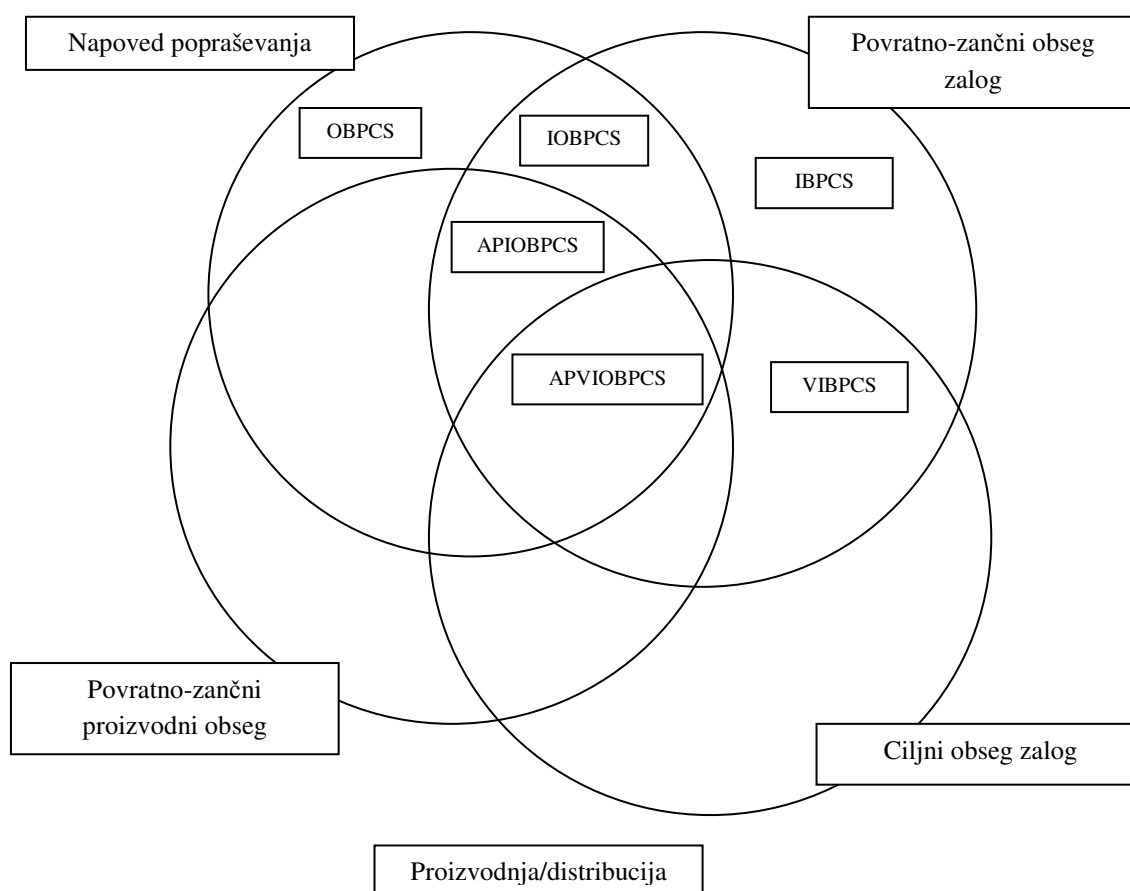
## Tipologija celotne družine IOPBCS-modelov

Praktični rezultati uporabe IOBPCS-modelov se pokažejo skozi različne nadzorne mehanizme v okviru politike naročanja. Disney in Towill (2005) podajata na zelo enostaven način pomen arhitekture IOBPCS-sistemov, kjer je napovedovanje zalog, proizvodnje in prodaje možno natančno določiti (Disney & Towill, 2005, str. 334). Kot navajata je obseg naročil (OBNA) določen po spodnji enačbi (1).

$$OBNA = F(\text{primanjkljaj zalog}) + F(\text{primanjkljaj proizvodnje}) + F(\text{napoved prodaje}) \quad (1)$$

V nadaljevanju podajamo tipologijo celotne družine diskretnih IOBPCS-modelov za PIC-sisteme (Slika 2).

Slika 2: Tipologija družine IOBPCS-modelov

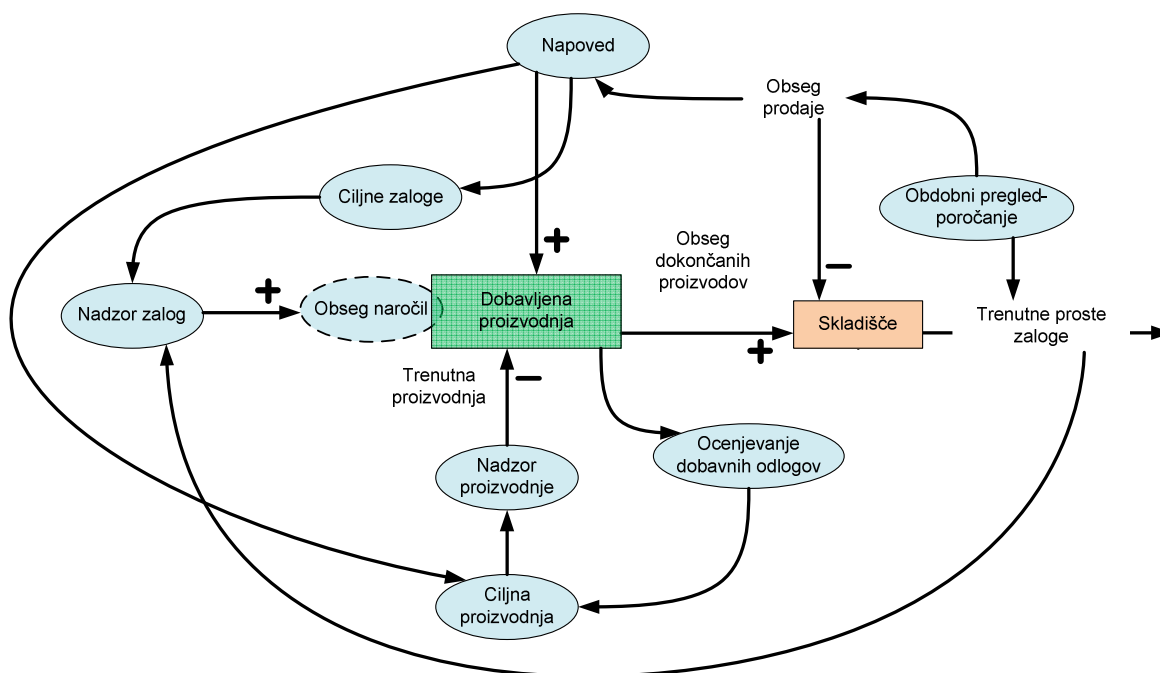


Vir: C. S. Lalwani, S. M. Disney, & D. R. Towill, *Controllable, observable and state space presentations of generalized order-up-to policy*, 2006.

Pri tem se napoved prodaje odraža tudi skozi prizmo trenutnega povpraševanja. IOBPCS-modeli sestavljajo različne nadzorne člene (angl. *controller*). Tipično, toda neobvezujoče, je nadzorni mehanizem zalog in proizvodnje določen kot proporcionalni člen in napoved prodaje temelji na eksponentnem glajenju na podlagi dejanskega obsega povpraševanja. Celotni nabor nadzornih členov prikazuje spodnja slika (Slika 3).



Slika 3: Arhitektura IOBPCS-modelov



Vir: S. M. Disney & D. R. Towill, *Eliminating drift in inventory and order based production control systems*, 2005.

## Opis različnih politik naročanja

Slika 2 podaja različne načine upravljanja z zalogami, ki jih v nadaljevanju v kratkem pojasnimo. Osnovni oziroma elementarni politiki naročanja sta dve, in sicer:

- napoved povpraševanja – zaloge bodo temeljile izključno na 'intenziteti' povpraševanja in
- povratno-zančni obseg zalog – zaloge bodo temeljile na razliki med ciljnim in dejanskimi zalogami.

Ostale politike naročanja so kombinacije med intenziteto povpraševanja, razliki med ciljnim in dejanskim proizvodnim obsegom in razliki med ciljnim in dejanskimi zalogami. Tako s kombinacijo med intenziteto povpraševanja in razliki med ciljnim in dejanskimi zalogami dobimo politiko naročanja z napovedjo povpraševanja in s povratno-zančnim obsegom zalog. V kolikor kombiniramo vse tri politike naročanja, dobimo politiko naročanja z napovedovanjem povpraševanja in povratno-zančnim obsegom proizvodnje in zalog.

V splošnem veljata dve oskrbovalni pravili, in sicer: stalni obseg naročil in periodični obseg naročil (Disney et. al., 2006, str. 152). Po prvem pravilu so naročilne količine stalne, vendar pa se spreminja čas med dvema naročiloma. Po drugem pravilu, periodičnem obsegu naročil, pa se odločevalec odloča o vsakokratni količini, medtem ko je čas med dvema naročiloma stalen. Ker vsakokratna odločitev o obsegu naročila temelji na stalnih časovnih intervalih, lahko

uporabimo  $z$ -transformacijo za modeliranje in analiziranje. Prenosna funkcija opazovanega sistema odraža dinamične lastnosti sistema ob upoštevanju določenih predpostavk.

Čeprav ima v splošnem družina APVIOBPCS-modelov veliko uporabno vrednost pri načrtovanju obsega proizvodnje in zalog pa je potrebno opozoriti na omejitve. Obstaja verjetnost, da se kljub uporabljenemu ciljnimu trenutnemu proizvodnem času dogodi nakopičenje zalog (Disney & Towill, 2005). Do tega pojava pride, v kolikor se uporablja stalen proizvodnji čas, čeprav so se realne razmere spremenile in se je proizvodni čas podaljšal. Slednje pripelje do nestabilnosti sistema.

Pri opazovanju APVIOBPCS-modelov, ki so povezani v oskrbovalno verigo, je pomembno, da je obseg naročil zglajena funkcija saj slednje pomeni, da bo prodajalec soočen z manjšo variabilnostjo proizvodno-oskrbovalnega časa kot posledica dejstva, da se dobavitelju ni potrebno v tolikšni meri prilagajati variabilnim razmeram. To pripelje do kompenzacijskega učinka tudi pri prodajalčevem obsegu zalog (Boute, Disney & Lambrecht, 2007).

Pri obravnavi APVIOBPCS-modelov je povpraševanje definirano s tako imenovanim eksponentnim glajenjem, ki ga opisuje diferenčna enačba prvega reda. Proces povpraševanja so raznoliki, ki jih v splošnem opisujejo avto regresivne diferenčne enačbe določenega reda, zato obstaja povezava med avto regresivnimi procesi višjih redov in amplitudo učinka biča, vendar pa Chandra in Grabis (2005) v svojem prispevku ugotovita, da je med eksponentnim glajenjem prvega reda in sezonskim avtoregresivnim procesom povpraševanja podobnost, čeprav je vzorčna varianca proizvodnega časa različna za oba procesa povpraševanja.

Za oskrbovalne sisteme (APVIOBPCS-modeli) obstaja več različnih oskrbovalnih pravil, ki imajo večji ali manjši vpliv na učinek biča. Pravila v večji ali manjši meri upoštevajo, da se dezinformacija med trenutnim obsegom zalog in ciljnim obsegom zalog ne upošteva v polni meri, ampak v zmanjšanem obsegu. Tovrstni pristop ima vpliv na zmanjšanje učinka biča (Jakšič, 2008).

V kolikor se pri upoštevanju proizvodnega časa dogajajo napake v smislu, da se proizvodni čas krajša, potem prihaja do problema, da se zaloge dejansko povečujejo (angl. *inventory drift*), medtem ko se upošteva pri napovedovanju časa proizvodnje nespremenljiv čas. Takšne motnje v zalogah lahko popravijo proporcionalni in integralni kontrolerji (Al-Sunni, Khursheed & Al-Fares, 2003). Da bi se izognili povečevanju zalog kot odraz tega, da se krajša proizvodnji čas, so raziskovalci modelu dodali sposobnost, da se prilagaja in upošteva negotovost.

Pravilno napovedovanje povpraševanja ima za poslovni sistem izreden pomen, saj se zmanjšuje učinek predimenzioniranja potrebnih zalog glede na dejansko povpraševanje.

## **Cilj magistrskega dela**

Cilj magistrskega dela je prikazati kako z metodami obravnavati prodajne procese v smislu vhodnih »dražljajev« in odzivov (»izhodov«) kot posledico oziroma rezultat odzivnosti tega procesa.

V delu so postavljeni »okvirji«, ki so toliko splošni, da so uporabljivi na kateremkoli ekonomsko prodajnem področju. Z določenimi nakazanimi možnostmi pa bo bralcu dana možnost, da svoje raziskovanje poglobljeno izvaja dalje na drugih področjih odvisno od posameznega obravnavanega ekonomskega področja.

Naloga bo s svojim praktičnim numeričnim primerom potrdila trditev, da so rezultati opazovanja in raziskovanja uporabljivi v konkretnih prodajnih primerih, kar bo dalo analizi dodatno težo in tudi možnosti sistematične obravnave prodajnih procesov.

## **Metode proučevanja in zasnove dela**

Izdelava magistrskega dela temelji na raziskovanju in proučevanju teoretičnih spoznanj, ki pa so podprta s simulacijskimi primeri oziroma je njihova uporaba prikazana s primerom iz vsakdanje prakse .

Glede na cilje in naloge magistrskega dela so bili uporabljeni določeni metodološki pristopi, med katerimi je potrebno izpostaviti predvsem zbiranje podobne problematike v različnih literaturah kot virih.

V delu smo poskušali kar v največji meri naslanjati na strokovno literaturo domačih in tujih avtorjev. Prav tako smo poskušali v magistrski nalogi podati čim več razpoložljivih različnih informacij iz raznolikih virov z namenom prikazati pestrost uporabe.

V posameznih poglavjih so podani primeri uporabe že poznanih metodoloških temeljev metod, ki so navedene v različnih literaturah z ekonomskega področja, medtem ko so v praktičnem delu, kjer je prostor namenjen raziskovanju problema in iskanju rešitev, prikazani rezultati primerov iz vsakdanjega poslovanja. Prikazani praktičnimi primeri imajo namen povečati razumljivost obravnavanega področja oziroma podati splošnost teoretičnih dognanj.

Da bi bila obravnava čim bolj nazorna in razumljiva, je precej prostora namenjenega prikazovanju problematike s pomočjo različnih slik, ki ponazarjajo sisteme, procese, modele ipd., prav tako pa je precej prostora - z namenom nazornosti - posvečeno tudi pripravi grafov in tabel. S tem naj bi celotno delo pridobilo na razumljivosti.

Najbrž ne bo odveč, če uvodoma zaključimo, da takrat, ko želimo prikazati določene stvari poenostavljene, naletimo na nasprotje med poenostavljanjem in minimalnim obsegom »snovi«

za dobro razumevanje. Izpostavljanje bistva in poudarjanju dejstev se ne da izogniti brez zahtevanega obsega sistematičnosti, česar pa je težko doseči brez kakovostne matematične obravnave. Pri pisanju dela je bil vseskozi prisoten premislek, kakšen obseg matematičnih formulacij je še smiseln za razumljivo podajanje celotne snovi. Da bi se izognili problemom nerazumljivosti, je v delu, kjer bi razumljivost lahko bila vprašljiva, podano napotilo na literaturo z mestom podrobnejšega pojasnila. Da pa se ne bi izgubilo osnovno bistvo naloge, je matematična izpeljava dognanj podana v dodatku k magistrski nalogi.

# 1 OPIS PROBLEMA POLITIKE NAROČANJA

## 1.1 Učinek biča

Problematiko politike naročanja je mogoče obravnavati na različne načine. Za celotno zbirko metod je značilno, da poskušajo najti matematične rešitve razmerja med potrebnim (optimalnim) obsegom naročil in povpraševanjem. Povpraševanje je pri tem določeno kot neodvisna časovno nespremenljiva statistično naključno porazdeljena vhodna spremenljivka.

V splošnem je učinek biča mogoče pojasniti tudi na način, da se v oskrbovalni verigi določen posamezen 'igralac' odloči, da bo naročil večjo količino pri svojem dobavitelju, kot jo zahteva povpraševanje, ki ga generirajo njegovi kupci (Dejonckheere et. al., 2002, str. 133). Namen systemske teorije je tako zmanjšati šum in časovno zgladiti obseg povpraševanja, ki se skozi sistem prenaša in na določenih frekvenčnih območjih tudi poveča, kar dejansko predstavlja ugotovljivo frekvenčno pasovno širino ob prisotnosti učinka biča.

Rezultati so, po Towill et. al. (2003, str. 80), podobni tako po implicitno kot explicitno filtrskim pristopom s to razliko, da so poti do rezultatov različni. Implicitni filtrski pristop upošteva minimizacijsko psevdo stroškovno funkcijo, katere namen je zmanjšati stranski učinek '*bullwhipa*'. Explicitni filtrski pristop je pomoč za določanje, kje v frekvenčnem razponu se dogodi učinek biča, ki je generiran s pomočjo algoritmov proizvodnih opravil.

Brez dvoma velikemu zanesenjaštvu, ki je prisotno pri operacijskem raziskovanju učinka biča, pa je smiselno od raziskovalcev zahtevati tudi določeno mero previdnosti (Towill et. al., 2007, str. 445). Pojavi se lahko zmešnjava, če se ne upošteva opazovanje učinka biča istočasno skozi tako imenovano 'variančno' kot tudi skozi 'filtrsko' prizmo. Pomembno dejstvo namreč je, da učinek biča ni enak za vse sisteme, ampak ima svoje posebnosti pri opazovanju posameznih praktičnih primerov (od ponudnika na končnih prodajnih trgih do ponudnikov na surovinskih trgih).

Za opazovanje učinka biča v simulacijah dinamičnih sistemov je skočna funkcija uporabna v tem smislu, da je mogoče pojasniti omejitve systemske karakteristike (Towill et. al., 2007, str. 446). V simulacijah sistemov je mogoče uporabljati tudi impulzno funkcijo, vendar pa je skočna funkcija mnogo bolj realistična, bolje odraža dejanske razmere. Zanimivo je, da lahko z naključnim signalom na vhodu prikažemo, na katere frekvence je sistem občutljiv, saj je v tem primeru izhod dominanten okrog določene frekvence. Ker je sistem občutljiv na določeno frekvenco, se takemu pojavu pravi resonanca, ki je značilna v določenih fizikalnih problemih. Pri dobavni verigi se takšna resonanca odraža na način, da se poskuša dokazati prisotnost sezonskih nihanj, čeprav je recimo prodaja na končnem trgu relativno 'gladka', tj. prodaja nima velikih oscilacij. Tovrstno opazovanje sistemov lahko po njegovem obravnavamo kot problem filtriranja z namenom odstraniti čim več 'šuma'.

Disney in Towill (2003) sta raziskovala razmerje dolgoročnih varianc merjeno s pasovno širino šuma in vsoto kvadratov odziva 'sistema' na impulz, kar ponazarja enačba (2). Pri tem sta uporabila temeljni odnos, ki ga je določil že Tsytkin (1964). Zaradi poenostavitve sta pri tem upoštevala brez izgube na splošnosti, da je varianca povpraševanja enaka 1. V matematičnem smislu zapišemo učinek biča kot razmerje med dolgoročno varianco obsega naročil ( $OR$ ) in povpraševanja ( $D$ ). Dolgoročna varianca pomeni časovni razpon, kjer čas kot  $n$  spremenljivka limitira proti neskončnosti.

$$Bullwhip = VR_{OR} = \frac{\sigma_{OR}^2}{\sigma_D^2} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} |F(j\omega)|^2 d\omega = \frac{W_N}{\pi} = \sum_{n=0}^{\infty} f^2(n) \quad (2)$$

V nadaljevanju bomo omenili samo dve metodi:

- Disney in Towill (2003) se problema politike naročanja lotevata na način, da uporabita metodo impulznega odziva diskretnega 'sistema' na tako imenovani enotski beli šum, ki je privzet iz inženirskih upravljalno-nadzornih metod in
- učinek biča kot razmerje varianc med vsakokratnim obsegom naročil in obsegom povpraševanja je mogoče obravnavati tudi s pomočjo Cauchy's-vega ploskovnega integrala (Grubbström & Andersson, 2002).

Kratka primerjava med obema metodama pokaže praktično vrednost prve, saj je mogoče učinek biča prikazati na način, da je mogoče enostavno kreirati 'spreadsheet' model politike naročanja in privzeti vhodno spremenljivko kot impulz in enostavno izračunati vsoto kvadratov obsega naročil v času od nič do neskončnosti. V praksi se slednje izkaže kot diskretni interval od nič do dovolj velikega števila  $n$ .

Vrednosti učinka biča lahko razvrstimo v tri območja zalog vrednosti, in sicer:

- $VR_{OR} < 1$  pomeni, da PIC-sistem gladi obseg izvedenih naročil (dosega razpoložljivo zmogljivost),
- $VR_{OR} = 1$  pomeni, da PIC-sistem izvaja obseg naročil identičen povpraševanju in
- $VR_{OR} > 1$  pomeni, da je PIC-sistemu prisoten učinek biča.

Za reševanje problema politike naročanja je precejšnjega pomena pretvorba PIC-sistema iz časovnega v frekvenčni prostor s pomočjo z-transformacije. Transformacija iz časovne v frekvenčno domeno ima prednosti, saj se pri analizi namesto zahtevne konvolucije v časovni domeni uporabi enostavno vektorski pristop v kompleksnem frekvenčnem prostoru (Disney et al, 2004, str. 296).

