

**UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA**

MAGISTRSKO DELO

**RAZISKAVA DINAMIKE KRATKOROČNIH
MAKROEKONOMSKIH MODELOV Z
UPOŠTEVANJEM ČASOVNIH ZADRŽKOV**

V Ljubljani, maj 2005

Primož Podržaj

IZJAVA

Študent Primož Podržaj izjavljam, da sem avtor tega magistrskega dela, ki sem ga napisal pod mentorstvom prof. dr. Zarjana Fabjančiča in skladno s 1. odstavkom 21. člena Zakona o avtorskih in sorodnih pravicah dovolim objavo magistrskega dela na fakultetnih spletnih straneh.

V Ljubljani, dne 26.5.2005

Podpis: _____

Kazalo

| | | |
|--------|---|----|
| 1. | Uvod | 1 |
| 1.1. | Problematika in namen magistrskega dela | 1 |
| 1.2. | Cilj magistrskega dela | 2 |
| 1.3. | Metoda dela | 2 |
| 1.4. | Struktura poglavij | 2 |
| 2. | Teoretične osnove makroekonomije..... | 4 |
| 2.1. | Makroekonomska politika | 4 |
| 2.2. | Agregatna ponudba..... | 6 |
| 2.2.1. | Phillipsova krivulja..... | 8 |
| 2.2.2. | Okunov zakon..... | 11 |
| 2.2.3. | Krivulja agregatne ponudbe..... | 12 |
| 2.3. | Agregatno povpraševanje | 12 |
| 2.3.1. | IS krivulja | 13 |
| 2.3.2. | LM krivulja..... | 15 |
| 2.3.3. | Model IS-LM..... | 17 |
| 2.3.4. | Mundell-Flemingov model..... | 18 |
| 2.4. | Nihanja | 25 |
| 2.4.1. | Agregatna ponudba..... | 25 |
| 2.4.2. | Agregatno povpraševanje | 26 |
| 2.5. | Izgube | 27 |
| 2.5.1. | Nezaposlenost..... | 28 |
| 2.5.2. | Inflacija..... | 28 |
| 2.5.3. | Kriteriji | 29 |
| 2.6. | Politika..... | 30 |
| 2.7. | Časovni zadržki | 31 |
| 2.7.1. | Notranji časovni zadržek | 32 |
| 2.7.2. | Zunanji časovni zadržek | 33 |
| 3. | Osnove mehke logike | 34 |
| 3.1. | Mehke množice..... | 34 |
| 3.2. | Operacije nad mehкими množicami..... | 36 |
| 3.2.1. | Unija | 36 |
| 3.2.2. | Presek | 36 |
| 3.2.3. | Komplement | 36 |
| 3.2.4. | Mehke relacije | 37 |
| 3.3. | Mehka logika | 38 |
| 3.4. | Mehko krmiljenje | 40 |
| 4. | Teorija krmiljenja | 46 |
| 4.1. | Splošno o sistemih..... | 46 |
| 4.2. | Stabilnost sistemov | 49 |
| 4.2.1. | Stabilnost linearnih sistemov..... | 49 |
| 4.2.2. | Stabilnost nelinearnih sistemov | 52 |
| 4.3. | Vpliv časovnega zadržka na stabilnost..... | 53 |
| 4.4. | Diskretni sistemi..... | 55 |
| 5. | Programski paket Matlab/Simulink..... | 57 |
| 5.1. | Matlab..... | 57 |
| 5.2. | Simulink | 57 |

| | | |
|------|-------------------------------|----|
| 6. | Izdelava modelov | 60 |
| 6.1. | Model IS-LM | 61 |
| 6.2. | Mundell-Flemingov model | 64 |
| 7. | Rezultati | 67 |
| 7.1. | Model IS-LM | 67 |
| 7.2. | Mundell-Flemingov model | 69 |
| 8. | Zaključek | 72 |
| | Literatura | 73 |
| | Slovarček | 77 |

