UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

MAGISTRSKO DELO

OPTIMALNO POZAVAROVANJE Z VIDIKA KAPITALSKIH ZAHTEV

Ljubljana, avgust 2021 NINA PLANINŠEK

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisana Nina Planinšek, študentka Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani, avtorica predloženega dela z naslovom Optimalno pozavarovanje z vidika kapitalskih zahtev, pripravljenega v sodelovanju s svetovalcem prof. dr. Mihaelom Permanom

IZJAVLJAM

1. da sem predloženo delo pripravila samostojno;
2. da je tiskana oblika predloženega dela istovetna njegovi elektronski obliki;
3. da je besedilo predloženega dela jezikovno korektno in tehnično pripravljeno v skladu z Navodili za izdelavo zaključnih nalog Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani, kar pomeni, da sem poskrbela, da so dela in mnenja drugih avtorjev oziroma avtoric, ki jih uporabljam oziroma navajam v besedilu, citirana oziroma povzeta v skladu z Navodili za izdelavo zaključnih nalog Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani;
4. da se zavedam, da je plagiatorstvo – predstavljanje tujih del (v pisni ali grafični obliki) kot mojih lastnih – kaznivo po Kazenskem zakoniku Republike Slovenije;
5. da se zavedam posledic, ki bi jih na osnovi predloženega dela dokazano plagiatorstvo lahko predstavljalo za moj status na Ekonomski fakulteti Univerze v Ljubljani v skladu z relevantnim pravilnikom;
6. da sem pridobila vsa potrebna dovoljenja za uporabo podatkov in avtorskih del v predloženem delu in jih v njem jasno označila;
7. da sem pri pripravi predloženega dela ravnala v skladu z etičnimi načeli in, kjer je to potrebno, za raziskavo pridobila soglasje etične komisije;
8. da soglašam, da se elektronska oblika predloženega dela uporabi za preverjanje podobnosti vsebine z drugimi deli s programsko opremo za preverjanje podobnosti vsebine, ki je povezana s študijskim informacijskim sistemom članice;
9. da na Univerzo v Ljubljani neodplačno, neizključno, prostorsko in časovno neomejeno prenašam pravico shranitve predloženega dela v elektronski obliki, pravico reproduciranja ter pravico dajanja predloženega dela na voljo javnosti na svetovnem spletu preko Repozitorija Univerze v Ljubljani;
10. da hkrati z objavo predloženega dela dovoljujem objavo svojih osebnih podatkov, ki so navedeni v njem in v tej izjavi.

V Ljubljani, dne 26.8.2021 Podpis študentke:__________________

KAZALO

KAZALO TABEL

KAZALO SLIK

SEZNAM KRATIC

angl. – angleško
AIC – (angl. Akaike information criterion); Akaikejev informacijski kriterij
AVaR – (angl. Average Value at Risk); povprečna tvegana vrednost
BIC – (angl. Bayesian information criterion); Bayesov informacijski kriterij
CAT – (angl. Catastrophe); katastrofa
CTE – (angl. Conditional Tail Expectation); pogojna tvegana vrednost repa
CVaR – (angl. Conditional Value at Risk); pogojna tvegana vrednost
ES – (angl. Expected Shortfall); pričakovani primanjkljaj
ETL – (angl. Expected Tail Loss); pričakovana izguba iz repa
MLE – (angl. Maximum Likelihood Estimation); metoda največjega verjetja
PML – (angl. Probable Maximum Loss); največja verjetna škoda
TCE – (angl. Tail Conditional Expectation); pogojna tvegana pričakovana vrednost repa
TVaR – (angl. Tail Value at Risk); tvegana vrednost repa
VaR – (angl. Value at Risk); tvegana vrednost
XL – (angl. Excess of Loss); škodno-presežkovno pozavarovanje

UVOD

Zavarovanje je ustvarjanje gospodarske varnosti z izravnavanjem gospodarskih nevarnosti (Panza Frece, 2011, str. 9). Zavarovalnica ob sklenitvi zavarovalne pogodbe v zameno za zavarovalno premijo od zavarovanca prevzame tveganje za finančno izgubo ob morebitnem nastanku škodnega dogodka (Clark, 2014). S tem zavarovalnica prevzame odgovornost za poplačilo škod, ki pa nemalokrat tudi za zavarovalnico predstavljajo velik finančni zalogaj ali celo presežejo njene finančne zmožnosti. Zavarovalnica se lahko pred velikimi izgubami v primeru nepredvidenih posameznih ali množičnih katastrofalnih škod ter pred neugodnim letnim škodnim rezultatom zavaruje s pozavarovanjem.

Pozavarovanje je zavarovanje presežkov iznad stopnje lastnega izravnavanja ene zavarovalnice pri drugi zavarovalnici, ki je registrirana za pozavarovanje (Močivnik, 2010). Zavarovalnica tveganje v zameno za pozavarovalno premijo prenese na pozavarovalnico in s tem poskrbi, da se tveganje razprši. Z ustrezno izbiro pozavarovanja zavarovalnica poveča svoje finančne zmogljivosti in okrepi finančno stabilnost (Kalan, 2004, str. 9).

Poznamo dve obliki pozavarovanja; fakultativno pozavarovanje, v okviru katerega vsak riziko pozavarujemo posamično, in obligatorno ali pogodbeno pozavarovanje, s katerim pozavarujemo celotno zavarovalno vrsto ali njen del. Pozavarovanja po načinu kritja delimo na proporcionalna, med katera uvrščamo kvotno in vsotno-presežkovno pozavarovanje, in na neproporcionalna, med katera uvrščamo škodno-presežkovno pozavarovanje in pozavarovanje letnega presežka škod (Koliševski, brez datuma).

Katero obliko pozavarovanja bo izbrala zavarovalnica, je odvisno od velikosti in lastnosti njenega portfelja zavarovanj ter apetita po tveganju. Izbira temelji na izračunu kapitalskih zahtev, ki so predpisane v okviru evropske direktive Solventnost II (Dhaene in drugi, 2004). Kapitalske zahteve morajo ustrezati tveganemu kapitalu, ki je določen po metodologiji tvegane vrednosti (angl. Value at Risk, v nadaljevanju VaR), robne tvegane vrednosti (angl. Tail Value at Risk, v nadaljevanju TVaR) ali pogojne mere tveganja (angl. Conditional Value at Risk, v nadaljevanju CVaR) (Torkar, 2008, str. 94–96).

Izbira optimalne pozavarovalne zaščite je kompleksen problem, saj mora zavarovalnica najti takšno pozavarovalno kritje, s katerim izpolnjuje kapitalsko zahtevo, pri čemer pozavarovalna premija za zavarovalnico ne predstavlja previsokega stroška ter ji tako omogoča čim večji končni dobiček. Višje kot je pozavarovalno kritje, višji je strošek, ki ga predstavlja pozavarovalna premija, kar za zavarovalnico pomeni nižji dobiček ob koncu obdobja. Zato je za zavarovalnico pomembno, da najde takšno kritje, ki ji bo nudilo ne le glede na kapitalsko zahtevo ustrezno temveč tudi finančno ugodno zaščito.

Tematiko optimalnega pozavarovanja v člankih obravnavajo Chi in Tan (2011), Bernard in Tian (2007) ter Gajek in Zagrodny (2000, 2004). Povzeli bomo njihove ugotovitve in optimizirali izbiro pozavarovanja, ki zavarovalnici zagotavlja ustrezno kritje in prinaša največji končni dobiček. Poiskali bomo obliko pozavarovalnega kritja, ki je za zavarovalnico najbolj ugodna, pod pogojem, da zahtevani kapital določimo po načelu mere tveganja VaR, TVaR ali CVaR.

Namen magistrskega dela je spoznati strategije izbire pozavarovanja, ki so najbolj ugodne za zavarovalnico, ki se želi pozavarovati. Izbira primernega pozavarovanja je za zavarovalnico pomembna odločitev, saj na ta način prenese del tveganja na pozavarovalnico in s tem zmanjša količino zahtevanega solventnostnega kapitala, kar izboljša finančno trdnost zavarovalnice in poveča dobiček. Po drugi strani je od izbrane oblike pozavarovanja odvisna tudi premija, ki jo zavarovalnica za kritje plača pozavarovalnici, obenem pa se poveča kreditno tveganje, ki predstavlja tveganje, da pozavarovalnica ne bi bila sposobna poplačati svojih obveznosti do zavarovalnice.

Cilj magistrskega dela je s pomočjo domače in tuje strokovne literature raziskati optimalne strategije pozavarovanja, ki zavarovalnici omogočajo največji možni končni dobiček glede na mere tveganja, ki so osnova za izračun kapitalskih zahtev, in jih predstaviti na primerih. Podrobno bomo opisali oblike pozavarovalnega kritja, formulirali problem optimalne izbire pozavarovanja in predlagali optimalne strategije. Optimalne izbire pozavarovanja bomo predstavili na teoretičnih primerih, obravnavali pa bomo tudi praktični primer izbire optimalnega pozavarovanja za konkreten portfelj premoženjskega zavarovanja.

Osnovni metodi raziskovanja v magistrskem delu sta teoretični pregled in analiza strokovne literature in člankov s področja optimalnega pozavarovanja. V teoretičnem delu bomo povzeli njihovo vsebino, tematiko pa bomo predstavili tudi na primerih.

Magistrsko delo je razdeljeno na tri glavna poglavja, v katerih je vsebina podrobneje razdelana po podpoglavjih. V prvem poglavju definiramo pojem pozavarovanja, predstavimo njegov namen ter opišemo oblike in načine pozavarovalnega kritja. V drugem poglavju definiramo mere tveganja in formuliramo problem optimalne izbire pozavarovanja, za katerega pod pogoji različnih mer tveganj izpeljemo rešitve in jih predstavimo na primerih. V tretjem poglavju izbiro optimalnega pozavarovanja prikažemo na praktičnem primeru portfelja premoženjskega zavarovanja izbrane slovenske zavarovalnice. V zaključnem sklepu povzamemo sklepne ugotovitve.

1 POZAVAROVANJE

Pozavarovanje je v Zakonu o zavarovalništvu (ZZavar-1), Ur. l. RS, št. 93/15, opredeljeno kot dejavnost sprejemanja tveganj, ki jih pozavarovalnici odstopi zavarovalnica. Zavarovalnica s pozavarovanjem krije tisti del v zavarovanje prevzetih nevarnosti, ki presegajo lastne zmožnosti v izravnavanju nevarnosti. Poenostavljeno, pozavarovanje je zavarovanje zavarovalnic na višjem nivoju. Nivojev pozavarovanja je več, saj tudi pozavarovalnice del svojih tveganj lahko prenesejo na drugo pozavarovalnico, s čimer se tveganje (globalno) razprši (Komelj, 2019, str. 174). Države spodbujajo sklepanje pozavarovanj znotraj države, saj s tem krepijo razvoj domačih pozavarovalnic in ohranjajo finančna sredstva v domačem gospodarstvu, vendar je v primeru velikih rizikov smiselno pozavarovanje na mednarodnem nivoju, kjer je izravnavanje nevarnosti bolj učinkovito (Panza Frece, 2011, str. 54).

Zavarovalnico, ki del svojih tveganj odstopi pozavarovalnici, imenujemo cedent, pozavarovalnico, ki tveganja sprejme v pozavarovanje, pa cesionar. Del zavarovanja, ki se odstopi v pozavarovanje, imenujemo cesija. Če je v vlogi cedenta pozavarovalnica, le to imenujemo retrocedent, pozavarovalnico, pri kateri se pozavaruje, pa retrocesionar. Takšni obliki pozavarovanja pravimo retrocesija (Kalan, 2004, str. 6–9).

Osnovni predmet pozavarovalne pogodbe je originalni riziko, ki ga od zavarovanca prevzame zavarovalnica in ga v zameno za pozavarovalno premijo prenese na pozavarovalnico. Če zavarovalnica pozavaruje posamezni rizik v celoti, to pomeni, da v lastnem imenu izda zavarovalno polico ter nato celotno tveganje odstopi pozavarovalnici. Takšen posel imenujemo »fronting« (Panza Frece, 2011, str. 51).

Zavarovalnica je, kot je opredeljeno v ZZavar-1, dolžna pravočasno oceniti tveganja, ki izhajajo iz sklenjenih zavarovanj, in izbrati ustrezno obliko pozavarovanja, s katerim poveča zavarovalne zmogljivosti in izravna tveganja, ki jih prevzame od zavarovancev. Pozavarovanje zavarovalnici omogoča tudi prevzem rizikov, ki po velikosti ali nevarnosti presegajo njene finančne zmožnosti (Panza Frece, 2011, str. 51–65).

Pred sklenitvijo pozavarovalne pogodbe mora zavarovalnica določiti samopridržaj oziroma lastni delež v izravnavanju nevarnosti. Lastni delež temelji na aktuarskem izračunu in predstavlja zgornjo mejo kritja, ki ga je zavarovalnica še zmožna zagotoviti s svojimi lastnimi sredstvi. Določen je kot znesek po posamezni zavarovalni vrsti ali po posameznem škodnem dogodku ali kot odstotek izračunane tehnične premije. Izračun lastnih deležev je osnova za izdelavo tabele maksimalnega kritja, v kateri so določeni maksimalni lastni deleži po zavarovalnih vrstah v absolutnih zneskih. Za vsak zavarovani riziko mora zavarovalnica oceniti največjo verjetno škodo (angl. Probable Maximum Loss, v nadaljevanju PML). Praviloma je osnova za izračun PML celotna zavarovalna vsota, v primeru, da popolna škoda ni verjetna, pa lahko PML izračunamo kot nižji odstotek zavarovalne vsote. Za zavarovalne pogodbe, pri katerih kritje presega določene lastne deleže v izravnavanju nevarnosti, je zavarovalnica dolžna zagotoviti ustrezno pozavarovalno zaščito. Z dobrim izračunom lastnega deleža in izbiro pozavarovanja, ki krije presežek tveganja, zavarovalnica poveča dobiček in si zagotovi finančno stabilnost (Panza Frece, 2011, str. 51–53).

1.1 Namen pozavarovanja

Namen pozavarovanja je obvarovati zavarovalnico pred velikimi izgubami v primeru nepredvidenih posameznih ali množičnih katastrofalnih škod ter pred neugodnim letnim škodnim rezultatom (Koliševski, brez datuma).

Zavarovalna polica z visoko zavarovalno vsoto za zavarovalnico predstavlja veliko tveganje, saj v primeru škode, le ta za zavarovalnico lahko pomeni veliko izgubo ali celo presega zmožnost poplačila (Kalan, 2004, str. 7–8). Z izbranim pozavarovanjem zavarovalnica poveča svoje kapacitete za sprejem velikih rizikov, kar ji omogoča, da v zavarovanje sprejme tudi posamične rizike z visoko zavarovalno vsoto, s čimer zavarovalnica na trgu ohranja svojo konkurenčnost. Zavarovalnice stremijo k celoviti ponudbi za svoje zavarovance, zato zavarujejo tudi rizike, ki presegajo njihove zmožnosti, pri čemer del tveganj prenesejo na pozavarovalnico.

V primeru katastrofalnega dogodka, tj. posamičnega dogodka, ki prizadene dva ali več zavarovalnih rizikov in je navadno posledica viharja, potresa, poplave, toče, orkana, strmoglavljenja letala ali podobnih katastrof, pozavarovanje predstavlja zaščito pred veliko izgubo zaradi množičnih škod. V takem primeru so posamezne škode relativno majhne, seštevek vseh škod, ki izhajajo iz katastrofalnega dogodka, pa lahko krepko preseže letno vsoto prejetih zavarovalnih premij (Koliševski, brez datuma).

Zavarovalnica, ki želi opustiti neko zavarovalno vrsto ali poslovanje na nekem območju, lahko izbrani portfelj v celoti pozavaruje, kar je za zavarovalnico ugodnejša rešitev kot preklic zavarovalnih polic in vračilo nezasluženih premij zavarovancem (Kalan, 2004, str. 8).

Pozavarovalnica zavarovalnici poleg pozavarovalnega kritja nudi tudi pomoč pri zavarovanju velikih rizikov in reševanju velikih škod, svetuje pri oblikovanju zavarovalnih pogojev in cenikov ter nudi primerjalne podatke o škodah za nova zavarovanja. Zavarovalnici pomaga pri izobraževanju kadrov, aktuarskih izračunih, investiranju kapitala in iskanju partnerjev (Komelj, 2019, str. 179).

1.2 Oblike pozavarovalnega kritja

S podpisom pozavarovalne pogodbe se pozavarovalnica zaveže, da prevzema obveznost poplačila morebitnih škod zavarovalnici, ki v skladu s pogodbo pozavarovalnici plača določeno premijo za kritje presežka rizikov (Panza Frece, 2011, str. 54). Vrste pozavarovalnega kritja delimo glede na način delitve tveganja in zavarovalne premije med zavarovalnico in pozavarovalnico.

Poznamo dve obliki pozavarovanja; fakultativno pozavarovanje, pri katerem zavarovalnica pozavarovalnici prijavi vsak posamezen riziko, in obligatorno ali pogodbeno pozavarovanje, pri katerem zavarovalnica in pozavarovalnica skleneta pozavarovalno pogodbo, s katero je pozavarovana celotna zavarovalna vrsta ali njen del (Koliševski, brez datuma). Fakultativno pozavarovanje je najstarejša oblika pozavarovanja in je edina oblika, pri kateri pozavarovalnica lahko podrobneje oceni tveganje, ki ga prevzema. Zavarovalnica za pozavarovanje pridobi več ponudb, na podlagi katerih se odloči za najustreznejšo, pozavarovalnica pa se glede na prejeto povpraševanje odloči, kolikšen delež in na kakšen način bo tveganje sprejela v pozavarovanje. Pogostejši način pozavarovanja je obligatorno pozavarovanje, saj je zaradi velikega števila rizikov, ki jih v zavarovanje sprejme zavarovalnica, bolj smiselno pozavarovati večji del ali celotno zavarovalno vrsto kot pa posamezne rizike. Zavarovalna pogodba temelji na zaupanju med pogodbenima strankama, saj si delita tako izgube kot dobiček (Panza Frece, 2011, str. 54).