V članku Lalwani et. al. (2006, str. 173) uporabijo družino IOBPCS-modelov kot osnovo za iskanje odgovora na vprašanje ali IOBPCS-model vsebuje lastnost vodljivosti in merljiv.



IOBPCS modeli vsebujejo naslednje mehanizme delovanja:

- mehanizem napovedovanja,
- zamik (tudi odlog) izvedbe od naročila,
- povratna zanka zalog,
- povratna zanka časa izvajanja proizvodnje in
- ciljne zaloge.

V nadaljevanju podajamo kratek opis oziroma lastnost mehanizma naštetega v prejšnjem odstavku.

Mehanizem napovedovanja je »naprej« usmerjen proces (zanka, angl. *loop*) znotraj politike obnavljanja zalog tako, da daje korist pri dveh vrstah informacij:

- napoved povpraševanja po času »zamika« in
- napoved povpraševanja v časovni periodi po času zamika.

Natančnejše kot je napovedovanje, manjše bodo zahtevane zaloge v dobavni verigi.

Tako zamik izvedbe od naročila enostavno predstavlja čas od sprejetja naročila blaga do njegove dostave v skladišče. Vsebuje tudi čas, potreben, da se preveri ustreznost naročila.

Povratna zanka zalog pomeni mehanizem, pri katerem se popravlja napaka pri neto obsegu zalog. Običajno se povratna zanka uporablja pri načrtovanju mehanskih, elektronskih in aeronavtičnih sistemih, vendar pa je ta mehanizem uporaben tudi pri upravljanju z zalogami. Z vpeljavo proporcionalnega in integralnega kontrolerja zalog se spremeni krivulja dinamičnega odziva.

Posamezni modeli znotraj družine IOBPCS-modelov lahko imajo nekatere ali pa vse predstavljene mehanizme

Na odzivnost družine IOBPCS-modelov vplivajo različne spremenljivke, zato je v nadaljevanju podan njihov pomen:

- $T_p$  – proizvodni ali distribucijski zamik (angl. *lead-time*), tj. čas od prejetja naročila v proizvodnjo do njegove izvedbe oziroma čas od prejetja naročila do izvedbe distribucije naročila ( $T_p \geq 0$ );  $T_{\bar{p}}$  predstavlja ocenjeni poprečni zamik proizvodnje ( $T_{\bar{p}} \geq 0$ );
- $T_a$  – povprečna doba eksponentnega napovedovanja; napoved se vsako periodo popravi glede na pretekle dogodke; ne zahteva se napoved bodočega obnašanja; uporabi se nova napoved in se nadomesti stara;  $T_a \geq -0,5$  za zagotovitev stabilnosti sistema;
- $T_i$  – del neskladnosti med ciljnim obsegom zalog in trenutnim obsegom zalog, ki se prišteje proizvodnemu obsegu naročil (po navadi  $T_i > 0,5$ ); in



- $T_w$  – del neskladnosti med ciljnim proizvodnim obsegom in trenutnim proizvodnim obsegom, ki se prišteje proizvodnemu obsegu naročil (po navadi je  $T_w > 0,5$ ).

Problematika politike naročanja kot bomo videli v nadaljevanju, vsebuje vplive na dinamično obnašanje PIC-sistema. Starejše raziskave so vzorčno frekvenco predpostavljale na tedensko raven, vendar pa se današnje raziskave osredotočajo v smeri, kako vzorčni interval posebej meriti, saj le-ta pomembno vpliva na dinamiko PIC-sistema. Posledično pa to vpliva tudi na stabilnost sistema.

## 2 REŠEVANJE PROBLEMA NAROČANJA V ČASOVNI DOMENI

### 2.1 Splošni matematični zapis AVIOBPCS-modela v časovni domeni

Reševanje problema naročanja v časovni domeni pomeni, da raziskave temeljijo v matematičnem smislu na reševanju sistema diferencialnih/diferenčnih enačb. Takšen način reševanja problema je v strokovni literaturi obdelan na različne načine. V magistrski nalogi povzemamo postopek načina reševanja problema, kot je prikazan v Disney in Towill (2002). Ker se naloga osredotoča na obseg proizvodnih naročil v odvisnosti od povpraševanja, je iz omenjene literature povzet zgolj ta del.

### 2.2 Obseg naročil proizvodnje v AVIOBPCS-modelu

Potrebni oziroma optimalni obseg *NAročil PROizvodnje (NaPR)* glede na razmere in pogoje v AVIOBPCS-modelu določa splošna enačba (3).

$$NaPR_t = NaPO_{t-1} + \frac{NapZA_{t-1}}{T_i} + \frac{NapPvT_{t-1}}{T_w} \quad (3)$$

kjer je:

$NaPR_t$  = NAročila PROizvodnje v času  $t$ ,

$NaPO_{t-1}$  = NApoved POvpraševanja v času  $t-1$ ,

$NapZA_t = CiZA - NiZA_{t-1} - ObDoPR_t$  = Napaka Zalog = razlika med želenim in dejanskim obsegom zaloge v času  $t$ ,

$CiZA_t$  = Ciljne ZAloge v času  $t$ ,

$NiZA_t = NiZA_{t-1} + ObDoPR_t$  = Nivo ZAlag dokončane proizvodnje v času  $t$ ,

$NapPvT_t = ŽePvT_t - PvT_t = ŽePvT_t - PvT_{t-1} - NaPR_t + ObDoPR_t$  = Napaka Proizvodnje v teku = razlika med želenim in dejanskim obsegom proizvodnje v času  $t$ ,

$PvT_t = PvT_{t-1} + NaPR_t - ObDoPR_t =$  Proizvodnja v Teku v času  $t$ ,

$OBDoPR_t = NaPR_{t-(T_p)} =$  OBseg Dokončane PROizvodnje v času  $t$  in

$\check{Z}ePvT_t = NaPO_t \cdot T_p =$  Želena Proizvodnja v času  $t$ .

### 2.3 Napoved povpraševanja

Seveda pa je potrebno ob tem določiti tudi spremenljivko povpraševanja po enačbi (4). Posebno pozornost je potrebno posvetiti tudi razliki med obsegom prodaje in obsegom dejanske dobave. Pomembnost te spremenljivke na obnašanje sistemov zvišuje vrednost teh modelov, saj proizvajalec načeloma ne more proizvode tudi dobaviti istočasno z naročilom.

$$NaPO_t = NaPO_{t-1} + \frac{1}{1+T_a}(PROD_{t-1} - NaPO_{t-1}) \quad (4)$$

kjer je:

$PROD_{t-1} =$  PRODaja v času  $t-1$ ,

Enačba (4) je diferenčna enačba prvega reda in predstavlja eksponentno glajenje s konstanto glajenja  $T_a$ . Vzorčni interval odraža frekvenco, s katero se informacije znotraj sistema dejansko obnavljajo. Predhodne raziskave so vzorčno frekvenco postavljale na tedensko raven, vendar pa se današnje raziskave osredotočajo v smeri, kako vzorčni interval posebej, meriti saj le-ta pomembno vpliva na dinamiko PIC-sistema. Posledično pa to vpliva tudi na stabilnost sistema.

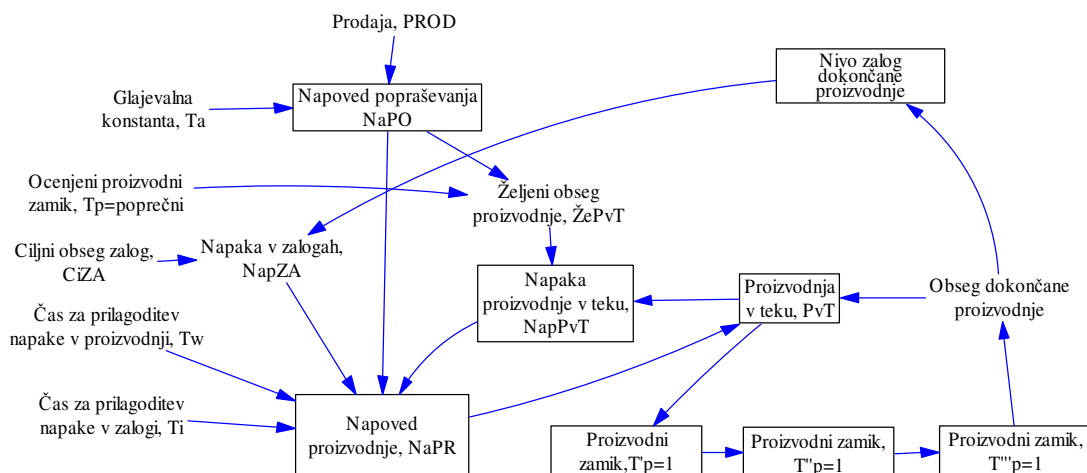
Za eksponentno glajenje je značilno tudi, da se odraža na 'preostali oscilaciji' in ima zaželeno lastnost v nizkem povprečnem absolutnem odklonu, če le-tega primerjamo z metodo drsečega poprečja.

Prav tako pa so Dejonckheere et. al. (2002) prikazali, da enostavno eksponentno glajenje vpliva na znižanje stroškov naročil.

Pri razumevanju politike naročanja je potrebno izpostaviti, da je povpraševanje neodvisna in statistično porazdeljena naključna spremenljivka.

Zgoraj zapisano lahko združimo v naslednji vzročno-zančni diagram PIC-sistema (Slika 5), ki je bil izdelan v programskem orodju VENSIM. Omenjeno orodje je zelo učinkovito orodje za simulacije dinamičnih sistemov.

Slika 5: Vzročno-zančni diagram splošnega AVIOBPCS-modela



Vir: Prirjeno S. M. Disney, A. T. Potter & B. M. Gardner, *The impact of vendor managed inventory on transport operations*, 2003.

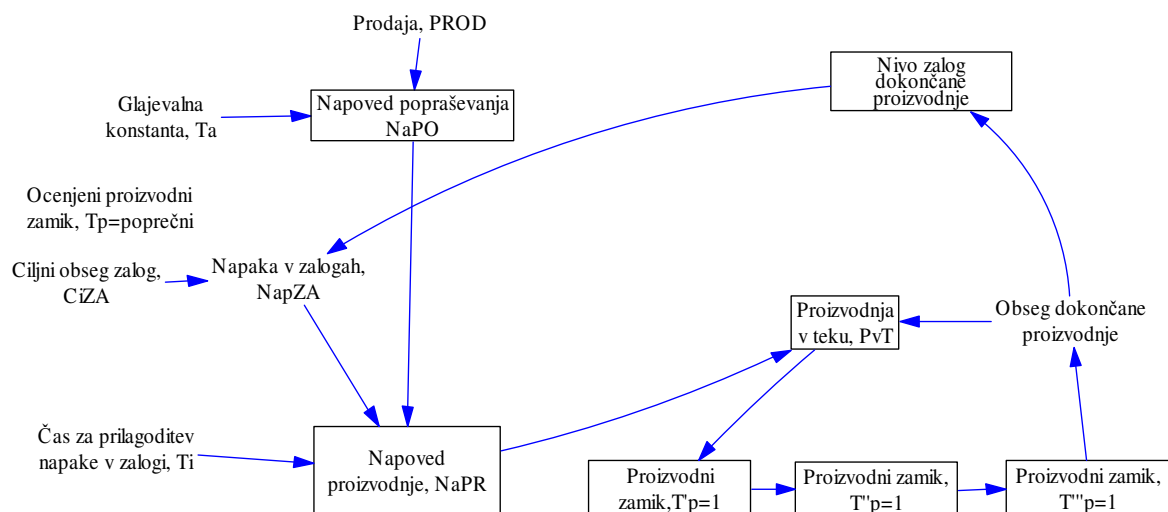
## 2.4 Določitev proizvodnje funkcije v odvisnosti od povpraševanja za IOBPCS in IBPCS-modela

Za IOBPCS in IBPCS-modela je značilno, da nas ne zanima, kolikšna je napaka med želenim obsegom in dejanskim obsegom proizvodnje. V kolikor upoštevamo, da je  $T_w = \infty$ , potem se modela poenostavita, kar prikazuje spodnja slika (Slika 6). Prav tako se poenostavi tudi enačba (3) v enačbo (5). Diferenčna enačba, kot je določena z enačbo (4), ostane nespremenjena.

$$NaPR_t = NaPO_{t-1} + \frac{NapZA_{t-1}}{T_i} \quad (5)$$

Spremenljivke imajo enak pomen kot v enačbi (3).

Slika 6: Vzročno-zančni diagram za IOBPCS in IBPCS-model



Vir: delo.

### 3 VPLIV DOBAVNIH ODLOGOV NA ZASNOVO IN REŠEVANJE MODELA

#### 3.1 Določitev PIC-sistema z upoštevanjem dobavnih odlogov

Ker nastopa v modelu tudi obseg proizvodnje v teku, je potrebno proučiti tudi njegovo vlogo v modelu. Proizvodni proces je tipično modeliran kot stalni odlog. Slednje ne pokrije primere, kjer je mogoča mešanica različnih proizvodov in različnosti procesnih časov. V splošnem pa so visoke mešanice proizvodov in različnost proizvodnih časov izid v odlogu prvega reda. Med skrajnim časovnim odlogom (brez mešanice proizvodov in stalnim časovnim zamikom) in odlogom prvega reda se nahajajo različni proizvodni primeri. V raziskavi Venkateswaran et. al. (2007) zaradi namenov raziskovati dinamičnost PIC-sistema uporabijo časovni odlog materiala višjega reda ( $Q=3$ ).  $Q$ -ti časovni odlog proizvodnje predstavlja  $Q$ -kratno sekvenco osnovnega odloga prvega reda.

Skupni čas proizvodnje v teku ( $PvT$ ) akumulira razliko v proizvodnem obsegu (PRATE) in obsegu dokončane proizvodnje (DOPr). Posamezne stopnje proizvodnje v teku ( $XPvT$ ) tako akumulirajo razliko izhoda proizvodnje v predhodni stopnji in izhoda proizvodnega obsega v trenutni stopnji ( $XPRATE$ ).

$$DOPr = \sum_{q=1}^Q XPvT_{qt} \tag{6}$$

$$XPvT_{q,t} = \begin{cases} XPvT_{q,t-1} + \delta \cdot (PREL_t - XPRATE_{q=1,t}), \forall q=1 \\ XPvT_{q,t-1} + \delta \cdot (XPRATE_{q-1,t} - XPRATE_{q,t}), \forall q \in (2, \dots, Q) \end{cases} \quad (7)$$

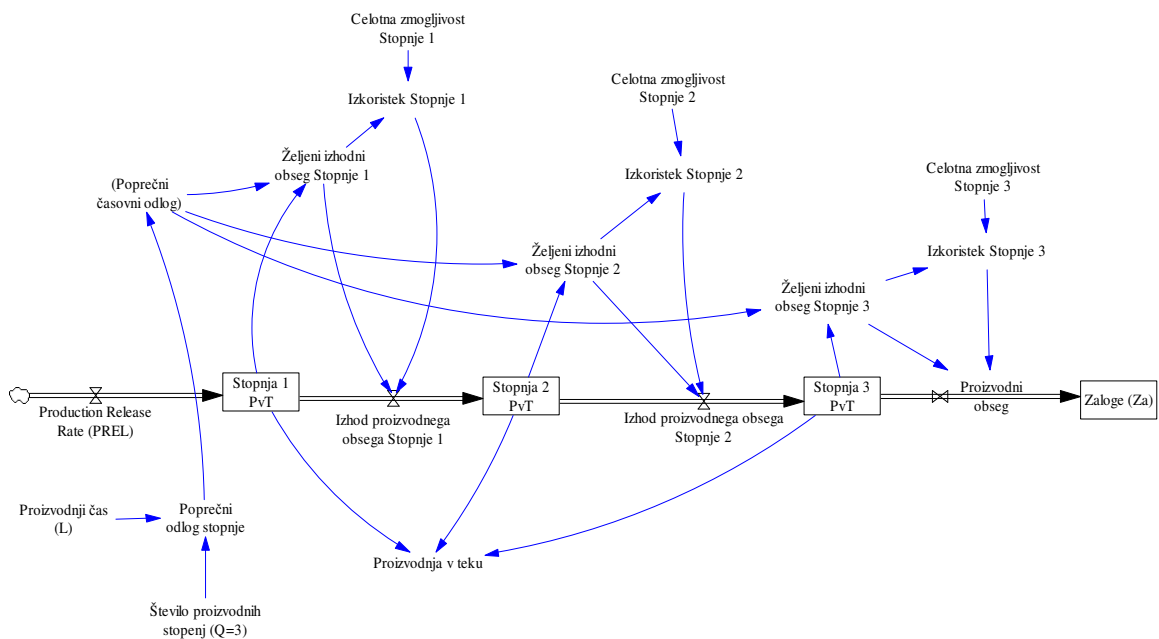
Na osnovi *Little* zakona se izhod proizvodnje obsega (XPRATE) nastavi na želeni dani nivo (PvT) za vsako posamezno stopnjo in povprečni časovni zamik za posamezno stopnjo z enačbo (8).

$$XPRATE_{qt} = \frac{XPvT_{q,t-1}}{\frac{L}{Q}}, \forall q \in (1, \dots, Q) \quad (8)$$

$$PRATE_t = XPRATE_{Qt} \quad (9)$$

Zapisano v zgornjih odstavkih lahko združimo v naslednjo sliko (Slika 7).

Slika 7: Vzročno-zančni blok diagram za proizvodni proces pri  $Q=3$



Vir: J. Venkateswaran & Y.-J. Son, *Effect of information update frequency on the stability of production-inventory control systems*, 2007.

## 4 NUMERIČNI PRIMER REŠEVANJA PROBLEMA POLITIKE NAROČANJA V ČASOVNI DOMENI

### 4.1 Splošno o reševanju problema politike naročanja v časovni domeni

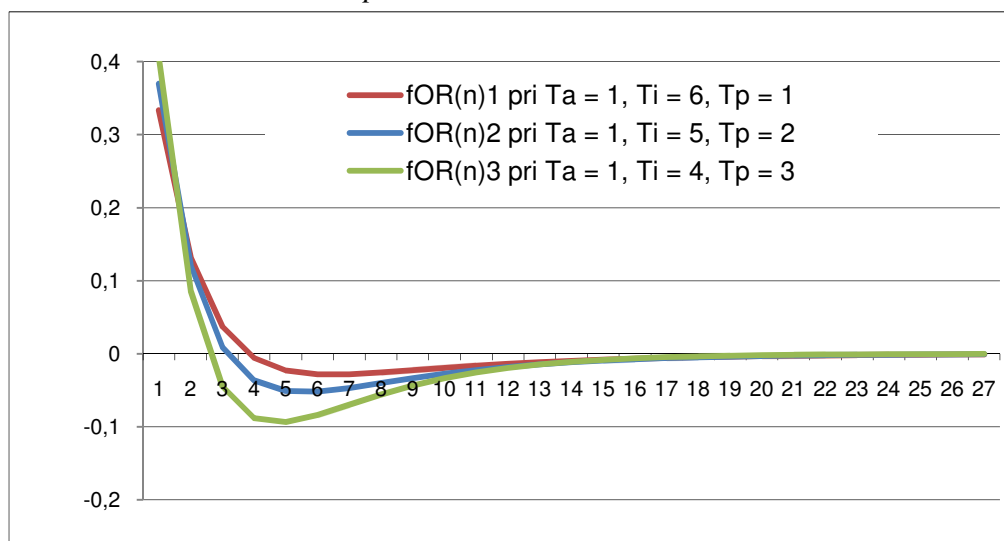
V poglavju 2 in 3 je prikazano, katere enačbe se uporabljajo za matematično ponazoritev PIC-sistema in kakšen je njihov namen. Prav tako je prikazano, kako so enačbe s spremenljivkami 'vpete' v PIC-sistem. Pretvorba teh enačb in PIC-sistema v takšno obliko, da je mogoča izpeljava enačbe odzivnosti sistema na vhodne dražljaje, je opisana v različnih gradivih, ki so bila omenjena v predhodnih poglavjih, zato bomo v nadaljevanju obravnavali numerični primer, povzet po literaturi Disney et. al. (2004). V omenjeni literaturi so avtorji izpeljali časovni impulzni odziv z enačbo (10) za PIC-sistem, pri katerem so uporabili DE-AVIOBPCS-model.

$$f_{OR} = \frac{1}{(1 + T_a)(1 + T_a - T_i)T_i} \left( (1 + T_a) \left( \frac{-1 + T_i}{T_i} \right)^n (1 + T_a + T_p) - \left( \frac{T_a}{1 + T_a} \right)^n T_i(T_i + T_p) \right) \quad (10)$$

### 4.2 Numerični primer

V kolikor odzivnost prikažemo v slikovni obliki, potem dobimo prikaz odzivnosti, kot jo prikazuje naslednja slika (Slika 8).

Slika 8: Časovna impulzna odzivnost za DE-AVIOBPCS-model



Vir: delo.

Iz Slike 8 lahko razberemo, da kljub temu da se dobavni odlog časovno podaljšuje, se zaradi krajšanja časov sporočanja obsega zalog nazaj v proizvodnjo PIC-sistem pomika iz območja »legile« v območje »agile«. Sistem postaja hitreje odziven vendar pa prinaša s seboj tudi večji odklon od ciljne trenutne vrednosti, ki ga poimenujemo »prenehaj«.