Kazalo slik

| | |
|--|----|
| Slika 2.1: Nihanje dejanskega proizvoda okoli trendne steze proizvoda | 4 |
| Slika 2.2: Dolgoročni premiki v krivuljah agregatnega povpraševanja (AD) in agregatne ponudbe (AS)..... | 5 |
| Slika 2.3: Keynesianska in klasična krivulja agregatne ponudbe..... | 6 |
| Slika 2.4: Klasična krivulja agregatne ponudbe v odvisnosti od časa..... | 7 |
| Slika 2.5: Krivulja agregatne ponudbe v odvisnosti od časa..... | 8 |
| Slika 2.6: Phillipsova krivulja za ZDA v letih 1961-1967 | 8 |
| Slika 2.7: Phillipsova krivulja za ZDA v letih 1960-1992 | 9 |
| Slika 2.8: Phillipsovi krivulji za ZDA v zgodnjih 80. letih in v začetku tega desetletja..... | 10 |
| Slika 2.9: Shematični prikaz Okunovega zakona (linearizirana oblika) | 11 |
| Slika 2.10: Shematični prikaz IS-LM modela | 13 |
| Slika 2.11: Izpeljava IS krivulje | 14 |
| Slika 2.12: Izpeljava LM krivulje..... | 16 |
| Slika 2.13: Shematični prikaz IS-LM modela | 17 |
| Slika 2.14: Shematični prikaz vpliva tujine na IS krivuljo..... | 19 |
| Slika 2.15: Kombinacije primanjkljaja in nezaposlenosti | 20 |
| Slika 2.16: Vpliv ekspanzivne monetarne politike v Mundell-Flemingovem modelu ob upoštevanju fiksnih menjalnih razmerij in popolne mobilnosti kapitala..... | 21 |
| Slika 2.17: Vpliv ekspanzivne fiskalne politike v Mundell-Flemingovem modelu ob upoštevanju fiksnih menjalnih razmerij in popolne mobilnosti kapitala..... | 22 |
| Slika 2.18: Vpliv obrestne mere v Mundell-Flemingovem modelu ob upoštevanju gibljivih menjalnih razmerij | 23 |
| Slika 2.19: Vpliv ekspanzivne fiskalne politike v Mundell-Flemingovem modelu ob upoštevanju gibljivih menjalnih razmerij in popolne mobilnosti kapitala | 24 |
| Slika 2.20: Vpliv ekspanzivne monetarne politike v Mundell-Flemingovem modelu ob upoštevanju gibljivih menjalnih razmerij in popolne mobilnosti kapitala | 24 |
| Slika 2.21: Mundell-Flemingov model ob delni mobilnosti kapitala..... | 25 |
| Slika 2.22: Nihanja v agregatni ponudbi | 26 |
| Slika 2.23: Nihanja v agregatnem povpraševanju | 26 |
| Slika 2.24: Povezava med nihanji v avtonomnem povpraševanju in proizvodom..... | 27 |
| Slika 2.25: Dejanska krivulja agregatne ponudbe | 28 |
| Slika 2.26: Ekonomska politika ob upoštevanju časovnih zadržkov | 31 |
| Slika 2.27: Shematski prikaz časovnih zadržkov | 32 |
| Slika 3.1: Primer karakteristične funkcije za ostro množico, katere elementi so realna števila med 0 in 10 | 34 |
| Slika 3.2: Trije tipični primeri karakterističnih funkcij mehkih množic | 35 |
| Slika 3.3: Značilnosti karakterističnih funkcij..... | 35 |
| Slika 3.4: Karakteristična funkcija mehkega predikata | 39 |
| Slika 3.5: Mehka implikacija..... | 40 |
| Slika 3.6: Shema krmiljenja gladine..... | 41 |
| Slika 3.7: Mehka implikacija po Mamdaniju | 42 |
| Slika 3.8: Fuzzy inferenčni sistem..... | 43 |
| Slika 3.9: Mehka inferenca..... | 45 |
| Slika 4.1: Predstavitev objekta z enim vhomom in enim izhodom | 46 |
| Slika 4.2: Sistem brez povratne zveze | 47 |
| Slika 4.3: Sistem s povratno zvezo..... | 47 |
| Slika 4.4: Grafični prikaz kriterijev, po katerih ocenjujemo kvaliteto krmilnega sistema..... | 48 |

| | |
|---|----|
| Slika 4.5: Področje možne lege korenov karakteristične enačbe..... | 49 |
| Slika 4.6: Nyquistovi diagrami stabilnih sistemov (zgoraj) in nestabilnih sistemov (spodaj) . | 50 |
| Slika 4.7: Lega korenov (zgoraj levo), Nyquistov diagram (zgoraj desno) in odgovor prehoda (spodaj) za sistem s $K=0.5$ | 51 |
| Slika 4.8: Lega korenov (zgoraj levo), Nyquistov diagram (zgoraj desno) in odgovor prehoda (spodaj) za sistem s $K=2$ | 51 |
| Slika 4.9: Definicija stabilnosti po Ljapunovu | 52 |
| Slika 4.10: Nyquistov diagram časovnega zadržka | 53 |
| Slika 4.11: Blokovna shema sistema, na katerem je prikazan vpliv časovnega zadržka | 54 |
| Slika 4.12: Nyquistov diagram in odgovor prehoda za sistem brez časovnega zadržka | 54 |
| Slika 4.13: Nyquistov diagram in odgovor prehoda za sistem s časovnim zadržkom $\tau=1s$ | 55 |
| Slika 4.14: Nyquistov diagram in odgovor prehoda za sistem s časovnim zadržkom $\tau=2s$ | 55 |
| Slika 4.15: Rešetkasta funkcija..... | 56 |
| Slika 4.16: Področje možne lege korenov karakteristične enačbe diskretnega sistema v z ravnini..... | 56 |
| Slika 5.1: Mehanski sistem drugega reda (masa-dušilka-vzmet) | 58 |
| Slika 5.2: Model mehanskega sistema v Simulinku | 59 |
| Slika 6.1: Model ponudbe in povpraševanja z relativnimi vrednostmi cen in proizvoda | 60 |
| Slika 6.2: Model ponudbe..... | 62 |
| Slika 6.3: Model povpraševanja (LM)..... | 62 |
| Slika 6.4: Model povpraševanja (IS) | 63 |
| Slika 6.5: Model politike za model IS-LM..... | 64 |
| Slika 6.6: Mundell-Flemingov model..... | 64 |
| Slika 6.7: Blokovna shema Mundell-Flemingovega modela | 65 |
| Slika 6.8: Blokovna shema modificirane Taylorjeve ekonomske politike..... | 66 |
| Slika 7.1: Vhodni signal za simulacijo modela IS-LM | 67 |
| Slika 7.2: Proizvod za model IS-LM s časovnim zadržkom štirih tednov | 68 |
| Slika 7.3: Proizvod za model IS-LM s časovnim zadržkom šestnajstih tednov..... | 68 |
| Slika 7.4: Proizvod za model IS-LM s časovnim zadržkom šestindvajsetih tednov (pol leta) | 68 |
| Slika 7.5: Proizvod za model IS-LM s časovnim zadržkom štiriintridesetih tednov | 69 |
| Slika 7.6: Vhodni signal za testiranje Mundell-Flemingovega modela..... | 70 |
| Slika 7.7: Nezaposlenost za Mundell-Flemingov model s časovnim zadržkom dveh tednov | 70 |
| Slika 7.8: Nezaposlenost za Mundell-Flemingov model s časovnim zadržkom osmih tednov | 71 |
| Slika 7.9: Nezaposlenost za Mundell-Flemingov model s časovnim zadržkom dvajsetih tednov | 71 |

Kazalo tabel

| | |
|---|----|
| Tabela 3.1: Mehka inferenca | 39 |
| Tabela 3.2: Modus ponens | 40 |
| Tabela 3.3: Mehko krmiljenje | 41 |
| Tabela 3.4: Možna mehka pravila ekonomske politike | 44 |
| Tabela 5.1: Primeri velikosti programa za modeliranje sistema masa - vzmet v posameznih programskih jezikih | 58 |
| Tabela 6.1: Mehka pravila, uporabljena za Taylorjevo ekonomsko politiko | 65 |

1. Uvod

1.1. *Problematika in namen magistrskega dela*

Makroekonomija je veda, ki obravnava celotno gospodarstvo kot zaključen sistem. Ta sistem načeloma skozi daljše časovno obdobje povečuje proizvodnjo, vendar pa prav tako izkazuje kratkoročna nihanja, ki jih imenujemo poslovni cikli. Nihanja se izražajo v spreminjanju proizvodnje, brezposelnosti in spreminjanju ravni cen (inflaciji).