Po načinu kritja delimo pozavarovanja na proporcionalna, v katera uvrščamo kvotno in vsotno-presežkovno pozavarovanje, in na neproporcionalna, v katera uvrščamo škodno-presežkovno pozavarovanje in pozavarovanje letnega presežka škod (Bugmann, 1997).

1.2.1 Proporcionalna pozavarovanja

Pri proporcionalnem pozavarovanju si zavarovalnica in pozavarovalnica prejeto zavarovalno premijo in škode delita v enakem razmerju, ki ga lahko določita za vse rizike enako ali za vsak riziko ali skupino rizikov posebej (Komelj, 2019, str. 176). Pozavarovalnica zavarovalnici plača pozavarovalno provizijo, ki je namenjena pokritju dela stroškov zavarovalnice, ki izhajajo iz provizij zavarovalnih agentov, administrativnih stroškov in stroškov obdelave škodnih primerov. Navadno je pozavarovalna provizija določena kot odstotek prejete bruto zavarovalne premije in se odšteje od bruto pozavarovalne premije, ki jo zavarovalnica plača pozavarovalnici (Kalan, 2004, str. 14).

1.2.1.1 Kvotno pozavarovanje

Kvotno pozavarovanje (angl. Quota Share) je način kritja, pri katerem pozavarovalnica prevzame tveganje za vnaprej dogovorjeni delež (kvoto) celotne zavarovalne vrste. Zavarovalnica in pozavarovalnica si v dogovorjenem odstotku delita zavarovalno vsoto, prejete zavarovalne premije in škode (Kalan, 2004, str. 14). V izogib kritju zelo slabega portfelja in nepričakovano visokim škodam pozavarovalnica določi tudi najvišji skupni znesek škod, ki je še krit s pozavarovalno pogodbo (Koliševski, brez datuma).

Naj bo X kosmata škoda, razdeljena na čisto škodo X_l, ki jo krije zavarovalnica sama, in del X_p, ki ga krije pozavarovalnica. Celotno škodo lahko torej zapišemo kot $X = X_l + X_p$ (Komelj, 2019, str. 183). Pri kvotnem pozavarovanju z lastnim deležem ω, $0 < \omega < 1$, je

$$X_l = \omega X \quad \text{in} \quad X_p = (1-\omega)X. \tag{1}$$

Primer kvotnega pozavarovanja s kvoto 30 % in zavarovalno vsoto 5.000.000 EUR je prikazan v tabeli 1. Pozavarovalna pogodba s kvoto 30 % pomeni, da pozavarovalnica prevzame 30-odstotni delež, zavarovalnica pa 70-odstotni delež celotnega tveganja.

Izbira kvotnega pozavarovanja je primerna za nove, neizkušene zavarovalnice in za nove zavarovalne vrste, pri katerih je večje tveganje nihanja v rezultatih. Prednosti kvotnega pozavarovanja so enostavna delitev prejetih zavarovalnih premij in škod ter posledično nižji administrativni stroški, dobra izravnava rezultata in povečanje kapacitete zavarovalnice (Kalan, 2004, str. 14). Delitev tveganja zavarovalnici omogoča znižanje kapitalskih zahtev in povečanje končnega dobička.

S kvotnim pozavarovanjem pozavarujemo tudi majhne rizike, za katere pozavarovanje ni potrebno, medtem ko velike rizike pozavarujemo premalo in na ta način ne izboljšamo uravnoteženosti portfelja (Komelj, 2019, str. 182). Dodatne pomanjkljivosti kvotnega pozavarovanja so z vidika zavarovalnice večji odlivi zavarovalne premije in nezmožnost izbire rizikov za pozavarovanje, z vidika pozavarovalnice pa dejstvo, da prevzame delež tveganja ne glede na velikost (Kalan, 2004, str. 14).

Tabela 1: Primer kvotnega pozavarovanja s kvoto 30 % in zavarovalno vsoto 5.000.000 EUR

Delež zavarovalnice	70 %
Delež pozavarovalnice	30 %
Zavarovalna vsota zavarovanega objekta	5.000.000 EUR
Izpostavljenost zavarovalnice	3.500.000 EUR
Izpostavljenost pozavarovalnice	1.500.000 EUR
Premijska stopnja, računana od zavarovalne vsote	2 ‰
Kosmata zavarovalna premija	10.000 EUR
Čista zavarovalna premija	7.000 EUR
Pozavarovalna premija	3.000 EUR
Pozavarovalna provizija (25 % od pozavarovalne premije)	750 EUR
Kosmata škoda 1	3.000.000 EUR
Čista škoda 1	2.100.000 EUR
Pozavarovalni del škode 1	900.000 EUR
Kosmata škoda 2	40.000 EUR
Čista škoda 2	28.000 EUR
Pozavarovalni del škode 2	12.000 EUR

Vir: Komelj (2019, str. 185).

Kvotno pozavarovanje se najpogosteje uporablja pri kasko zavarovanju, zavarovanju odgovornosti, zavarovanju za posledice naravnih ujm, kot sta toča in vihar, in za transportno zavarovanje (Panza Frece, 2011, str. 63).

1.2.1.2 Variabilno kvotno pozavarovanje

Slabost kvotnega pozavarovanja je, da je lastni delež enak za vse rizike, tako majhne kot velike. To slabost lahko delno odpravimo z izbiro variabilnega kvotnega pozavarovanja, pri katerem rizike po velikosti razdelimo v več razredov, za katere posebej določimo lastne deleže. Variabilno kvotno pozavarovanje je tako vmesna oblika med kvotnim in vsotno-presežkovnim pozavarovanjem, kjer za vsak riziko posebej določimo lastni delež (Komelj, 2019, str. 186). Primer variabilnega kvotnega pozavarovanja je prikazan v tabeli 2.

Tabela 2: Primer variabilnega kvotnega pozavarovanja z zavarovalno vsoto 5.000.000 EUR in kvoto 25 % za škode, ki ne presegajo 500.000 EUR, ter kvoto 80 % za večje škode

Škoda $\leq$ 500.000 EUR	
Delež zavarovalnice	75 %
Delež pozavarovalnice	25 %
Škoda > 500.000 EUR	
Delež zavarovalnice	20 %
Delež pozavarovalnice	80 %
Maksimalno pozavarovalno kritje	4.500.000 EUR
Zavarovalna vsota zavarovanega objekta	5.000.000 EUR
Premijska stopnja, računana od zavarovalne vsote	2 ‰
Kosmata zavarovalna premija	10.000 EUR
Čista zavarovalna premija	5.500 EUR
Pozavarovalna premija	4.500 EUR
Pozavarovalna provizija (20 % od pozavarovalne premije)	1.000 EUR
Kosmata škoda 1	30.000 EUR
Čista škoda 1	22.500 EUR
Pozavarovalni del škode 1	7.500 EUR
Kosmata škoda 2	2.000.000 EUR
Čista škoda 2	400.000 EUR
Pozavarovalni del škode 2	1.600.000 EUR
Kosmata škoda 3	5.000.000 EUR
Čista škoda 3	1.000.000 EUR
Pozavarovalni del škode 3	4.000.000 EUR

Vir: lastno delo.

1.2.1.3 Vsotno-presežkovno pozavarovanje

Vsotno-presežkovno ali ekscedentno pozavarovanje (angl. Surplus) ne pozavaruje celotne zavarovalne vrste, kot pri kvotnem pozavarovanju, temveč le rizike, ki presegajo določeno vsoto oziroma lastni delež zavarovalnice, imenovan tudi retencija. Delež tveganja, ki ga prevzame pozavarovalnica, lahko določimo na osnovi zavarovalne vsote ali na osnovi izračuna PML. Pri nekaterih zavarovanjih, npr. požarnem zavarovanju, je verjetnost popolne škode majhna, zato je bolj smiseln izračun lastnega deleža na podlagi PML-a (Komelj, 2019, str. 188). Za posamezne zavarovalne vrste se lastni delež določi različno. Pozavarovalnica je dolžna sprejeti vse rizike, ki presegajo lastni delež zavarovalnice in ne presegajo maksimalnega kritja pozavarovalnice, določenega s pozavarovalno pogodbo. Znesek maksimalnega kritja je navadno večkratnik lastnega deleža zavarovalnice, ki ga imenujemo tudi linija (angl. line) (Kalan, 2004, str. 15). Zavarovalnica presežke rizikov nad maksimalnim kritjem pozavarovalnice običajno dodatno pozavaruje s fakultativnim pozavarovanjem (Panza Frece, 2011, str. 62).

Zavarovalnica s tabelami maksimalnega kritja glede na svoj apetit po tveganju določi stopnjo notranje in zunanje izravnave. Majhna in srednje velika tveganja prevzame sama, večja tveganja in presežke pa pozavaruje (Kalan, 2004, str. 15).

Naj bo X kosmata škoda in PML_i ocenjena maksimalna pričakovana škoda za i-ti riziko. Delež ω_i, ki določa znesek čiste škode, izračunamo na podlagi maksimalnega lastnega deleža d (tega zavarovalnice pogosto določijo kar izkustveno, saj je optimalno določanje maksimalnega lastnega deleža zelo zahtevno) in števila linij n (Komelj, 2019, str. 189):

$$\omega_i = \begin{cases} 1, & \text{če } PML_i \leq d, \\ \frac{d}{PML_i}, & \text{če } d < PML_i < (n+1)d, \\ 1 - \frac{nd}{PML_i}, & \text{če } PML_i \geq (n+1)d. \end{cases} \tag{2}$$

Za kosmato škodo velja $X = X_l + X_p$. Znesek, ki ga krije zavarovalnica, je enak

$$X_l = \omega_i X, \tag{3}$$

delež pozavarovalnice pa je enak

$$X_p = (1 - \omega_i)X. \tag{4}$$

Vsotno-presežkovno pozavarovanje se najpogosteje uporablja pri zavarovalnih vrstah, v katere so vključeni riziki s posameznimi visokimi zavarovalnimi vsotami, kot so požarna, gradbena in montažna, transportna in nezgodna zavarovanja (Panza Frece, 2011, str. 61). Takšen način pozavarovalnega kritja homogenizira in uravnoteži portfelj zavarovalnice, poveča zmogljivost prevzemanja velikih tveganj in s tem ohranja konkurenčnost zavarovalnice na tržišču (Koliševski, brez datuma).

Slabost vsotno-presežkovnega pozavarovanja so višji operativni stroški, ki zajemajo ocene posamičnih tveganj, izračun PML in določitev porazdelitve ter obračun premij posameznih rizikov (Kalan, 2004, str. 15).

Primer vsotno-presežkovnega pozavarovanja z maksimalnim lastnim deležem 750.000 EUR, maksimalnim pozavarovalnim kritjem s 6 linijami, ki znaša 4.500.000 EUR, in zavarovalno vsoto 5.000.000 EUR je prikazan v tabeli 3.

Tabela 3: Primer vsotno-presežkovnega pozavarovanja z maksimalnim lastnim deležem 750.000 EUR, maksimalnim pozavarovalnim kritjem 4.500.000 EUR s 6 linijami in zavarovalno vsoto 5.000.000 EUR

Maksimalni lastni delež zavarovalnice (d)	750.000 EUR
Maksimalno pozavarovalno kritje (1 + 6 linij)	4.500.000 EUR
Zavarovalna vsota zavarovanega objekta (tudi PML)	5.000.000 EUR
Delež zavarovalnice	15 %
Delež pozavarovalnice	85 %
Izpostavljenost zavarovalnice	750.000 EUR
Izpostavljenost pozavarovalnice	4.250.000 EUR
Premijska stopnja, računana od zavarovalne vsote	2 ‰
Kosmata zavarovalna premija	10.000 EUR
Čista zavarovalna premija	1.500 EUR
Pozavarovalna premija	8.500 EUR
Pozavarovalna provizija (20 % od pozavarovalne premije)	1.700 EUR
Kosmata škoda 1	3.000.000 EUR
Čista škoda 1	450.000 EUR
Pozavarovalni del škode 1	2.550.000 EUR
Kosmata škoda 2	40.000 EUR
Čista škoda 2	6.000 EUR
Pozavarovalni del škode 2	34.000 EUR

Vir: Komelj (2019, str. 193).

1.2.1.4 Kvotno vsotno-presežkovno pozavarovanje

Kvotno vsotno-presežkovno pozavarovanje je kombinacija kvotnega in vsotno-presežkovnega načina pozavarovalnega kritja. Kvotno pozavarovanje je primerno za zavarovalne vrste s homogenimi zavarovalnimi vsotami, vsotno-presežkovno pozavarovanje pa je bolj učinkovito za zavarovalne vrste, pri katerih se zavarovalne vsote zelo razlikujejo. Kombinacija obeh načinov kritja zavarovalnici omogoča kvotno pozavarovanje škod, ki ne presegajo lastnega deleža, in vsotno-presežkovno pozavarovanje presežkov nad lastnim deležem (Kalan, 2004, str. 15). Primer kvotno vsotno-presežkovnega pozavarovanja je prikazan v tabeli 4.

Tabela 4: Primer kvotno vsotno-presežkovnega pozavarovanja z zavarovalno vsoto 5.000.000 EUR, maksimalnim pozavarovalnim kritjem 4.500.000 EUR s 6 linijami, maksimalnim lastnim deležem 750.000 EUR, kvoto 30 % za škode, ki ne presegajo maksimalnega lastnega deleža, in kvoto 85 % za večje škode

Maksimalni lastni delež zavarovalnice (d)	750.000 EUR
Delež zavarovalnice za škode $\leq d$	70 %
Delež pozavarovalnice za škode $\leq d$	30 %
Maksimalno pozavarovalno kritje (1 + 6 linij)	4.500.000 EUR
Zavarovalna vsota zavarovanega objekta (tudi PML)	5.000.000 EUR
Delež zavarovalnice za škode $> d$	15 %
Delež pozavarovalnice za škode $> d$	85 %
Izpostavljenost zavarovalnice	750.000 EUR
Izpostavljenost pozavarovalnice	4.250.000 EUR
Premijska stopnja, računana od zavarovalne vsote	2 ‰
Kosmata zavarovalna premija	10.000 EUR
Čista zavarovalna premija	1.500 EUR
Pozavarovalna premija	8.500 EUR
Pozavarovalna provizija (20 % od pozavarovalne premije)	1.700 EUR
Kosmata škoda 1	3.000.000 EUR
Čista škoda 1	450.000 EUR
Pozavarovalni del škode 1	2.550.000 EUR
Kosmata škoda 2	40.000 EUR
Čista škoda 2	28.000 EUR
Pozavarovalni del škode 2	12.000 EUR
Kosmata škoda 3	5.000.000 EUR
Čista škoda 3	750.000 EUR
Pozavarovalni del škode 3	4.250.000 EUR

Prirejeno po Komelj (2019, str. 193).

Mešana oblika kvotnega in vsotno-presežkovnega pozavarovanja je primerna za zavarovalnice z manjšim portfeljem, ki težje izravnavajo tveganja. Z izbiro takega načina pozavarovalnega kritja lahko zavarovalnice sklepajo tudi zavarovanja z visokimi zavarovalnimi vsotami (Panza Frece, 2011, str. 64).

1.2.2 Neproporcionalna pozavarovanja

Pri neproporcionalnem pozavarovanju razmerje za delitev prejete zavarovalne premije in škod ni vnaprej določeno. Zavarovalnica in pozavarovalnica se dogovorita za delež škod, ki jih prevzame pozavarovalnica, ter za višino pozavarovalne premije, ki jo zavarovalnica plača pozavarovalnici (Komelj, 2019, str. 176). Mejo kritja, ki predstavlja najvišji znesek, ki ga zavarovalnica v posameznem primeru še krije sama, imenujemo prioriteta (angl. priority, deductible). Pozavarovalnica krije presežke nad prioriteto do pogodbeno določenega zneska, imenovanega tudi limita kritja (Kalan, 2004, str. 16). Običajno je limita kritja pozavarovalnice večkratnik zneska lastnega deleža zavarovalnice, kar strokovno imenujemo maksima. Če je limita kritja 10 maksim, to pomeni, da pozavarovanje krije presežek v znesku desetih lastnih deležev (Panza Frece, 2011, str. 59).

1.2.2.1 Škodno-presežkovno pozavarovanje

Škodno-presežkovno pozavarovanje (angl. Excess of Loss - XL) je način pozavarovalnega kritja, ki je namenjeno zaščiti zavarovalnice pred veliki škodami. Zavarovalnica krije škode do višine zneska prioritete, pozavarovalnica pa presežek nad prioriteto. Pri vsotno-presežkovnem pozavarovanju je pozavarovalnica udeležena pri vsaki škodi, ki jo zajema pozavarovalna pogodba, pri škodno-presežkovnem pozavarovanju pa le pri škodah, ki presegajo dogovorjeno prioriteto zavarovalnice (Kalan, 2004, str. 16).

Zavarovalnica s prioriteto določi zgornjo mejo kritja za en škodni dogodek ali skupni znesek poplačil v pozavarovalnem letu, kar imenujemo tudi letni agregat. Ko zavarovalnica doseže letni agregat, pozavarovanje preneha. Škodno-presežkovno pozavarovanje zavarovalnico varuje pred kopičenjem škod (Panza Frece, 2011, str. 64). Ko zavarovalnica preseže število škod ali znesek kritja, dogovorjenega s pozavarovalno pogodbo, lahko pozavarovanje, če pogodba to omogoča, obnovi s ponovnim plačilom premije (angl. reinstatement) in si tako zagotovi nadaljnje kritje (Komelj, 2019, str. 200).

Škodno-presežkovna pozavarovanja delimo na pozavarovanja po dogodku (angl. Catastrophe XL, v nadaljevanju CAT XL) in pozavarovanja po riziku (angl. Per Risk XL ali Risk XL). Pozavarovanje CAT XL krije vse škode, ki izvirajo iz enega škodnega dogodka in presegajo maksimalni lastni delež zavarovalnice. Posamezna škoda je lahko nižja od prioritete, vsota škod pa jo mora presegati. Pozavarovanje Risk XL je namenjeno kritju vseh posamičnih škod, ki presegajo maksimalni lastni delež zavarovalnice, pri čemer mora biti vsaka posamezna škoda višja od prioritete zavarovalnice (Koliševski, brez datuma).