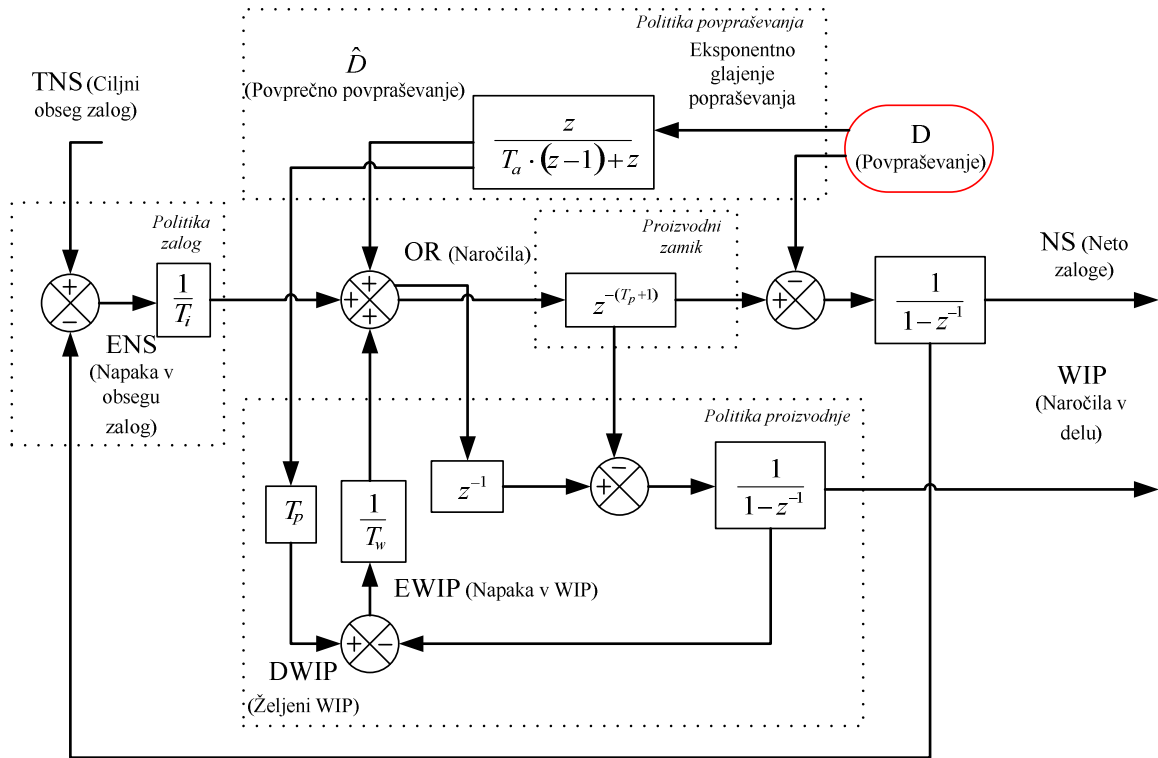
## **5 REŠEVANJE PROBLEMA POLITIKE NAROČANJA V FREKVENČNI DOMENI**

### **5.1 Splošni zapis PIC-sistema v frekvenčni domeni**

Za reševanje problema politike naročanja je precejšnjega pomena pretvorba PIC-sistema iz časovnega v frekvenčni prostor s pomočjo z-transformacije. Transformacija iz časovne v frekvenčno domeno ima prednosti, saj se pri analizi namesto zahtevne konvolucije v časovni domeni uporabi enostavno vektorski pristop v kompleksnem frekvenčnem prostoru (Disney et. al., 2004, str. 296).

V članku Lalwani et. al. uporabijo družino IOBPCS-modelov kot osnovo za iskanje ali IOBPCS-model vsebuje lastnost vodljivosti in merljiv. Blokovni diagram splošnega IOBPCS-modela ponazarja spodnja slika (Slika 9). V prikazanem modelu nastopajo vse spremenljivke, ki so opredeljene v različnih oskrbovalnih politikah različnih PIC-sistemov.

Slika 9: Blokovni diagram splošnega IOBPCS-modela



Vir: H. Sarimveis, P. Patrinos, C. D. Tarantilis & C. T. Kiranoudis, *Dynamic modeling and control of supply chain systems: A review*, 2008.

Brez podrobnosti glede postopkov pri izpeljavi prenosne funkcije, podajamo zgolj izpeljano prenosno funkcijo prikazano z enačbo (11). Pri tem je ravnanje podobno kot, (Disney et. al, 2004, str. 297), kjer prav tako napoti bralca na predhodna strokovna dela avtorjev (Disney & Towill, 2002) in Disney (2001) glede podrobnosti pri matematični izpeljavi.

$$F_{OR} = \frac{OR(z)}{D(z)} = a_1 * \frac{z^{1+T_p} (z - a_2)}{(z - a_3)(z^{T_p} (z - a_4) - a_5)} \quad (11)$$

kjer je:

$$a_1 = \frac{T_p T_i + T_w + T_a T_w + T_i T_w}{(1 + T_a) T_i T_w}$$

$$a_2 = 1 + \frac{T_w}{T_p T_i + T_a T_w + T_i T_w + T_w}$$

$$a_3 = \frac{T_a}{1 + T_a}$$

$$a_4 = 1 - \frac{1}{T_w}$$



$$a_5 = \frac{1}{T_w} - \frac{1}{T_i}$$

in

$$F_{NS} = \frac{NS(z)}{D(z)} = \frac{z}{z-1} \frac{a_7(z-a_6)}{(z-a_3)(z^{T_p}(z-a_4)-a_5)} \quad (12)$$

kjer je:

$$a_6 = \frac{T_a + T_{\tilde{p}} + T_w}{1 + T_a + T_{\tilde{p}} + T_w}$$

$$a_7 = \frac{1 + T_a + T_{\tilde{p}} + T_w}{T_w(1 + T_a)}$$

V oskrbovalnih politikah PIC-sistemov lahko nastopajo vse ali pa samo določene spremenljivke. Glede na zastopanost spremenljivk v oskrbovalnih politikah imamo zato različne modele, kot je opisano in prikazano v uvodnem poglavju (Tabela 1). Spremenljivke imajo enak pomen, kot je pojasnjeno v uvodnem poglavju.

Enačbi (11) in (12) opisujeta prenosno funkcijo naročil (OR) in neto zalog (NS) v odvisnosti od povpraševanja (D) za blokovni diagram za APVIOBPCS-model prikazan na sliki 9.

Na podlagi blokovnega diagrama za APVIOBPCS-model prikazanega na sliki 9 je prenosna funkcija obsega naročil od povpraševanja v odvisnosti od dobavnih odlogov za IOBPCS in IBPCS-model določena kot sledi v poglavju 5.2.

## 5.2 Enačbe stanj IOBPCS in IBPCS-modela

Prenosno funkcijo pri obsegu proizvodnje in zalog PIC-sistema glede na obseg povpraševanja pri različnih dobavnih odlogih izpeljemo iz enačbe (13).

$$F_{OR} = \frac{OR(z)}{D(z)} = a_1 * \frac{z^{1+T_p}(z-a_2)}{(z-a_3)(z^{T_p}(z-a_4)-a_5)} \quad (13)$$

kjer je:

$$a_1 = \frac{T_{\tilde{p}}T_i + T_w + T_aT_w + T_iT_w}{(1+T_a)T_iT_w} \text{ sledi } a_1^{T_w=\infty} = \frac{T_{\tilde{p}}T_i + T_w + T_aT_w + T_iT_w}{(1+T_a)T_iT_w} = \frac{1+T_a+T_i}{(1+T_a)T_i} \quad (14)$$

$$a_2 = 1 + \frac{T_w}{T_p T_i + T_a T_w + T_i T_w + T_w} \text{ sledi } a_2^{T_w = \infty} = 1 + \frac{1}{T_a + T_i + 1} \quad (15)$$

$$a_3 = \frac{T_a}{1 + T_a} \quad (16)$$

$$a_4 = 1 - \frac{1}{T_w} \text{ sledi } a_4^{w = \infty} = 1 \quad (17)$$

$$a_5 = \frac{1}{T_w} - \frac{1}{T_i} \text{ sledi } a_5^{w = \infty} = -\frac{1}{T_i} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} F_{OR}(z) &= \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{z^{T_p+2} - a_4 z^{T_p+1} - a_5 z - a_3 z^{T_p+1} + a_3 a_4 z^{T_p} + a_3 a_5} = \\ &= \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^{T_p} + (-a_3 - a_4)z^{T_p+1} + z^{T_p+2}} \end{aligned} \quad (19)$$

Če je  $T_p = 1$ , potem sledi:

$$\begin{aligned} F_{OR}(z) &= \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^{T_p} + (-a_3 - a_4)z^{T_p+1} + z^{T_p+2}} = \\ &= \frac{-a_2 a_1 z^2 + a_1 z^3}{a_3 a_5 + (-a_5 + a_3 a_4)z + (-a_3 - a_4)z^2 + z^3} \end{aligned} \quad (20)$$

Če je  $T_p = 2$ , potem sledi:

$$\begin{aligned} F_{OR}(z) &= \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^{T_p} + (-a_3 - a_4)z^{T_p+1} + z^{T_p+2}} = \\ &= \frac{-a_2 a_1 z^3 + a_1 z^4}{a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^2 + (-a_3 - a_4)z^3 + z^4} \end{aligned} \quad (21)$$

Če je  $T_p = 3$ , potem sledi:

$$\begin{aligned} F_{OR}(z) &= \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^{T_p} + (-a_3 - a_4)z^{T_p+1} + z^{T_p+2}} = \\ &= \frac{-a_2 a_1 z^4 + a_1 z^5}{a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^3 + (-a_3 - a_4)z^4 + z^5} \end{aligned} \quad (22)$$

Če enačbe (20), (21) in (22) preoblikujemo v linearno obliko, dobimo naslednji splošni zapis (Tabela 3). Prenosna funkcija je pri tem odvisna od dobavnih odlogov v razponu med 1 in 3. Podrobnosti si bralec lahko prebere v Prilogi 1.

Tabela 3 - Prenosne funkcije v odvisnosti od dobavnega odloga

$T_p = T_{\bar{p}} = 1$	$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{\frac{a_1}{z^1} + \frac{(-a_2 a_1)}{z^2}}{1 + \frac{(-a_3 - a_4)}{z^1} + \frac{(-a_5 + a_3 a_4)}{z^2} + \frac{a_3 a_5}{z^3}}$					$\frac{OR}{D} = \frac{\frac{P_1^1}{z^1} + \frac{P_2^1}{z^2}}{1 + \frac{L_1^1}{z^1} + \frac{L_2^1}{z^2} + \frac{L_3^1}{z^3}}$
$T_p = T_{\bar{p}} = 2$	$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{\frac{a_1}{z^1} + \frac{-a_2 a_1}{z^2}}{1 + \frac{(-a_3 - a_4)}{z^1} + \frac{a_3 a_4}{z^2} + \frac{-a_5}{z^3} + \frac{a_3 a_5}{z^4}}$					$\frac{OR}{D} = \frac{\frac{P_1^2}{z^1} + \frac{P_2^2}{z^2}}{1 + \frac{L_1^2}{z^1} + \frac{L_2^2}{z^2} + \frac{L_3^2}{z^3} + \frac{L_4^2}{z^4}}$
$T_p = T_{\bar{p}} = 3$	$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{\frac{a_1}{z^1} + \frac{-a_2 a_1}{z^2}}{1 + \frac{(-a_3 - a_4)}{z^1} + \frac{a_3 a_4}{z^2} + \frac{-a_5}{z^3} + \frac{a_3 a_5}{z^5}}$					$\frac{OR}{D} = \frac{\frac{P_1^3}{z^1} + \frac{P_2^3}{z^2}}{1 + \frac{L_1^3}{z^1} + \frac{L_2^3}{z^2} + \frac{L_3^3}{z^3} + \frac{L_4^3}{z^4} + \frac{L_5^3}{z^5}}$
	$P_1$		$P_2$			
$T_p = T_{\bar{p}} = 1$	$a_1$		$-a_2 a_1$			
$T_p = T_{\bar{p}} = 2$	$a_1$		$-a_2 a_1$			
$T_p = T_{\bar{p}} = 3$	$a_1$		$-a_2 a_1$			
	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$L_5$	
$T_p = T_{\bar{p}} = 1$	$(-a_3 - a_4)$	$(-a_5 + a_3 a_4)$	$a_3 a_5$	0	0	
$T_p = T_{\bar{p}} = 2$	$(-a_3 - a_4)$	$a_3 a_4$	$-a_5$	$a_3 a_5$	0	
$T_p = T_{\bar{p}} = 3$	$(-a_3 - a_4)$	$a_3 a_4$	0	$-a_5$	$a_3 a_5$	

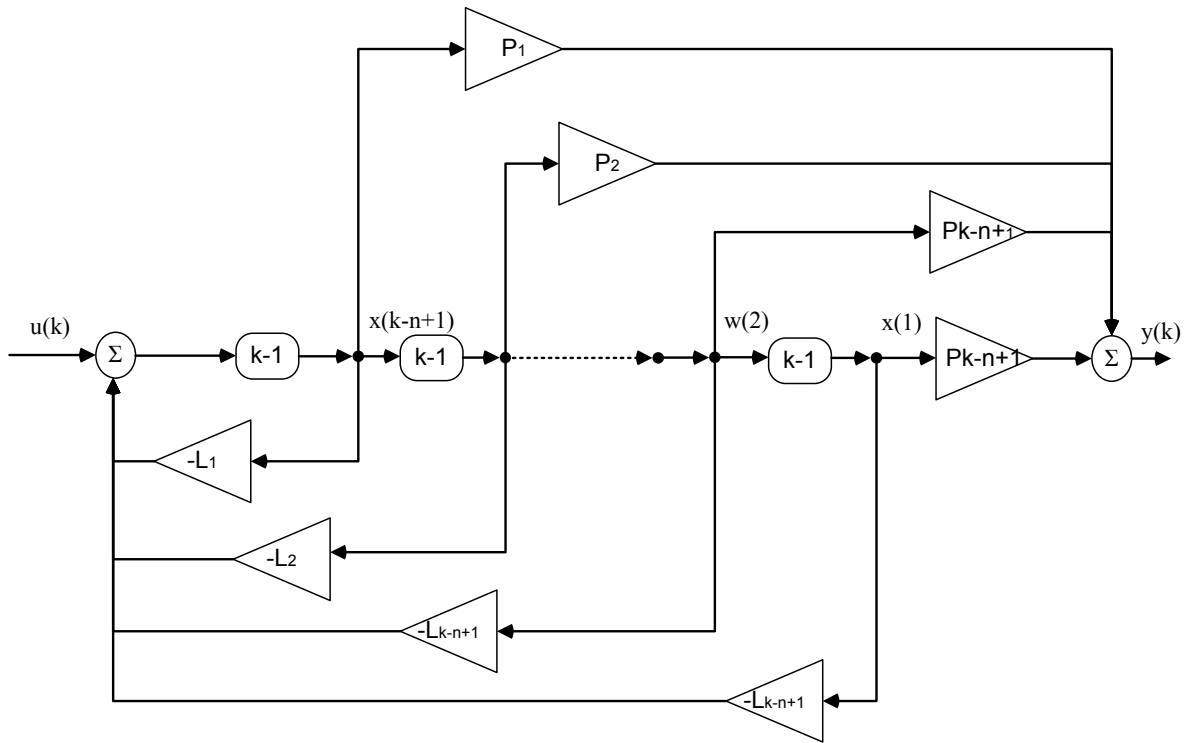
Vir: delo.

Z znanimi prenosnimi funkcijami (Tabela 3) lahko izdelamo simulacijski diagram (Slika 10) za linearno pomični neodvisni diskretni sistem.

Na tem mestu je potrebno podati tudi kaj pomeni pomična neodvisnost, in sicer je definirana, kot jo navaja Svečko (1994, str. 51). Diskretni sistem je pomično neodvisen (pogosto uporabljen tudi za diskretne sisteme izraz časovno neodvisen), če zakasnitev oziroma pomik vhodnega signala povzroči prav takšno zakasnitev oziroma pomik izhodnega signala. Pomičnost pri tem nima povezave z dobavnimi odlogi, ker se z dobavnimi odlogi notranja struktura modela ne spreminja, ampak se vseskozi ohranja enakost notranje strukture modela in njegov odziv. Dobavni odlogi ne spreminjajo strukture modela, zato je PIC-sistem pomično neodvisen.

Simulacijski diagram je v tem primeru izdelan v normalni obliki vodljivosti. Poleg vodljivostne normalne oblike za enačbe stanja sistema je poznana tudi spoznavnostna normalna oblika. Tudi z njeno pomočjo je mogoče izdelati simulacijske diagrame. Podrobnosti izdelave simulacijskih diagramov na podlagi spoznavnostne normalne oblike lahko bralec izve več v Svečko (1994).

Slika 10: Simulacijski diagram IOBPCS in IBPCS-modela



Vir: delo.

Na podlagi izdelanega simulacijskega diagrama razvijemo niz enačb stanj v z-prostoru (23).

$$\left. \begin{aligned} zX_1(z) &= X_2(z) \\ zX_2(z) &= X_3(z) \\ zX_3(z) &= -L_1X_3(z) - L_2X_2(z) - L_3X_1(z) + U(z) \\ Y(z) &= P_1X_3(z) + P_2X_2(z) + P_3X_1(z) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Po preoblikovanju enačbe (23) opazovani sistem prestavimo v časovni prostor kot pojasnjujeta enačbi (24) in (25).

$$\left. \begin{aligned} x_1(t+1) &= x_2(t) \\ x_2(t+1) &= x_3(t) \\ x_3(t+1) &= -L_1x_3(t) - L_2x_2(t) - L_3x_1(t) + u(t) \\ y(t) &= P_1x_3(t) + P_2x_2(t) + P_3x_1(t) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} X[t+1] &= AX[t] + Bu(t) \\ Y[t] &= CX[t] + Du(t) \end{aligned} \quad (25)$$

Z uporabo enačb od (13) do (22) in pa splošnimi enačbami stanj od (23) do (25) določimo matriko stanj (Tabela 4).

Tabela 4: Matrika stanj za IOBPCS in IBPCS-model

Matrika	OR
A	$\begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 1 \\ -L_3 & -L_2 & -L_1 \end{bmatrix}$
B	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
C	$[P_3^{OR} \ P_2^{OR} \ P_1^{OR}]$
D	$[0]$

Vir: delo.

Na podlagi enačb stanj sistema lahko naredimo vhodno-izhodno analizo oziroma simulacijo za katerokoli vhodno časovno zaporedje.

Značilna oblika sistemske matrike A v zgornji tabeli (Tabela 4) se imenuje Frobeniusova oblika.

### 5.3 Simulacija in analiziranje IOBPCS in IBPCS-modela

V sklopu simulacij in analiz APVIOBPCS-modela je potrebno oziroma smiselno opraviti naslednje simulacijske postopke in teste:

- odzivnost opazovanega APVIOBPCS-modela na: stopnico, trend, impulz, naključni signal in pravokotno nihanje pri opazovanih spremenljivkah ( $T_i$  in  $T_a$ ) in
- test stabilnosti.

## 5.4 Stabilnost diskretnih sistemov

### 5.4.1 Pojem in definicija stabilnosti sistemov

Stabilnost je ena izmed najpomembnejših kvalitativnih lastnosti dinamičnih sistemov (Matko, 1984, str. 190). Kot bomo videli v nadaljevanju, je dovolj, da PIC-sistem 'vzbudimo' z eno enoto naročila in sistem bo trajno 'osciliral', v kolikor so spremenljivke sistema tako določene, da je sistem nestabilen.

Po definiciji je nek sistem stabilen, če se na vzbujanje ustrezno odzove. Odziv sistema pa ni odvisen le od vzbujanja sistema, temveč tudi od notranjih stanj sistema, zato se loči stabilnost sistema na:

- zunanjo stabilnost in
- notranjo stabilnost.

Zunanja stabilnost obravnava stabilnost sistemov na osnovi opazovanj vhoda in izhoda. Takšno opazovanje sistema se poimenuje vhodno-izhodna stabilnost, tudi *BI-BO* stabilnost (angl. *bounded input – bounded output*).

Definicija zunanje stabilnosti sistema je naslednja:

**sistem je stabilen, v kolikor omejena količina na vhodu povzroči omejeno količino na izhodu sistema.**

V nadaljevanju je podan zapis za BI-BO stabilnost, kot je podana v Matko (1984, str. 190).

Predpostavimo, da je vhod v sistem omejen, torej

$$|u(k)| \leq M < \infty \text{ za vse } k. \quad (26)$$

Če se omejimo na linearne, časovno invariantne sisteme, lahko zapišemo izhod sistema v naslednji obliki.

$$|y(k)| = \left| \sum_{m=0}^{\infty} h(m)u(k-m) \right| \quad (27)$$

Potem je definirana *BI-BO* stabilnost na naslednji način:

$$\sum_{m=0}^{\infty} |h(m)| < \infty \quad (28)$$

Enačba (28) z besedami pove, da je linearni časovno invariantni sistem stabilen, če je vsota absolutnih vrednosti odziva na enotni impulz omejena. Če naj bo vsota absolutnih vrednosti  $h(m)$  omejena, morajo prehajati posamezne vrednosti  $h(m)$  z rastočim  $m$  proti nič.

V splošnem ima lahko časovno nespremenljiv linearen PIC-sistem naslednje možne lastnosti:

- stabilen – impulzni odziv pri dovolj velikem številu členov izzveni,
- mejno stabilen – impulzni odziv se pri velikem številu členov bliža konstanti, od nič različni vrednosti ali pa omejenim oscilacijam in
- nestabilen – impulzni odziv pri dovolj velikem številu členov narašča preko vseh meja.