Ker sta tako brezposelnost kot inflacija nezaželena pojava, je njuno zmanjševanje ena izmed temeljnih nalog ekonomske politike. V ta okvir torej sodi tudi zmanjševanje nihanj okrog trendne steze proizvoda. Mnenja glede pametnega izvajanja ekonomske politike so deljena. Nekateri zagovarjajo stališče, da naj bo to predmet človekove presoje, medtem ko drugi zagovarjajo uporabo vnaprej določenih pravil. Ne glede na to, za katerega izmed omenjenih pristopov se odločimo, je potrebno monetarno in fiskalno politiko voditi na osnovi informacij o brezposelnosti in inflaciji.

Če gospodarstvo gledamo kot nek zaključen sistem, predstavljata monetarna in fiskalna politika njegov vhod, brezposelnost in inflacija pa njegov izhod. Ker sta za ekonomsko politiko vhoda in izhoda ravno zamenjana, govorimo v primeru povezave gospodarstva in ekonomske politike o tako imenovanem sistemu s povratno zvezo.

Proučevanje dinamike sistemov s povratno zvezo je domena teorije krmiljenja. S tem v zvezi je posebej pomembno ugotavljanje stabilnosti. Kljub nedvomnim prednostim je možnost pojava nestabilnosti glavna pomanjkljivost sistemov s povratno zvezo. Eden izmed faktorjev, ki pripomorejo k nestabilnosti, je tudi tako imenovani časovni zadržek.

Vse informacije, na osnovi katerih se vodi ekonomska politika, so na voljo z določeno časovno zakasnitvijo. Tudi ko so le-te na voljo, ekonomske politike ni moč uveljaviti kar čez noč. Vsekakor torej obstaja neka zakasnitev med pojavi v gospodarstvu in reakcijami ekonomske politike nanje. Ker je ekonomsko politiko torej nemogoče izvajati brez časovnih zadržkov, je smiselno preučiti dinamiko gospodarstva ob upoštevanju različnih vrednosti teh zadržkov.

Na osnovi predhodno povedanega je namen tega dela raziskava dinamičnih karakteristik makroekonomskih modelov ob prisotnosti časovnih zadržkov in ob uporabi pravil ekonomske politike, ki tvorijo sistem s povratno zvezo. Ker ekonomsko politiko vodijo ljudje, je za njena pravila smiselno preizkusiti možnost opisa le-teh s pomočjo mehke "fuzzy" logike.

1.2. Cilj magistrskega dela

Cilj magistrskega dela je izdelava makroekonomskega modela gospodarstva (IS-LM oziroma Mundell-Fleming), ki bo upošteval časovne zadržke. Prav tako je potrebno izdelati model pravil ekonomske politike (klasična pravila s formulami in pravila na osnovi mehke logike). Oba modela se nato združita v sklenjen sistem, ki ga tvorita objekt (model gospodarstva) in povratna zveza (model ekonomske politike). Sledi raziskava dinamike tega sklenjenega sistema. Preverjena bo možnost pojavljanja nestabilnosti ob podaljšanju časovnega zadržka. Pri tem bodo uporabljena različna pravila ekonomske politike in spreminjajoči se parametri sistema.

1.3. Metoda dela

V okviru magistrskega dela bodo najprej teoretično predstavljeni makroekonomski modeli (IS-LM in Mundell-Fleming). Dodani bodo seveda tudi opisi možnih ekonomskih politik in predvsem opis časovnih zadržkov, ki se pojavljajo ob aplikaciji teh modelov. Ker bo izveden poizkus opisa ekonomske politike s pomočjo mehke logike, bo ta na kratko predstavljena.

Zaradi uporabe sistemov s povratno zvezo, ki so glavni predmet preučevanja teorije krmiljenja, bo tudi ta na kratko predstavljena.

Sledil bo kratek opis programskega paketa Matlab (Simulink), ki je v osnovi namenjen simuliranju sistemov, ki jih opišemo z navadnimi diferencialnimi enačbami. V okviru tega programskega paketa bodo izdelani makroekonomski modeli in ekonomske politike, vključno s tisto na osnovi mehke logike. Oba modela bosta nato združena v en krmilni sistem s povratno zvezo.

V nadaljevanju bodo izvedene simulacije sistema in analiza njegovega obnašanja ob spreminjanju parametrov.