Kritje škodno-presežkovnega pozavarovanja je razdeljeno v intervale kritja oziroma sloje (angl. layers). Posamezen sloj ima določeno zgornjo mejo kritja nad prioriteto. Prednost pozavarovanja v slojih je možnost določitve različne premije za posamezen sloj (Fundación Mapfre, 2013, str. 125–126).

Naj bo $X = X_l + X_p$ kosmata škoda in K pozavarovalno kritje nad prioriteto d (Komelj, 2019, str. 195). Čisto škodo X_l, ki jo krije zavarovalnica, določimo kot

$$X_l = \begin{cases} X, & \text{če } X \leq d, \\ d, & \text{če } d < X < d + K, \\ X - K, & \text{če } X \geq d + K. \end{cases} \tag{5}$$

Del celotne škode, ki bremeni pozavarovalnico, je enak

$$X_p = \min\{\max\{X - d, 0\}, K\}. \tag{6}$$

Primer škodno-presežkovnega pozavarovanja s kritjem v intervalih 600.000 EUR nad 400.000 EUR in 1.000.000 EUR nad 1.000.000 EUR je prikazan v tabeli 5.

Škodno-presežkovno pozavarovanje je učinkovita zaščita portfelja zavarovanj proti viharju, toči, poplavi in potresu, kasko zavarovanj motornih vozil in transportnih zavarovanj (Panza Frece, 2011, str. 64). Izbira škodno-presežkovnega pozavarovanja omogoča zavarovalnici izravnavo tveganja za manj pogoste a izjemno visoke škode, ki imajo lahko velik negativen vpliv na škodni rezultat (Kalan, 2004, str. 16).

1.2.2.2 Pozavarovanje letnega presežka škod

Pozavarovanje letnega presežka škod (angl. Stop Loss) krije presežek škodnega rezultata posamezne zavarovalne vrste ali njenega dela, ki je posledica nihanja v velikosti ali pogostosti majhnih in srednje velikih škod. Kritje obsega znesek letnih škod zavarovalnice, ki presega vnaprej določeno prioriteto. Prioriteta je določena kot odstotek prejete letne premije zavarovalnice ali kot fiksen znesek (Kalan, 2004, str. 17). Pozavarovalnica prioriteto določi na način, ki preprečuje, da bi imela zavarovalnica ob neugodnem letnem škodnem rezultatu že vnaprej zagotovljen dobiček (Panza Frece, 2011, str. 65).

Kritje letnega presežka škod se najpogosteje uporablja pri zavarovanju posevkov pred točo in drugimi ujmami, a ga je zaradi velikega tveganja, ki ga pozavarovalnica prevzame, na trgu zelo težko dobiti (Komelj, 2019, str. 205).

Tabela 5: Primer škodno-presežkovnega pozavarovanja s kritjem v intervalih 600.000 EUR nad 400.000 EUR in 1.000.000 EUR nad 1.000.000 EUR

Prioriteta zavarovalnice	400.000 EUR
Pozavarovalno kritje - 1. interval kritja	600.000 EUR nad 400.000 EUR
Pozavarovalno kritje - 2. interval kritja	1.000.000 EUR nad 1.000.000 EUR
Zavarovalna vsota zavarovanega objekta	5.000.000 EUR
Delež zavarovalnice	Za škodo se določi ob škodi
Delež pozavarovalnice	Za škodo se določi ob škodi
Izpostavljenost zavarovalnice	3.400.000 EUR
Izpostavljenost pozavarovalnice	1.600.000 EUR
Kosmata zavarovalna premija	10.000 EUR
Pozavarovalna premija za 1. interval kritja	1.500 EUR
Pozavarovalna premija za 2. interval kritja	1.200 EUR
Čista zavarovalna premija	7.300 EUR
Kosmata škoda 1	3.000.000 EUR
Pozavarovalni del škode 1 - 1. interval kritja	600.000 EUR
Pozavarovalni del škode 1 - 2. interval kritja	1.000.000 EUR
Čista škoda 1	1.400.000 EUR
Kosmata škoda 2	40.000 EUR
Pozavarovalni del škode 2 - 1. interval kritja	0 EUR
Pozavarovalni del škode 2 - 2. interval kritja	0 EUR
Čista škoda 2	40.000 EUR
Kosmata škoda 3	700.000 EUR
Pozavarovalni del škode 3 - 1. interval kritja	300.000 EUR
Pozavarovalni del škode 3 - 2. interval kritja	0 EUR
Čista škoda 3	400.000 EUR
Kosmata škoda 4	1.300.000 EUR
Pozavarovalni del škode 4 - 1. interval kritja	600.000 EUR
Pozavarovalni del škode 4 - 2. interval kritja	300.000 EUR
Čista škoda 4	400.000 EUR

Vir: Komelj (2019, str. 203–204).

1.3 Možne strategije izbire pozavarovanj

Ponudba pozavarovanj je raznolika, katero pozavarovanje bo zavarovalnica izbrala za svoj portfelj je odvisno od stopnje tveganja, ki ga je zavarovalnica pripravljena prevzeti sama. Strategije izbire pozavarovanja se razlikujejo glede na karakteristike portfelja in ekonomski položaj zavarovalnice. Zavarovalnice, katerih portfelj je bolj izpostavljen katastrofalnim dogodkom, kot so nevihte, potresi in poplave, imajo večjo potrebo po pozavarovalnem kritju, saj skupni zneski škod lahko močno presežejo razpoložljiva sredstva zavarovalnice. Prav tako imajo večjo potrebo po pozavarovanju manjše lokalne zavarovalnice in zavarovalnice, ki so usmerjene v le nekaj vrst zavarovanj, saj v nasprotju z večjimi mednarodnimi zavarovalnicami nimajo tako velikih in raznolikih portfeljev, da bi se tveganja lahko notranje izravnala (Baur & Breutel-O'Donoghue, 2004).

2 OPTIMALNO POZAVAROVANJE

Izbira pozavarovanja je odvisna od velikosti zavarovalnice, portfelja in apetita po tveganju ter temelji na izračunu kapitalskih zahtev, ki so predpisane v okviru evropske direktive Solventnost II. Našteti dejavniki vplivajo na višino kapitalske zahteve, ta pa določa, kolikšen del tveganj je zavarovalnica zmožna prevzeti sama in kolikšen del tveganj mora predati pozavarovalnici.

Zakonodaja skrbi za zaščito zavarovancev, kar vključuje nadzor nad zavarovalnicami, da te dosledno upoštevajo in izvršujejo določila direktive. Kapitalske zahteve za zavarovalnico morajo ustrezati tveganemu kapitalu, tj. kapitalu, ki realno odraža tveganja zavarovalnice. Tvegani kapital je določen po metodologiji tvegane vrednosti, pogojne tvegane vrednosti ali tvegane vrednosti repa (Torkar, 2008, str. 94–96).

Zavarovalnica z ustrezno izbiro pozavarovanja prenese kapitalsko zahtevo za pozavarovani riziko na pozavarovalnico, s čimer se tvegani kapital zavarovalnice zniža. Po drugi strani je od izbrane oblike pozavarovanja odvisna tudi premija, ki jo zavarovalnica plača pozavarovalnici za kritje, obenem pa se poveča kreditno tveganje, ki predstavlja nevarnost, da pozavarovalnica ne bi bila sposobna poplačati svojih obveznosti do zavarovalnice. Za zavarovalnico je torej pomembno, da izbere način pozavarovalnega kritja, ki je glede na dane pogoje in predpostavke najbolj optimalen in s tem prinaša zavarovalnici največji končni dobiček (Borch, 1969; Krvavych, 2005, str. 1–4; Verbeek, 1966).

V nadaljevanju bomo definirali mere tveganja in predstavili njihove osnovne lastnosti, formulirali problem optimalne izbire pozavarovanja ter rešitev predstavili na primerih.

2.1 Mere tveganja

Tveganje modeliramo kot nenegativno slučajno spremenljivko, zato je merjenje tveganja ekvivalentno vzpostavitvi korespondence med prostorom slučajnih spremenljivk in množico nenegativnih realnih števil $\mathbb{R}^+$. Mera tveganja je torej funkcional, ki danemu tveganju priredi določeno nenegativno realno vrednost (Denuit, Dhaene, Goovaerts & Kaas, 2005, str. 60–77).

Tveganje ocenimo kot možno finančno izgubo na podlagi določene stopnje verjetnosti, pri čemer si pomagamo s standardnimi merami tveganja.

Mero tveganja definiramo kot funkcijo τ, ki slučajni spremenljivki X s porazdelitveno funkcijo $F_X(x)$ priredi neko realno število. Mera tveganja je koherentna, če za poljubni slučajni spremenljivki X in Y izpolnjuje sistem aksiomov (Delak, 2017, str. 5; Komelj, 2012, str. 50–51; Szegö, 2002, str. 1259–1260):

1. Monotonost: Če je $X \leq Y$, potem je $\tau(X) \leq \tau(Y)$.
2. Subaditivnost: $\tau(X+Y) \leq \tau(X) + \tau(Y)$.
3. Pozitivna homogenost: $\tau(aX) = a\tau(X)$ za vsako pozitivno realno število a.
4. Neobčutljivost na premik: $\tau(X+a) = \tau(X) + a$ za vsako realno število a.

Monotonost z vidika kapitalskih zahtev pomeni, da zavarovalnica za manj tvegan portfelj potrebuje manj osnovnih lastnih sredstev, za večje rizike pa je ta znesek višji. Po aksiomu subaditivnosti v primeru združitve tveganj ohranimo ali celo zmanjšamo skupno tveganje, kar je posledica učinka razpršenosti. Pozitivna homogenost pomeni, da se v primeru povečanja tveganja za faktor a enako poveča tudi kapitalska zahteva, in podobno, če se tveganje zmanjša za faktor a, se za enak faktor zniža tudi kapitalska zahteva za dano tveganje. Prav tako aksiom neobčutljivosti na premik določa, da se ob povečanju tveganja za znesek a za enak znesek poveča tudi dana kapitalska zahteva.

Za trivialno slučajno spremenljivko $X = a$ velja $\tau(a) = a$ (Komelj, 2012, str. 51). To pomeni, da mora imeti zavarovalnica za tveganja, za katera zna določiti točno vrednost morebitne finančne izgube, enak znesek osnovnih lastnih sredstev.

Osnovne mere tveganja so pričakovana vrednost, $E[X]$, varianca, $\mathrm{var}[X]$, in standardni odklon, $\sigma_X = \sqrt{\mathrm{var}[X]}$. Pričakovana vrednost je koherentna mera tveganja. Varianca v splošnem ne izpolnjuje nobenega aksioma koherentnosti, standardni odklon pa ni monoton in ni neobčutljiv na premik, zato prav tako po zgoraj podanih aksiomih ni koherentna mera tveganja. Varianca in standardni odklon sta uporabni meri tveganja v primeru, da lahko za dano tveganje predpostavimo normalno porazdelitev, nista pa uporabni pri asimetričnih porazdelitvah danih slučajnih spremenljivk, ki so v zavarovalništvu pogostejše (Komelj, 2012, str. 53–54).

Kompleksnejše mere tveganja, ki omogočajo bolj natančne ocene tveganja, so tvegana vrednost, tvegana vrednost repa, pogojna tvegana vrednost, pogojna tvegana vrednost repa (angl. Conditional Tail Expectation, v nadaljevanju CTE) in pričakovani primanjkljaj (angl. Expected Shortfall, v nadaljevanju ES). Mere tveganja bomo v nadaljevanju podrobneje definirali in opisali njihove lastnosti.

2.1.1 Tvegana vrednost

Tvegana vrednost slučajne spremenljivke X pri stopnji zaupanja $\alpha \in (0,1)$ je definirana kot

$$\mathrm{VaR}_\alpha(X) = \inf_{x\in\mathbb{R}}\{F_X(x) \geq \alpha\}, \tag{7}$$

pri čemer je $F_X(x)$ porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke X z gostoto večjo od 0. Oznaka $\inf$ označuje infimum oziroma natančno spodnjo mejo. Za zvezne slučajne spremenljivke X, katerih porazdelitvena funkcija $F_X(x)$ je strogo naraščajoča in za katere posledično obstaja inverzna funkcija F_X^{-1}, lahko tvegano vrednost zapišemo kot

$$\mathrm{VaR}_\alpha(X) = F_X^{-1}(\alpha). \tag{8}$$

Psevdoinverzno funkcijo F_X^{-1} poljubne slučajne spremenljivke X definiramo kot kvantilno funkcijo in je za vsak argument $\alpha \in [0,1]$ definirana z enačbo (Denuit, Dhaene, Goovaerts & Kaas, 2005, str. 60–77; Komelj, 2012, str. 53–54)

$$F_X^{-1}(\alpha) = \inf_{x\in\mathbb{R}}\{F_X(x) \geq \alpha\} = \sup_{x\in\mathbb{R}}\{F_X(x) < \alpha\}. \tag{9}$$

Oznaka $\sup$ označuje supremum oziroma natančno zgornjo mejo.

Vrednost $\mathrm{VaR}_\alpha(X)$ predstavlja največjo pričakovano izgubo za tveganje X v določenem obdobju s stopnjo zaupanja α. Tvegana vrednost je torej znesek kapitalske zahteve, ki z dano verjetnostjo zagotavlja, da bo zavarovalnica v določenem prihodnjem obdobju ostala solventna. Stopnja zaupanja je običajno enaka 95 %, 99 % ali 99,5 % (Topics in Actuarial Modeling, 2017).

Tvegana vrednost obstaja vedno in iz definicije izhaja ekvivalenca (Denuit, Dhaene, Goovaerts & Kaas, 2005, str. 60–77)

$$\mathrm{VaR}_\alpha(X) \leq x \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \leq F_X(x). \tag{10}$$

Kljub temu, da je VaR najpogosteje uporabljena mera tveganja (Kobe Govekar, 2010, str. 48), Szegö (2002) v svojem delu ugotavlja, da VaR ne more učinkovito meriti tveganja, saj ne izpolnjuje aksioma subaditivnosti, kar pomeni, da VaR ni koherentna mera tveganja. Poleg tega ne meri izgub, ki presegajo tvegano vrednost, pri različnih intervalih zaupanja lahko dobimo navzkrižne rezultate in ni konveksna funkcija parametra α, zaradi česar je ne moremo uporabiti v optimitzacijskih problemih, saj ima lahko več lokalnih ekstremov. Vendar Komelj (2012) navaja, da je tvegana vrednost v posebnih primerih lahko ustrezna mera tveganja in čeprav ni subaditivna, ni daleč od koherentnosti, saj zadošča enakosti

$$\mathrm{VaR}_\alpha(X) = \inf\{\tau(X) : \tau \text{ je koherentna mera tveganja in } \tau(X) > \mathrm{VaR}_\alpha(X)\}. \tag{11}$$

V primeru, ko je skupna porazdelitev tveganj X in Y eliptična, tj. neke vrste razširitev večrazsežne normalne porazdelitve, tvegana vrednost zadosti tudi aksiomu subaditivnosti (Delak, 2017, str. 8), saj velja

$$\mathrm{VaR}_\alpha(X+Y) \leq \mathrm{VaR}_\alpha(X) + \mathrm{VaR}_\alpha(Y), \tag{12}$$

in je prava koherentna mera tveganja. Reševanje problemov z uporabo koherentne mere tveganja je ekvivalentno Markowitzevem pristopu z minimiziranjem variance (Komelj, 2012, str. 53–54; Szegö, 2002, str. 1260–1261).

2.1.2 Tvegana vrednost repa

Tvegana vrednost repa slučajne spremenljivke X s stopnjo zaupanja $\alpha \in (0,1)$, ki je alternativa tvegani vrednosti, je definirana z enačbo (Denuit, Dhaene, Goovaerts & Kaas, 2005, str. 60–77)

$$\mathrm{TVaR}_\alpha(X) = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 \mathrm{VaR}_s(X)ds. \tag{13}$$

Mera tveganja TVaR meri izgube, ki presegajo VaR. Natančneje, tvegano vrednost repa lahko opredelimo kot povprečje vseh vrednosti VaR pri stopnjah zaupanja, večjih od α (Investopedia, 2019; Komelj, 2012, str. 54–55).

2.1.3 Pogojna tvegana vrednost

Druga alternativna mera tveganja tvegani vrednosti je pogojna tvegana vrednost, ki je enaka pričakovani vrednosti izgube, ki presega VaR.

Pogojno tvegano vrednost pri stopnji zaupanja $\alpha \in (0,1)$ definiramo kot (Komelj, 2012, str. 54)

$$\mathrm{CVaR}_\alpha(X) = E[X - \mathrm{VaR}_\alpha(X) | X > \mathrm{VaR}_\alpha(X)]. \tag{14}$$

Pogojna tvegana vrednost zadošča sistemu aksiomov za koherentno mero tveganja, kar je v primerjavi s tvegano vrednostjo glavna prednost (Chi & Tan, 2011).

2.1.4 Pogojna tvegana vrednost repa

Pogojno tvegano vrednost repa definiramo kot

$$\mathrm{CTE}_\alpha(X) = E[X | X > \mathrm{VaR}_\alpha(X)] \tag{15}$$

in predstavlja pogojno pričakovano izgubo, ko izguba preseže vrednost VaR. Izrazimo jo lahko kot vsoto tvegane vrednosti in pogojne tvegane vrednosti

$$\mathrm{CTE}_\alpha(X) = \mathrm{VaR}_\alpha(X) + \mathrm{CVaR}_\alpha(X). \tag{16}$$

Poenostavljeno, vrednost CTE je povprečna izguba v najslabših $100(1-\alpha)$ % primerov (Denuit, Dhaene, Goovaerts & Kaas, 2005, str. 60–77; Panjer, 2002, str. 4).

Pogojna tvegana vrednost repa ni subaditivna, zato ni koherentna mera tveganja (Komelj, 2012, str. 55).