Da bo PIC-sistem stabilen, morajo ležati poli prenosne funkcije (29) znotraj kroga enote. Njihova absolutna vrednost mora biti manjša od 1.

$$F_{OR} = \frac{OR(z)}{D(z)} = a_1 * \frac{z^{1+T_p}(z - a_2)}{(z - a_3)(z^{T_p}(z - a_4) - a_5)} \quad (29)$$

Ker je prenosna funkcija (29) zapisana v polinomski obliki, je potrebno poiskati korene enačbe višjih redov. Tako je pri  $T_p = 1$  red prenosne funkcije 3, pri  $T_p = 3$  že petega reda itd.

Značilnost diskretnega PIC-sistema je (Matko, 1984, str. 192):

- poli diskretne funkcije, ki leže v notranjosti kroga enote, predstavljajo stabilne člene ne glede na red polov;
- poli diskretne prenosne funkcije, ki leže zunaj kroga enote, predstavljajo nestabilne člene ne glede na red polov;
- poli prvega reda na krogu enote predstavljajo mejno stabilne člene, poli višjih redov pa nestabilne člene;
- diskretni sistem je stabilen le toliko, kot je stabilen njegov najšibkejši člen in
- ničle prenosne funkcije lahko leže kjerkoli v ravnini  $z$ .

Da ločimo mejo med stabilnim in nestabilnim območjem, kamor prispevamo tudi mejno stabilnost delovanja PIC-sistema, mora biti vsaj en pol 1. reda prenosne funkcije. S tem bo izpolnjen pogoj 4. alineje v zgornjem odstavku.

#### 5.4.2 Pregled metod za ugotavljanje stabilnostnih kriterijev IOBPCS in IBPCS-modela

Za preizkus stabilnosti sistema se uporabljajo različne metode, tako imenovani stabilnostni kriteriji, ki dajo informacijo, ali je funkcija stabilna ali ne. Pomembno je, da zanesljivo

ugotovimo, da noben koren karakterističnega polinoma prenosne funkcije ne leži v zunanosti kroga enote.

V naših raziskovanjih nas zanima, pod katerimi pogoji spremenljivk sistema bo PIC-sistem oziroma njegovi izpeljanki (IOBPCS in IBPCS-model) stabilen.

#### 5.4.2.1 Modificirani Hurwitzov in Routhov kriterij

Routhov in Hurwitzov kriterij sta načeloma namenjena ugotavljanju stabilnosti zveznih sistemov oziroma zvezne systemske funkcije  $H(s)$  v levi odprti  $s$ -polravnini. Poli morajo ležati v levi polravnini. Uporabljena pa sta tudi za linearne diskretne sisteme, če se uporabi linearna transformacija, ki preslika notranjost enotnega kroga  $z$ -ravnine v  $s$ -polravnino (Svečko, 2000, str. 202).

S pomočjo **bilinearne transformacije** se notranjost enotnega kroga  $z$ -ravnine preslika v  $s$ -polravnino.

#### **Modificirani Hurwitzov kriterij**

V Prilogi 1 je prikazan postopek izračuna karakterističnega polinoma prenosne funkcije, ki ga lahko uporabimo, da pogledamo, pod katerimi pogoji sta spremenljivki  $a_3$  in  $a_5$  pozitivni. V tem primeru je po Hurwitzu izpolnjen potreben pogoj stabilnosti. Ni pa še izpolnjen zadosten pogoj stabilnosti, ki ga dobimo tako, da iz karakterističnega polinoma kreiramo Hurwitzovo determinanto. Vsi vogalni minorji Hurwitzove determinante morajo biti pozitivni in pod temi pogoji bosta IOBPCS in IBPCS-modela stabilna.

#### **Routhov kriterij**

Po Routhovem kriteriju se pozitivne koeficiente karakterističnega polinoma razvrsti v dve vrstici in nato formira Routhova shema. Da bi dobili pogoje za spremenljivki  $a_3$  in  $a_5$ , morajo biti glede na Routhovo shemo  $b_1$ ,  $c_1$  in  $d_1$  večji od nič. Pod navedenimi pogoji bo linearni diskretni sistem asimptotično stabilen.

#### **Juryjev kriterij**

Po Juryjevem kriteriju stabilnosti se stabilnost določa po načinu določanja vrednosti determinant iz karakterističnega polinoma imenovalca prenosne funkcije. Navedeni stabilnostni kriterij bo podrobneje pojasnjen v 5.4.2.2, ki pa bo tudi uporabljen na numeričnem primeru.



## Postopek redukcije

Juryjev postopek zahteva precej računanja, zato je na voljo postopek redukcije s pomočjo katere se red polinoma postopoma zmanjšuje. Osnova postopka redukcije je Roucheov stavek o ničelnih točkah dveh polinomov  $A(z)$  in  $B(z)$ .

Več o omenjenih in še nekaj drugih stabilnostnih kriterijev si lahko bralec podrobno poišče v različnih literaturah, med drugimi pa tudi v Svečko (1992 in 2000).

### 5.4.2.2 Juryjev stabilnostni kriterij

Kontrola zunanje stabilnosti linearnih pomično neodvisnih diskretnih sistemov je mogoča neposredno iz karakterističnega polinoma diskretnega sistema. Za IOBPCS in IBPCS-modela je po Juryjevem postopku v Prilogi 2 podan celoten postopek, na tem mestu pa bodo na kratko podane samo teoretične osnove.

Za splošni karakteristični polinom (30) diskretnega sistema

$$p(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + a_{n-2} z^{n-2} + \dots + a_1 z^1 + a_0 \quad (30)$$

se tvori tabela (Tabela 5).

*Tabela 5: Juryjevi koeficienti za izračun kriterijev stabilnosti*

	$z^0$	$z^1$	...	...	$z^{n-1}$	$z^n$
1a	$a_0$	$a_1$	...	...	$a_{n-1}$	$a_n$
1b	$a_n$	$a_{n-1}$	...	...	$a_1$	$a_0$
2a	$b_0$	$b_1$	...	...	$b_{n-1}$	
2b	$b_{n-1}$	...	...	$b_1$	$b_0$	
3a	$c_0$	...	...	$c_1$		
3b	$c_1$	$c_0$	...	$c_0$		

Vir: delo

Koeficiente naslednjih vrstic se izračuna na osnovi predhodnih vrstic z determinantami (31).

$$b_k = \begin{vmatrix} a_0 a_{n-k} \\ a_n a_k \end{vmatrix}, \quad c_k = \begin{vmatrix} b_0 b_{n-1-k} \\ b_{n-1} b_k \end{vmatrix}, \quad d_k = \begin{vmatrix} c_0 c_{n-2-k} \\ c_{n-2} c_k \end{vmatrix} \quad (31)$$

Tvoriti je potrebno  $n-1$  vrstic, da ostanejo v zadnji vrstici le trije koeficienti.

Potrebni in zadostni pogoji, da karakteristični polinom  $F(z)$  nima korenov na krogu ali izven njega, so:

$$\begin{array}{l}
|a_0| < |a_n| \\
|b_0| > |b_{n-1}| \\
|c_0| > |c_{n-2}| \\
|d_0| > |d_{n-3}| \\
F(1) > 0 \quad \cdot \\
F(1) > 0; n = \text{sod} \quad \cdot \\
F(-1) < 0; n = \text{lih} \quad \text{in} \quad |q_0| > |q_2|
\end{array} \tag{32}$$

Število vrstic po metodi Juryjevega stabilnostnega kriterija je  $2n - 3$ .

### 5.4.3 Odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela v pogojih stabilnosti

Odzivnost kateregakoli sistema je smiselno obravnavati s signalnimi komponentami oziroma karakterističnimi signali. Mednje sodijo: stopnica, trend, impulz, naključni signal in pravokotni signal. Ko sisteme »vzbujamo« z navedenimi signali, se le-ti na vzbujanje odzovejo na različne načine, ki pa so neposredno odvisni od notranjih strukturnih lastnosti sistemov, tako tudi PIC-sistemov in v sklopu tega tudi IOBPCS in IBPCS-modela. Navzven pa se odzivnost lahko odraža s prenehanjem, oscilacijami in končnim odklonom izhoda od vhodnega signala pri daljših časovnih opazovanjih oziroma vzbujanji.

### 5.4.4 Analiza stabilnosti sistema

Z vpeljavo proporcionalnega in integralnega kontrolerja zalog se spremeni krivulja dinamičnega odziva PIC-sistema. S tem pa se spremenijo tudi pogoji stabilnosti. Dinamičnost in stabilnost sta medsebojno soodvisni lastnosti.

Pogoja, ki morata biti izpolnjena, da bosta IOBPCS in IBPCS-modela stabilna, sta določena, po enačbi (33) in (34).

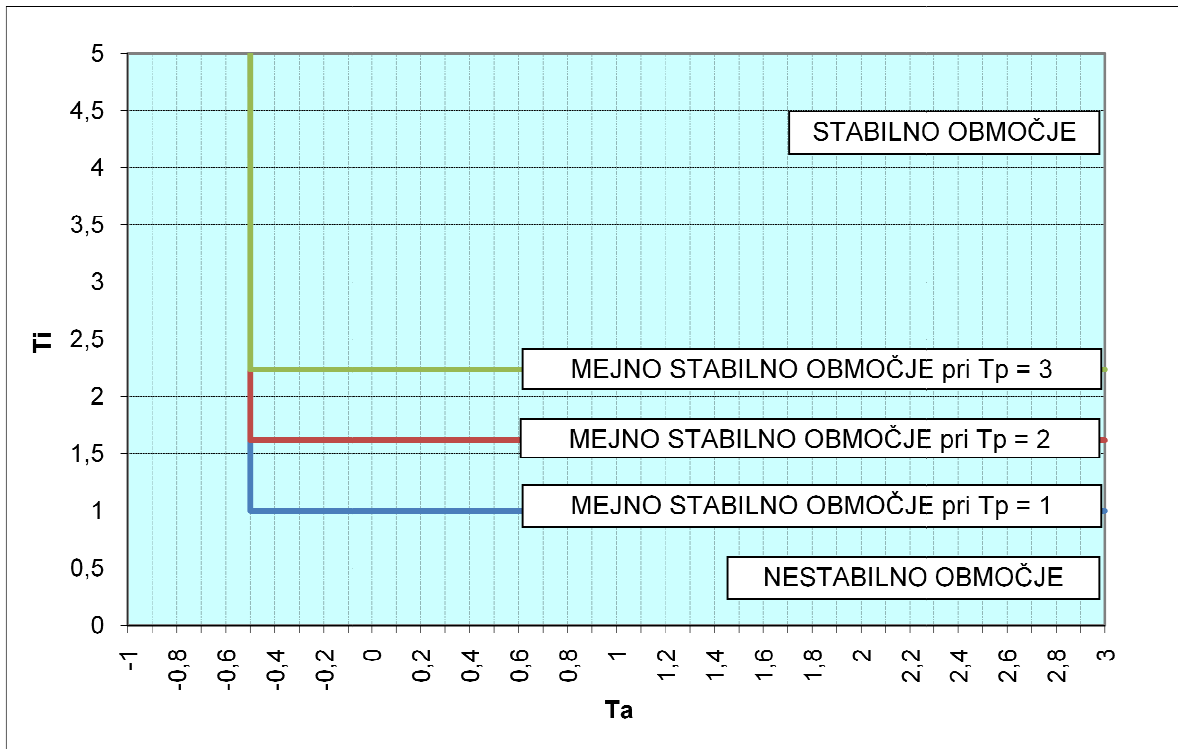
$$T_a > -0,5 \tag{33}$$

$$T_i > 1 - T_{p-1} * \left( 0,5 - \frac{\sqrt{5}}{2} \right) \tag{34}$$

Pogoj (enačba (33)) predstavlja mehanizem eksponentnega glajenja napovedovanja povpraševanja. Pogoj (enačba (34)) pa predstavlja pravilno uravnavanje neto obsega zalog in proizvodnega obsega s pomočjo povratno-zančnega povečevanja,  $T_i$ .

Če s pomočjo pogojev (33) in (34) grafično prikažemo območje stabilnosti, dobimo spodnjo sliko (Slika 11). Slika prikazuje stabilnost IOBPCS in IBPCS-modela v odvisnosti od dobavnih odlogov v primeru uravnavanja zalog ali proizvodnje glede na obseg vsakokratnih naročil.

Slika 11: Vpliv kontrolne spremenljivke  $T_i$  in  $T_a$  na stabilnost IOBPCS in IBPCS-modela pri uravnavanju zalog in obsega proizvodnje



Vir: delo.

Na sliki je prikazano, pri katerih vrednostih ( $T_i$ ) bo opazovani sistem imel stabilen, kritično stabilen in nestabilen odziv v odvisnosti od dobavnih odlogov. Analiza stabilnosti je v neposredni povezavi z odzivom, pri katerem opazovani sistem lahko oscilira, kar prikazujemo v naslednjemu poglavju. Seveda se je potrebno zavedati, da realni sistemi delujejo z omejitvami, kar pomeni, da je njihov realen odziv omejen z razpoložljivimi kapacitetami. Kritično stabilen in nestabilen sistem v realnosti pomeni velike stroške, kar predstavlja za opazovani PIC-sistem neželeno stanje.

## 6 PREDNOSTI V OBRAVNAVI DOBAVNIH ODLOGOV V FREKVENČNI DOMENI

Prednosti obravnave dobavnih odlogov so večplastne, saj se prednosti skrivajo v aplikativnih možnostih, ki jih daje predstavitev PIC-sistema v frekvenčnem prostoru. Aplikativne možnosti so v relativno enostavnih simulacijah pri različnih pogojih, v katerih deluje sistem. Po drugi strani je njihova prednost v tem, da je bilo relativno veliko raziskovalnega dela s področja

PIC-sistemov že opravljeno ravno v frekvenčni domeni. Ni pa odveč dodati tudi, da je z analitičnega stališča lažje rokovati z z-transformacijami kot s Fourierjevimi transformacijami diskretnih signalov (Svečko, 1994, str. 69). Uporaba teorije regulacij in sistemov je zgolj prenos znanih metod in tehnik iz elektrotehničnega področja v ekonomsko področje, če se pri tem navede samo eno področje.

V trenutnih nestanovitnih okoljih, v katerih delujejo podjetja le-ta potrebujejo hitri odziv na spremembe v povpraševanju, kar zahteva optimalno prilagoditev tehnologije. Te pomanjkljivosti so bile modelirane in analizirane v smislu dinamičnega obnašanja poslovnih sistemov, še posebno njihove proizvodno-skladiščne sisteme.

Ustrezno analiziranje proizvodnje in zagotavljanje potrebne skladiščne dinamike pomaga podjetju optimalno obnavljati zaloge, preprečuje prekomerno proizvodnjo in proizvodno zaustavitve, kar predstavlja stroške za podjetje, ki vpliva na donos podjetja, položaj na trgu in zadovoljstvo odjemalcev. Prav zaradi navedenega je pomembno poznavanje in analiziranje dinamičnega obnašanja PIC-sistemov.

Za dinamično obnašanje oziroma dinamično kompleksnost lahko rečemo, da narašča tudi z medsebojno prepletenostjo z različnimi sistemskimi komponentami (Sterman, 2000).

Dinamično obnašanje, ki ga karakterizirajo odlog, povratna zanka in nelinearnosti ne morejo biti ustrezno ovrednotene s pomočjo matematičnih tehnik programiranja, kot so linearno/nelinearno programiranje. Aplikativne metode teorije sistemov in regulacij je naravna izbira, da lahko proučujemo PIC-sistem in njegovo dinamičnost.

Razlogi transformacije PIC-sistema iz časovnega v frekvenčni prostor navajamo po (Venkateswaran et. al., 2007, str. 172):

- frekvenčni odziv je pri analiziranju mejnih vrednosti spremenljivk učinkovito orodje in še posebej tudi pri določanju obsega vrednosti spremenljivk, ki dajejo ustrezne prenosne strukturne lastnosti;
- v frekvenčnem prostoru so na voljo standardne tehnike, s pomočjo katerih je mogoče dokaj enostavno analizirati lastnosti PIC-sistema, kot so čas vzpona, obseg prekoračitve in ciljno nastavitveni čas;
- izračuni so v frekvenčnem prostoru relativno enostavni;
- zaprto zanka prenosna funkcija PIC-sistema omogoča ojačitev znotraj stabilnih pogojev;
- ustrezna integriranost sistemske prenosne funkcije omogoča dodatne sistemske analize;
- številne tehnike omogočajo transformacijo problema iz enega časovnega prostora (*Laplace, z, Fourier, w, frequency* itd) v drugega, da lahko v slednjem problem opazujemo in analiziramo za ustrezne namene in

- transformacije so lahko uporabna metoda za statistične lastnosti z uporabo 'momentno' splošne funkcije.

Lastnost sistemov s pomočjo teorije regulacij sistemov je bila obravnavana v različne namene. V nadaljevanju podajamo glavne poudarke (Venkateswaran et. al., 2007).

Dinamično analizo PIC-sistema sta opravila Disney in Towill (2002). Pri tem uporabita blok diagrame in Laplace transformacijo. Towill et. al. (1997) raziskujejo načrtovanje mejnih spremenljivk v sklopu prilagodljivega modela z vsebovanimi tremi povratnimi zankami, in sicer: napaka v zalogah, željeni obseg naročil v proizvodnji liniji in čas dobavnih odlogov. White (1999) prikaže, da je enostavni upravljalni sistem zalog analogen proporcionalnemu nadzoru v klasični teoriji regulacij in demonstrira, da je z uporabo proporcionalnega, integralnega in diferencialnega člana (PID-člen) mogoče v nadzornih algoritmih prihraniti tudi do 80 % stroškov.

Dejonckheere et. al. (2003) uporabijo teorijo filtrov v povezavi z dinamičnostjo naročil v oskrbovalni verigi v sklopu oskrbovalne verige. Lin in avtorji (2004) proučujejo stabilnost in učinek biča s predpostavko učinkovite dobave v dobavni verigi, pri čemer uporabijo  $z$ -transformacijo. Zaključijo, da se bo učinek biča pojavil, če se v povpraševanje vključi njegovo napovedovanje in razvijejo nadzorne postopke za zmanjšanje učinka biča.

Disney et. al. (2004) proučujejo splošni PIC-sistem, ki bo zagotovo stabilen, v kolikor se uporabi DE-APIOBPCS-model.

Z uporabo  $z$ -transformacijske analize Disney in Towill (2005) izpostavita in predlagata metodo, po kateri je mogoče izločiti verjetnost »drift« zalog v pogojih negotovosti delovanja linije s časovnimi odlogi.

Kot smo videli, je razlogov za obravnavo PIC-sistemov v frekvenčnem prostoru več kot dovolj, saj je njihova pomembnost v tem, da je 'pot' do rezultatov relativna enostavna in pregledna in so tovrstna raziskovanja uporabna na ekonomskem področju pri zmanjševanju stroškov oziroma zagotavljanju njihove optimalnosti.

## **7 NUMERIČNI PRIMER REŠEVANJA PROBLEMA POLITIKE NAROČANJA V FREKVENČNI DOMENI**

V predhodnih poglavjih je bil nakazan pomen 'tipičnih' signalov pri opazovanju obnašanja modelov, zato so bila opazovanja odzivnosti IOBPCS in OBPCS-modela osredotočena na stopnico, trend, impulz in naključni signal. Opazovali smo odzivnost obeh modelov v smislu funkcijske povezanosti med povpraševanjem in obsegom zalog.

Opazovanje odzivnosti IOBPCS in OBPCS-modela na različne signalne komponente je potekalo na način, da je bila uporabljena kot nadzorna spremenljivka  $T_i$ ; opazovali smo kako

obseg neskladnosti med ciljnim obsegom zalog in trenutnim obsegom zalog, ki se prišteva proizvodnemu obsegu naročil, vpliva na:

- celotni proizvodni obseg in
- stanje zalog.

Pri vseh simulacijah smo uporabili vrednost spremenljivke  $T_a$  enako 1.

Predpostavljajmo, da imamo tri IOBPCS in IBPCS-modele. Razlikujejo se v tem, da imajo v notranji strukturi različne dobavne odloge, in sicer:  $T_p = 1$ ,  $T_p = 2$  in  $T_p = 3$ . Zanima nas vpliv  $T_i$  spremenljivke na odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela na tipične signalne komponente obeh modelov v pogojih stabilnosti, mejne stabilnosti in nestabilnosti.

V nadaljevanju nas zanima odziv obeh modelov, primerjalno v pogojih nestabilnosti, mejne stabilnosti in stabilnosti za strukturni model z dobavnim odlogom  $T_p = 3$ .

Ugotavljamo, da se z zmanjševanjem kontrolne spremenljivke  $T_i$  poveča dinamičnost opazovanega sistema.