1.4. Struktura poglavij

Magistrska naloga bo razdeljena na 8 poglavij. V uvodu bo podana opredelitev problema ter namen in cilji dela vključno z metodami, uporabljenimi v delu. V drugem poglavju bodo predstavljeni osnove makroekonomije in njeni modeli vključno z ekonomskimi politikami. Podan bo tudi kratek opis časovnih zadržkov, ki se pojavljajo v okviru teh modelov. V tretjem poglavju bo na kratko predstavljena mehka logika in izdelana ekonomska politika na njeni

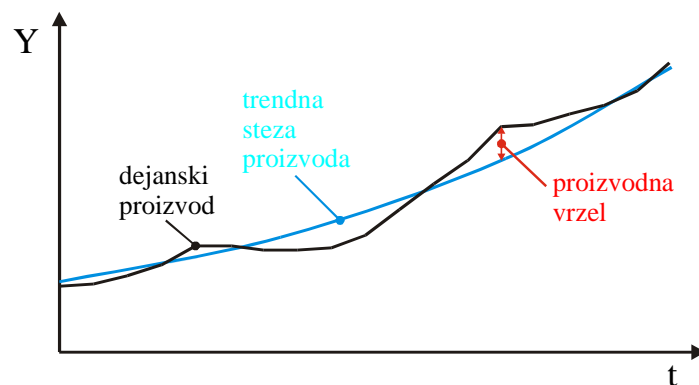
osnovi. V četrtem poglavju bodo predstavljeni vidiki teorije krmiljenja, ki so pomembni pri izdelavi, pri simulaciji in vrednotenju rezultatov posameznih krmilnih sistemov. V petem poglavju bo na kratko predstavljen programski paket Matlab (Simulink). V šestem poglavju bodo izdelani makroekonomski modeli in modeli ekonomskih politik. V sedmem poglavju bodo prikazani rezultati izvedenih simulacij teh modelov in analizirana dinamika le-teh. V zaključku bodo prikazani sklepi, do katerih je možno priti na osnovi izvedenih simulacij.

2. Teoretične osnove makroekonomije

2.1. Makroekonomska politika

Makroekonomija je veda, ki se ukvarja z obnašanjem gospodarstva kot celote. Gospodarstvo kot celota zaposluje proizvodne faktorje, proizvaja proizvode in storitve, razdeljuje dohodke in troši proizvode in storitve. Povečuje proizvodnjo in zaposlenost skozi daljše obdobje in izkazuje kratkoročna nihanja, ki se lahko izražajo v obliki poslovnih ciklov. Nihanje proizvodnje in zaposlenosti je med najbolj rednimi in vztrajnimi dejstvi vseh gospodarstev. Makroekonomija poskuša razložiti, zakaj prihaja do nihanj, in proučuje ukrepe za njihovo zmanjševanje (Senjur 2001, str. 31). Tipično nihanje družbenega proizvoda okoli trendne steze proizvoda je prikazano na sliki 2.1.

Slika 2.1: Nihanje dejanskega proizvoda okoli trendne steze proizvoda



Vir: Oblikoval avtor

Trendna steza proizvoda je steza ravni, ki bi jo družbeni proizvod dosegal, če bi bili vsi proizvodni faktorji polno zaposleni (Senjur 2001, str. 34). Ta polnozaposlitveni proizvod imenujemo potencialni proizvod in ga navadno označimo z Y^* . Splošno funkcijsko odvisnost le-tega od proizvodnih faktorjev (kapitala K in dela L) podaja enačba 2.1 (Dornbusch 2004, str. 54).

$$Y^* = A \cdot f(K, L^*) \quad (2.1)$$

Parameter A , ki nastopa v enačbi 2.1, je tehnologija oziroma tehnološki napredek. Ena od bolj znanih konkretnih oblik te funkcijske odvisnosti je Cobb-Douglasova funkcija, ki je podana v enačbi 2.2.

$$Y^* = A \cdot K^\varphi L^{*(1-\varphi)} \quad (2.2)$$

Če za vrednost parametra ϕ izberemo vrednost $\phi=0.25$, dobimo zelo dobro aproksimacijo za ZDA (Dornbusch idr., 2004, str. 55).

Poznavanje oziroma razumevanje proizvodne funkcije je osnova za razmišljanje o makroekonomski politiki. Makroekonomske dosežke gospodarstva ocenjujemo po treh merilih (Senjur, 2001, str. 33), (Mramor, 1993, str. 46):

1. stopnji rasti proizvoda
2. stopnji nezaposlenosti
3. stopnji inflacije

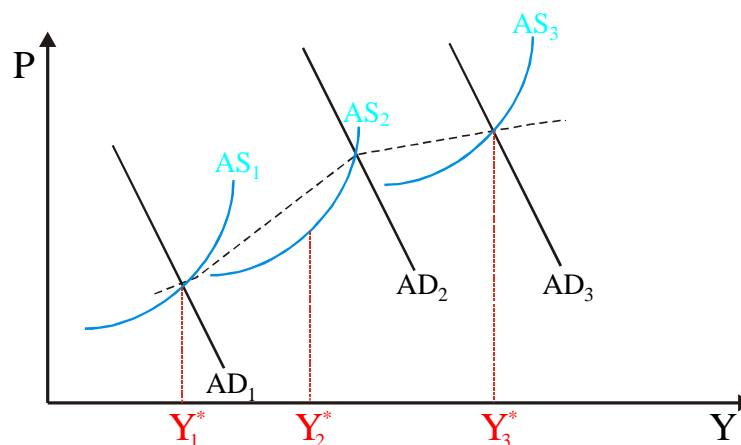
Makroekonomska politika mora torej dosegati čim višjo stopnjo rasti proizvoda ob hkratni čim manjši stopnji nezaposlenosti in inflaciji. V osnovi lahko makroekonomsko politiko razdelimo na dva dela:

- razvojno politiko
- ekonomsko politiko

Razvojna politika je v svoji osnovi bolj dolgoročna. Njena glavna naloga je dvigovanje potencialnega proizvoda. To lahko doseže na primer z izboljševanjem produktivnosti (tehnološki napredek). Ekonomska politika je v smislu ciljev bolj kratkoročna. Ena izmed njenih osnovnih nalog je, da zmanjšuje ciklične odklone od trenda (Senjur, 2001, str. 34).

Primerjava med obema deloma makroekonomske politike je prikazana na sliki 2.2.

Slika 2.2: Dolgoročni premiki v krivuljah agregatnega povpraševanja (AD) in agregatne ponudbe (AS)



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 108

Uspešnost razvojne politike se kaže v čim hitrejšem premikanju krivulje agregatnega proizvoda (AS) v desno. Ekonomska politika pa mora krivuljo agregatnega povpraševanja (AD) prilagajati premikanju krivulje agregatnega proizvoda (AS) tako, da se krivulji vedno sekata v točki potencialnega proizvoda. Če je premik krivulje agregatnega povpraševanja

prevelik, pride do prevelike stopnje inflacije (recimo v primeru krivulje AD_2 na sliki 2.2). Če je premik premajhen, pa je stopnja nezaposlenosti večja, kot je potrebno. Oba primera sta seveda nezaželena.