Če je porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke X zvezna, potem je pogojna tvegana vrednost repa enaka tvegani vrednosti repa (Denuit, Dhaene, Goovaerts & Kaas, 2005, str. 60–77)

$$\mathrm{CTE}_\alpha(X) = \mathrm{TVaR}_\alpha(X). \tag{17}$$

2.1.5 Pričakovani primanjkljaj

Definirajmo zapis $X_+ = \max(X, 0)$. Pričakovani primanjkljaj pri stopnji zaupanja $\alpha \in (0,1)$ definiramo kot (Denuit, Dhaene, Goovaerts & Kaas, 2005, str. 60–77)

$$\mathrm{ES}_\alpha(X) = E[(X - \mathrm{VaR}_\alpha(X))_+] = E[\max\{X - \mathrm{VaR}_\alpha(X), 0\}]. \tag{18}$$

Vrednost pričakovanega primanjkljaja predstavlja pozavarovalno premijo za pozavarovanje letnega presežka škod nad tvegano vrednostjo (Komelj, 2012, str. 55–56). Velja enakost

$$\mathrm{ES}_\alpha(X) = (1-\alpha)(\mathrm{TVaR}_\alpha(X) - \mathrm{VaR}_\alpha(X)). \tag{19}$$

2.2 Formulacija problema optimalne izbire pozavarovanja

Problem izbire optimalnega pozavarovanja v svojih člankih obravnavajo Denuit in Vermandele (1998), Gajek in Zagrodny (2000), Bernard in Tian (2007) ter Chi in Tan (2011).

Denuit in Vermandele (1998) ugotavljata, da je z vidika minimalnega zadržanega tveganja optimalna izbira za skupno pozavarovanje vseh tveganj škodno-presežkovno pozavarovanje, za posamezno tveganje pa je za zavarovalnico optimalna izbira škodno-presežkovno pozavarovanje s fiksno prioriteto.

Gajek in Zagrodny (2000) z minimiziranjem variance razlike med celotnim tveganjem in tveganjem, ki ga prevzame zavarovalnica sama, prav tako zaključujeta, da je za zavarovalnico optimalna izbira škodno-presežkovno pozavarovanje.

Bernard in Tian (2007) raziskujeta optimalne strategije upravljanja tveganj zavarovalnice z obravnavo izbire optimalnega pozavarovanja pod pogojem tvegane vrednosti in pod pogojem tvegane vrednosti repa. Oblikujeta optimizacijski problem z maksimiziranjem pričakovanega dobička zavarovalnice ali ekvivalentno z minimiziranjem pozavarovalne premije in kot rešitev ponudita prisekano škodno-presežkovno pozavarovanje (angl. Truncated Stop Loss reinsurance).

Chi in Tan (2011) z uporabo VaR minimizacijskega modela in optimizacijskega modela, ki minimizira tvegano vrednost repa, podobno kot predhodniki zaključita, da je pod pogojem tvegane vrednosti optimalna izbira za konveksno, naraščajočo funkcijo tveganja, ki ga zavarovalnica prenese na pozavarovalnico, škodno-presežkovno pozavarovanje. Za naraščajočo funkcijo prenesenega tveganja in naraščajočo funkcijo obdržanega tveganja kot optimalno izbiro podata navzgor omejeno škodno-presežkovno pozavarovanje. V primeru naraščajoče in levo zvezne funkcije obdržanega tveganja pa je optimalna izbira prisekano škodno-presežkovno pozavarovanje. Pod pogojem tvegane vrednosti repa je optimalna izbira vedno škodno-presežkovno pozavarovanje.

Zanima nas, katera oblika pozavarovalnega kritja ob upoštevanju kapitalske zahteve, podane v okviru direktive Solventnost II, zavarovalnici prinaša največji končni dobiček. V sledečih dveh podpoglavjih bomo pri formulaciji problema izbire optimalnega pozavarovanja pod pogojem VaR in pod pogojem TVaR sledili članku Optimal reinsurance arrangements under tail risk measures (Bernard & Tian, 2007). Slednje bo tudi osnova za izpeljavo optimalnega pozavarovalnega kritja pod pogojem CVaR.

2.2.1 Optimalno pozavarovanje pod pogojem VaR

Najpogosteje uporabljena mera tveganja za izračun kapitalske zahteve je VaR. V nadaljevanju bomo poiskali rešitev za problem izbire najustreznejšega načina pozavarovalnega kritja pod pogojem tvegane vrednosti, ki zavarovalnici prinaša največji končni dobiček.

Naj bo C osnovni lastni kapital zavarovalnice. Označimo s Π vsoto vseh zavarovalnih premij, ki jih v nekem obdobju zavarovanci plačajo zavarovalnici za kritje morebitnih škod v skladu z zavarovalnimi policami, in z X vsoto škod, ki jih v enakem obdobju zavarovalnica poplača zavarovancem. Za slučajno spremenljivko X predpostavimo, da ima gostoto. Začetni kapital zavarovalnice W_0 lahko zapišemo kot $W_0 = C + \Pi$. Kapital zavarovalnice ob koncu obdobja $\widehat{W}$ je enak začetnemu kapitalu W_0, zmanjšanemu za znesek izplačanih škod X:

$$\widehat{W} = W_0 - X. \tag{20}$$

Pri upravljanju tveganj, ki izhajajo iz izdanih zavarovalnih polic, je zavarovalnica dolžna slediti določilom direktive Solventnost II, katerih namen je zaščititi interese tako zavarovancev kot tudi lastnikov zavarovalnice. V okviru direktive je določena višina kapitala, ki ga mora imeti v lasti zavarovalnica, da je zmožna kriti vse potencialne škode. Predpostavimo, da je kapitalska zahteva podana s pogojem VaR. Naj bo v tvegana vrednost slučajne spremenljivke X s stopnjo zaupanja α, $0 < \alpha < 1$. Vrednost v je torej največja pričakovana izguba za tveganje X v danem obdobju s stopnjo zaupanja α. Zavarovalnica mora tako zadostiti pogoju $P(W_0 - \widehat{W} > v) \leq \alpha$, kar je ekvivalentno pogoju $P(X > v) \leq \alpha$. Pogoj določa, da mora biti verjetnost, da je tveganje, ki predstavlja vsoto izplačanih škod v nekem obdobju, večje od tvegane vrednosti, manjša od α. S tem pogojem je zavarovalnicam onemogočeno prevzemanje tveganj, ki presegajo njihove zmožnosti. Svoje kapacitete lahko zavarovalnice povečajo z izbiro pozavarovanja, saj na ta način presežek tveganj prenesejo na pozavarovalnico, same pa obdržijo le tolikšen del tveganj, ki še ustreza danemu pogoju.

Predpostavimo, da zavarovalnica del v zavarovanje sprejetih tveganj pozavaruje. Naj bo μ pozavarovalna premija, ki jo zavarovalnica za kritje plača pozavarovalnici. Povračilo, ki ga skladno s pozavarovalno pogodbo za vsoto škod X prejme zavarovalnica, definiramo kot funkcijo $I(X)$, za katero velja $0 \leq I(X) \leq X$. Kapital zavarovalnice ob koncu obdobja, upoštevajoč prejem pozavarovalnine, označimo z W in je enak

$$W = W_0 - \mu - X + I(X). \tag{21}$$

Naj bo μ aktuarsko izračunana tehnična pozavarovalna premija, sestavljena iz nevarnostne premije $E[I(X)]$ in varnostnega dodatka ρ:

$$\mu = (1+\rho)E[I(X)]. \tag{22}$$

Nevarnostna premija je del (po)zavarovalne premije, ki v povprečju zadošča za kritje vseh škod iz sprejetih rizikov, z varnostnim dodatkom pa (po)zavarovalnica krije negativne odklone v pričakovanem povprečnem škodnem dogajanju (Komelj, 2004, str. 5–7; Močivnik, 2010).

Končna izguba zavarovalnice ob koncu nekega obdobja je

$$L = W_0 - W = \mu + X - I(X). \tag{23}$$

Kapitalska zahteva je razlika med pričakovano vrednostjo X in ustreznim kvantilom. V Solventnosti II je to $(1-\alpha)$-ti kvantil za $\alpha = 0{,}005$. Ob upoštevanju izbranega pozavarovanja pogoj za kapitalsko zahtevo v za zavarovalnico zapišemo kot $P(L > v) \leq \alpha$, kar je ekvivalentno pogoju $\mathrm{VaR}_\alpha(L) \leq v$. Pogoj določa, da verjetnost, da je končna izguba zavarovalnice večja od tvegane vrednosti v, ne sme biti večja od stopnje zaupanja α. Za zavarovalnico je ta zahteva ugodnejša, saj lahko danemu pogoju zadosti tudi ob prevzemu velikih rizikov, če jih ustrezno pozavaruje.

Višina pozavarovalne premije je navzgor omejena s tvegano vrednostjo $\mathrm{VaR}_\alpha(X)$. Če bi bila pozavarovalna premija μ strogo večja od v, bi za končno izgubo zavarovalnice veljalo $L = \mu + X - I(X) > v$, saj je $I(X) \leq X$, in posledično bi bila verjetnost $P(L > v) = 1 > \alpha$, kar pa je v navzkrižju z dano kapitalsko zahtevo.

Problem izbire optimalnega pozavarovanja formuliramo kot problem iskanja takega pozavarovalnega kritja $I(X)$, za katerega je verjetnost, da je izguba zavarovalnice ob koncu obdobja večja od kapitalske zahteve, pri danih pogojih najmanjša. Obravnavali bomo naslednja dva optimizacijska problema:

$$\min_{\beta \geq 0, I(X)} \{P(W < W_0 - v)\} \quad \text{pri pogojih} \quad \begin{cases} 0 \leq I(X) \leq X \\ E[I(X)] \leq \beta \end{cases} \tag{P}$$

in

$$\min_{I(X)} \{P(W < W_0 - v)\} \quad \text{pri pogojih} \quad \begin{cases} 0 \leq I(X) \leq X \\ E[I(X)] \leq \beta. \end{cases} \tag{P$_\beta$}$$

Pri problemu (P$_\beta$) iščemo optimalno pozavarovalno kritje $I(X)$, za katerega zavarovalnica plača pozavarovalno premijo v višini največ $(1+\rho)\beta$, pri problemu (P) pa poleg optimalnega pozavarovalnega kritja $I(X)$ iščemo tudi optimalno vrednost parametra β. Problem (P) lahko reduciramo na optimizacijski problem (P$_\beta$) za vse možne vrednosti parametra β.

Rešitev optimizacijskega problema (P_β) poiščemo v dveh korakih. V prvem koraku predpostavimo, da je pozavarovalna premija določena, v drugem koraku pa optimalno vrednost pozavarovalne premije in optimalno pozavarovalno kritje dobimo kot rešitev statičnega optimizacijskega problema.

Predpostavimo, da za parameter β velja $\beta = E[I(X)]$. Pozavarovalno premijo zapišemo kot

$$\mu = (1+\rho)E[I(X)] = (1+\rho)\beta. \tag{24}$$

Optimizacijski problem (P_β) ob fiksno določeni pozavarovalni premiji preoblikujemo v optimizacijski problem

$$\min_{I(X)}\{P(W < W_0 - v)\} \quad \text{pri pogojih} \quad \begin{cases} 0 \leq I(X) \leq X \\ E[I(X)] = \beta. \end{cases} \tag{$\overline{\mathrm{P}}_\beta$}$$

Rešitev problema (P_β) je ekvivalentna rešitvi problema ($\overline{\mathrm{P}}_\beta$), kjer za parameter β vzamemo vse parametre β_1, za katere velja $\beta_1 \leq \beta$.

Ker velja $W = W_0 - \mu - X + I(X)$, je pogoj $W \geq W_0 - v$ ekvivalenten pogoju $I(X) \geq \mu + X - v$, zato lahko optimizacijski problem ($\overline{\mathrm{P}}_\beta$) zapišemo kot

$$\max_{I(X)}\{P(I(X) \geq \mu + X - v)\} \quad \text{pri pogojih} \quad \begin{cases} 0 \leq I(X) \leq X \\ E[I(X)] = \beta. \end{cases} \tag{25}$$

Naj bo Y^* slučajna spremenljivka, za katero velja

$$0 \leq Y^* \leq X \quad \text{in} \quad E[Y^*] = \beta. \tag{26}$$

Nadalje naj obstaja tako število $\lambda > 0$, da je Y^* rešitev optimizacijskega problema

$$\max_{Y\in[0,X]}\{\mathbb{1}_{\mu+X-v\leq Y} - \lambda Y\}, \quad \mu = (1+\rho)\beta, \tag{27}$$

kjer je $\mathbb{1}$ oznaka za indikator. Ob upoštevanju kritja $I(X)$ velja

$$\mathbb{1}_{\mu+X-v\leq Y^*} - \lambda Y^* \geq \mathbb{1}_{\mu+X-v\leq I(X)} - \lambda I(X). \tag{28}$$

Neenakost preoblikujemo in dobimo

$$\mathbb{1}_{\mu+X-v\leq Y^*} - \mathbb{1}_{\mu+X-v\leq I(X)} \geq \lambda(Y^* - I(X)). \tag{29}$$

Če na neenakost apliciramo pričakovano vrednost, sledi

$$P(\mu + X - v \leq Y^*) - P(\mu + X - v \leq I(X)) \geq \lambda(E[Y^*] - E[I(X)]). \tag{30}$$

Upoštevamo pogoja $E[Y^*] = \beta$ in $E[I(X)] = \beta$ ter dobimo

$$P(\mu + X - v \leq Y^*) - P(\mu + X - v \leq I(X)) \geq 0, \tag{31}$$

kar lahko zapišemo kot

$$P(\mu + X - v \leq Y^*) \geq P(\mu + X - v \leq I(X)), \tag{32}$$

iz česar sledi, da je Y^* rešitev optimizacijskega problema $(\overline{\mathrm{P}}_\beta)$.

Naj bo $\{Y_\lambda\}_{\lambda>0}$ družina rešitev, definiranih kot

$$Y_\lambda = \begin{cases} 0, & \text{če } X < v - \mu, \\ X + \mu - v, & \text{če } v - \mu \leq X \leq v - \mu + \frac{1}{\lambda}, \\ 0, & \text{če } X > v - \mu + \frac{1}{\lambda}. \end{cases} \tag{33}$$

Predpostavimo, da za pozavarovalno premijo $\mu = (1+\rho)\beta$ velja $\mu \leq v$. Za Y_λ torej velja

$$0 \leq Y_\lambda \leq X. \tag{34}$$

Prav tako obstaja tak $\lambda > 0$, da je Y_λ rešitev optimizacijskega problema

$$\max_{Y \in [0,X]} \{\mathbb{1}_{\mu + X - v \leq Y} - \lambda Y\}, \quad \mu = (1+\rho)\beta. \tag{35}$$

Če je $X < v - \mu$, kar je ekvivalentno $\mu + X - v < 0$, je funkcija, ki jo maksimiziramo na intervalu $[0,X]$, enaka $1 - \lambda Y$. Ker je funkcija na danem intervalu padajoča, je maksimum dosežen pri $Y = 0$.

Druga možnost je $X \geq v - \mu$. Velja $\mu + X - v \leq X$, saj je $\mu \leq v$. V primeru, da Y leži na intervalu $[0, \mu + X - v)$, je funkcija, ki jo maksimiziramo, enaka $-\lambda Y$, kar je padajoča funkcija, zato je maksimum ponovno dosežen pri $Y = 0$. Če pa je $Y \in [\mu + X - v, X]$, je funkcija, katere maksimum iščemo, enaka $1 - \lambda Y$. Funkcija je padajoča in doseže maksimum pri $Y = \mu + X - v$, njegova vrednost pa je $1 - \lambda(\mu + X - v)$. Če je vrednost izraza $1 - \lambda(\mu + X - v)$ večja ali enaka 0, je maksimum dosežen v točki $Y = \mu + X - v$, če pa je vrednost izraza manjša od 0, pa je maksimum dosežen pri $Y = 0$.

Pričakovano vrednost slučajne spremenljivke Y_λ zapišemo kot

$$E[Y_\lambda] = E\Big[(X + \mu - v)\mathbb{1}_{X \in [v-\mu, v-\mu+\frac{1}{\lambda}]}\Big]. \tag{36}$$

Ko gre λ proti neskončno, se interval $[v - \mu, v - \mu + \frac{1}{\lambda}]$ krči v točko $v - \mu$, zato je

$$\lim_{\lambda \to +\infty} E[Y_\lambda] = 0, \tag{37}$$

saj smo predpostavili, da ima vsota škod X gostoto, in velja $P(X = v - \mu) = 0$. Ko pa se λ približuje vrednosti 0, je limita pričakovane vrednosti enaka

$$\lim_{\lambda \to 0} E[Y_\lambda] = E[(X - v + \mu)^+]. \tag{38}$$

Naj bo $\mathcal{C}$ množica parametrov β,

$$\mathcal{C} = \{\beta : 0 \leq \beta < E[(X - v + (1+\rho)\beta)^+], (1+\rho)\beta < v\}. \tag{39}$$

Privzemimo, da ima X zvezno kumulativno porazdelitev. Potem obstaja tako pozitivno število λ_β, da za vsak parameter $\beta \in \mathcal{C}$ velja $E[Y_{\lambda_\beta}] = \beta$.

Tako smo našli optimalno rešitev problema $(\overline{\mathrm{P}}_\beta)$, ki jo lahko zapišemo kot

$$I_\beta(X) = \begin{cases} 0, & \text{če } X < v - (1+\rho)\beta, \\ X + (1+\rho)\beta - v, & \text{če } v - (1+\rho)\beta \leq X \leq v - (1+\rho)\beta + \frac{1}{\lambda_\beta}, \\ 0, & \text{če } X > v - (1+\rho)\beta + \frac{1}{\lambda_\beta}, \end{cases} \tag{40}$$

pri čemer je parameter λ_β določen tako, da velja

$$E[I_\beta(X)] = \beta. \tag{41}$$

Naj bo

$$\mathcal{P}(\beta) = P\Big(X > v - (1+\rho)\beta + \frac{1}{\lambda_\beta}\Big), \quad \text{za vsak } \beta \in \mathcal{C} \tag{42}$$

in naj bo β_1 rešitev statičnega optimizacijskega problema

$$\min_{0 \leq \beta_1 \leq \beta} \mathcal{P}(\beta_1). \tag{43}$$

Kritje $I_{\beta_1}(X)$ in parameter $\beta_1 \leq \beta$ sta optimalni rešitvi problema (P_β).