## **7.1 Vpliv karakterističnih signalov na odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela**

### **7.1.1 Odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela v odvisnosti od dobavnih odlogov pri enakih strukturnih lastnostih**

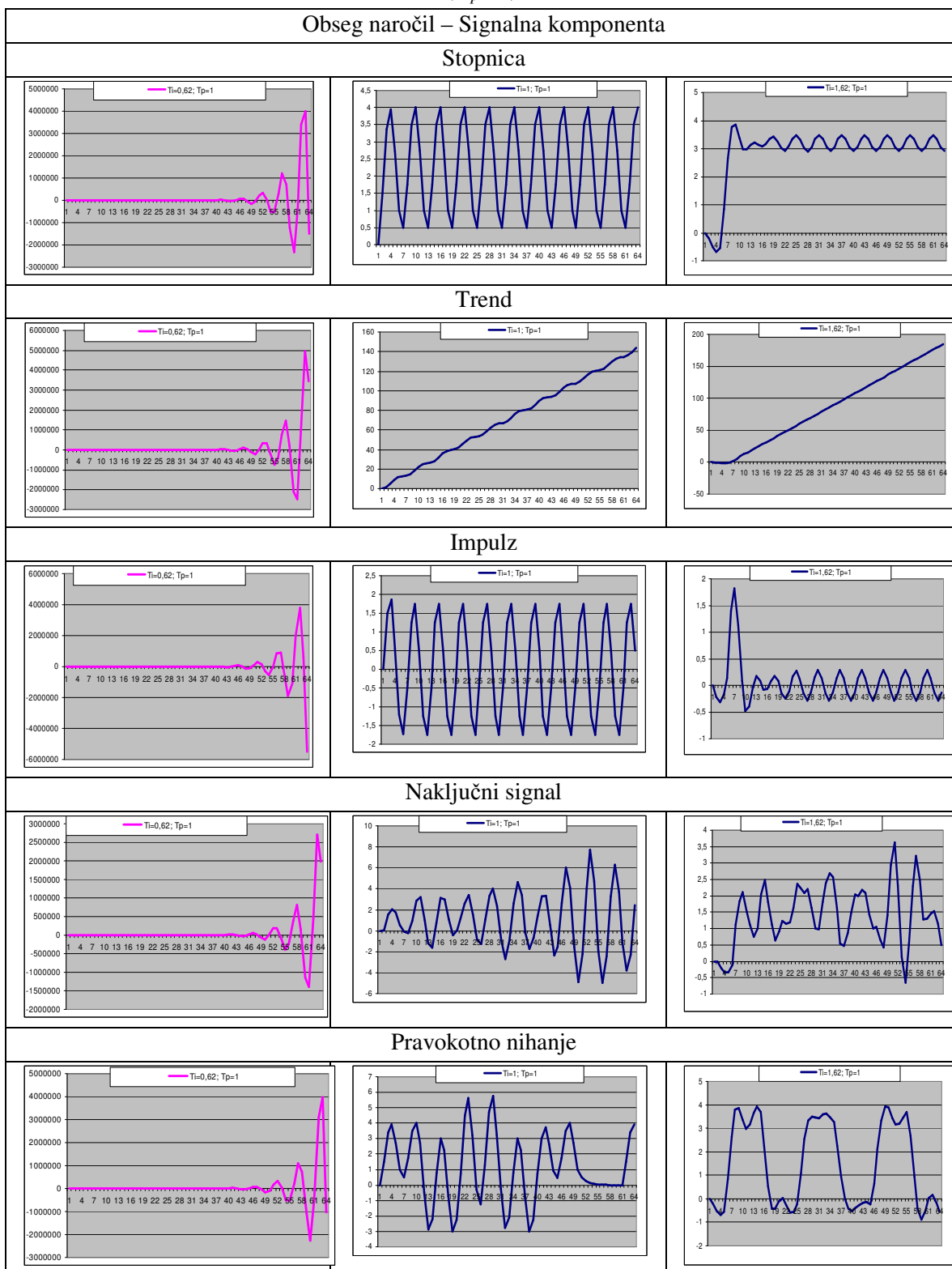
Pri opazovanju odzivnosti IOBPCS in IBPCS-modela v odvisnosti od dobavnih odlogov, ki so določeni kot čas, ko se sprejme naročilo do njegovega dospelja na naročeno mesto, nas zanima, kako časovna sprememba, ki se lahko odraža tudi kot časovna zakasnitev izvedbe naročila vpliva na stabilnost sistema, ki je pojasnjeno v poglavju 5.4.

### **7.1.2 Primerjalna odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela v odvisnosti od dobavnih odlogov pri enakih strukturnih lastnostih, kjer je $T_p=1$**

V primerjavi odzivnosti IOBPCS in IBPCS-modela od dobavnih odlogov opazujemo dogajanje tako, da pri stalnem dobavnem odlogu (velikost je 1) spreminjamo čas sporočanja dejanskega obsega zalog proizvodnemu obsegu.

Iz raziskave (Tabela 6) na tipične signalne komponente lahko rečemo, da bosta oba modela v vseh dejanskih pogojih poslovanja imela podobne funkcionalne lastnosti, kar pomeni, da v kolikor želimo izboljšati odzivnost sistema na način, da zgolj pogosteje ('hitreje') sporočamo dejanski obseg zalog, ki se naj odšteje od vsakokratnega obsega proizvodnje, ki ga narekuje trenutno povpraševanje, se bo sistemu lastnost stabilnost poslabšala. In obratno, redkeje kot se sporoča dejanski obseg zalog, bolj bo sistem stabilen.

Tabela 6: Primerjalni odziv IOBPCS in IBPCS-modela pri enakih strukturnih lastnostih ( $T_p=1$ )



Vir: delo.

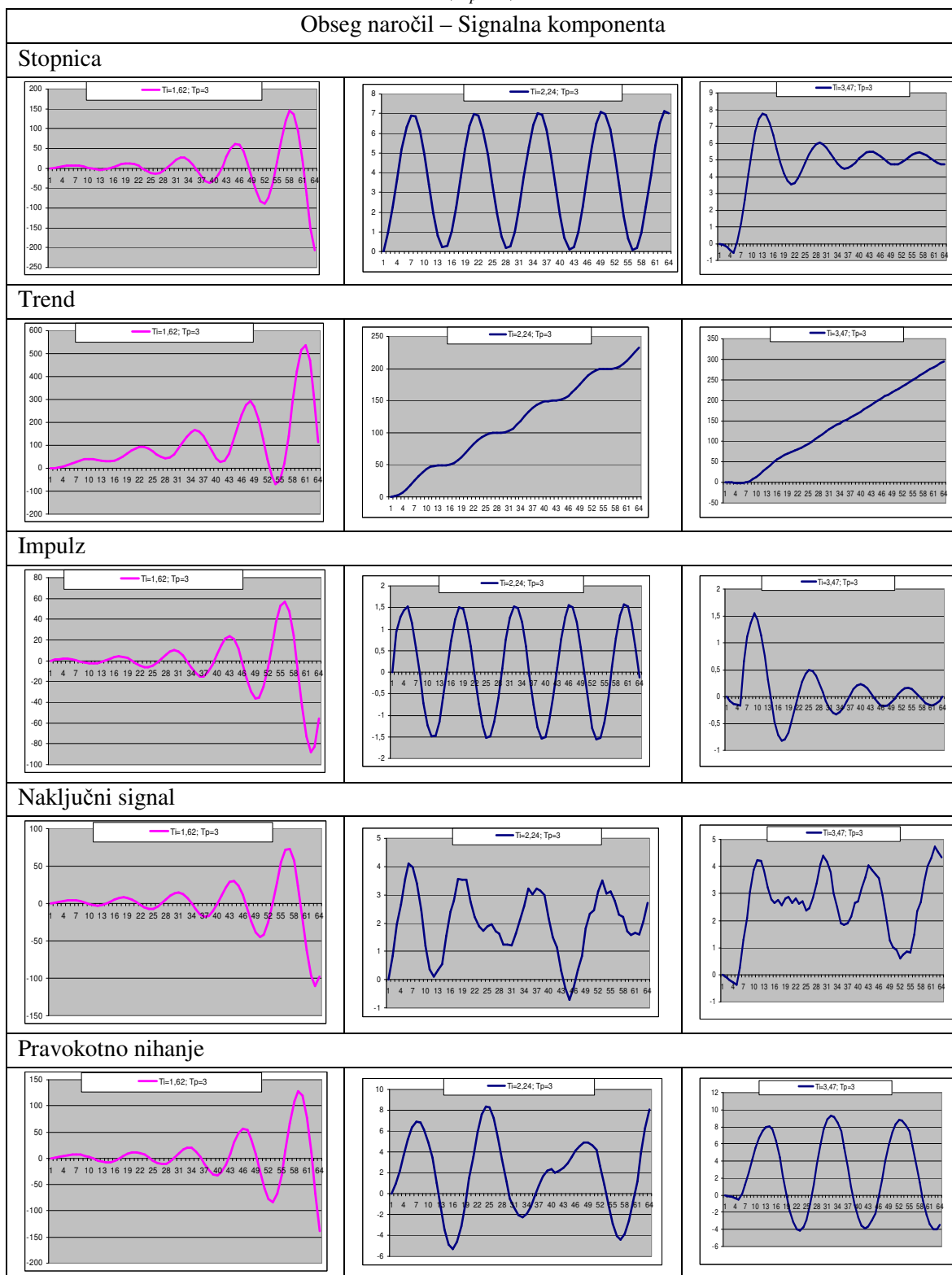
### **7.1.3 Primerjalna odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela v odvisnosti od dobavnih odlogov pri enakih strukturnih lastnostih, kjer je $T_p=3$**

V primerjavi odzivnosti IOBPCS in IBPCS-modela od dobavnih odlogov opazujemo dogajanje tako, da pri stalnem dobavnem odlogu (velikost je 3) spreminjamo čas sporočanja dejanskega obsega zalog proizvodnemu obsegu.

Tudi v teh pogojih pridemo (Tabela 7) do enakega zaključka kot v predhodnem poglavju. Pogostejše sporočanje stanja trenutnih zalog brez istočasnega zmanjševanja časa dobavnih odlogov pomeni, da bo sistem lahko, če je že na meji stabilnosti, začel sam od sebe proizvajati določene količine, ki ne bodo odraz trenutnega povpraševanja.



Tabela 7: Primerjalni odziv IOBPCS in IBPCS-modela pri enakih strukturnih lastnostih ( $T_p=3$ )



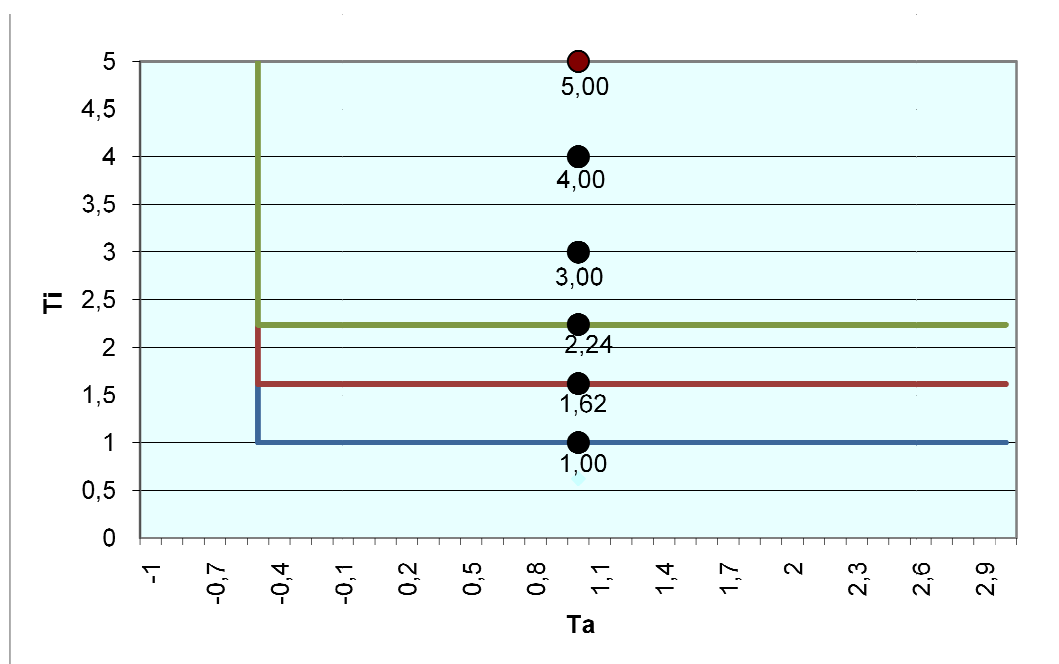
Vir: delo.

## 7.2 Vpliv povečevanja časa sporočanja dejanskih zalog za potrební obseg naročil v pogojih stabilnosti, mejne stabilnosti in nestabilnosti

### 7.2.1 Definijsko območje (ne)stabilnostnih pogojev

Za potrebe simulacije PIC-sistema in znotraj njega IOBPCS in IBPCS-modela so bile uporabljene naslednje vrednosti iz definijskih območij stabilnosti glede na dobavne odloge, kot prikazuje spodnja slika (Slika 12).

Slika 12: Definijsko območje stabilnostnih pogojev



Vir: delo.

### 7.2.2 Vpliv povečevanja časa sporočanja dejanskih zalog za potrební obseg naročil v pogojih stabilnosti

Pri tej simulaciji se predpostavlja, da sta oba modela strukturno določena tako, da je ne glede na dobavne odloge, njuno delovanje vedno v območju stabilnosti.

V ospredje raziskave postavljamo problem, kako se spreminja odzivnost obeh modelov s tem, ko istočasno povečujemo dobavne odloge in se sporočanje stanja zalog izvaja redkeje. Iz raziskave lahko vidimo (Tabela 8), da se z istočasnim podaljševanjem časa dobavnih odlogov in sporočanja obsega zalog odzivnost obeh sistemov poslabšuje. Odzivnost je določena s časom, stanje zalog doseže zahtevano raven in prenehaj, ki se odraža v prekomernem obseg naročil. Iz raziskave je razvidno tudi to, da se povečuje tako imenovani »drift«.

Tabela 8: Odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela na signalne komponente v pogojih stabilnosti

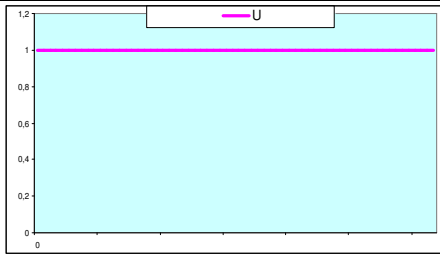
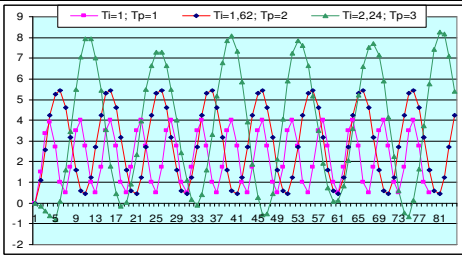
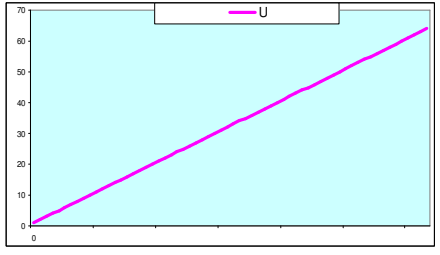
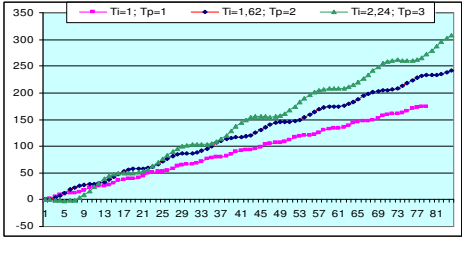
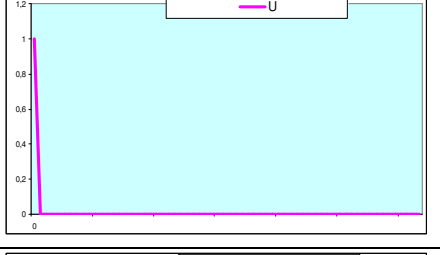
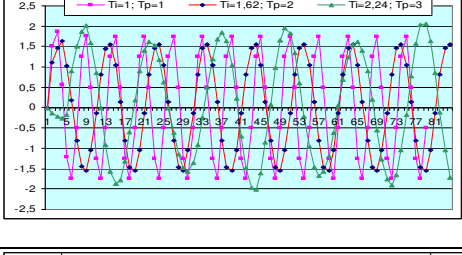
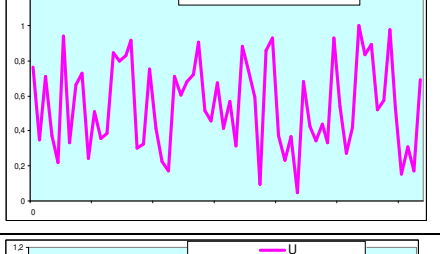
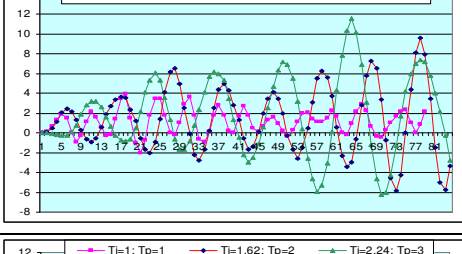
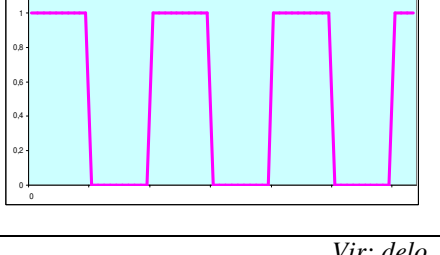
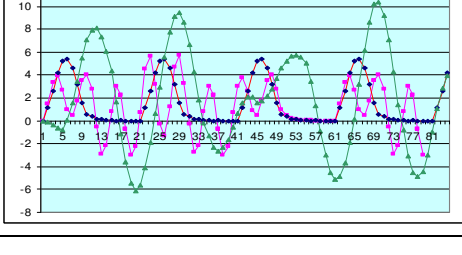
OR		
Signalna komponenta	Oblika vhodnega signala – popraševanje	Oblika izhodnega signala – obseg proizvodnih naročil ali obseg zalog
Stopnica		
Trend		
Impulz		
Naključni signal		
Pravokotno nihanje		

Vir:delo.

### 7.2.3 Vpliv povečevanja časa sporočanja dejanskih zalog za potreben obseg naročil v pogojih mejne stabilnosti

Pri tej simulaciji se predpostavlja, da sta oba modela strukturno določena tako, da je ne glede na dobavne odloge, njuno delovanje vedno v območju mejne stabilnosti (Tabela 9).

Tabela 9: Odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela na signalne komponente v pogojih mejne stabilnosti

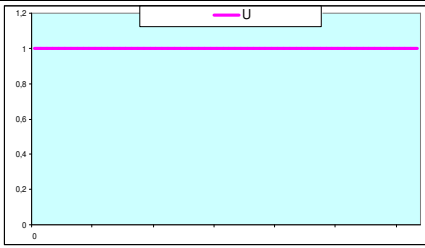
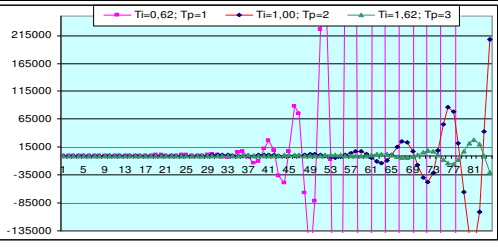
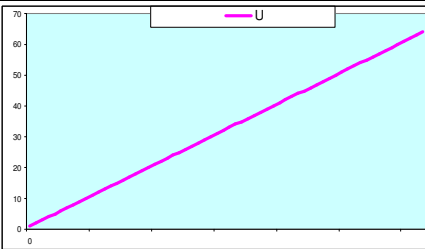
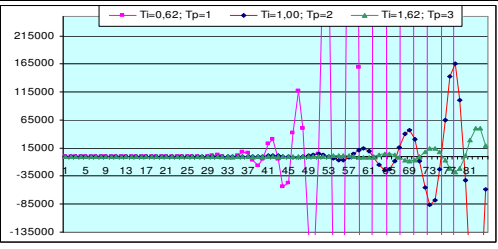
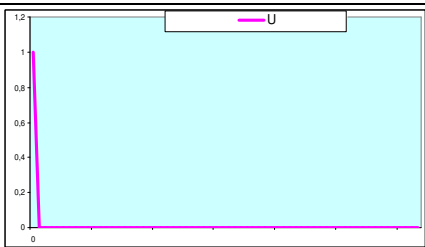
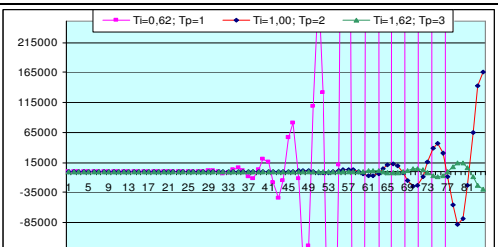
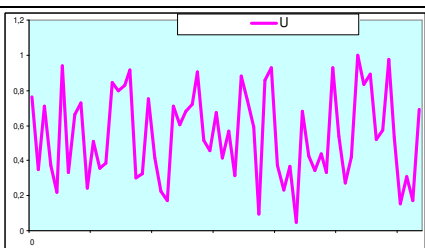
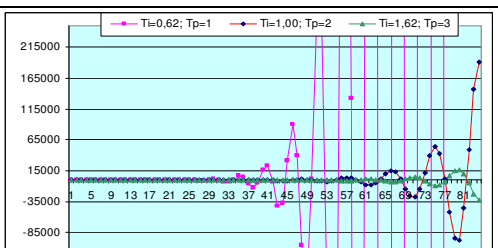
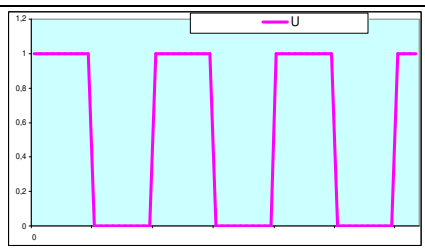
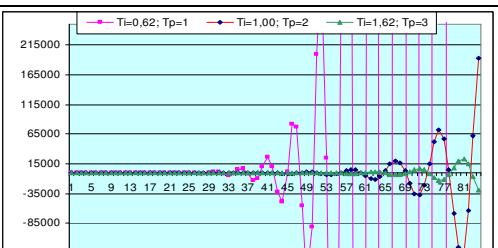
OR		
Signalna komponenta	Oblika vhodnega signala – povpraševanje	Oblika izhodnega signala – obseg proizvodnih naročil ali obseg zalog
Stopnica		
Trend		
Impulz		
Naključni signal		
Pravokotno nihanje		

Vir: delo.