Glavno vprašanje, ki se zastavlja, pa je, kaj lahko država stori v smislu čim uspešnejšega izvajanja makroekonomske politike. Na področju razvojne politike je vloga države v glavnem usmerjena v zagotavljanje delovanja pravnih inštitucij in v izobraževanje. V smislu ekonomske politike pa mora država z monetarnimi in fiskalnimi instrumenti premikati krivuljo agregatnega povpraševanja tako, da ne prihaja do nepotrebnih nihanj okoli trendne steze proizvoda.

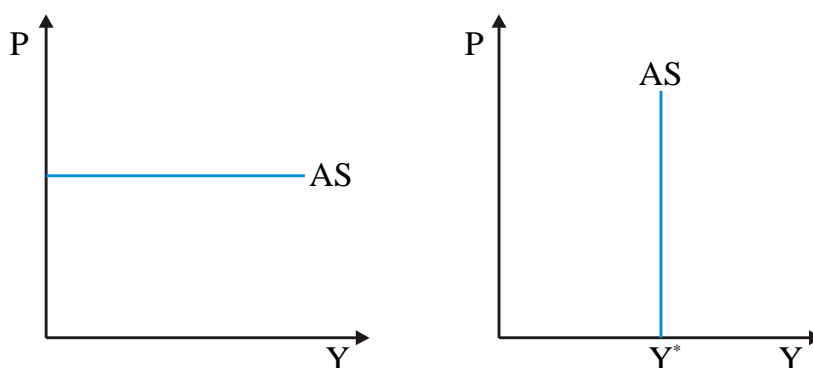
2.2. Agregatna ponudba

Krivulja agregatne ponudbe je grafični prikaz funkcijske odvisnosti med ravno cen P in količino proizvoda Y , ki so ga podjetja pri tej ceni pripravljena ponuditi. Ponujena količina je odvisna tudi od tega, koliko so podjetja sposobna ponuditi ob polni zaposlenosti proizvodnih faktorjev, torej od potencialnega proizvoda Y^* .

$$Y = f(P, Y^*) \quad (2.3)$$

V osnovi lahko v okviru makroekonomije izluščimo dve šoli (klasično in Keynesiansko), ki predpostavljata vsaka svojo obliko krivulje agregatne ponudbe. Prikazani sta na sliki 2.3.

Slika 2.3: Keynesianska in klasična krivulja agregatne ponudbe



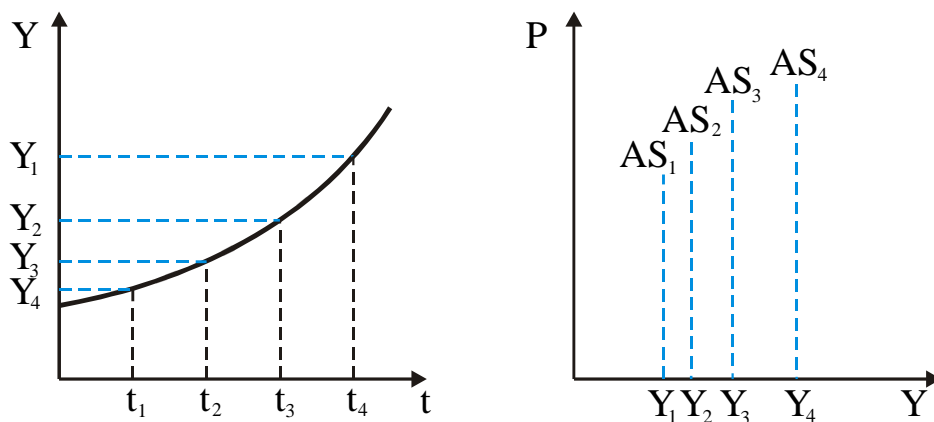
Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 98

Keynesianska krivulja agregatne ponudbe je vodoravna, kar pomeni, da predpostavlja, da bodo podjetja pri obstoječi ceni proizvedla kakršnokoli količino proizvoda. Intelektualna podlaga Keynesianske krivulje agregatne ponudbe leži v Veliki depresiji v ZDA v letu 1933.

V tistem času so namreč podjetja lahko praktično neomejeno povečevala proizvodnjo, ne da bi pri tem višala cene.

Klasična krivulja agregatne ponudbe je za razliko od Keynesianske navpična. Izhaja iz predpostavke, da so vsi proizvodni faktorji (delo, kapital in zemlja) polno zaposleni. V tem primeru skušajo podjetja, ko se srečujejo s povečanim povpraševanjem, najeti nove faktorje, vendar to ni mogoče, ker so že vsi polno zaposleni. Vse, kar se v tem primeru zgodi je to, da se raven cen dvigne v celotnem gospodarstvu. Seveda tudi klasična teorija dopušča spreminjanje proizvoda, vendar v dolgoročnem smislu. Krivulja agregatne ponudbe se namreč s časom premika v desno skladno z razvojno teorijo, kot je prikazano na sliki 2.4.