Optimalna rešitev je prisekano škodno-presežkovno pozavarovanje, ki krije le del škod, katerih znesek je višji od prioritete $d = v - (1+\rho)\beta$ in ni višji od določene zgornje meje v znesku $v - (1+\rho)\beta + \frac{1}{\lambda_\beta}$. Tako škode, ki so nižje od prioritete d ali višje od zgornje meje, zavarovalnica v celoti krije sama.

Privzemimo, da v VaR pogoju za kapitalsko zahtevo velja enakost, tj. $P(W < W_0 - v) = \alpha$. Iz danega pogoja sledi

$$v - (1+\rho)\beta + \frac{1}{\lambda_\beta} = q, \tag{44}$$

pri čemer je q $(1-\alpha)$-ti kvantil porazdelitvene funkcije slučajne spremenljivke X in velja $P(X \leq q) = 1-\alpha$. Enačbo za optimalno pozavarovalno kritje lahko prepišemo v

$$I^{\alpha}(X) = \begin{cases} 0, & \text{če } X < v-(1+\rho)\beta, \\ X+(1+\rho)\beta - v, & \text{če } v-(1+\rho)\beta \leq X \leq q, \\ 0, & \text{če } X > q. \end{cases} \tag{45}$$

Pozavarovalna premija $\mu = (1+\rho)\beta$ je določena s pomočjo pričakovane vrednosti pozavarovalnega kritja:

$$E[(X+(1+\rho)\beta - v)^{+}\mathbb{1}_{X\leq q}] = \beta. \tag{46}$$

Naj bo pozavarovalna premija μ fiksna in $d = v-\mu$ prioriteta. Končno izgubo zavarovalnice $L = W_0 - W$ lahko tako zapišemo kot

$$L = \begin{cases} \mu + X, & \text{če } X < d, \\ \mu + d, & \text{če } d \leq X \leq q, \\ \mu + X, & \text{če } X > q. \end{cases} \tag{47}$$

Pozavarovalno kritje $I^{\alpha}(X)$ s pozavarovalno premijo $\mu = (1+\rho)\beta$ je za zavarovalnico optimalno, saj ostala pozavarovalna kritja z enako pozavarovalno premijo ne ustrezajo VaR pogoju za kapitalsko zahtevo.

Eden od razlogov, da je zgoraj podano pozavarovalno kritje z vidika končnega dobička za zavarovalnico optimalno, je dejstvo, da kritje ne jamči nobenega povračila za zelo velike škode. Pozavarovalne pogodbe, ki vključujejo kritje velikih rizikov, običajno zahtevajo visoke pozavarovalne premije, višja pozavarovalna premija pa za zavarovalnico pomeni nižji končni dobiček. Pozavarovalno kritje $I_{\beta}(X)$ oziroma $I^{\alpha}(X)$ torej zniža verjetnost velike izgube, a ne omeji višine končne izgube v primeru izjemno visokih škod. Zavarovalnica, ki sledi kapitalski zahtevi, podani s pogojem tvegane vrednosti, tako v želji po čim večjem dobičku lahko zanemari morebitne izgube, ki presegajo tvegano vrednost. Ker pa je v interesu zavarovancev in lastnikov zavarovalnice, da zavarovalnica omeji tveganje tudi v primeru redkih, a izjemno visokih škod, zakonodaja omogoča izračun kapitalske zahteve tudi s pomočjo alternativnih mer tveganj, kot sta CVaR in TVaR, katerih prednost je, da merita tveganja, ki presegajo VaR.

Druga pomanjkljivost pozavarovalnega kritja $I_{\beta}(X)$ oziroma $I^{\alpha}(X)$ je moralno tveganje (angl. Moral Hazard). V primeru, da zavarovalnica lahko delno kontrolira višino izgube, zavarovalnica pozavarovalnici nikoli ne bi prijavila škode večje od vrednosti q, saj pozavarovalna pogodba za tako velike škode ne nudi nobenega kritja, temveč bi škodo prijavila kot znesek nižji od vrednosti q, za katerega pa je po pozavarovalni pogodbi upravičena do povračila. V izogib moralnemu tveganju lahko pozavarovalno kritje $I^{\alpha}(X)$ preoblikujemo v

$$I^{*}(X)=\begin{cases}0, & \text{če } X<v-\mu,\\ X+\mu-v, & \text{če } v-\mu\leq X\leq q,\\ q+\mu-v, & \text{če } X>q.\end{cases} \tag{48}$$

Dobimo klasično škodno-presežkovno pozavarovalno kritje s prioriteto $d=v-\mu$ in maksimalnim kritjem v višini $q+\mu-v$.

2.2.2 Optimalno pozavarovanje pod pogojem TVaR

Kot smo opisali v prejšnjem poglavju, optimalno pozavarovalno kritje pod pogojem VaR ne nudi kritja za velike škode. V nadaljevanju bomo predstavili optimalno pozavarovalno kritje glede na kapitalsko zahtevo, podano s pogojem tvegane vrednosti repa. Prednost slednje je ravno v tem, da meri izgube, ki presegajo VaR.

Problem izbire optimalnega pozavarovanja pod pogojem TVaR formuliramo kot

$$\min_{I(X)}\{E[(W_0-W)\mathbb{1}_{W_0-W>v}]\} \quad \text{pri pogojih} \quad \begin{cases}0\leq I(X)\leq X\\ E[I(X)]\leq\beta,\end{cases} \tag{Q_β}$$

pri čemer predpostavimo, da je kumulativna porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke X zvezna in strogo naraščajoča na intervalu $[0,\infty)$. Kapitalska zahteva v je podana s pogojem mere tveganja TVaR, katere vrednost je zaradi predpostavke o zveznosti porazdelitvene funkcije tveganja X enaka pogojni tvegani vrednosti repa $\mathrm{CTE}_{\alpha}(X)$, pozavarovalna premija $\mu=(1+\rho)\beta$ pa je fiksno določena. Optimalno pozavarovalno kritje najdemo tako, da najprej poiščemo rešitev optimizacijskega problema (Q_β) s fiksno pozavarovalno premijo, problem pa nato reduciramo na statičen minimizacijski problem

$$\min_{I(X)}\{E[(W_0-W)\mathbb{1}_{W_0-W>v}]\} \quad \text{pri pogojih} \quad \begin{cases}0\leq I(X)\leq X\\ E[I(X)]=\beta,\end{cases} \tag{$\overline{\mathrm{Q}}_\beta$}$$

za vse možne vrednosti β.

Ob predpostavki, da je pozavarovalna premija enaka $\mu=(1+\rho)\beta$, lahko optimizacijski problem $(\overline{\mathrm{Q}}_\beta)$ zapišemo kot

$$\min_{I(X)}\{E[(\mu+X-I(X))\mathbb{1}_{\mu+X-I(X)>v}]\} \quad \text{pri pogojih} \quad \begin{cases}0\leq I(X)\leq X\\ E[I(X)]=\beta.\end{cases} \tag{49}$$

Naj bo Y^* slučajna spremenljivka, za katero velja:

1. $0 \leq Y^* \leq X$
2. $E[Y^*] = \beta$
3. Obstaja tako pozitivno število $\lambda > 1$, da je Y^* rešitev optimizacijskega problema

$$\min_{Y \in [0,X]} \{(\mu + X - Y)\mathbb{1}_{\mu+X-\nu>Y} + \lambda Y\}, \quad \mu = (1+\rho)\beta. \tag{50}$$

Podobno kot v postopku iskanja optimalnega pozavarovalnega kritja pod pogojem VaR sledi, da je Y^* rešitev optimizacijskega problema $(\overline{\mathrm{Q}}_\beta)$.

Naj bo $\{Y_\lambda\}_{\lambda>0}$ družina rešitev, definiranih kot

$$Y_\lambda = \begin{cases} 0, & \text{če } X < \nu - \mu, \\ X + \mu - \nu, & \text{če } \nu - \mu \leq X \leq \nu - \mu + \frac{\nu}{\lambda - 1}, \\ 0, & \text{če } X > \nu - \mu + \frac{\nu}{\lambda - 1}. \end{cases} \tag{51}$$

Rešitev Y_λ za $\lambda > 1$ prav tako zadošča pogoju $0 \leq Y_\lambda \leq X$ in je rešitev zgornjega minimizacijskega problema. Pričakovano vrednost slučajne spremenljivke Y_λ izračunamo kot

$$E[Y_\lambda] = E\left[(X + \mu - \nu)\mathbb{1}_{X \in (\nu-\mu, \nu-\mu+\frac{\nu}{\lambda-1})}\right]. \tag{52}$$

V primeru, ko se vrednost λ približuje 1, velja

$$\lim_{\lambda \to 1} E[Y_\lambda] = E[(X - \nu + \mu)^+], \tag{53}$$

limita, ko vrednost λ preseže vse meje, pa je enaka

$$\lim_{\lambda \to +\infty} E[Y_\lambda] = 0. \tag{54}$$

Naj bo $\beta \in \mathcal{C}$, potem obstaja tako pozitivno število $\lambda_\beta > 1$, da je pozavarovalno kritje

$$I_\beta(X) = \begin{cases} 0, & \text{če } X < \nu - (1+\rho)\beta, \\ X + (1+\rho)\beta - \nu, & \text{če } \nu - (1+\rho)\beta \leq X \leq \nu - (1+\rho)\beta + \frac{\nu}{\lambda_\beta - 1}, \\ 0, & \text{če } X > \nu - (1+\rho)\beta + \frac{\nu}{\lambda_\beta - 1}, \end{cases} \tag{55}$$

rešitev optimizacijskega problema $(\overline{\mathrm{Q}}_\beta)$. Število λ_β je določeno tako, da velja

$$E[I_\beta(X)] = \beta. \tag{56}$$

Definirajmo

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\beta) &:= E\Big[(W_0 - W_\beta)\mathbb{1}_{W_0 - W_\beta > v}\Big] \\ &= E\Big[((1+\rho)\beta + X)\mathbb{1}_{X > v - (1+\rho)\beta + \frac{v}{\lambda_\beta - 1}}\Big], \end{aligned} \tag{57}$$

pri čemer je W_β kapital zavarovalnice ob koncu obdobja in je glede na vrednost β izpeljan iz pozavarovalnega kritja $I_\beta(X)$. Naj bo $\beta_1 \in [0, \beta]$ rešitev statičnega optimizacijskega problema

$$\min_{0 \le \beta_1 \le \beta} \mathcal{E}(\beta_1), \tag{58}$$

potem je pozavarovalno kritje $I_{\beta_1}(X)$ rešitev optimizacijskega problema (Q_β).

Vidimo, da je optimalno pozavarovalno kritje pod pogojem TVaR prav tako kot optimalno pozavarovanje pod pogojem VaR prisekano škodno-presežkovno pozavarovanje, ki pa ne nudi kritja za izjemno visoke škode. Tako zavarovalnica, ki je dolžna upoštevati kapitalsko zahtevo, določeno s pogojem tvegane vrednosti repa, gledano s stališča končnega dobička nima interesa pozavarovati možnih katastrofalnih tveganj, saj bi bila pozavarovalna premija zelo visoka in bi negativno vplivala na končni dobiček zavarovalnice.

2.2.3 Optimalno pozavarovanje pod pogojem CVaR

Glavna prednost pogojne tvegane vrednosti v primerjavi z mero tveganja VaR je dejstvo, da je CVaR koherentna mera tveganja. V nadaljevanju bomo izpeljali formulo za optimalno pozavarovalno kritje pod pogojem pogojne tvegane vrednosti, s katerim si zavarovalnica zagotovi največji končni dobiček.

Problem izbire optimalnega pozavarovanja pod pogojem CVaR zapišemo kot

$$\min_{I(X)} \{E[(W_0 - W - v)\mathbb{1}_{W_0 - W > v}]\} \quad \text{pri pogojih} \quad \begin{cases} 0 \le I(X) \le X \\ E[I(X)] \le \beta, \end{cases} \tag{R_β}$$

kjer je porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke X zvezna in strogo naraščajoča na intervalu $[0, \infty)$, kapitalska zahteva v je podana s pogojem CVaR, pozavarovalna premija $\mu = (1+\rho)\beta$ pa je fiksno določena. Najprej poiščemo rešitev optimizacijskega problema (R_β) s fiksno pozavarovalno premijo, z rešitvijo statičnega minimizacijskega problema pa nato dobimo optimalno vrednost pozavarovalne premije in optimalno pozavarovalno kritje.

Statični minimizacijski problem zapišemo kot

$$\min_{I(X)}\{E[(W_0-W-v)\mathbb{1}_{W_0-W>v}]\} \quad \text{pri pogojih} \quad \begin{cases} 0 \le I(X) \le X \\ E[I(X)] = \beta, \end{cases} \tag{$\overline{\mathrm{R}}_\beta$}$$

za vse možne vrednosti parametra β.

Če upoštevamo, da je pozavarovalna premija enaka $\mu = (1+\rho)\beta$ in da velja

$$W_0 - W = \mu + X - I(X), \tag{59}$$

lahko optimizacijski problem ($\overline{\mathrm{R}}_\beta$) zapišemo kot

$$\min_{I(X)}\{E[(\mu+X-I(X)-v)\mathbb{1}_{\mu+X-I(X)>v}]\} \quad \text{pri pogojih} \quad \begin{cases} 0 \le I(X) \le X \\ E[I(X)] = \beta. \end{cases} \tag{60}$$

Naj bo Y^* slučajna spremenljivka, za katero velja:

1. $0 \le Y^* \le X$
2. $E[Y^*] = \beta$
3. Obstaja tako pozitivno število $\lambda > 1$, da je Y^* rešitev optimizacijskega problema

$$\min_{Y\in[0,X]}\{(\mu+X-Y-v)\mathbb{1}_{\mu+X-v>Y}+\lambda Y\}, \quad \mu = (1+\rho)\beta. \tag{61}$$

Podobno kot v postopku iskanja optimalnega pozavarovalnega kritja pod pogojem VaR in TVaR sledi, da je Y^* rešitev optimizacijskega problema ($\overline{\mathrm{R}}_\beta$).

Definirajmo družino rešitev $\{Y_\lambda\}_{\lambda>0}$:

$$Y_\lambda = \begin{cases} 0, & \text{če } X < v-\mu, \\ X+\mu-v, & \text{če } v-\mu \le X \le v-\mu+\frac{2v}{\lambda-1}, \\ 0, & \text{če } X > v-\mu+\frac{2v}{\lambda-1}. \end{cases} \tag{62}$$

Rešitev Y_λ za $\lambda > 1$ zadošča pogoju $0 \le Y_\lambda \le X$ in je rešitev minimizacijskega problema

$$\min_{Y\in[0,X]}\{(\mu+X-Y-v)\mathbb{1}_{\mu+X-v>Y}+\lambda Y\}, \quad \mu = (1+\rho)\beta. \tag{63}$$

Pričakovana vrednost slučajne spremenljivke Y_λ je enaka

$$E[Y_\lambda] = E\left[(X+\mu-v)\mathbb{1}_{X\in(v-\mu,v-\mu+\frac{2v}{\lambda-1})}\right]. \tag{64}$$

Vrednost v limiti, ko se λ približuje 1, je

$$\lim_{\lambda \to 1} E[Y_\lambda] = E[(X - v + \mu)^+], \tag{65}$$

vrednost v limiti, ko gre λ proti neskončno, pa je enaka

$$\lim_{\lambda \to +\infty} E[Y_\lambda] = 0. \tag{66}$$

Naj bo $\mathcal{C}$ množica parametrov β,

$$\mathcal{C} = \{\beta : 0 \leq \beta < E[(X - v + (1+\rho)\beta)^+], (1+\rho)\beta < v\}. \tag{67}$$

Izberimo $\beta \in \mathcal{C}$, potem obstaja tako število $\lambda_\beta > 1$, da je pozavarovalno kritje

$$I_\beta(X) = \begin{cases} 0, & \text{če } X < v - (1+\rho)\beta, \\ X + (1+\rho)\beta - v, & \text{če } v - (1+\rho)\beta \leq X \leq v - (1+\rho)\beta + \frac{2v}{\lambda_\beta - 1}, \\ 0, & \text{če } X > v - (1+\rho)\beta + \frac{2v}{\lambda_\beta - 1}, \end{cases} \tag{68}$$

rešitev optimizacijskega problema $(\overline{\mathrm{R}}_\beta)$. Število λ_β določimo tako, da je izpolnjen pogoj

$$E[I_\beta(X)] = \beta. \tag{69}$$

Naj bo

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\beta) &= E\left[(W_0 - W_\beta)\mathbb{1}_{W_0 - W_\beta > v}\right] \\ &= E\left[((1+\rho)\beta + X)\mathbb{1}_{X > v - (1+\rho)\beta + \frac{2v}{\lambda_\beta - 1}}\right]. \end{aligned} \tag{70}$$

Z W_β je označen kapital zavarovalnice ob koncu obdobja, ki je za dani parameter β izpeljan iz pozavarovalnega kritja $I_\beta(X)$. Vzemimo parameter $\beta_1 \in [0, \beta]$, ki naj bo rešitev statičnega minimizacijskega problema

$$\min_{0 \leq \beta_1 \leq \beta} \mathcal{E}(\beta_1). \tag{71}$$

Sledi, da je pozavarovalno kritje $I_{\beta_1}(X)$ rešitev optimizacijskega problema (R_β).

V primeru optimalnega pozavarovanja pod pogojem CVaR tako dobimo enako rešitev, kot je optimalno pozavarovalno kritje pod pogojem TVaR, tj. prisekano škodnopresežkovno pozavarovanje, ki ne zajema kritja škod, višjih od dogovorjenega zneska po pozavarovalni pogodbi, kar je posledica dejstva, da je pozavarovalno kritje visokih škod za zavarovalnico velik strošek.

Z izbiro optimalnega pozavarovalnega kritja pod pogojem tvegane vrednosti, tvegane vrednosti repa ali pogojne tvegane vrednosti zavarovalnica sicer zadosti kapitalski zahtevi, podani v okviru direktive Solventnost II, a ne sledi povsem namenu zakonodaje, ki želi zaščititi zavarovance in lastnike zavarovalnice pred izgubami, ki bi jih lahko povzročile tudi morebitne katastrofalne škode.