## 7.2.4 Vpliv povečevanja časa sporočanja dejanskih zalog za potrebni obseg naročil v pogojih nestabilnosti

Pri tej simulaciji se predpostavlja, da sta oba modela strukturno določena tako, da je ne glede na dobavne odloge, njuno delovanje vedno v območju nestabilnosti (Tabela 10).

Tabela 10: Odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela na signalne komponente v pogojih nestabilnosti

OR		
Signalna komponenta	Oblika vhodnega signala – povpraševanje	Oblika izhodnega signala – obseg proizvodnih naročil ali obseg zalog
Stopnica		
Trend		
Impulz		
Naključni signal		
Pravokotno nihanje		

Vir: delo.

Raziskave v poglavju 7.2. lahko strnemo v sledeče: z zmanjševanjem nadzorne spremenljivke  $T_i$  se povečuje dinamičnost opazovanega sistema, saj sistem najhitreje doseže želeno raven. Sistem prehaja iz območja »legile« v območje »agile«.

## 8 PREDLOG IZBOLJŠAVE MODELA

Splošni PIC-sistem se sestoji iz nabora petih spremenljivk, kot so navedene v uvodnem poglavju. Raziskave, ki so bile opravljene, so temeljile na omejitvah. Smiselno bi bilo razširiti raziskave v smeri, da bi dodajali v model še ostale spremenljivke. Ustvariti bi bilo potrebno preglednost medsebojnih vplivov spremenljivk, dobavnih odlogov in stabilnostnih razmer. V raziskavi bi se morda izkazalo, da določene spremenljivke ne vplivajo na stabilnostne razmere. Za tovrstne spremenljivke bi poiskali zadosten in potreben pogoj in ena izmed takšnih je zagotovo  $T_a$ , katere vrednost mora biti po dosedanjih raziskavah večja od -0,5.

V uvodnem poglavju smo prikazali raziskave za skoraj vse probleme politike naročanja, vključujoč različne tehnike napovedovanja povpraševanja, povezanost distribucije v proizvodni sistem, pravilno izmenjevanje potrebnih informacij, ocenjeni čas izvedbe namesto dejanskega ... Bistvenih dodatnih možnosti ni videti.

### SKLEP

Morda se bo bralcu zdelo, da je bilo opravljenega veliko dela na področju MRP-teorije, vendar brez pravega ekonomskega pomena. Že uvodoma je bilo večkrat nakazano, da se od poslovnih sistemov pričakuje, če ne celo zahteva, da morajo biti hitro odzivni, v kolikor želijo uspešno delovati v ekonomskem okolju.

Delovanje sistema v pogojih, kjer se od njega zahteva nenehno prilagajanje in kjer je taisti sistem del nekega večjega sistema, pomeni, da se sistem bolj in bolj približuje kritični točki, to je tisti točki, pri kateri postane njegovo delovanje pravo nasprotje želenim rezultatom. Da do tega ne bi prihajalo, je potrebno analizirati njegove stabilnostne lastnosti.

Če se sedaj povrnemo k samim izsledkom magistrske naloge, potem bi slednje strnili v naslednje stavke. Upravljanje nivoja obsega zalog bo uspešno delovalo, v kolikor se bo sporočanje o obsegu zalog vedno odvijalo v nekoliko daljšem času kot je čas, ki je potreben za izvedbo naročila. Krajšanje časa sporočanja obsega zalog mora potekati istočasno s krajšanjem dobavnega časa. Če med obema procesoma ne bo usklajenosti, potem bo zagotavljanje zalog neustrezno, nihajoče in neskladno z dejanskimi potrebami. Po drugi strani pa delovanje zgolj v smeri, da se zmanjšuje čas, ne da bi se upoštevalo morebitne nepredvidene situacije, kot je pomanjkanje v dobavi ustreznih podsestavnih delov oziroma okvare, pomeni, da bo sistem deloval neustrezno in s tem bo zagotavljanje zalog enkrat preveliko glede na povpraševanje, drugič pa krepko pod nivojem.

V vseh dosedanjih poglavjih so bili opisani različni pristopi pri ugotavljanju funkcionalnih lastnosti PIC-sistema, med njimi tudi stabilnosti. Ko smo ugotavljali stabilnost sistema, je le-ta temeljila na vhodno-izhodni analizi PIC-sistema. Pri analiziranju odzivnosti sistema je ostal

določen odklon od ravnotežne lege, ki pa bi ga lahko izločili, v kolikor bi stabilnost analizirali v smislu asimptotične stabilnosti. V vseh poglavjih je bila v ospredju predpostavka, da je PIC-sistem linearno časovno nespremenljiv. Ker se pogoji, v katerih deluje sistem in tudi njegove lastnosti, spreminjajo, bi bilo primerno najti način oziroma kriterije, s pomočjo katerih bi lahko določili stabilnost sistemov le s pomočjo enačbe stanj sistema, ne pa šele iz njene rešitve. Takšne kriterije ponuja Ljapunova metoda, zato bi bilo primerno nadaljnje raziskave usmeriti v iskanje neposredne notranje stabilnosti neodvisno od zunanjih vnaprej določenih pogojev.

Zanimivo namreč je, da lahko z naključnim signalom na vhodu prikažemo, na katere frekvence je sistem občutljiv, saj je v tem primeru izhod dominanten okrog določene frekvence. Ker je sistem občutljiv na določeno frekvenco, se takemu pojavu pravi resonanca, ki je značilna v določenih fizikalnih problemih. Pri dobavni verigi se takšna resonanca odraža na način, da se poskuša dokazati prisotnost sezonskih nihanj, čeprav je recimo prodaja na končnem trgu relativno 'gladka', tj. prodaja nima velikih oscilacij. Tovrstno opazovanje sistemov lahko po njegovem obravnavamo kot problem filtriranja z namenom odstraniti čim več 'šuma'. V kolikor pa bi sistem obravnavali po neposredni metodi (Ljapunova), potem bi bili znani robni pogoji.

Ima pa Ljapunova metoda pomanjkljivost, da metoda podaja zadostne, ne pa tudi potrebne pogoje. Pa vendar, ker vemo, da so koeficienti lahko samo pozitivne vrednosti, bi morda lahko poiskali takšne pozitivno definitne Ljapunove funkcije in negativne definitnosti njene spremembe  $\Delta V$ .

Druga pot raziskave bi bila, da bi uporabili posplošeno kvadratno obliko in Sylvestrov teorem. Pri tem bi se morali omejiti z dejstvom, da je takšen pristop možen za linearne sisteme in realnost koeficientov.

Stabilnost pa ni določena zgolj absolutno oziroma z dejstvom, da je sistem stabilen, ampak tudi koliko je oddaljen od nestabilnosti. Določitev razdalje od točke stabilnosti do točke nestabilnosti predstavlja stabilnostna rezerva, ki bi jo bilo smiselno raziskati. Možnih je še nekaj smeri, kjer bi bilo z raziskavami smiselno nadaljevati.

## LITERATURA IN VIRI

1. Al-Sunni, F.M., Khursheed, S.N. & Al-Fares, H. (2003). *A control theoretic approach for the inventory drift problem*, (Working paper). King Fahd University of Petroleum and Minerals, Saudi Arabia.
2. Bogataj, L., & Bogataj, M. (2007). The study of optimal additional investments in capacities for reduction of delays in value chain. *International Journal of Production Economics*, 108 (1-2), 281–290.
3. Bogataj, M., & Bogataj, L. (2004) On the compact presentation of the lead times perturbations in distribution networks. *International Journal of Production Economics*, 88( 2), 145-155.
4. Bogataj, M. (2009). *An overview of the development of MRP Theory*, (Lecture notes). Linköping: Linköping University.
5. Bensoussan, A., Hurst, G. E., & Näslund B. (1974). *Management Applications Of Modern Control Theory*. New York: American Elsevier Publishing Company, Inc.
6. Bloomfield, P. (2000). *Fourier analysis of time series: an introduction*, 2-nd edition. New York: John Wiley & Sons, Inc.
7. Boute, R. N., Disney, S. M., & Lambrecht M. R. (2007). An integrated production and inventory model to dampen upstream demand variability in the supply chain. *European Journal of Operational Research*, 178, 121–142.
8. Caddy, I. N., & Helou, M. M. (2007). Supply chains and their management: Application of general systems theory. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 14, 319–327.
9. Chandra, C., & Grabis, J. (2005). Application of multi-steps forecasting for restraining the bullwhip effect and improving inventory performance under autoregressive demand. *European Journal of Operational Research*, 166, 337–350.
10. Chen, Y.F., Drezner Z., Ryan, J.K., & Simchi-Level, D. (2000). Quantifying the Bullwhip effect in a simple supply chain: The impact of forecasting, lead-time and information. *Management Science*, 46, 436–443.
11. Chen, Y.F., & Disney, S.M. (2007). The myopic order-up-to policy with a feedback controller. *International Journal of Production Research*, 45(2), 351–368.
12. Čučej, Ž., & Planinšič, P. (2000). *Teorija signalov – uvod*. Maribor: Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko.
13. Čučej, Ž., Gleich, D., & Planinšič, P. (2005). *Signali - povzetki teorije z zbirko rešenih nalog in primeri uporabe programa Matlab*, 2. dopolnjena in razširjena izdaja. Maribor: Fakulteta za elektrotehniko.
14. Dejonckheere, J., Disney, S. M., & Lambrecht, M.R. (2002). Transfer function analysis of forecasting induced bullwhip in supply chain. *International Journal of Production Economics*, 78, 133–144.
15. Dejonckheere, J., & Disney, S. M. (2003). Measuring and avoiding the bullwhip effect: A control theoretic approach. *European Journal of Operational Research*, 147, 567–590.
16. Disney, S. M., & Towill, D. R. (2002). A procedure for the optimization of the dynamic response of a Vendor Managed Inventory system. *Computers & Industrial engineering*, 43, 27–58.
17. Disney, S. M., Potter, A. T. & Gardner, B. M. (2003). The impact of vendor managed inventory on transport operations. *Transportation Research Part E*, 39, 363–380.



18. Disney, S.M., Towill, D.R. & Van de Velde, W. (2004). Variance amplification and the golden ration in production and inventory control. *International Journal of Production Economics*, 90, 295–309.
19. Disney, S.M., & Towill, D.R. (2005). Eliminating drift in inventory and order based production control systems. *International Journal of Production Economics*, 93–94, 331–344.
20. Disney, S. M., Farasyn, I., & Lambrecht, M. (2006). Taming the bullwhip effect whilst watching customer service in a single supply chain echelon. *European Journal of Operational Research*, 173, 151–172.
21. Disney, S.M., Farasyn, I., Lambrecht, M.R., Towill, D.R., & van de Velde, W. (2007). Controlling bullwhip and inventory variability with the golden smoothing rule. *European Journal of Industrial Engineering*, 1(3), 241–265.
22. Disney, S. M. (2008). Supply chain aperiodicity, bullwhip and stability analysis with Jury's inners. *Journal of Management Mathematics*, 19, 101–116.
23. Disney, S.M., Lambrecht, M., Towill, D.R., & Van de Velde, W. (2009). *The value of coordination in a two echelon supply chain: Sharing information, policies and parameters*. Leuven: Katholieke Universiteit, Faculty of Economics and Applied Economics.
24. Gaalman, G., & Disney, S.M. (2009). On bullwhip in a family of order-up-to policies with ARMA(2,2) demand and arbitrary lead-times. *International Journal of Production Economics*, 121(2), 454–463.
25. Grubbström, R. W. (1967). On the application of the Laplace transform to certain economic problems. *Management Science*, 13, 558–567.
26. Grubbström, R. W. (1996). Stochastic properties of a production-inventory process with planned production using transform methodology. *International Journal of Production Economics*, 45, 407–419.
27. Grubbström, R. W. (1998). A net present value approach to safety stocks in a planned production. *International Journal of Production Economics*, 56–57, 213–229.
28. Grubbström, R. W., & Tang, O. (1999). Further developments on safety stocks in an MRP system applying Laplace transforms and input-output analysis. *International Journal of Production Economics*, 60–61, 381–387.
29. Grubbström, R. W. (1999a). A net present value approach to safety stocks in a multi-level MRP systems. *International Journal of Production Economics*, 59, 361–375.
30. Grubbström, R. W. & Zhiping, W. (2003). A stochastic model of multi-level/multi-stage capacity-constrained production-inventory systems. *International Journal of Production Economics*, 81–82, 483–494.
31. Grubbström, R. W., & Thi Thu Thuy Huynh (2006). Multi-level, multi-stage capacity-constrained production–inventory systems in discrete time with non-zero lead times using MRP theory. *International Journal of Production Research*, 101, 53–62.
32. Grubbström, R. W., Bogataj, M., & Bogataj, L. (2007). A compact representation of distribution and reverse logistics in the value chain, *Mathematical economics, operational research and logistics. Ljubljana: Faculty of Economics*, 5, KMOR, 69 str.
33. Gyergyek, L. (1988). *Signali in statistične metode*. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko.
34. Gyergyek, L. (1991). *Teorija signalov in obdelava signalov (II. del)*. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko.
35. Iserman, R. (1987). *Identifikacija dinamičnih sistemov*. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko.

36. Jakšič, M. (2003). *Analiza učinkov biča pri periodičnih sistemih uravnavanja zalog z uporabo metodologije prenosne funkcije (magistrsko delo)*. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Ekonomska fakulteta.
37. Jury, E. I. (1964). *Theory and Application of the z-Transform Method*. New York: Robert E. Kriger.
38. Lalwani, C. S., Disney, S. M., & Towill, D. R. (2006). Controllable, observable and state space presentations of generalized order-up-to policy. *International Journal of Production Economics*, 101, 172–184.
39. Matko, D. (1984). *Diskretni regulacijski sistemi (2. izdaja)*. Ljubljana: Univerza Edvarda Kardelja, Fakulteta za elektrotehniko.
40. Mula, J., Poler, R., & Garcia-Sabater, J. P. (2006). Models for production planning under uncertainty: A review. *International Journal of production economics*, 103, 271–285.
41. Mula, J., Poler, R., & Garcia, J.P. (2006). MRP with flexible constraints. A fuzzy mathematical programming approach. *Fuzzy sets and systems*, 157, 74–97.
42. Oppenheim, A. V., & Willsky, A. S. (1996). *Signals and systems (2-nd edition)*. New Jersey: Prentice Hall.
43. Oppenheim, A. V. & Schafer, R. W. (1998). *Discrete-time signal processing (2-nd edition)*. New Jersey: Prentice Hall.
44. Primer učinka biča na globalni ravni (2010). Najdeno 25. 6. 2010 na spletnem naslovu: <http://www.emeraldinsight.com/Insight/viewContentItem.do?contentType=Article&contentId=858253>
45. Sarimveis, H., Patrinos, P., Tarantilis, C. D., & Kiranoudis, C. T. (2008). Dynamic modeling and control of supply chain systems: A review. *Computers & Operations Research*, 35, 3530–3561.
46. Svečko, R., Zorič, T. & Dali, D. (1992). *Diskretni regulacijski sistemi*. Maribor: Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Inštitut za informatiko.
47. Svečko, R., & Zorič, T. (1994). *Teorija linearnih diskretnih sistemov*. Maribor: Univerza v Mariboru, Tehniška fakulteta, Inštitut za avtomatiko.
48. Svečko, R. (2000). *Teorija sistemov*. Maribor: Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko.
49. Tang, O., Grubbström, R. W., & Zanoni, S. (2007). Planned lead time determination in a make-to-order remanufacturing system. *International Journal of Production Economics*, 108, 426–435.
50. Tomažič, S., & Lenardis, S. (2004). *Digitalni signali in sistemi*. Ljubljana: Fakulteta za elektrotehniko.
51. Towill, D. R., Lambrecht, M. R., Disney, S. M., & Dejonckheere, J. (2003). Explicit filters and supply chain design. *Journal of Purchasing & Supply Management*, 9, 73–81.
52. Towill, D. R., Zhou, L., & Disney, S. M. (2007). Reducing the bullwhip effect: Looking through the appropriate lens. *International Journal of production Research*, 108, 444–453.
53. Usenik, J. (2003). *Upravljanje logističnih sistemov*. Novo Mesto: Biro 4D.
54. Venkateswaran, J., & Son, Y.-J. (2007). Effect of information update frequency on the stability of production-inventory control systems. *International Journal of production Research*, 106, 171–190.
55. Wang, K., & Bogataj, M. (2007). A stochastic model of multi-level/multi-stage logistics system under periodically oscillating demand (*Mathematical economics, operational research and logistics* 6). Ljubljana: Faculty of Economics, KMOR.

56. Warburton, R.D.H., & Disney, S.M. (2007). Order and inventory variance amplifications: The equivalence of discrete and continuous time analysis. *International Journal of Production Economics*, 110, 128–137.
57. Zhang, X. (2004). The impact of forecasting methods on the bullwhip effect. *International Journal of production Research*, 88, 15–27.
58. Zhou, L., Naim, M. M., & Tang, O. (2006). Dynamic performance of hybrid inventory system with a Kanban policy in remanufacturing process. *International Journal of Management Science*, 34, 585–598.

# **PRILOGE**

## **KAZALO PRILOG**

Priloga 1: Dodatek I – Izpeljava karakterističnih polinomov iz enačb stanj.....	66
Priloga 2: Dodatek II - Juryjev stabilnostni kriterij.....	74

**Priloga 1:** Izpeljava karakterističnih polinomov iz enačb stanj

1.

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = a_1 \frac{z^{T_p+1}(z-a_2)}{(z-a_3)(z^{T_p}(z-a_4)-a_5)}$$

2.

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{a_1 z^{T_p+2} - a_2 a_1 z^{T_p+1}}{(z-a_3)(z^{T_p+1} - a_4 z^{T_p} - a_5)}$$

3.

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{a_1 z^{T_p+2} - a_2 a_1 z^{T_p+1}}{z z^{T_p+1} - a_4 z z^{T_p} - a_5 z - a_3 z^{T_p+1} + a_3 a_4 z^{T_p} + a_3 a_5}$$

$$a_1 = \frac{T_p T_i + T_w + T_a T_w + T_i T_w}{(1+T_a)T_i T_w} \text{ sledi } a_1^{T_w=\infty} = \frac{T_p T_i + T_w + T_a T_w + T_i T_w}{(1+T_a)T_i T_w} = \frac{1+T_a+T_i}{(1+T_a)T_i}$$

$$a_2 = 1 + \frac{T_w}{T_p T_i + T_a T_w + T_i T_w + T_w} \text{ sledi } a_2^{T_w=\infty} = 1 + \frac{1}{T_a + T_i + 1}$$

$$a_3 = \frac{T_a}{1+T_a}$$

$$a_4 = 1 - \frac{1}{T_w} \text{ sledi } a_4^{w=\infty} = 1$$

$$a_5 = \frac{1}{T_w} - \frac{1}{T_i} \text{ sledi } a_5^{w=\infty} = -\frac{1}{T_i}$$

4.

$$\begin{aligned} F_{OR}(z) &= \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{z^{T_p+2} - a_4 z^{T_p+1} - a_5 z - a_3 z^{T_p+1} + a_3 a_4 z^{T_p} + a_3 a_5} = \\ &= \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{a_3 a_5 - a_5 z + a_3 a_4 z^{T_p} + (-a_3 - a_4) z^{T_p+1} + z^{T_p+2}} \end{aligned}$$

5.

Če je  $T_p = 1$ , potem sledi:

$$\begin{aligned} F_{OR}(z) &= \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{a_3 a_5 - a_5 z + a_3 a_4 z^{T_p} + (-a_3 - a_4) z^{T_p+1} + z^{T_p+2}} = \\ &= \frac{-a_2 a_1 z^2 + a_1 z^3}{a_3 a_5 + (-a_5 + a_3 a_4) z + (-a_3 - a_4) z^2 + z^3} \end{aligned}$$

6.

Če je  $T_p = 2$ , potem sledi:

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{a_3 a_5 - a_5 z + a_3 a_4 z^{T_p} + (-a_3 - a_4) z^{T_p+1} + z^{T_p+2}} =$$

$$= \frac{-a_2 a_1 z^3 + a_1 z^4}{a_3 a_5 - a_5 z + a_3 a_4 z^2 + (-a_3 - a_4) z^3 + z^4}$$

7.

Če je  $T_p = 3$ , potem sledi:

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{a_3 a_5 - a_5 z + a_3 a_4 z^{T_p} + (-a_3 - a_4) z^{T_p+1} + z^{T_p+2}} =$$

$$= \frac{-a_2 a_1 z^4 + a_1 z^5}{a_3 a_5 - a_5 z + a_3 a_4 z^3 + (-a_3 - a_4) z^4 + z^5}$$

Če enačbe v točkah 5, 6 in 7 množimo z  $z^{-1}$  in delimo z deljencem največje potence  $z$ , potem dobimo linearno-fazno oziroma *Masonovo* obliko oziroma naslednje enačbe, točke 8, 9 in 10.

8.

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^2 + a_1 z^3}{a_3 a_5 + (-a_5 + a_3 a_4) z + (-a_3 - a_4) z^2 + z^3} =$$

$$= \frac{\frac{a_1}{z^1} + \frac{-a_2 a_1}{z^2}}{1 + \frac{(-a_3 - a_4)}{z^1} + \frac{(-a_5 + a_3 a_4)}{z^2} + \frac{a_3 a_5}{z^3}}$$

9.