Slika 2.4: Klasična krivulja agregatne ponudbe v odvisnosti od časa



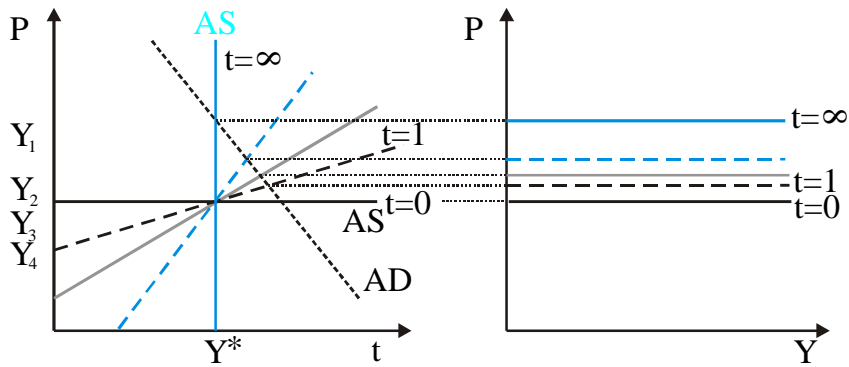
Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 99

Samo po sebi se zastavlja vprašanje, katera izmed obeh teorij je pravilna. V današnjem času je prevladujoče mnenje, da se obe teoriji razlikujeta glede na čas, v katerem opazujemo krivuljo agregatne ponudbe. Kratkoročno je bolj pravilna Keynesianska krivulja, kajti podjetja na kratek rok navadno ne spreminjajo cen. Na daljši rok je krivulja agregatne ponudbe iz predhodno naštetih razlogov navpična. Izhodišče za tovrstno razmišljanje je izraz 2.4

$$P(t+1) = P(t) \cdot [1 + \lambda(Y - Y^*)], \quad (2.4)$$

kjer je $P(t)$ cena v trenutnem obdobju, $P(t+1)$ pa cena v naslednjem obdobju. Cene v naslednjem obdobju so odvisne od cen v trenutnem obdobju in od proizvodne vrzeli, ki pa je povezana s stopnjo nezaposlenosti. Parameter λ določa hitrost spreminjanja cen v odvisnosti od proizvodne vrzeli. Z analizo izraza 2.4 lahko ugotovimo, da se cene dvigujejo, dokler je dejanski proizvod Y višji od potencialnega Y^* . Grafično je postopek prikazan na sliki 2.5. Lepo je vidna tudi preobrazba vodoravne krivulje agregatne ponudbe (kratek rok) v navpično (daljši rok).

Slika 2.5: Krivulja agregatne ponudbe v odvisnosti od časa



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 113

Večina ekonomistov se strinja, da je kratkoročna krivulja agregatne ponudbe vodoravna in dolgoročna krivulja agregatne ponudbe navpična. Predvsem za politiko pa je zanimivo vedeti tudi, kakšen je nagib krivulje v vmesnih obdobjih, recimo v obdobju enega leta. Do te krivulje pridemo navadno v dveh korakih. To sta:

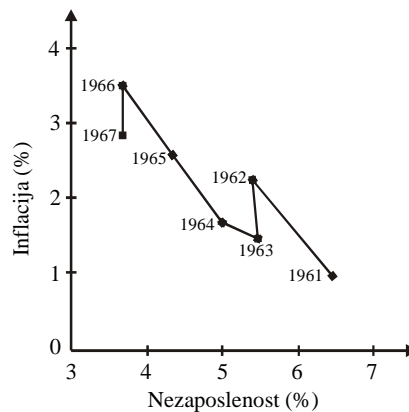
- Phillipsova krivulja
- Okunov zakon

V nadaljevanju bosta oba koraka posamično predstavljena in nato združena v krivuljo agregatne ponudbe.

2.2.1. Phillipsova krivulja

Phillipsova krivulja je krivulja, ki prikazuje spreminjanje plač π_w v odvisnosti od nezaposlenosti u . Na sliki 2.6 je na primer prikazana krivulja za ZDA v letih 1961-1967.

Slika 2.6: Phillipsova krivulja za ZDA v letih 1961-1967



Vir: Berry, 1996, str. 158

V linearizirani obliki lahko spreminjanje plač π_w v odvisnosti od nezaposlenosti u zapišemo z enačbo

$$\pi_w = \frac{W(t+1) - W(t)}{W(t)} = -\varepsilon \cdot (u - u^*), \quad (2.5)$$

pri čemer je u^* nezaposlenost, ki ustreza potencialnemu proizvodu (naravna stopnja nezaposlenosti). Parameter ε podaja hitrost spreminjanja plač v odvisnosti od nezaposlenosti. Na osnovi te enačbe lahko zapišemo izraz za spreminjanje plač iz obdobja v obdobje

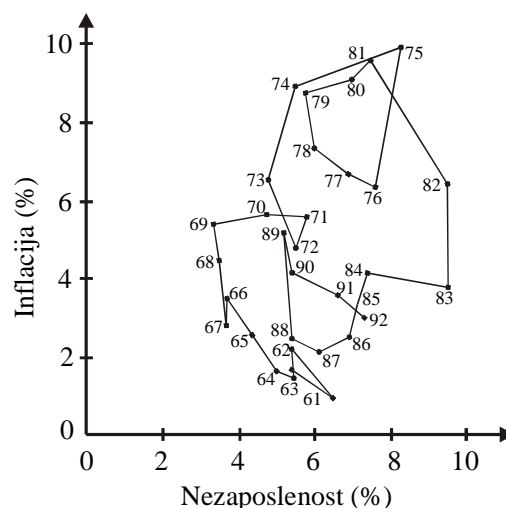
$$W(t+1) = W(t) \cdot [1 - \varepsilon(u - u^*)] \quad (2.6)$$

Takšno odvisnost je leta 1958 za Veliko Britanijo v letih 1861-1957 ugotovil Alban W. Philips. Leta 1960 sta jo za ZDA v letih 1900-1960 potrdila še Samuelson in Solow (Colombo in Weinrich, 2003, str. 1).

Čeprav je izvorno Phillipsova krivulja povezovala povečevanje plač z nezaposlenostjo, se je ta izraz sčasoma začel uporabljati kar za direktno povezavo med inflacijo in nezaposlenostjo (Dornbusch idr., 2004, str. 119). Nekateri ji zato celo pravijo kar krivulja ponudbe (Ferri idr., 2001, str. 23).