2.3 Primeri

V tem poglavju bomo predstavili numerične primere izbire optimalnega pozavarovanja. V prvem primeru bomo pogledali, kakšna je razlika med končnim dobičkom nepozavarovanega portfelja in končnim dobičkom pozavarovanega portfelja, v drugem primeru pa bomo naredili primerjavo med navadnim škodno-presežkovnim pozavarovanjem in prisekanim škodno-presežkovnim pozavarovanjem.

2.3.1 Primer optimalnega pozavarovanja pod pogojem VaR

Primer optimalnega pozavarovanja pod pogojem VaR povzamemo po Bernard in Tian (2007).

Naj bo vsota škod X porazdeljena logaritemsko normalno, tj. $X \sim \log \mathcal{N}(m, \sigma^2)$ in $X = e^Z$, pri čemer je Z normalno porazdeljena slučajna spremenljivka, $Z \sim \mathcal{N}(m, \sigma^2)$. Naj bo Φ kumulativna porazdelitvena funkcija standardne normalne porazdelitve $\mathcal{N}(0,1)$, potem lahko kumulativno porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke Z zapišemo kot $\Phi_{m,\sigma^2}(x) = \Phi(\frac{x-m}{\sigma})$. Velja

$$P(X \leq x) \geq 1-\alpha \quad \Leftrightarrow \quad x \geq q = \exp\left(\Phi^{-1}_{m,\sigma^2}(1-\alpha)\right). \tag{72}$$

Izbrane vrednosti parametrov zapišemo v tabelo 6.

Tabela 6: Izbrane vrednosti parametrov

m	σ	W_0	ρ	α
10,4	1,1	100.000 EUR	0,15	5 %

Vir: Bernard & Tian (2007).

Predpostavimo, da je zavarovalna premija Π izračunana kot pričakovana vrednost slučajne spremenljivke X. Znesek premije je torej enak

$$\begin{aligned} \Pi &= E[X] \\ &= E[e^Z] \\ &= e^{m+\frac{\sigma^2}{2}} \\ &\approx 60.174 \text{ EUR}. \end{aligned} \tag{73}$$

Del kapitala, ki ga prispevajo delničarji zavarovalnice, je enak $W_0 - \Pi \approx 39.826$ EUR. Tvegana vrednost naj bo enaka

$$v = \frac{3}{2}\Pi \approx 90.261 \text{ EUR}. \tag{74}$$

Faktor 3/2 sta avtorja v povzetem primeru izbrala brez posebne utemeljitve.

Zavarovalnica mora zadostiti VaR pogoju

$$P(W < W_0 - v) \leq \alpha, \tag{75}$$

pri čemer je vrednost $W_0 - v$ približno enaka 9.739 EUR, za stopnjo zaupanja pa izberemo vrednost $\alpha = 5$ %. Slednja vrednost za stopnjo zaupanja je tu izbrana kot primer, v okviru direktive Solventnost II pa bi računali z vrednostjo $0,5$ %.

V primeru, da zavarovalnica svojega portfelja ne pozavaruje, je vrednost njenega kapitala ob koncu obdobja ob upoštevanju nastalih in izplačanih škod enaka $\widehat{W} = W_0 - X$. Pričakovana vrednost kapitala zavarovalnice ob koncu obdobja in pričakovana donosnost η za delničarje zavarovalnice sta tako enaki

$$\begin{aligned} E[\widehat{W}] &= E[W_0 - X] \\ &= W_0 - E[X] \\ &\approx 39.826 \text{ EUR} \end{aligned} \tag{76}$$

in

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{E[\widehat{W}]}{W_0 - \Pi} \\ &= \frac{E[W_0 - X]}{W_0 - \Pi} \\ &= \frac{W_0 - E[X]}{W_0 - \Pi} \\ &= \frac{W_0 - \Pi}{W_0 - \Pi} \\ &= 1. \end{aligned} \tag{77}$$

Upoštevajoč dano tvegano vrednost $v = 90.261$ EUR je verjetnost, da bo zavarovalnica z izgubo za tveganje X to vrednost presegla, enaka $17,92$ %, kar pa ni v skladu s kapitalsko zahtevo, ki določa, da ta verjetnost ne sme biti večja od 5 %.

Izbira zavarovalnice, da portfelja ne pozavaruje, torej ni mogoča, saj s tem krši določila zakonodaje. V nadaljevanju bomo zato analizirali, kako je v primeru, da se zavarovalnica odloči za sklenitev pozavarovanja.

Če se zavarovalnica odloči, da bo del tveganja X prenesla na pozavarovalnico, lahko vrednost njenega kapitala ob koncu obdobja zapišemo kot

$$W = W_0 - \mu - X + I(X), \tag{78}$$

pri čemer $I(X)$ predstavlja funkcijo pozavarovalnega kritja, za katero velja $0 \leq I(X) \leq X$.

Izračunamo $(1-\alpha)$-ti kvantil logaritemsko normalne porazdelitve tveganja X:

$$\begin{aligned} q &= e^{\Phi^{-1}_{m,\sigma^2}(1-\alpha)} \\ &= e^{m+\sigma\Phi^{-1}(1-\alpha)} \\ &\approx 200.650 \text{ EUR}. \end{aligned} \tag{79}$$

Pri izračunu uporabimo $0,95$-ti kvantil standardne normalne porazdelitve $\Phi^{-1}(0,95) = 1,645$.

Kot smo pokazali v prejšnjem poglavju, je za zavarovalnico najbolj optimalna izbira pozavarovalnega kritja

$$I^{\alpha}(X) = \begin{cases} 0, & \text{če } X < v - \mu, \\ X + \mu - v, & \text{če } v - \mu \leq X \leq q, \\ 0, & \text{če } X > q. \end{cases} \tag{80}$$

Poiskati moramo vrednost pozavarovalne premije μ, ki ustreza spodnji enakosti:

$$\frac{\mu}{1+\rho} = \int_{v-\mu}^{q} (x + \mu - v) dP_X(x), \tag{81}$$

kjer je $P_X(x)$ porazdelitvena funkcija tveganja X.

Naj bo

$$g(\mu) = \int_{v-\mu}^{q} (x + \mu - v) dP_X(x). \tag{82}$$

Funkcija g je zvezna in naraščajoča na intervalu $(0, v)$. Vrednost funkcije v točki $\mu = 0$ je pozitivna, v točki $\mu = v$ pa je vrednost funkcije manjša od $\frac{v}{1+\rho}$, če je

$$(1+\rho) \int_0^q x dP_X(x) < v. \tag{83}$$

Sledi, da je neenakost

$$(1+\rho) \int_0^q x dP_X(x) < v < q \tag{84}$$

zadosten pogoj za obstoj rešitve $\mu \in (0, v)$. Ker pozavarovalne premije μ iz enačbe ne moremo eksplicitno izraziti, enačbo rešimo numerično in dobimo rešitev $\mu \approx 7.026$ EUR.

Pričakovana vrednost kapitala zavarovalnice ob koncu obdobja in pričakovana donosnost η za delničarje zavarovalnice sta tako enaki

$$\begin{aligned} E[W] &= E[W_0 - \mu - X + I(X)] \\ &= W_0 - \mu - E[X] + E[I(X)] \\ &\approx 38.909 \text{ EUR} \end{aligned} \tag{85}$$

in

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{E[W]}{W_0 - \Pi} \\ &= \frac{E[W_0 - \mu - X + I(X)]}{W_0 - \Pi} \\ &= \frac{W_0 - \mu - E[X] + E[I(X)]}{W_0 - \Pi} \\ &= 1 - \frac{\mu - E[I(X)]}{W_0 - \Pi} \\ &\approx 0,98. \end{aligned} \tag{86}$$

Vidimo, da sta pričakovana končna vrednost kapitala zavarovalnice in pričakovana donosnost v primeru, da zavarovalnica portfelj pozavaruje, nižji kot v primeru, da celotno tveganje prevzame sama, a le na ta način zavarovalnica izpolni zakonsko podano kapitalsko zahtevo.

2.3.2 Primer razlike med navadnim škodno-presežkovnim pozavarovanjem in prisekanim škodno-presežkovnim pozavarovanjem

Na podlagi podatkov in rezultatov iz primera optimalnega pozavarovanja pod pogojem VaR naredimo primerjavo med škodno-presežkovnim in prisekanim škodno-presežkovnim pozavarovalnim kritjem. Primer je povzet po Bernard in Tian (2007).

Naj bosta stopnja zaupanja in tvegana vrednost enaki kot v prejšnjem primeru, $\alpha = 5$ % in $v = 90.261$ EUR. Zavarovalnica je s prisekanim škodno-presežkovnim pozavarovalnim kritjem $I^{\alpha}(X)$ zaščitena proti izgubam, ki ne presegajo $0,95$-tega kvantila $q = 200.650$ EUR, katerega vrednost je višja od začetnega kapitala $W_0 = 100.000$ EUR. Zavarovalnica tako plača le del škode, ki je kvečjemu enak prioriteti

$$\begin{aligned} d &= v - \mu \\ &= 90.261 - 7.026 \\ &= 83.235 \text{ EUR}, \end{aligned} \tag{87}$$

kar pa je v primerjavi z začetnim kapitalom zavarovalnice kljub vsemu visok znesek.

V primeru, da bi zavarovalnica izbrala navadno škodno-presežkovno pozavarovanje z enako pozavarovalno premijo $\mu = 7.026$ EUR, bi morala prioriteta d^* zadostiti pogoju

$$\mu = (1+\rho)\int_{d^*}^{\infty}(x-d^*)dP_X(x), \tag{88}$$

kjer je varnostni dodatek $\rho = 0,15$, $P_X(x)$ pa označuje porazdelitveno funkcijo tveganja X. Enačbo rešimo numerično in dobimo rešitev $d^* \approx 235.220$ EUR. To pomeni, da je prioriteta višja od začetnega kapitala zavarovalnice, kar pa ni smiselno, saj bi zavarovalnica bankrotirala že ob znesku škod, ki bi presegel njen začetni kapital, četudi bi bil znesek nižji od prioritete.

Če torej zavarovalnica želi popolno zaščito pred višjimi izgubami in posledično pred bankrotom, je potrebno najti največji možen znesek prioritete, ki je za zavarovalnico glede na višino njenega začetnega kapitala še sprejemljiv. Če določimo prioriteto v enakem znesku kot je začetni kapital zavarovalnice, tj. $d = W_0$, potem mora zavarovalnica na začetku plačati pozavarovalno premijo v višini

$$\mu(d) = (1+\rho)E[(X-d)^+], \tag{89}$$

kar pomeni, da se začetni kapital zavarovalnice zniža in je enak $W_0 - \mu(d)$, kar pa ne zadošča za prioriteto, enako W_0.

Največji možen znesek prioritete d je torej tak, da velja

$$d + \mu(d) = W_0. \tag{90}$$

Enačbo rešimo numerično in dobimo znesek prioritete $d = 79.703$ EUR in višino pozavarovalne premije $\mu(d) = 20.297$ EUR, kar pa je ob predpostavki, da zavarovalnica prejme 60.174 EUR zavarovalne premije, precej visok znesek. Popolna zaščita pred izgubami je tako za zavarovalnico velik strošek.

3 PRIMER IZBIRE OPTIMALNEGA POZAVAROVANJA ZA PORTFELJ PREMOŽENJSKEGA ZAVAROVANJA

Praktičen primer temelji na zgodovinskih podatkih zavarovanja avtomobilske odgovornosti za obdobje 7 let izbrane slovenske zavarovalnice. Podatki so anonimizirani in zaradi varovanja poslovnih skrivnosti prikriti na način, da so številske vrednosti pomnožene z naključno konstanto. Za analizo in obdelavo podatkov uporabimo funkcije programskega jezika R. Podatki obsegajo seznam 3.613.649 zavarovalnih pogodb, ki zavarovalnici skupno prinašajo 502.809.612 EUR zavarovalnih premij, in seznam 109.824 prijavljenih škod. Podatki o vseh škodah so prikazani v tabeli 7.

Tabela 7: Podatki o vseh škodah

Leto dogodka	Število škod	Skupni znesek	Povprečna škoda	Standardni odklon	Koeficient asimetrije	Maksimalna škoda
2010	9.598	16.748.252	2.433	7.462	21,3479	318.159
2011	14.594	26.730.821	2.606	8.987	22,5063	365.622
2012	15.513	28.578.445	2.655	15.342	36,8364	888.072
2013	17.422	26.615.726	2.272	7.978	46,6732	623.854
2014	17.760	25.335.596	2.130	6.502	29,4362	407.530
2015	18.313	28.505.118	2.298	14.211	56,7467	1.142.348
2016	16.624	25.252.657	2.021	5.870	39,0779	392.192
Skupno	109.824	177.766.615	2.326	10.189	51,4164	1.142.348

Vir: Izbrana slovenska zavarovalnica (2020).

Na podlagi danih podatkov poiščemo porazdelitveno funkcijo, ki se najbolj prilega škodnim vrednostim, pri tem sledimo ideji v Komelj (2013) in Delignette-Muller in Dutang (2014). Iz seznama vseh prijavljenih škod izluščimo le škode, ki so po vrednosti večje od 1, saj so nekatere porazdelitvene funkcije, ki jih bomo uporabili v postopku iskanja primerne porazdelitvene funkcije, definirane le za vrednosti večje od 1. Povzetek podatkov o škodah, ki so vključene v primer, je prikazan v tabeli 8.

Empirična porazdelitev škod, vključenih v primer, je prikazana na grafu slika 1. Zaradi preglednosti so prikazane le vrednosti škod, manjših od 20.000 EUR.

Za modeliranje višine posameznih škod uporabimo logaritemsko gama, logaritemsko normalno, Weibullovo in Paretovo porazdelitev.

Porazdelitveno funkcijo logaritemske gama porazdelitve s parametroma $a > 0$ in $\lambda > 0$, ki je definirana za $x > 1$, zapišemo kot

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^{\lambda \log x} t^{a-1} e^{-t} dt. \tag{91}$$

Gostota verjetnosti logaritemske gama porazdelitve je enaka

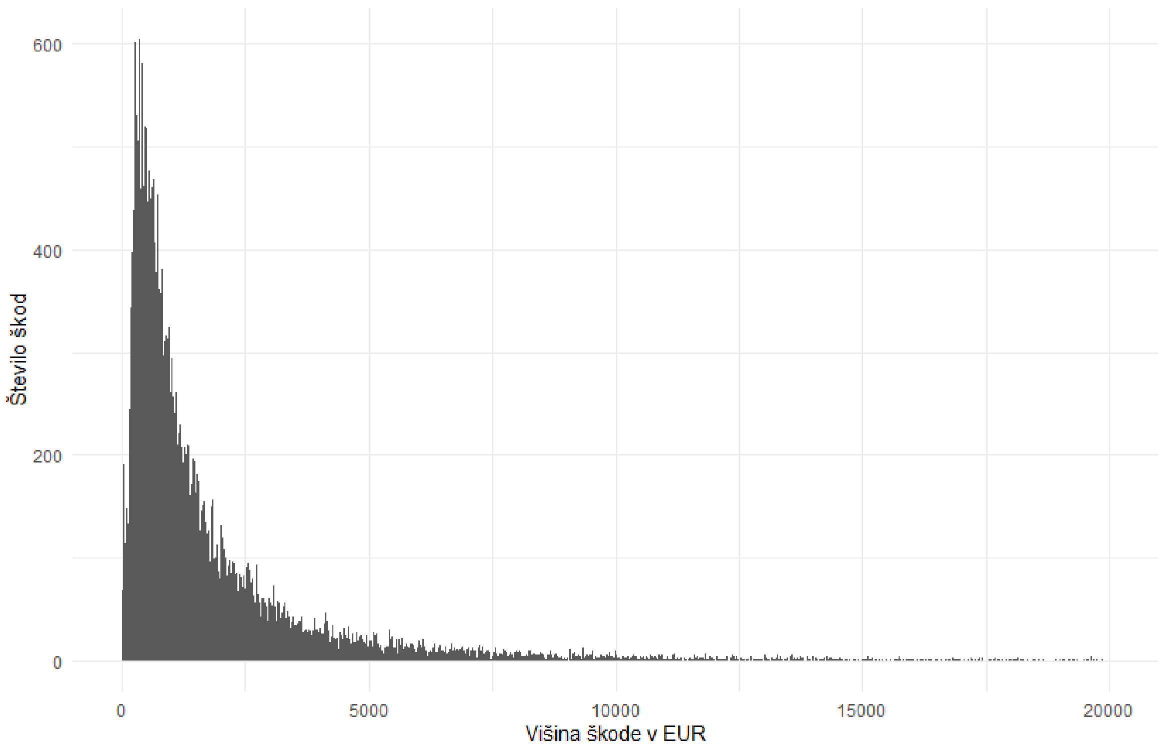
$$f(x) = \frac{\lambda^a (\log x)^{a-1}}{x^{\lambda+1} \Gamma(a)}. \tag{92}$$

Tabela 8: Podatki o škodah, vključenih v primer

Leto dogodka	Število škod	Skupni znesek	Povprečna škoda	Standardni odklon	Koeficient asimetrije	Maksimalna škoda
2010	6.841	16.778.106	2.453	7.480	21,3131	318.159
2011	10.208	26.767.776	2.622	9.004	22,4859	365.622
2012	10.711	28.595.620	2.670	15.377	36,7573	888.072
2013	11.679	26.633.383	2.280	7.989	46,6273	623.854
2014	11.851	25.356.581	2.140	6.512	29,4070	407.530
2015	12.387	28.508.048	2.301	14.221	56,7063	1.142.348
2016	12.483	25.252.657	2.023	5.872	39,0670	392.192
Skupno	76.160	177.892.171	2.336	10.204	51,3537	1.142.348

Vir: Izbrana slovenska zavarovalnica (2020).

Slika 1: Empirična porazdelitev škod, vključenih v primer



Vir: lastno delo.