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^3 + a_1 z^4}{a_3 a_5 - a_5 z + a_3 a_4 z^2 + (-a_3 - a_4) z^3 + z^4} =$$

$$= \frac{\frac{a_1}{z^1} + \frac{-a_2 a_1}{z^2}}{1 + \frac{(-a_3 - a_4)}{z^1} + \frac{a_3 a_4}{z^2} + \frac{-a_5}{z^3} + \frac{a_3 a_5}{z^4}}$$

10.

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^4 + a_1 z^5}{a_3 a_5 - a_5 z + a_3 a_4 z^3 + (-a_3 - a_4) z^4 + z^5} =$$

$$= \frac{\frac{a_1}{z^1} + \frac{-a_2 a_1}{z^2}}{1 + \frac{(-a_3 - a_4)}{z^1} + \frac{a_3 a_4}{z^2} + \frac{-a_5}{z^4} + \frac{a_3 a_5}{z^5}}$$

V enačbah 8, 9 in 10 lahko desno stran zapišemo tudi v obliki, kot je prikazano v spodnji tabeli.

$T_p = T_{\bar{p}} = 1$	$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{\frac{a_1}{z^1} + \frac{(-a_2 a_1)}{z^2}}{1 + \frac{(-a_3 - a_4)}{z^1} + \frac{(-a_5 + a_3 a_4)}{z^2} + \frac{a_3 a_5}{z^3}}$	$\frac{OR}{D} = \frac{\frac{P_1^1}{z^1} + \frac{P_2^1}{z^2}}{1 + \frac{L_1^1}{z^1} + \frac{L_2^1}{z^2} + \frac{L_3^1}{z^3}}$
$T_p = T_{\bar{p}} = 2$	$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{\frac{a_1}{z^1} + \frac{-a_2 a_1}{z^2}}{1 + \frac{(-a_3 - a_4)}{z^1} + \frac{a_3 a_4}{z^2} + \frac{-a_5}{z^3} + \frac{a_3 a_5}{z^4}}$	$\frac{OR}{D} = \frac{\frac{P_1^2}{z^1} + \frac{P_2^2}{z^2}}{1 + \frac{L_1^2}{z^1} + \frac{L_2^2}{z^2} + \frac{L_3^2}{z^3} + \frac{L_4^2}{z^4}}$
$T_p = T_{\bar{p}} = 3$	$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{\frac{a_1}{z^1} + \frac{-a_2 a_1}{z^2}}{1 + \frac{(-a_3 - a_4)}{z^1} + \frac{a_3 a_4}{z^2} + \frac{-a_5}{z^4} + \frac{a_3 a_5}{z^5}}$	$\frac{OR}{D} = \frac{\frac{P_1^3}{z^1} + \frac{P_2^3}{z^2}}{1 + \frac{L_1^3}{z^1} + \frac{L_2^3}{z^2} + \frac{L_4^3}{z^4} + \frac{L_5^3}{z^5}}$

	$P_1$	$P_2$
$T_p = T_{\bar{p}} = 1$	$a_1$	$-a_2 a_1$
$T_p = T_{\bar{p}} = 2$	$a_1$	$-a_2 a_1$
$T_p = T_{\bar{p}} = 3$	$a_1$	$-a_2 a_1$

	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$L_5$
$T_p = T_{\bar{p}} = 1$	$(-a_3 - a_4)$	$(-a_5 + a_3 a_4)$	$a_3 a_5$	0	0
$T_p = T_{\bar{p}} = 2$	$(-a_3 - a_4)$	$a_3 a_4$	$-a_5$	$a_3 a_5$	0
$T_p = T_{\bar{p}} = 3$	$(-a_3 - a_4)$	$a_3 a_4$	0	$-a_5$	$a_3 a_5$

Enačbe stanj linearnega diskretnega sistema za katerokoli prenosno funkcijo navedeno v točkah 8, 9 in 10 dobimo, kot sledi. Pri tem si pomagamo z ustreznim blok diagramom.

11.

$$zX_1(z) = X_2(z)$$

$$zX_2(z) = X_3(z)$$

$$zX_3(z) = X_4(z)$$

$$zX_4(z) = X_5(z)$$

$$zX_5(z) = -L_1 X_5(z) - L_2 X_4(z) - L_3 X_3(z) - L_4 X_2(z) - L_5 X_1(z) + U(z)$$

$$Y(z) = P_1 X_5(z) + P_2 X_4(z) + P_3 X_3(z) + P_4 X_2(z) + P_5 X_1(z)$$

Enačbe je mogoče pretvoriti v časovno domeno in dobimo naslednji sistem enačb.

$$X_1(t+1) = X_2(t)$$



$$\begin{aligned}
X_2(t+1) &= X_3(t) \\
X_3(t+1) &= X_4(t) \\
X_4(t+1) &= X_5(t) \\
X_7(t+1) &= -L_1X_5(t) - L_2X_4(t) - L_3X_3(t) - L_4X_2(t) - L_5X_1(t) + U(t) \\
Y(t) &= P_1X_5(t) + P_2X_4(t) + P_3X_3(t) + P_4X_2(t) + P_5X_1(t)
\end{aligned}$$

Inverzna z-transformacija pretvori enačbo v točki 11 neposredno v običajno enačbo stanj.

$$\begin{aligned}
X[t+1] &= Ax[t] + Bu[t] \\
Y[t] &= Cx[t] + Du[t]
\end{aligned}$$

Matrika  $A$  je tako definirana, pri čemer upoštevamo  $\det(A - \lambda I) = 0$ :

- če je  $T_p = 1$ , potem sledi:

$-\lambda$	1	0
0	$-\lambda$	1
$a_3a_5$	$(-a_5 + a_3a_4)$	$(-a_3 - a_4) - \lambda$

KORAK 1: če prvo vrstico množimo z  $\frac{a_3a_5}{\lambda}$  in prištejemo zadnji vrstici, potem dobimo:

$-\lambda$	1	0
0	$-\lambda$	1
$-\lambda \frac{a_3a_5}{\lambda} + a_3a_5 = 0$	$(-a_5 + a_3a_4) + \frac{a_3a_5}{\lambda} =$ $= \frac{(-a_5 + a_3a_4)\lambda + a_3a_5}{\lambda}$	$(-a_3 - a_4) - \lambda$

KORAK 2: če drugo vrstico množimo z  $\frac{(-a_5 + a_3a_4)\lambda + a_3a_5}{\lambda^2}$  in prištejemo peti vrstici, potem dobimo:

$-\lambda$	1	0
0	$-\lambda$	1
0	$-\lambda \frac{(-a_5 + a_3a_4)\lambda + a_3a_5}{\lambda^2} +$ $+\frac{(-a_5 + a_3a_4)\lambda + a_3a_5}{\lambda} = 0$	$\frac{(-a_5 + a_3a_4)\lambda + a_3a_5}{\lambda^2} + (-a_3 - a_4) - \lambda =$ $= \frac{(-a_5 + a_3a_4)\lambda + a_3a_5 + (-a_3 - a_4)\lambda^2 - \lambda^3}{\lambda^2}$

Končna oblika preoblikovane matrike  $A$  je tako:

$-\lambda$	1	0
0	$-\lambda$	1
0	0	$\frac{(-a_5 + a_3 a_4)\lambda + a_3 a_5 + (-a_3 - a_4)\lambda^2 - \lambda^3}{\lambda^2}$

Karakteristični polinom je:

$$\begin{aligned} & \lambda^2 \frac{(-a_5 + a_3 a_4)\lambda + a_3 a_5 + (-a_3 - a_4)\lambda^2 - \lambda^3}{\lambda^2} = \\ & = -a_3 a_5 - (-a_5 + a_3 a_4)\lambda - (-a_3 - a_4)\lambda^2 + \lambda^3 = \\ & = \lambda^3 + (a_3 + a_4)\lambda^2 - (-a_5 + a_3 a_4)\lambda - a_3 a_5 \end{aligned}$$

1. če je  $T_p = T_{\bar{p}} = 2$ , potem sledi:

$-\lambda$	1	0	0
0	$-\lambda$	1	0
0	0	$-\lambda$	1
$a_3 a_5$	$-a_5$	$a_3 a_4$	$(-a_3 - a_4) - \lambda$

KORAK 1: če prvo vrstico množimo z  $\frac{a_3 a_5}{\lambda}$  in prištejemo zadnji vrstici, potem dobimo:

$-\lambda$	1	0	0
0	$-\lambda$	1	0
0	0	$-\lambda$	1
$-\lambda \frac{a_3 a_5}{\lambda} + a_3 a_5 = 0$	$\frac{a_3 a_5}{\lambda} - a_5 = \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda}$	$a_3 a_4$	$(-a_3 - a_4) - \lambda$

KORAK 2: če drugo vrstico množimo z  $\frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda^2}$  in prištejemo zadnji vrstici, potem dobimo:

$-\lambda$	1	0	0
0	$-\lambda$	1	0
0	0	$-\lambda$	1
0	$-\lambda \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda^2} + \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda} = 0$	$\frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda^2} + a_3 a_4 =$ $= \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda + a_3 a_4 \lambda^2}{\lambda^2}$	$(-a_3 - a_4) - \lambda$

KORAK 3: če tretjo vrstico množimo z  $\frac{a_3a_5 - a_5\lambda + a_3a_4\lambda^2}{\lambda^3}$  in prištejemo zadnji vrstici, potem dobimo:

$-\lambda$	1	0	0
0	$-\lambda$	1	0
0	0	$-\lambda$	1
0	0	$-\lambda \frac{a_3a_5 - a_5\lambda + a_3a_4\lambda^2}{\lambda^3} + \frac{a_3a_5 - a_5\lambda + a_3a_4\lambda^2}{\lambda^2} = 0$	$\frac{a_3a_5 - a_5\lambda + a_3a_4\lambda^2}{\lambda^3} + (-a_3 - a_4) - \lambda = \frac{a_3a_5 - a_5\lambda + a_3a_4\lambda^2 + (-a_3 - a_4)\lambda^3 - \lambda^4}{\lambda^3}$

Končna oblika preoblikovane matrike  $A$  je tako:

$-\lambda$	1	0	0
0	$-\lambda$	1	0
0	0	$-\lambda$	1
0	0	0	$\frac{a_3a_5 - a_5\lambda + a_3a_4\lambda^2 + (-a_3 - a_4)\lambda^3 - \lambda^4}{\lambda^3}$

Karakteristični polinom je:

$$\begin{aligned}
 & -\lambda^3 \frac{a_3a_5 - a_5\lambda + a_3a_4\lambda^2 + (-a_3 - a_4)\lambda^3 - \lambda^4}{\lambda^3} \\
 & -a_3a_5 + a_5\lambda - a_3a_4\lambda^2 + (a_3 + a_4)\lambda^3 + \lambda^4 = \\
 & = \lambda^4 + (a_3 + a_4)\lambda^3 - a_3a_4\lambda^2 + a_5\lambda - a_3a_5
 \end{aligned}$$

- če je  $T_p = T_{\bar{p}} = 3$ , potem sledi:

$-\lambda$	1	0	0	0
0	$-\lambda$	1	0	0
0	0	$-\lambda$	1	0
0	0	0	$-\lambda$	1
$a_3a_5$	$-a_5$	0	$a_3a_4$	$(-a_3 - a_4) - \lambda$

KORAK 1: če prvo vrstico množimo z  $\frac{a_3a_5}{\lambda}$  in prištejemo zadnji vrstici, potem dobimo:

$-\lambda$	1	0	0	0
0	$-\lambda$	1	0	0
0	0	$-\lambda$	1	0
0	0	0	$-\lambda$	1

$-\lambda \frac{a_3 a_5}{\lambda} + a_3 a_5 = 0$	$\frac{a_3 a_5}{\lambda} - a_5 =$ $= \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda}$	0	$a_3 a_4$	$(-a_3 - a_4) - \lambda$
--	--	---	-----------	--------------------------

KORAK 2: če drugo vrstico množimo z  $\frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda^2}$  in prištejemo zadnji vrstici, potem dobimo:

$-\lambda$	1	0	0	0	
0	$-\lambda$	1	0	0	
0	0	$-\lambda$	1	0	
0	0	0	$-\lambda$	1	
0	$-\lambda \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda^2} + \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda} = 0$		$\frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda^2}$	$a_3 a_4$	$(-a_3 - a_4) - \lambda$

KORAK 3: če tretjo vrstico množimo z  $\frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda^3}$  in prištejemo zadnji vrstici, potem dobimo:

$-\lambda$	1	0	0	0	
0	$-\lambda$	1	0	0	
0	0	$-\lambda$	1	0	
0	0	0	$-\lambda$	1	
0	0	$-\lambda \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda^3} + \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda^2} = 0$		$\frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda}{\lambda^3} + a_3 a_4 =$ $= \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda + a_3 a_4 \lambda^3}{\lambda^3}$	$(-a_3 - a_4) - \lambda$

KORAK 3: če četrto vrstico množimo z  $\frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda + a_3 a_4 \lambda^3}{\lambda^4}$  in prištejemo zadnji vrstici, potem dobimo:

$-\lambda$	1	0	0	0	
0	$-\lambda$	1	0	0	
0	0	$-\lambda$	1	0	
0	0	0	$-\lambda$	1	
0	0	0	$-\lambda \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda + a_3 a_4 \lambda^3}{\lambda^4} +$ $+ \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda + a_3 a_4 \lambda^3}{\lambda^3} = 0$		$\frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda + a_3 a_4 \lambda^3}{\lambda^4} + (-a_3 - a_4) - \lambda =$ $= \frac{a_3 a_5 - a_5 \lambda + a_3 a_4 \lambda^3 + (-a_3 - a_4) \lambda^4 - \lambda^5}{\lambda^4}$

Končna oblika preoblikovane matrike  $A$  je tako:

$-\lambda$	1	0	0	0
0	$-\lambda$	1	0	0
0	0	$-\lambda$	1	0
0	0	0	$-\lambda$	1
0	0	0	0	$\frac{a_3a_5 - a_5\lambda + a_3a_4\lambda^3 + (-a_3 - a_4)\lambda^4 - \lambda^5}{\lambda^4}$

Karakteristični polinom je:

$$\begin{aligned} \lambda^4 \frac{a_3a_5 - a_5\lambda + a_3a_4\lambda^3 + (-a_3 - a_4)\lambda^4 - \lambda^5}{\lambda^4} &= \\ &= a_3a_5 - a_5\lambda + a_3a_4\lambda^3 - (a_3 + a_4)\lambda^4 - \lambda^5 = \\ &= \lambda^5 + (a_3 + a_4)\lambda^4 - a_3a_4\lambda^3 + a_5\lambda - a_3a_5 \end{aligned}$$

Če povzamemo, da je:

- $T_p = 1$  sledi

$$\lambda^3 + (a_3 + a_4)\lambda^2 - (-a_5 + a_3a_4)\lambda - a_3a_5 = \lambda^3 + (a_3 + a_4)\lambda^2 - a_3a_4\lambda + a_5\lambda - a_3a_5$$

- $T_p = 2$  sledi

$$\lambda^4 + (a_3 + a_4)\lambda^3 - a_3a_4\lambda^2 + a_5\lambda - a_3a_5$$

- $T_p = 3$  sledi

$$\lambda^5 + (a_3 + a_4)\lambda^4 - a_3a_4\lambda^3 + a_5\lambda - a_3a_5$$

Splošna oblika karakterističnega polinoma je tako:

$$\lambda^{T_p+2} + (a_3 + a_4)\lambda^{T_p+1} - a_3a_4\lambda^{T_p} + a_5\lambda^1 - a_3a_5$$

**Priloga 2:** Juryjev stabilnostni kriterij

1.

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = a_1 \frac{z^{T_p+1}(z-a_2)}{(z-a_3)(z^{T_p}(z-a_4)-a_5)}$$

2.

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{a_1 z^{T_p+2} - a_2 a_1 z^{T_p+1}}{(z-a_3)(z^{T_p+1} - a_4 z^{T_p} - a_5)}$$

3.

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{a_1 z^{T_p+2} - a_2 a_1 z^{T_p+1}}{z z^{T_p+1} - a_4 z z^{T_p} - a_5 z - a_3 z^{T_p+1} + a_3 a_4 z^{T_p} + a_3 a_5}$$

$$a_1 = \frac{T_p T_i + T_w + T_a T_w + T_i T_w}{(1+T_a) T_i T_w} \text{ sledi } a_1^{T_w=\infty} = \frac{T_p T_i + T_w + T_a T_w + T_i T_w}{(1+T_a) T_i T_w} = \frac{1+T_a+T_i}{(1+T_a) T_i}$$

$$a_2 = 1 + \frac{T_w}{T_p T_i + T_a T_w + T_i T_w + T_w} \text{ sledi } a_2^{T_w=\infty} = 1 + \frac{1}{T_a + T_i + 1}$$

$$a_3 = \frac{T_a}{1+T_a}$$

$$a_4 = 1 - \frac{1}{T_w} \text{ sledi } a_4^{w=\infty} = 1$$

$$a_5 = \frac{1}{T_w} - \frac{1}{T_i} \text{ sledi } a_5^{w=\infty} = -\frac{1}{T_i}$$

4.

$$\begin{aligned} F_{OR}(z) &= \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{z^{T_p+2} - a_4 z^{T_p+1} - a_5 z - a_3 z^{T_p+1} + a_3 a_4 z^{T_p} + a_3 a_5} = \\ &= \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^{T_p} + (-a_3 - a_4)z^{T_p+1} + z^{T_p+2}} \end{aligned}$$

5.

Če je  $T_p = 1$ , potem sledi:

$$\begin{aligned} F_{OR}(z) &= \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^{T_p} + (-a_3 - a_4)z^{T_p+1} + z^{T_p+2}} = \\ &= \frac{-a_2 a_1 z^2 + a_1 z^3}{a_3 a_5 + (-a_5 + a_3 a_4)z + (-a_3 - a_4)z^2 + z^3} \end{aligned}$$

6.

Če je  $T_p = 2$ , potem sledi:

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^{T_p} + (-a_3 - a_4)z^{T_p+1} + z^{T_p+2}} =$$

$$= \frac{-a_2 a_1 z^3 + a_1 z^4}{a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^2 + (-a_3 - a_4)z^3 + z^4}$$

7.

Če je  $T_p = 3$ , potem sledi:

$$F_{OR}(z) = \frac{OR(z)}{D(z)} = \frac{-a_2 a_1 z^{T_p+1} + a_1 z^{T_p+2}}{a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^{T_p} + (-a_3 - a_4)z^{T_p+1} + z^{T_p+2}} =$$

$$= \frac{-a_2 a_1 z^4 + a_1 z^5}{a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^3 + (-a_3 - a_4)z^4 + z^5}$$

Karakteristična enačba linearnega diskretnega sistema je:

- če je  $T_p = 1$ , sledi  $a_3 a_5 + (-a_5 + a_3 a_4)z + (-a_3 - a_4)z^2 + z^3$
- če je  $T_p = 2$ , sledi  $a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^2 + (-a_3 - a_4)z^3 + z^4$
- če je  $T_p = 3$ , sledi  $a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 a_4 z^3 + (-a_3 - a_4)z^4 + z^5$

Upoštevajmo, da je  $a_4^{w=\infty} = 1$  in  $a_5^{w=\infty} = -\frac{1}{T_i}$ , sledi poenostavitev zgornjih enačb:

- če je  $T_p = 1$ , sledi  $a_3 a_5 + (-a_5 + a_3)z + (-a_3 - 1)z^2 + z^3$
- če je  $T_p = 2$ , sledi  $a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 z^2 + (-a_3 - 1)z^3 + z^4$
- če je  $T_p = 3$ , sledi  $a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 z^3 + (-a_3 - 1)z^4 + z^5$

**I.**  $T_p = 1$  in  $a_3 a_5 + (-a_5 + a_3)z + (-a_3 - 1)z^2 + z^3$

$$b_k = \begin{vmatrix} a_0 a_{n-k} \\ a_n a_k \end{vmatrix} \quad c_k = \begin{vmatrix} b_0 b_{n-1-k} \\ b_{n-1} b_k \end{vmatrix} \quad d_k = \begin{vmatrix} c_0 c_{n-2-k} \\ c_{n-2} c_k \end{vmatrix}$$

	$z^0$	$z^1$	$z^2$	$z^3$
1a	$a_3 a_5$	$(-a_5 + a_3)$	$(-a_3 - 1)$	1
1b	1	$(-a_3 - 1)$	$(-a_5 + a_3)$	$a_3 a_5$

2b	$(a_3 a_5)(a_3 a_5) - 1 \cdot 1 =$ $= (a_3 a_5)^2 - 1$	$(a_3 a_5)(-a_5 + a_3) -$ $-1 \cdot (-a_3 - 1) =$ $= (a_3 a_5)(-a_5 + a_3) + a_3 + 1$	$(a_3 a_5)(-a_3 - 1) -$ $-1 \cdot (-a_5 + a_3) =$ $= -a_3^2 a_5 - a_3 a_5 + a_5 - a_3 =$ $= -a_5(a_3^2 + a_3 - 1) - a_3$	
----	---	---	---	--

**Lastnost absolutne vrednosti:**

$$|A| > |B| \text{ sledi } |A| - |B| > 0$$

**Pogoji:**

Potrebni in zadostni pogoji, da karakteristični polinom  $F(z)$  nima korenov na krogu ali izven njega, so:

$$\begin{array}{l}
 |a_0| < |a_n| \\
 |b_0| > |b_{n-1}| \\
 F(1) > 0 \quad |c_0| > |c_{n-2}| \\
 F(1) > 0; n = \text{sod} \quad \text{in } |d_0| > |d_{n-3}| \\
 F(-1) < 0; n = \text{lih} \quad . \\
 . \\
 |q_0| > |q_2|
 \end{array}$$

Število vrstic po metodi Juryjevega stabilnostnega kriterija je  $2n - 3$ .

$$\begin{array}{l}
 F(1) = a_3 a_5 + (-a_5 + a_3)z + (-a_3 - 1)z^2 + z^3 > 0 \\
 a_3 a_5 + (-a_5 + a_3) + (-a_3 - 1) + 1 > 0 \\
 a_3 a_5 - a_5 > 0 \quad \text{sledi } -\frac{1}{T_i} \left( \frac{T_a}{1 + T_a} - 1 \right) > 0; -0,5 < T_a; 1 < T_i \\
 a_5(a_3 - 1) > 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 F(-1) = a_3 a_5 + (-a_5 + a_3)(-1) + (-a_3 - 1) \cdot 1 + (-1) < 0 \\
 a_3 a_5 + (a_5 - a_3) + (-a_3 - 1) - 1 < 0 \\
 a_3 a_5 + a_5 - 2a_3 - 2 < 0 \quad \text{sledi } a_5 < \frac{2(a_3 + 1)}{(a_3 + 1)}; -0,5 < T_i \\
 a_5(a_3 + 1) - 2a_3 - 2 < 0
 \end{array}$$

**Pogoj**

A.

$$|(a_3 a_5)| < 1$$

A.1.



$$-(a_3 a_5) < 1 \text{ sledi } -\left[\frac{T_a}{(1+T_a)}\left(-\frac{1}{T_i}\right)\right] < 1 \text{ sledi } -0,5 < T_a; 0 < T_i;$$

A.2.

$$(a_3 a_5) < 1 \text{ sledi } \left[\frac{T_a}{(1+T_a)}\left(-\frac{1}{T_i}\right)\right] < 1 \text{ sledi } -0,5 < T_a; 1 < T_i;$$

B.

$$\begin{aligned} |(a_3 a_5)^2 - 1| &> |-a_5(a_3^2 + a_3 - 1) - a_3| \\ |(a_3 a_5)^2 - 1| - |-a_5(a_3^2 + a_3 - 1) - a_3| &> 0 \end{aligned}$$

1.