V sedemdesetih letih pa se je v nasprotju s pričakovanji in z napovedmi na osnovi Phillipsove krivulje v mnogih deželah hkrati dvigala nezaposlenost in inflacija (Haldane in Quah, 1999, str. 260). Na sliki 2.7 je na primer prikazana Phillipsova krivulja za ZDA v letih 1960-1992.

Slika 2.7: Phillipsova krivulja za ZDA v letih 1960-1992



Vir: Berry, 1996, str. 160

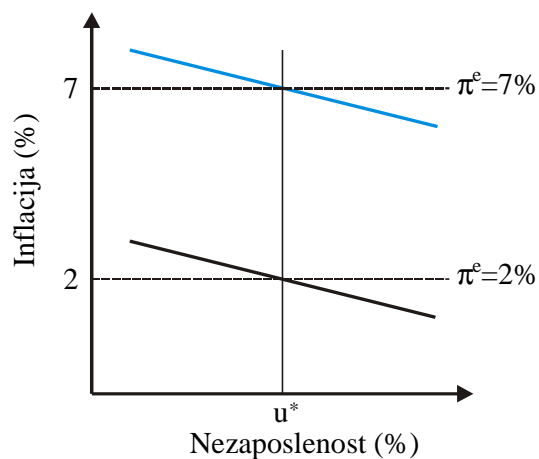
Neujemanje empiričnih rezultatov s Phillipsovo krivuljo je nakazovalo potrebo po modifikaciji le-te, kar sta v letih 1967-1968 storila Ed Phelps in Milton Friedman. Nezaposlenost sta namreč povezala s spremembo inflacije (Niskanen, 2002, str. 195).

Osnovna ideja je v tem, da predstavljajo plače glavni del izdatkov podjetij in je torej spreminjanje cen (inflacija) π povezano s spreminjanjem plač π_w . Pri določevanju plač pa ni pomembno njihovo nominalno spreminjanje, temveč realno, ki se od nominalnega razlikuje za stopnjo inflacije. Ker je nemogoče vedeti, kakšna bo inflacija v prihodnjem obdobju, se kot izhodišče vzame pričakovana stopnja inflacije π^e . Takšno, s pričakovanji modificirano Phillipsovo krivuljo lahko zapišemo v obliki (Temple, 2002, str. 452)

$$\pi - \pi^e = -\varepsilon(u - u^*) \quad (2.7)$$

Phillipsovi krivulji za različne pričakovane stopnje inflacije (primer ZDA v zgodnjih 80. letih in v začetku tega desetletja) sta prikazani na sliki 2.8.

Slika 2.8: Phillipsovi krivulji za ZDA v zgodnjih 80. letih in v začetku tega desetletja



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 122

Glavni problem v zvezi z uporabo pričakovane stopnje inflacije π^e je določitev njene vrednosti. Največkrat se dobijo dokaj dobri rezultati že ob uporabi naivne predpostavke, da je pričakovana stopnja inflacije v trenutnem obdobju $\pi^e(t)$ enaka dejanski inflaciji v preteklem obdobju $\pi(t-1)$ (Dornbusch idr., 2004, str. 123)

$$\pi^e(t) = \pi(t-1) \quad (2.8)$$

Ob upoštevanju že omenjenega dejstva, da so stroški dela glavni stroški (Dornbusch idr., 2004, str. 132), lahko torej povezavo med cenami in nezaposlenostjo zapišemo z naslednjim izrazom

$$P(t+1) = P^e(t+1) - P(t) \cdot \varepsilon \cdot (u - u^*) \quad (2.9)$$

Z dobljeno povezavo med cenami in nezaposlenostjo je končan prvi del izdelave krivulje agregatne ponudbe. Manjka torej še povezava med nezaposlenostjo in proizvodom, ki jo dobimo s pomočjo Okunovega zakona.

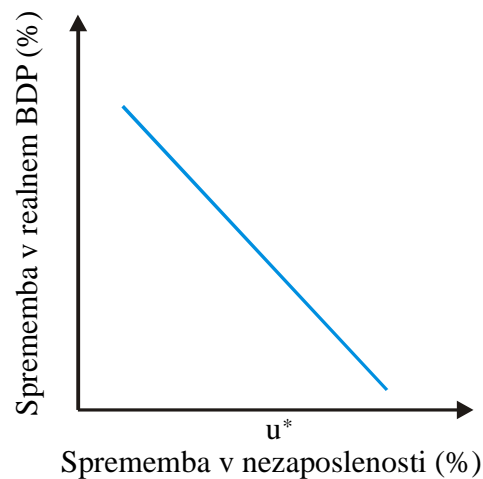
2.2.2. Okunov zakon

Arthur M. Okun je leta 1962 predstavil svojo ugotovitev, da v povojnem obdobju vsak procent nezaposlenosti nad 4% (naravna stopnja nezaposlenosti) pomeni v povprečju za 3% nižji proizvod (Freeman, 2000, str. 557). Kljub temu, da se kvantitativne vrednosti razlikujejo, pa tudi novejša študije potrjujejo veljavnost Okunovega zakona (Farsio in Quade, 2003, str. 1). V linearizirani obliki lahko Okunov zakon zapišemo kot funkcijsko odvisnost proizvoda od nezaposlenosti, ki jo podaja izraz (Dornbusch idr., 2004, str. 132)

$$\frac{Y - Y^*}{Y^*} = -\omega \cdot (u - u^*), \quad (2.10)$$

kjer je parameter ω konstanta, ki jo določimo na osnovi empiričnih vrednosti za nezaposlenost in proizvod. Grafično je Okunov zakon prikazan na sliki 2.9.

Slika 2.9: Shematični prikaz Okunovega zakona (linearizirana oblika)



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 145

Okunov zakon v zapisani obliki je klasična linearna regresija izmerjenih vrednosti in se precej razlikuje od države do države pa tudi od časa. Poleg omenjene (empirične) obstajajo tudi druge verzije Okunovega zakona, ki izhajajo iz proizvodnih funkcij (Prachowny, 1993, str. 332).