Porazdelitveno funkcijo logaritemske normalne porazdelitve s parametroma m in $\sigma > 0$, ki je v splošnem definirana za $x > 0$, zapišemo kot

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log t - m}{\sigma}\right)^2}}{t} dt. \tag{93}$$

Gostota verjetnosti logaritemske normalne porazdelitve je enaka

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log t - m}{\sigma}\right)^2}. \tag{94}$$

Porazdelitveno funkcijo Weibullove porazdelitve s parametroma $\lambda > 0$ in $k > 0$, ki je definirana za $x > 0$, zapišemo kot

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}. \tag{95}$$

Gostota verjetnosti Weibullove porazdelitve je enaka

$$f(x) = \frac{k}{\lambda}\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}. \tag{96}$$

Porazdelitveno funkcijo Paretove porazdelitve s parametroma $a > 0$ in $k > 0$ za $x \geq k$ zapišemo kot

$$F(x) = 1 - \left(\frac{k}{x}\right)^a. \tag{97}$$

Za $x < k$ je $F(x) = 0$. Gostota verjetnosti Paretove porazdelitve za $x \geq k$ je enaka

$$f(x) = \frac{ak^a}{x^{a+1}}. \tag{98}$$

Parametre porazdelitev ocenimo z metodo največjega verjetja (angl. Maximum Likelihood Estimation, v nadaljevanju MLE). Ocenjeni parametri in karakteristike posamezne porazdelitve so zapisani v tabeli 9.

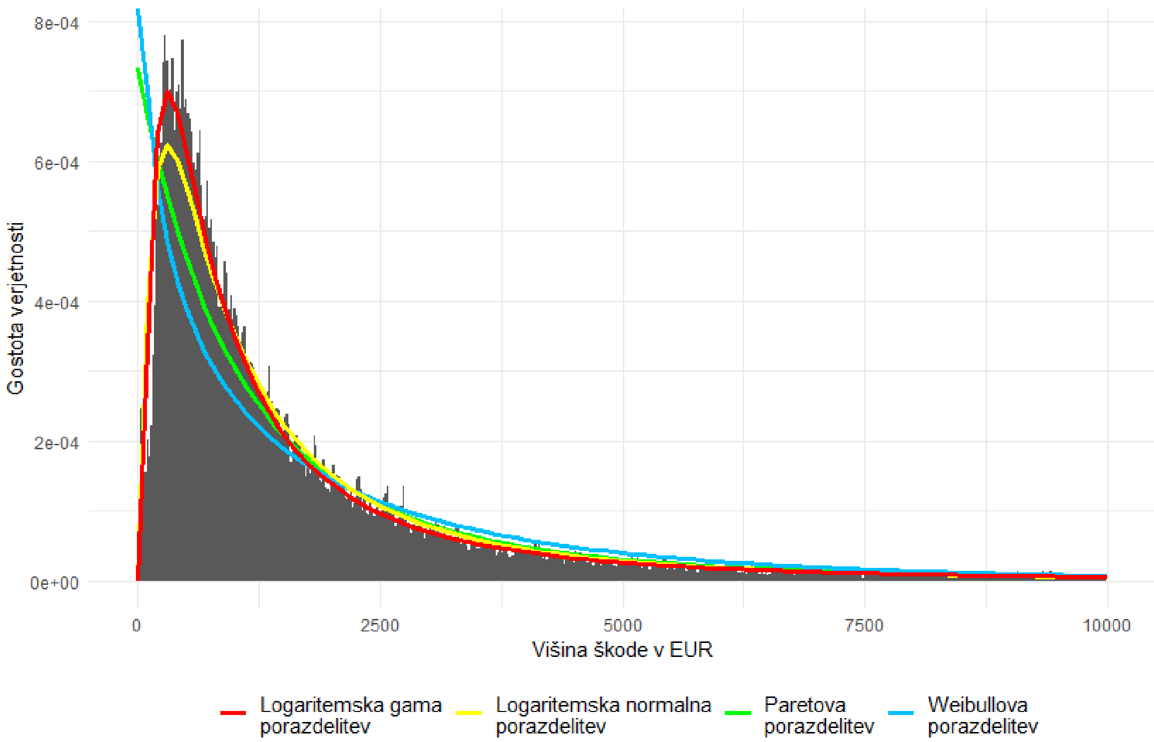
Po Akaikejevem informacijskem kriteriju (angl. Akaike information criterion, v nadaljevanju AIC) in Bayesovem informacijskem kriteriju (angl. Bayesian information criterion, v nadaljevanju BIC) sta najbolj ustrezni logaritemska gama in logaritemska normalna porazdelitev. Za nadaljnjo obravnavo v praktičnem primeru izberemo logaritemsko gama porazdelitev, saj se, ozirajoč se na grafično primerjavo porazdelitev na sliki 2, najbolj prilega empirični porazdelitvi škod.

Tabela 9: Parametri in karakteristike izbranih porazdelitev

Logaritemska gama porazdelitev				
a	λ	logaritem verjetja	AIC	BIC
36,450064	5,223162	-649.920,7	1.299.845	1.299.864
Logaritemska normalna porazdelitev				
m	σ	logaritem verjetja	AIC	BIC
6,978877	1,134362	-649.179,2	1.298.362	1.298.381
Weibullova porazdelitev				
λ	k	logaritem verjetja	AIC	BIC
1905,9476002	0,7880918	-660.234,8	1.320.474	1.320.492
Paretova porazdelitev				
a	k	logaritem verjetja	AIC	BIC
2,845897	3884,278863	-652.710,8	1.305.426	1.305.444

Vir: lastno delo.

Slika 2: Primerjava empirične in izbranih porazdelitev



Vir: lastno delo.

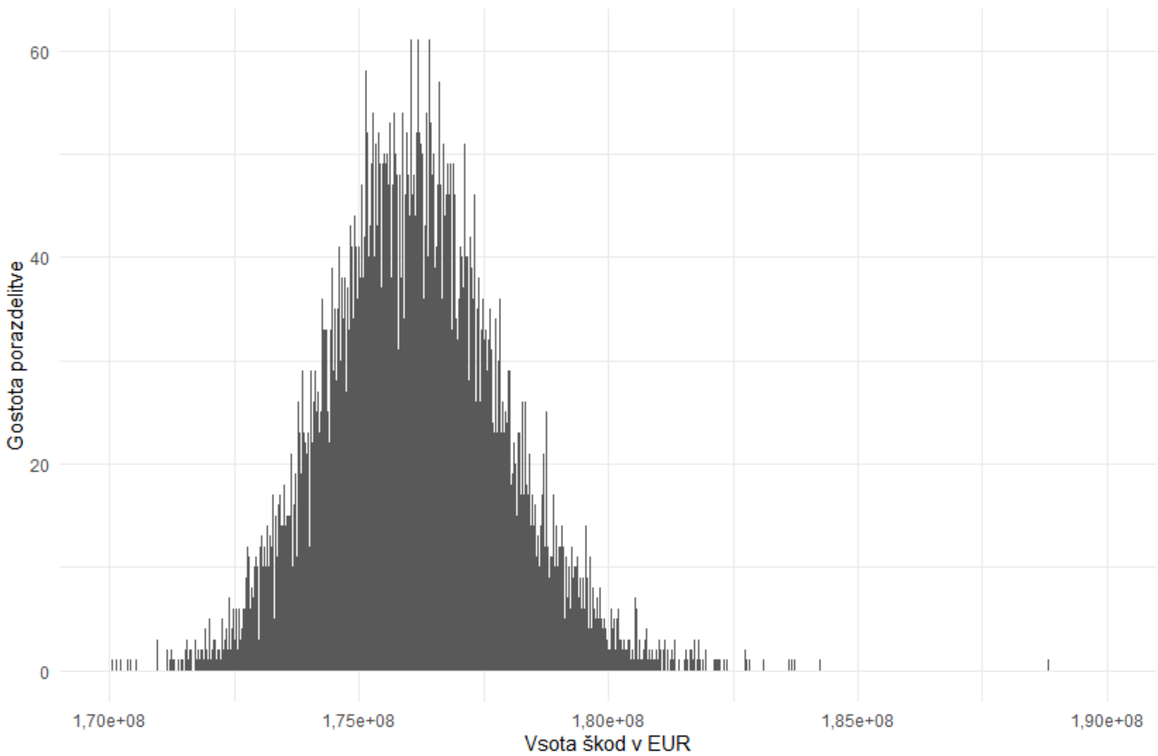
Porazdelitev vsote škod je enaka porazdelitvi vsote logaritemsko gama porazdeljenih slučajnih spremenljivk. Slednje ni mogoče izračunati v zaključeni obliki, zato jo določimo s pomočjo simulacije. Na osnovi danih podatkov naredimo simulacijo 10.000 vsot 76.160 simuliranih zneskov škod. Podatki o simuliranih vsotah škod so zapisani v tabeli 10, simulirana porazdelitev pa je prikazana na sliki 3.

Tabela 10: Podatki o simuliranih vsotah škod

Število simulacij	Minimalna vsota škod	Maksimalna vsota škod	Povprečna vsota škod	Standardni odklon	Koeficient asimetrije
10.000	170.051.355	188.846.105	176.139.328	1.733.454	0,2838477

Vir: lastno delo.

Slika 3: Porazdelitev vsote škod



Vir: lastno delo.

Za modeliranje porazdelitve vsote škod izberemo normalno in logistično porazdelitev.

Porazdelitveno funkcijo normalne porazdelitve s parametroma m in σ^2 zapišemo kot

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x'-m)^2}{2\sigma^2}} dx'. \tag{99}$$

Gostota verjetnosti normalne porazdelitve je enaka

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}. \tag{100}$$

Porazdelitveno funkcijo logistične porazdelitve s parametroma m in $s > 0$ zapišemo kot

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-(x-m)/s}}. \tag{101}$$

Gostota verjetnosti logistične porazdelitve je enaka

$$f(x) = \frac{e^{-(x-m)/s}}{s(1 + e^{-(x-m)/s})^2}. \tag{102}$$

Karakteristike in parametri normalne in logistične porazdelitve, ki so ocenjeni z MLE metodo, so zapisani v tabeli 11, na sliki 4 je grafična primerjava obeh porazdelitev, na sliki 5 pa je Q-Q graf, ki prikazuje prileganje obeh porazdelitev simulirani porazdelitvi vsote škod.

Tabela 11: Parametri in karakteristike normalne in logistične porazdelitve

Normalna porazdelitev				
m	σ	logaritem verjetja	AIC	BIC
176.139.328	1.733.367	-157.845,1	315.694,3	315.708,7
Logistična porazdelitev				
m	s	logaritem verjetja	AIC	BIC
176.103.378,7	978.153,6	-157.847,4	315.698,9	315.713,3

Vir: lastno delo.

Kot porazdelitev vsote škod izberemo normalno porazdelitev, saj se po Akaikejevem in Bayesovem informacijskem kriteriju simulirani porazdelitvi bolj prilega.

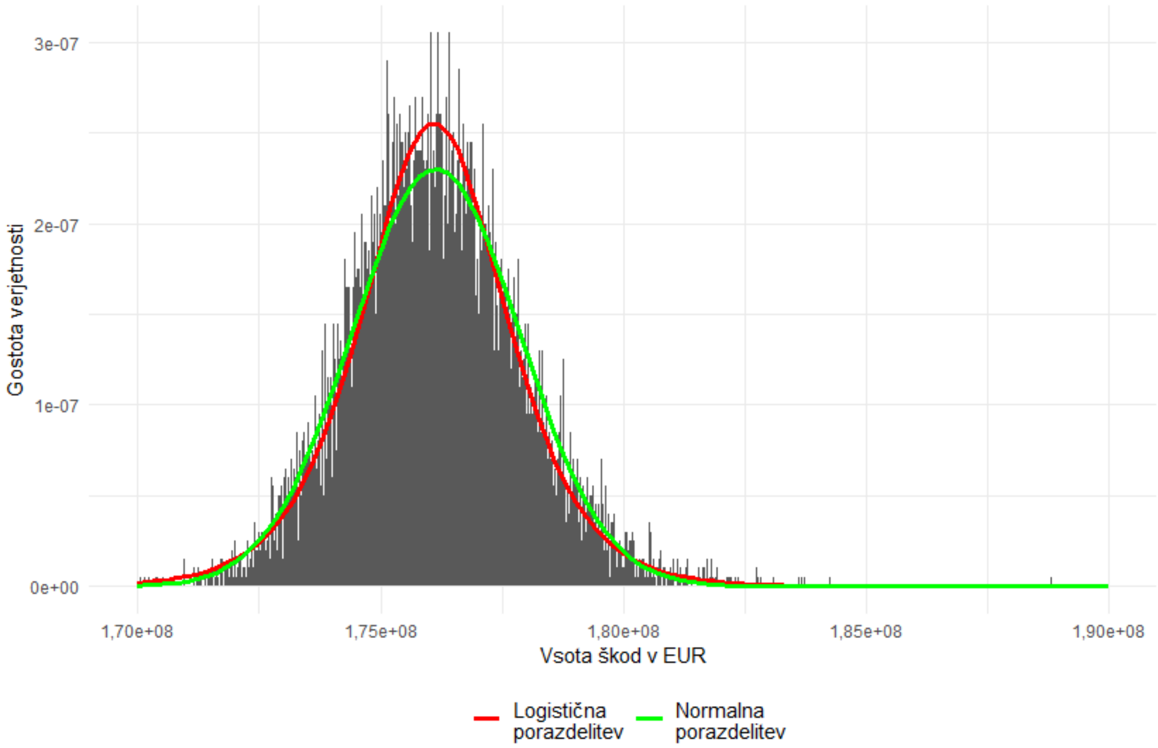
Porazdelitev števila škod modeliramo s Poissonovo porazdelitvijo. Porazdelitvena funkcija Poissonove porazdelitve s parametrom $\lambda > 0$ je definirana kot

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}, \tag{103}$$

kjer je k nenegativno celo število.

Za porazdelitev števila škod uporabimo vrednost parametra $\lambda_P = 76.160$, kar je enako številu škod, vključenih v primer.

Slika 4: Primerjava normalne, logistične in simulirane porazdelitve vsote škod



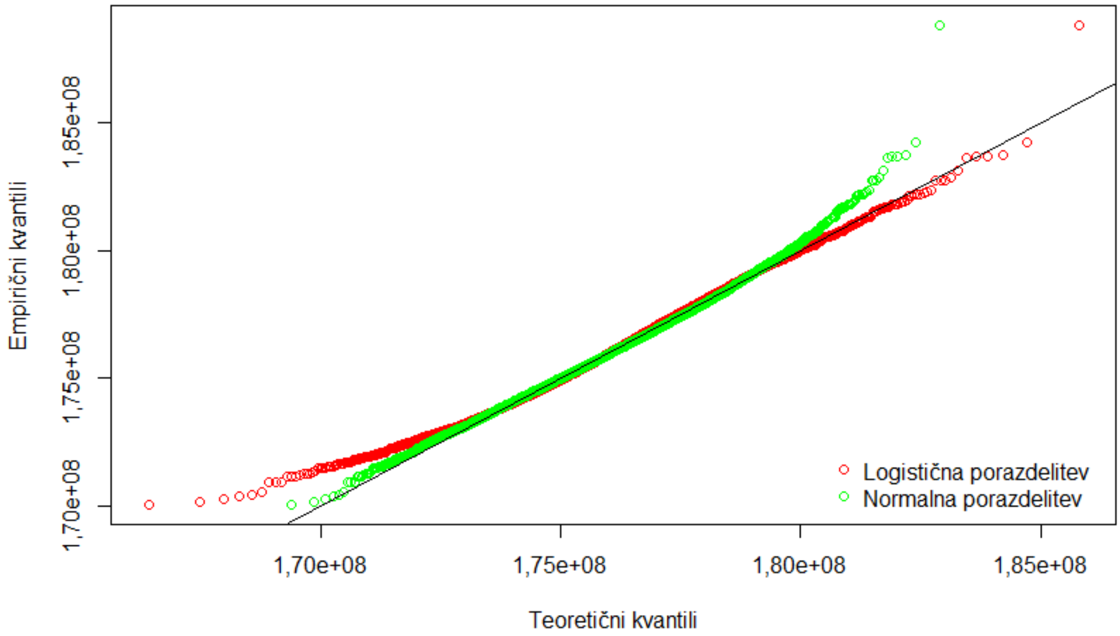
Vir: lastno delo.

Naj bo torej N Poissonovo porazdeljena slučajna spremenljivka, ki predstavlja število škod, S normalno porazdeljena slučajna spremenljivka, ki predstavlja vsoto škod, in X_i logaritemsko gama porazdeljena slučajna spremenljivka, ki predstavlja posamezno škodo.

Zavarovalno premijo Π določimo kot pričakovano vrednost vsote vseh škod in je enaka

$$\begin{aligned}
\Pi &= E\left[\sum_{i=1}^{N} X_i\right] \\
&= E[NX_i] \\
&= E[N]E[X_i] \\
&= \lambda_P\left(\frac{\lambda}{\lambda-1}\right)^a \\
&= 76.160 \cdot \left(\frac{5,223162}{5,223162-1}\right)^{36,450064} \\
&\approx 176.162.353 \text{ EUR.} \qquad (104)
\end{aligned}$$

Slika 5: Q-Q graf normalne in logistične porazdelitve vsote škod



Vir: lastno delo.

V izračunu smo uporabili formulo za pričakovano vrednost Poissonovo porazdeljene slučajne spremenljivke N

$$E[N] = \lambda_P \tag{105}$$

in formulo za pričakovano vrednost logaritemsko gama porazdeljene slučajne spremenljivke X_i

$$E[X_i] = \left(\frac{\lambda}{\lambda - 1}\right)^a. \tag{106}$$

V izračunu smo upoštevali osnovne podatke o škodah, saj smo izračun naredili s pomočjo pričakovane vrednosti posamezne škode in ne z uporabo pričakovane vrednosti slučajne spremenljivke S, ki predstavlja simulirano vsoto škod, saj je na ta način izračun bolj natančen. V nadaljevanju bomo, kjer bo to potrebno, predpostavili, da je zavarovalna premija Π enaka pričakovani vrednosti slučajne spremenljivke S, tj. $\Pi = E[S]$.