1.1. Izračunamo ničlo prvega absolutnega izraza:

$$(a_3 a_5)^2 - 1 = 0; a_3 a_5 = \pm 1; \frac{T_a}{1+T_a} \left(-\frac{1}{T_i}\right) = \pm 1; 1 = T_i$$

Ničelna vrednost je  $T_a = -0,5$  in  $T_i = 1$ .

1.2. Izračunamo ničlo drugega absolutnega izraza:

$$-a_5(a_3^2 + a_3 - 1) - a_3 = 0; -\left(-\frac{1}{T_i}\right) \left(\left(\frac{T_a}{1+T_a}\right)^2 + \frac{T_a}{1+T_a} - 1\right) - \frac{T_a}{1+T_a} = 0;$$

$$\left(\frac{1}{T_i}\right) (T_a^2 + T_a(1+T_a) - (1+T_a)^2) - T_a(1+T_a) = 0;$$

$$\left(\frac{1}{T_i}\right) (T_a^2 + T_a + T_a^2 - 1 - 2T_a - T_a^2) - T_a(1+T_a) = 0; \left(\frac{1}{T_i}\right) (T_a^2 - T_a - 1) - T_a(1+T_a) = 0;$$

$$\frac{(T_a^2 - T_a - 1) - T_i T_a(1+T_a)}{T_i} = 0; \frac{T_i^2(1-T_a) + T_i(-1-T_a) + (-1)}{T_a} = 0;$$

$$1 < T_i$$

**III.**  $T_p = 2$  in  $a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 z^2 + (-a_3 - 1)z^3 + z^4$

	$z^0$	$z^1$	$z^2$	$z^3$	$z^4$
1 a	$a_3 a_5$	$(-a_5)$	$a_3$	$(-a_3 - 1)$	1
1 b	1	$(-a_3 - 1)$	$a_3$	$(-a_5)$	$a_3 a_5$
2 a	$(a_3 a_5)(a_3 a_5) - 1 \cdot 1 =$ $= (a_3 a_5)^2 - 1$	$(a_3 a_5)(-a_5) -$ $-(-a_3 - 1) \cdot 1 =$ $= -a_3 a_5^2 + a_3 + 1 =$ $= a_3(1 - a_5^2) + 1$	$(a_3 a_5)(a_3) - (a_3) \cdot 1 =$ $= a_3^2 a_5 - a_3 =$ $= a_3(a_3 a_5 - 1)$	$(a_3 a_5)(-a_3 - 1) - (-a_5) \cdot 1 =$ $= -a_3^2 a_5 - a_3 a_5 + a_5 =$ $= a_5(-a_3^2 - a_3 + 1)$	
2 b	$a_5(-a_3^2 - a_3 + 1)$	$a_3(a_3 a_5 - 1)$	$a_3(1 - a_5^2) + 1$	$(a_3 a_5)^2 - 1$	

3	$((a_3 a_5)^2 - 1)^2 -$	$((a_3 a_5)^2 - 1) \cdot$	$((a_3 a_5)^2 - 1) \cdot$		
a	$-a_5(-a_3^2 - a_3 + 1) \cdot$	$\cdot (a_3(1 - a_5^2) + 1) -$	$\cdot a_3(a_3 a_5 - 1) -$		
	$\cdot a_5(-a_3^2 - a_3 + 1) =$	$-a_5(-a_3^2 - a_3 + 1) \cdot$	$- (a_3(1 - a_5^2) + 1) \cdot$		
	$= (a_3 a_5)^4 +$	$\cdot a_3(a_3 a_5 - 1)$	$\cdot a_5(-a_3^2 - a_3 + 1)$		
	$+ a_5^2(-a_3^4 - 2a_3^3 - a_3^2 + 2a_3 - 1)$				
	$+ 1$				

$$F(1) = a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 z^2 + (-a_3 - 1)z^3 + z^4 > 0$$

$$a_3 a_5 + (-a_5) \cdot 1 + a_3 \cdot 1^2 + (-a_3 - 1) \cdot 1^3 + 1^4 > 0$$

$$a_3 a_5 + (-a_5) + a_3 + (-a_3 - 1) + 1 > 0$$

$$a_3 a_5 - a_5 > 0$$

$$a_5(a_3 - 1) > 0$$

$$\text{sledi } -\frac{1}{T_i} \left( \frac{T_a}{1+T_a} - 1 \right) > 0; -0,5 < T_a; 1 < T_i$$

A.

$$|(a_3 a_5)| < 1$$

A.1.

$$-(a_3 a_5) < 1 \text{ sledi } -\left[ \frac{T_a}{(1+T_a)} \left( -\frac{1}{T_i} \right) \right] < 1 \text{ sledi } -0,5 < T_a; 1 < T_i;$$

A.2.

$$(a_3 a_5) < 1 \text{ sledi } \left[ \frac{T_a}{(1+T_a)} \left( -\frac{1}{T_i} \right) \right] < 1 \text{ sledi } -0,5 < T_a; 1 < T_i;$$

B.

$$|(a_3 a_5)^2 - 1| > |a_5(-a_3^2 - a_3 + 1)|$$

$$|(a_3 a_5)^2 - 1| - |a_5(-a_3^2 - a_3 + 1)| > 0$$

1.

1.1. Izračunamo ničlo prvega absolutnega izraza:

$$(a_3 a_5)^2 - 1 = 0; a_3 a_5 = \pm 1; \frac{T_a}{1+T_a} \left( -\frac{1}{T_i} \right) = \pm 1; 1 = T_i$$

Ničelna vrednost je  $T_a = -0,5$  in  $T_i = 1$ .

1.2. Izračunamo ničlo drugega absolutnega izraza:

$$a_5(-a_3^2 - a_3 + 1) = 0; \left(-\frac{1}{T_i}\right) \left(-\left(\frac{T_a}{1+T_a}\right)^2 - \left(\frac{T_a}{1+T_a}\right) + 1\right) = 0;$$

$$\left(-\frac{1}{T_i}\right) (-T_a^2 - T_a(1+T_a) + (1+T_a)^2) = 0; \left(-\frac{1}{T_i}\right) (-T_a^2 - T_a - T_a^2 + 1 + 2T_a + T_a^2) = 0;$$

$$\left(-\frac{1}{T_i}\right) (-T_a^2 + 1 + T_a) = 0; \left(\frac{1}{T_i}\right) (T_a^2 - T_a - 1) = 0;$$

Zamenjajmo  $T_a$  in  $T_i$  in nato dobimo  $\left(\frac{1}{T_a}\right) (T_i^2 - T_i - 1) = 0$ .

Ker je  $T_{i,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$ , sledi  $T_{i,2} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = 0,5 \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$ .

Ničelna vrednost drugega izraza je  $T_i \geq 0,5 + \frac{\sqrt{5}}{2}$  pri osnovnem pogoju  $T_i > 1$ .

**III.**  $T_p = 3$  in  $a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 z^3 + (-a_3 - 1)z^4 + z^5$

V tej točki bomo samo nakazali izpeljavo pogojev, saj smo dokončno izpeljavo stabilnostnih pogojev izpeljali s pomočjo indukcije. V nadaljevanju je razvidno, da zahtevnost izpeljave zelo hitro narašča.

	$z^0$	$z^1$	$z^2$	$z^3$	$z^4$	$z^5$
1 a	$a_3 a_5$	$(-a_5)$	0	$a_3$	$(-a_3 - 1)$	1
1 b	1	$(-a_3 - 1)$	$a_3$	0	$(-a_5)$	$a_3 a_5$
2 a	$(a_3 a_5)(a_3 a_5) - 1 \cdot 1 =$ $= (a_3 a_5)^2 - 1$	$(a_3 a_5)(-a_5) -$ $-(-a_3 - 1) \cdot 1 =$ $= -a_3 a_5^2 + a_3 + 1 =$ $= a_3(1 - a_5^2) + 1$	$-(a_3) \cdot 1 = -a_3$	$a_3^2 a_5$	$a_3 a_5(-a_3 - 1) - (-a_5) \cdot 1 =$ $= -a_3^2 a_5 - a_3 a_5 + a_5 =$ $= a_5(-a_3^2 - a_3 + 1)$	
2 b	$a_5(-a_3^2 - a_3 + 1)$	$a_3^2 a_5$	$-a_3$	$a_3(1 - a_5^2) + 1$	$(a_3 a_5)^2 - 1$	
3 a	$((a_3 a_5)^2 - 1)^2 -$ $- a_5(-a_3^2 - a_3 + 1) \cdot$ $\cdot a_5(-a_3^2 - a_3 + 1) =$ $= (a_3 a_5)^4 - 2(a_3 a_5)^2 + 1 -$ $- a_5^2(a_3^4 + 2a_3^3 - a_3^2 - 2a_3 + 1)$ $= (a_3 a_5)^4 +$ $+ a_5^2(-a_3^4 - 2a_3^3 - a_3^2 + 2a_3 -$ $+ 1)$	$((a_3 a_5)^2 - 1) \cdot$ $\cdot (a_3(1 - a_5^2) + 1) -$ $- a_5(-a_3^2 - a_3 + 1) \cdot$ $\cdot a_3^2 a_5$	$((a_3 a_5)^2 - 1) \cdot$ $\cdot (-a_3) -$ $-(-a_3) \cdot$ $\cdot a_5(-a_3^2 - a_3 + 1)$	$((a_3 a_5)^2 - 1) \cdot$ $\cdot (a_3^2 a_5) -$ $- (a_3(1 - a_5^2) + 1) \cdot$ $\cdot a_5(-a_3^2 - a_3 + 1) =$ $= a_5^2(a_3(a_3^3 - a_3^2 - a_3 + 1))$ $+ (a_3^3 + a_3^2 - 1)$		

$$\begin{aligned}
F(1) &= a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 z^3 + (-a_3 - 1)z^4 + z^5 > 0 \\
a_3 a_5 + (-a_5) \cdot 1 + a_3 \cdot 1^3 + (-a_3 - 1) \cdot 1^4 + 1^5 &> 0 \\
a_3 a_5 + (-a_5) + a_3 + (-a_3 - 1) + 1 &> 0 \\
a_3 a_5 - a_5 &> 0
\end{aligned}
\quad \text{sledi } -\frac{1}{T_i} \left( \frac{T_a}{1+T_a} - 1 \right) > 0; -0,5 < T_a$$

$$\begin{aligned}
F(-1) &= a_3 a_5 + (-a_5)z + a_3 z^3 + (-a_3 - 1)z^4 + z^5 > 0 \\
a_3 a_5 + (-a_5)(-1) + a_3(-1)^3 + (-a_3 - 1)(-1)^4 + (-1)^5 &> 0 \\
a_3 a_5 + a_5 - a_3 + (-a_3 - 1) - 1 &> 0 \\
a_3 a_5 + a_5 - 2a_3 - 2 &> 0 \\
a_5(a_3 + 1) &> 2(a_3 + 1)
\end{aligned}
\quad \text{sledi } a_5 < \frac{2(a_3 + 1)}{(a_3 + 1)}; -0,5 < T_i$$

Ker se izkaže, da je za stabilnost sistema dovolj, če je izraz  $a_5 \left( \frac{a_5^2(a_3^3 - a_3^2 - a_3 + 1)}{a_3^3 + a_3^2 - 1} \right) = 0$

zato sledi:

$$\begin{aligned}
a_5 \left( a_5^2 (a_3^3 - a_3^2 - a_3 + 1) + (a_3^3 + a_3^2 - 1) \right) &= 0; a_5^3 (a_3^4 - a_3^3 - a_3^2 + a_3) + a_5 (a_3^3 + a_3^2 - 1) = 0; \\
\left( -\frac{1}{T_i} \right)^3 \left( \left( \frac{T_a}{1+T_a} \right)^4 - \left( \frac{T_a}{1+T_a} \right)^3 - \left( \frac{T_a}{1+T_a} \right)^2 + \left( \frac{T_a}{1+T_a} \right) \right) &+ \left( -\frac{1}{T_i} \right) \left( \left( \frac{T_a}{1+T_a} \right)^3 + \left( \frac{T_a}{1+T_a} \right)^2 - 1 \right) = 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle 0 \rangle & \left( -\frac{1}{T_i} \right)^3 \left( \left( \frac{T_a}{1+T_a} \right)^4 - \left( \frac{T_a}{1+T_a} \right)^3 - \left( \frac{T_a}{1+T_a} \right)^2 + \left( \frac{T_a}{1+T_a} \right) \right) + \left( -\frac{1}{T_i} \right) \left( \left( \frac{T_a}{1+T_a} \right)^3 + \left( \frac{T_a}{1+T_a} \right)^2 - 1 \right) = 0; \\
\langle 1 \rangle & \left( -\frac{1}{T_i} \right)^3 \left( T_a^4 - T_a^3(1+T_a) - T_a^2(1+T_a)^2 + T_a(1+T_a)^3 \right) + \\
& + \left( -\frac{1}{T_i} \right) \left( T_a^3(1+T_a) + T_a^2(1+T_a)^2 - (1+T_a)^4 \right) = 0; \\
\langle 2 \rangle & \left( -\frac{1}{T_i} \right)^3 \left( T_a^4 - T_a^3 - T_a^4 - T_a^2(1+2T_a+T_a^2) + T_a(1+T_a)^3 \right) + \\
& + \left( -\frac{1}{T_i} \right) \left( T_a^3 + T_a^4 + T_a^2(1+2T_a+T_a^2) - (1+T_a)^4 \right) = 0; \\
\langle 3 \rangle & \left( -\frac{1}{T_i} \right)^3 \left( -T_a^3 - T_a^2(1+2T_a+T_a^2) + T_a(1+2T_a+T_a^2)(1+T_a) \right) + \\
& + \left( -\frac{1}{T_i} \right) \left( T_a^3 + T_a^4 + T_a^2(1+2T_a+T_a^2) - (1+2T_a+T_a^2)(1+2T_a+T_a^2) \right) = 0; \\
\langle 4 \rangle & \left( -\frac{1}{T_i} \right)^3 \left( -T_a^3 - T_a^2 - 2T_a^3 - T_a^4 + (T_a + 2T_a^2 + T_a^3)(1+T_a) \right) + \\
& + \left( -\frac{1}{T_i} \right) \left( T_a^3 + T_a^4 + T_a^2 + 2T_a^3 + T_a^4 - (1+2T_a+T_a^2)(1+2T_a+T_a^2) \right) = 0; \\
\langle 5 \rangle & \left( -\frac{1}{T_i} \right)^3 \left( T_a^4 - T_a^3 - T_a^4 - T_a^2 - 2T_a^3 - T_a^4 + T_a + 3T_a^2 + 3T_a^3 + T_a^4 \right) + \\
& + \left( -\frac{1}{T_i} \right) \left( T_a^3 + T_a^4 + T_a^2 + 2T_a^3 + T_a^4 - 1 - 4T_a - 6T_a^2 - 4T_a^3 - T_a^4 \right) = 0; \\
\langle 6 \rangle & \left( -\frac{1}{T_i} \right)^3 \left( T_a + 2T_a^2 \right) + \left( -\frac{1}{T_i} \right) \left( T_a^4 - 1 - 4T_a - 5T_a^2 - T_a^3 \right) = 0; \\
\langle 7 \rangle & \left( -\frac{1}{T_i} \right)^3 \left( T_a + 2T_a^2 \right) + \left( -\frac{1}{T_i} \right) \left( T_a^4 - T_a^3 - 5T_a^2 - 4T_a - 1 \right) = 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left( -\frac{1}{T_i} \right)^3 \left( T_a + 2T_a^2 \right) + \left( -\frac{1}{T_i} \right) \left( T_a^4 - T_a^3 - 5T_a^2 - 4T_a - 1 \right) = 0 \Big| -T_i^3 \\
& \left( T_a + 2T_a^2 \right) + T_i^2 \left( T_a^4 - T_a^3 - 5T_a^2 - 4T_a - 1 \right) = 0 \\
& \frac{\left( T_a + 2T_a^2 \right)}{\left( T_a^4 - T_a^3 - 5T_a^2 - 4T_a - 1 \right)} + T_i^2 = 0 \\
& - \frac{\left( T_a + 2T_a^2 \right)}{\left( -T_a^4 + T_a^3 + 5T_a^2 + 4T_a + 1 \right)} + T_i^2 = 0
\end{aligned}$$

## KAZALO SLIK

<i>Slika 1: Združeni sistem distribucije dobrin in logistike recikliranja.....</i>	<i>8</i>
<i>Slika 2: Tipologija družine IOBPCS-modelov.....</i>	<i>20</i>
<i>Slika 3: Arhitektura IOBPCS-modelov.....</i>	<i>21</i>
<i>Slika 4: Blokovni diagram splošnega IOBPCS-modela.....</i>	<i>27</i>
<i>Slika 5: Vzročno-zančni diagram splošnega AVIOBPCS-modela.....</i>	<i>31</i>
<i>Slika 6: Vzročno-zančni diagram za IOBPCS in IBPCS-model.....</i>	<i>32</i>
<i>Slika 7: Vzročno-zančni blok diagram za proizvodni proces pri <math>Q=3</math>.....</i>	<i>33</i>
<i>Slika 8: Časovna impulzna odzivnost za DE-AVIOBPCS-model.....</i>	<i>34</i>
<i>Slika 9: Blokovni diagram splošnega IOBPCS-modela.....</i>	<i>36</i>
<i>Slika 10: Simulacijski diagram IOBPCS in IBPCS-modela.....</i>	<i>40</i>
<i>Slika 11: Vpliv kontrolne spremenljivke <math>T_i</math> in <math>T_a</math> na stabilnost IOBPCS in IBPCS-modela pri uravnavanju zalog in obsega proizvodnje.....</i>	<i>47</i>
<i>Slika 12: Definijsko območje stabilnostnih pogojev.....</i>	<i>54</i>

## KAZALO TABEL

<i>Tabela 1: Družina IOBPCS-modelov.....</i>	<i>4</i>
<i>Tabela 2: Implicitni in explicitni filterski pristop za OPS.....</i>	<i>18</i>
<i>Tabela 3 - Prenosne funkcije v odvisnosti od dobavnega odloga.....</i>	<i>39</i>
<i>Tabela 4: Matrika stanj za IOBPCS in IBPCS-model.....</i>	<i>41</i>
<i>Tabela 5: Juryjevi koeficienti za izračun kriterijev stabilnosti.....</i>	<i>45</i>
<i>Tabela 6: Primerjalni odziv IOBPCS in IBPCS-modela pri enakih strukturnih lastnostih (<math>T_p=1</math>).....</i>	<i>51</i>
<i>Tabela 7: Primerjalni odziv IOBPCS in IBPCS-modela pri enakih strukturnih lastnostih (<math>T_p=3</math>).....</i>	<i>53</i>
<i>Tabela 8: Odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela na signalne komponente v pogojih stabilnosti.....</i>	<i>55</i>
<i>Tabela 9: Odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela na signalne komponente v pogojih mejne stabilnosti.....</i>	<i>56</i>
<i>Tabela 10: Odzivnost IOBPCS in IBPCS-modela na signalne komponente v pogojih nestabilnosti.....</i>	<i>57</i>

## **UPORABLJENE KRATICE IN OKRAJŠAVE**

*APVIOBPCSI* – Automatic Pipeline, Variable Inventory and Order Based Production Control sistem

*DE-APIOBPCS-model* – Deziel-Eilon APIOBPCS-model

*EPVIOBPCS* – Estimated Pipeline Variable Inventory and Order Based Production Control sistem

*MRP-teorija* – Material Requirements Planning teorija

*PIC-sistem* – Production Inventory Control sistem

*PID-člen* – Proporcionalni Integralni Diferencialni člen

*WIP* – Work In Progress