Naj bo začetni kapital zavarovalnice enak $W_0 = 502.809.612$ EUR. Za primer izberemo stopnjo zaupanja $\alpha = 5$ % in vrednost kapitalske zahteve $v = 178.000.000$ EUR.

Zavarovalnica mora po direktivi Solventnost II izpolniti pogoj

$$P(W < W_0 - v) \leq \alpha, \tag{107}$$

pri čemer W predstavlja vrednost njenega kapitala ob koncu obdobja.

Če zavarovalnica svojega portfelja ne pozavaruje, je vrednost njenega kapitala ob koncu obdobja enaka začetnemu kapitalu, zmanjšanemu za vsoto izplačanih škod, torej $\widehat{W} = W_0 - S$. Pričakovana vrednost kapitala zavarovalnice ob koncu obdobja je enaka

$$\begin{aligned} E[\widehat{W}] &= E[W_0 - S] \\ &= W_0 - E[S] \\ &\approx 502.809.612 - 176.162.353 \\ &= 326.647.259 \text{ EUR}. \end{aligned} \tag{108}$$

Pričakovana donosnost zavarovalnice je v tem primeru enaka

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{E[\widehat{W}]}{W_0 - \Pi} \\ &= \frac{E[W_0 - S]}{W_0 - \Pi} \\ &= \frac{W_0 - E[S]}{W_0 - \Pi} \\ &= \frac{W_0 - \Pi}{W_0 - \Pi} \\ &= 1. \end{aligned} \tag{109}$$

Verjetnost, da bo izguba zavarovalnice ob izplačilu vsote vseh škod presegla dano tvegano vrednost $v = 178.000.000$ EUR, je enaka

$$\begin{aligned} P(\widehat{W} < W_0 - v) &= P(W_0 - S < W_0 - v) \\ &= P(S > v) \\ &= 1 - P(S \leq v) \\ &= 1 - P(S \leq 178.000.000) \\ &\approx 1 - 0,858 \\ &= 14,2\ \%, \end{aligned} \tag{110}$$

kar ni v skladu z dano kapitalsko zahtevo, ki določa, da je izračunana verjetnost lahko kvečjemu enaka 5 %.

Če torej zavarovalnica svojega portfelja ne pozavaruje, ne izpolnjuje zakonsko podane kapitalske zahteve.

Zavarovalnica je tako primorana izbrati ustrezno pozavarovalno zaščito. Vrednost kapitala zavarovalnice ob koncu obdobja je ob upoštevanju pozavarovalnega kritja enaka

$$W = W_0 - \mu - S + I(S), \tag{111}$$

kjer je μ pozavarovalna premija, $I(S)$ pa funkcija pozavarovalnega kritja, za katero velja $0 \leq I(S) \leq S$.

Če je kapitalska zahteva podana s pogojem tvegane vrednosti, je optimalno pozavarovalno kritje za zavarovalnico podano kot

$$I^{\alpha}(S) = \begin{cases} 0, & \text{če } S < v - \mu, \\ S + \mu - v, & \text{če } v - \mu \leq S \leq q, \\ 0, & \text{če } S > q, \end{cases} \tag{112}$$

pri čemer je $0,95$-ti kvantil normalne porazdelitve vsote škod S enak

$$\begin{aligned} q &= m + \sigma \Phi^{-1}(1-\alpha) \\ &= 176.139.328 + 1.733.367 \cdot \Phi^{-1}(0,95) \\ &\approx 176.139.328 + 1.733.367 \cdot 1,645 \\ &= 178.990.717 \text{ EUR.} \end{aligned} \tag{113}$$

V izračunu Φ označuje kumulativno porazdelitveno funkcijo standardne normalne porazdelitve.

Naj bo varnostni dodatek $\rho = 0,2$. Pozavarovalna premija μ je enaka

$$\mu = (1+\rho)E[I(S)]. \tag{114}$$

Ob upoštevanju izraza za pozavarovalno kritje $I(S)$ enakost preoblikujemo v

$$\mu = (1+\rho) \int_{v-\mu}^{q} (s + \mu - v) f(s) ds, \tag{115}$$

kjer je $f(s)$ gostota verjetnosti porazdelitve vsote škod S. Ker iz dane enakosti premije ne moremo izraziti eksplicitno, enačbo rešimo numerično in dobimo rešitev $\mu \approx$ 53.637 EUR.

Pričakovana vrednost kapitala zavarovalnice ob koncu obdobja je v primeru, da zavarovalnica izbere pozavarovalno kritje, enaka

$$\begin{aligned} E[W] &= E[W_0 - \mu - S + I(S)] \\ &= W_0 - \mu - E[S] + E[I(S)] \\ &\approx 502.809.612 - 53.637 - 176.162.353 + 44.698 \\ &= 326.638.320 \text{ EUR,} \end{aligned} \tag{116}$$

pričakovana donosnost pa je enaka

$$
\begin{aligned}
\eta &= \frac{E[W]}{W_0 - \Pi} \\
&= \frac{E[W_0 - \mu - S + I(S)]}{W_0 - \Pi} \\
&= \frac{W_0 - \mu - E[S] + E[I(S)]}{W_0 - \Pi} \\
&= 1 - \frac{\mu - E[I(S)]}{W_0 - \Pi} \\
&\approx 1 - \frac{53.637 - 44.698}{502.809.612 - 176.162.353} \\
&= 0{,}99997. \qquad (117)
\end{aligned}
$$

Izračunani vrednosti sta v primeru, da se zavarovalnica odloči za pozavarovalno zaščito svojega portfelja, malenkost nižji kot v primeru brez pozavarovalnega kritja, vendar le z izbranim pozavarovalnim kritjem zavarovalnica izpolnjuje kapitalsko zahtevo, določeno v okviru direktive Solventnost II. Z vidika končnega dobička, bi bilo za zavarovalnico bolj ugodno, da svojega portfelja ne pozavaruje in celotno tveganje prevzame sama. A če bi se dogodila katastrofalna škoda ali bi se nakopičila visoka vsota posameznih škod, bi to lahko ogrozilo povračila škod zavarovancem in obstoj zavarovalnice, zato zakonodaja določa, kolikšno tveganje lahko zavarovalnica prevzame sama in mejo za rizike, ki jih je primerno pozavarovati.

SKLEP

Izbira pozavarovanja je za zavarovalnico pomembna odločitev, saj s prenosom večjih tveganj na pozavarovalnico krepi svojo finančno stabilnost. Prednost pozavarovanja je tudi v tem, da pozavarovalnica zavarovalnici nudi pomoč in svetovanje ob reševanju škod, oblikovanju zavarovalnih pogojev in cenikov ter ob razvoju novih zavarovalnih produktov.

Poznamo več oblik in načinov pozavarovalnega kritja, ki se delijo glede na način delitve tveganja in zavarovalne premije med zavarovalnico in pozavarovalnico. Katero obliko oziroma način kritja bo zavarovalnica izbrala, je odvisno od velikosti in portfelja zavarovalnice ter njenega apetita po tveganju. Izbiro pozavarovanja zavarovalnicam narekuje evropska direktiva Solventnost II, ki skrbi za zaščito zavarovancev in lastnikov zavarovalnice. Predpisane kapitalske zahteve morajo ustrezati tveganemu kapitalu, ki je določen po metodologiji tvegane vrednosti, pogojne tvegane vrednosti ali tvegane vrednosti repa. Pozavarovanje zavarovalnici v zameno za pozavarovalno premijo omogoča prenos kapitalske zahteve za pozavarovani riziko na pozavarovalnico, zaradi česar se tvegani kapital zavarovalnice zniža.

V magistrskem delu smo predstavili mere tveganja in obravnavali problem izbire optimalnega pozavarovalnega kritja, ki zavarovalnici glede na pozavarovalno premijo omogoča največji končni dobiček. Z minimiziranjem izgube in posledično maksimiziranjem pričakovanega dobička zavarovalnice smo našli optimalno pozavarovalno kritje pod pogojem tvegane vrednosti. To je prisekano škodno-presežkovno pozavarovanje, ki krije del škod, katerih znesek je višji od dogovorjene prioritete in ne presega določene zgornje meje. Z vidika največjega pričakovanega končnega dobička zavarovalnice je to optimalna izbira, a ne tudi najbolj varna, saj ne zajema kritja zelo visokih škod, za katero pa bi zavarovalnica morala plačati precej višjo pozavarovalno premijo. V izogib tveganju velikih izgub ob morebitnih katastrofalnih škodah zakonodaja v okviru direktive Solventnost II omogoča izračun kapitalske zahteve tudi s pomočjo alternativnih mer tveganj CVaR in TVaR, ki merita tveganja, ki presegajo VaR. Prednost pogojne tvegane vrednosti v primerjavi s tvegano vrednostjo je tudi dejstvo, da CVaR izpolnjuje vse pogoje za koherentnost, medtem ko VaR ni koherentna mera tveganja. A tudi pod pogojem pogojne tvegane vrednosti in pod pogojem tvegane vrednosti repa je za zavarovalnico optimalna izbira prisekano škodno-presežkovno pozavarovanje, kar nakazuje na to, da je polno pozavarovalno kritje za zavarovalnico zelo velik strošek in je bolj smiselno, da velike rizike pozavaruje z drugo, ločeno pozavarovalno pogodbo.

S teoretičnim primerom izbire optimalnega pozavarovalnega kritja pod pogojem VaR smo pokazali, da sta pričakovana vrednost kapitala zavarovalnice ob koncu obdobja in pričakovana donosnost za delničarje zavarovalnice v primeru, da zavarovalnica celotno tveganje prevzame sama, višji kot v primeru, da zavarovalnica svoj portfelj zavaruje s prisekanim škodno-presežkovnim pozavarovalnim kritjem, a le s sklenitvijo pozavarovanja zadosti zakonsko določeni kapitalski zahtevi.

Z uporabo zgodovinskih podatkov zavarovanja avtomobilske odgovornosti izbrane slovenske zavarovalnice smo teoretično rešitev podkrepili tudi s praktičnim primerom. Pokazali smo, da je zakonsko določena kapitalska zahteva smiseln pogoj, saj bi v nasprotnem primeru zavarovalnica sama prevzela preveliko tveganje, kljub temu, da je z vidika končnega dobička za zavarovalnico bolj ugodno, da portfelja ne pozavaruje. To je posledica stroška, ki ga za zavarovalnico predstavlja plačilo pozavarovalne premije. Pogoj, da mora zavarovalnica zadostiti kapitalski zahtevi, ščiti tako zavarovance, ki jim zagotavlja, da bo zavarovalnica zmožna poplačati svoje obveznosti, kot tudi lastnike zavarovalnice, ki jih na ta način varuje pred morebitnimi večjimi izgubami, ki bi bile lahko posledica prevzema prevelikih tveganj.

Izbira optimalnega pozavarovalnega kritja je kompleksen problem, zato je pomembno, da zavarovalnica dobro pozna tveganja, ki jih prevzema od zavarovancev, in zna oceniti, kolikšen del teh tveganj je zmožna prevzeti sama. Na ta način lahko na trgu izbere pozavarovanje, ki najbolj ustreza karakteristikam portfelja, ki ga želi pozavarovati, in si s tem zagotovi dobro finančno varnost, ki je ključna za obstoj zavarovalnice.

LITERATURA IN VIRI

[1] Baur, P. & Breutel-O'Donoghue, A. (2004). *Understanding reinsurance: How reinsurers create value and manage risk.* Zürich: Swiss Reinsurance Company.

[2] Bernard, C. & Tian, W. (2007). Optimal Reinsurance Arrangements Under Tail Risk Measures. *The Journal of Risk and Insurance, 76*(3), 709–725. doi: 10.1111/j.1539-6975.2009.01315.x

[3] Borch, K. (1969). The optimal reinsurance treaty. *ASTIN Bulletin, 5*(2), 293-297. doi:10.1017/S051503610000814X

[4] Bugmann, C. (1997). *Proportional and non-proportional reinsurance.* Zürich: Swiss Reinsurance Company.

[5] Chi, Y. & Tan, K. S. (2011). Optimal reinsurance under VaR and CVaR risk measures: A simplified approach. *ASTIN Bulletin, 41*(2), 487–509. doi: 10.2143/AST.41.2.2136986

[6] Clark, D. R. (2014). *Basics of Reinsurance Pricing* (Actuarial Study Note). Pridobljeno 4. februarja 2020 iz `https://www.soa.org/globalassets/assets/Files/Edu/edu-2014-exam-at-study-note-basics-rein.pdf`.

[7] Delak, J. (2017). *Mere tveganja* (delo diplomskega seminarja) (str. 5 in 8). Ljubljana: Fakulteta za matematiko in fiziko.

[8] Delignette-Muller, M. L. & Dutang, C. (2014). *fitdistrplus: An R Package for Fitting Distributions.* Pridobljeno 4. decembra 2020 iz `https://cran.r-project.org/web/packages/fitdistrplus/vignettes/paper2JSS.pdf`.

[9] Denuit, M., Dhaene, J., Goovaerts, M. & Kaas, R. (2005). *Actuarial Theory for Dependent Risks: Measures, Orders and Models* (str. 60-77). Chicester: John Wiley & Sons.

[10] Denuit, M. & Vermandele, C. (1998). Optimal reinsurance and stop-loss order. *Insurance: Mathematics and Economics, 22*(3), 229–233. doi: 10.1016/S0167-6687(97)00039-5

[11] Dhaene, J., Vanduffel, S., Tang, Q., Goovaerts, M. J., Kaas, R. & Vyncke, D. (2004). *Solvency capital, risk measures and comonotonicity: a review* (Research Report No. OR 0416). Leuven: Catholic University Leuven, Department of Applied Economics.

[12] Direktiva 2009/138/ES Evropskega parlamenta in Sveta z dne 17. december 2009. *Uradni list Evropske unije.* Pridobljeno 28. januarja 2020 iz `https://eur-lex.europa.eu/legal-content/SL/TXT/?uri=celex%3A32009L0138#d1e2561-1-1`.

[13] Fundación Mapfre. (2013). *An introduction to reinsurance* (str. 125–126). Madrid: Fundación Mapfre.

[14] Gajek, L. & Zagrodny, D. (2000). Insurer's optimal reinsurance strategies. *Insurance: Mathematics and Economics, 27*(1), 105–112. doi: 10.1016/S0167-6687(99)00063-3

[15] Gajek, L. & Zagrodny, D. (2004). Optimal reinsurance under general risk measures. *Insurance: Mathematics and Economics, 34*(2), 227–240. doi: 10.1016/j.insmatheco.2003.12.002

[16] Investopedia. (2019). *Common Methods of Measurement for Investment Risk Management.* Pridobljeno 28. januarja iz `https://www.investopedia.com/ask/answers/041415/what-are-some-common-measures-risk-used-risk-management.asp`.

[17] Izbrana slovenska zavarovalnica. (2020). *Podatki zavarovanja avtomobilske odgovornosti* (interno gradivo). Maribor: Izbrana slovenska zavarovalnica.

[18] Kalan, M. (2004). *Pozavarovanje* (specialistično delo) (str. 6–9 in 14–17). Ljubljana: Ekonomska fakulteta.

[19] Kobe Govekar, D. (2010). Mera tveganja VaR in njena uporabnost. *Zbornik 7. festivala raziskovanja ekonomije in managementa* (str. 48). Pridobljeno 17. januarja 2020 iz `http://www.fm-kp.si/zalozba/ISBN/978-961-266-122-9/prispevki/003.pdf`.

[20] Koliševski, J. (brez datuma). *Kaj je pozavarovanje?* Pridobljeno 6. januarja 2020 iz `https://www.zav-zdruzenje.si/wp-content/uploads/2017/11/Kaj-je-pozavarovanje.pdf`.

[21] Komelj, J. (2004). *Aktuarsko računanje agregatnih odškodnin in optimalnih parametrov pozavarovanja* (magistrsko delo) (str. 5–7). Ljubljana: Ekonomska fakulteta.

[22] Komelj, J. (2012). *Aktuarsko modeliranje vsot koreliranih zavarovalnih tveganj* (doktorska disertacija) (str. 50–56). Ljubljana: Ekonomska fakulteta.

[23] Komelj, J. (2013). *Izračun porazdelitve tehničnega izida s simulacijo za zavarovanje AO in AK Zavarovalnice Maribor v letu 2013* (interno gradivo). Ljubljana: Sava Re, d.d.

[24] Komelj, J. (2019). *Splošno zavarovanje* (interno gradivo). Ljubljana: Sava Re, d.d.

[25] Krvavych, Y. (2005). *Insurer Risk Management and Optimal Reinsurance* (PH.D Thesis) (str. 1–4). Sydney: The university of New South Wales, Faculty of Commerce and Economics.

[26] Močivnik, P. (2010). *Slovar zavarovalnih izrazov.* Pridobljeno 6. januarja 2020 iz `https://www.zav-zdruzenje.si/sredisce-informacij/slovar-zavarovalnih-izrazov`.

[27] Panjer, H. H. (2002). *Measurement of Risk, Solvency Requirements and allocation of Capital within Financial Conglomerates* (Research Report No. 01-15, Amended Sept. 30, 2002) (str. 4). Waterloo: University of Waterloo, Institute of Insurance and Pension Research.

[28] Panza Frece, T. (2011). *Osnove zavarovalništva* (str. 9 in 51–65). Ljubljana: Zavod IRC.

[29] Szegö, G. (2002). Measures of risk. *Journal of Banking & Finance, 26*(2002), 1253–1272. doi: 10.1016/S0378-4266(02)00262-5

[30] Topics in Actuarial Modeling. (2017). *Value-at risk and tail-value-at-risk.* Pridobljeno 28. aprila 2020 iz `https://actuarialmodelingtopics.wordpress.com/2017/12/28/value-at-risk-and-tail-value-at-risk/`.

[31] Torkar, D. (2008). *Obvladovanje solventnosti in vpliv pozavarovanja na solventnost zavarovalnic* (magistrsko delo) (str. 94–96). Ljubljana: Ekonomska fakulteta.

[32] Verbeek, H. (1966). On Optimal Reinsurance. *ASTIN Bulletin, 4*(1), 29-38. doi:10.1017/S0515036100008886