2.2.3. Krivulja agregatne ponudbe

S kombiniranjem Phillipsove krivulje in Okunovega zakona lahko pridemo do krivulje agregatne ponudbe. Če v enačbo 2.9 vstavimo Okunov zakon, dobimo naslednjo povezavo med cenami in proizvodom

$$P(t+1) = P^e(t+1) - P(t) \cdot \frac{\varepsilon}{\omega} \cdot \frac{(Y - Y^*)}{Y^*}, \quad (2.11)$$

ki jo mnogokrat zamenjamo z naslednjim izrazom (Dornbusch idr., 2004, str. 133)

$$P(t+1) = P^e(t+1) \cdot [1 + \lambda \cdot (Y - Y^*)] \quad (2.12)$$

Parameter λ podaja nagib krivulje agregatne ponudbe in je odvisen od parametra ε (Phillipsova krivulja) in parametra ω (Okunov zakon).

Poudariti je potrebno, da je dobljena krivulja agregatne ponudbe linearizirana. V splošnem so možne tudi druge (nelinerane) oblike tako Phillipsovih krivulj kot tudi Okunovih zakonov (Sögner in Stiassny, 2002, str. 1776), (Prachowny, 1993, str. 332), (Virén, 2001, str. 255). Ena tako dobljenih krivulj je na primer (Nobay in Peel, 2000, str. 160).

$$\pi - \pi_e = \frac{e^{a \cdot g \cdot (y - y_n)}}{g} \quad (2.13)$$

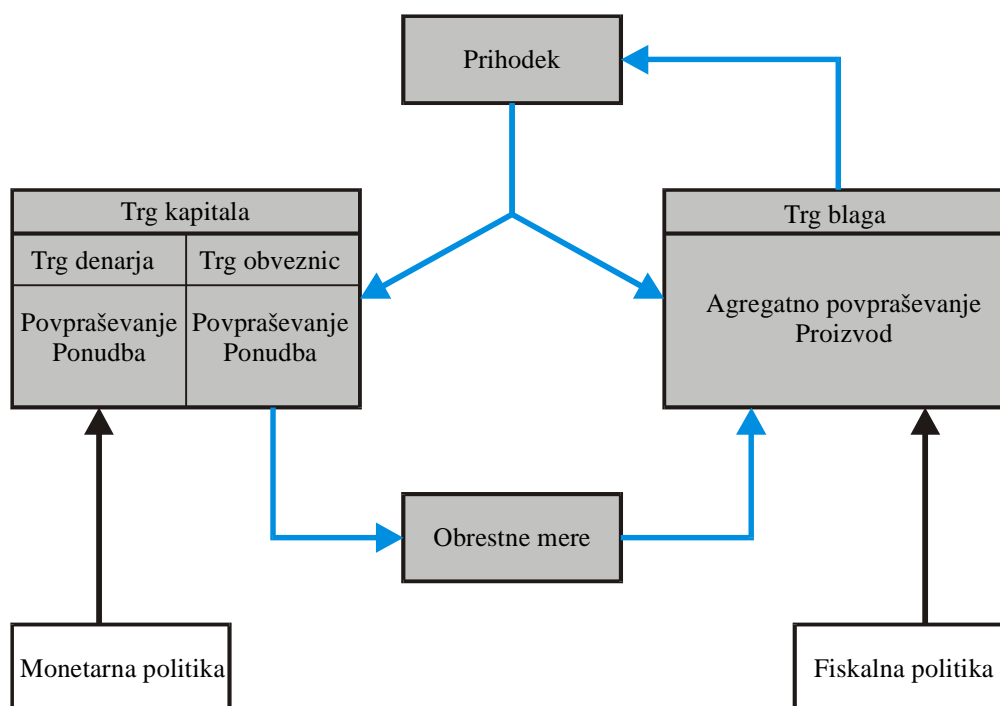
Takšne nelinearne krivulje se navadno kljub večji natančnosti ravno zaradi svoje nelinearnosti manj uporabljajo. Predvsem pri Phillipsovi krivulji ni tako pomembna njena točna enačba, kot je pomembna njena oblika, torej ali je konveksna, konkavna ali linearna (Laxton idr., 1999, str. 1461). V strokovni literaturi zaenkrat tudi o tem ni soglasja. Obstajajo zagovorniki konveksne (Turner, 1995, str. 65), konkavne (Stiglitz, 1997, str. 9) in linearne oblike (Gordon, 1997, str. 20).

2.3. Agregatno povpraševanje

Osnova za določitev agregatnega povpraševanja je tako imenovani model IS-LM, ki je shematično prikazan na sliki 2.10. Bistvo tega modela je v tem, da uporablja dve neznanki (obrestno mero i in proizvod Y). Njuna vrednost se določi tako, da sta hkrati v ravnotežju dva trga, in sicer:

- trg blaga (IS krivulja)
- trg kapitala (LM krivulja)

Slika 2.10: Shematični prikaz IS-LM modela



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 243

2.3.1. IS krivulja

IS krivulja je krivulja, ki povezuje takšne kombinacije proizvoda in obrestne mere, da je trg blaga v ravnotežju. Izhodišče za njeno risanje je enačba za agregatno povpraševanje

$$AD = C + I + G + NX, \quad (2.14)$$

kjer so C potrošnja, I investicije, G državni izdatki in NX neto izvoz. Ker je potrošnja odvisna od proizvoda, investicije pa od obrestne mere, je potrebno oboje najprej določiti v odvisnosti od teh spremenljivk. Potrošnjo izračunamo iz enačbe

$$C = \bar{C} + c \cdot \overline{TR} + c \cdot (1-d) \cdot Y, \quad (2.15)$$

kjer so \bar{C} avtonomna potrošnja, c mejna potrošnja, \overline{TR} transferji in d davčna stopnja. Vidimo, da se potrošnja povečuje s proizvodom. Investicije določimo na osnovi izraza

$$I = \bar{I} - b \cdot i, \quad (2.16)$$

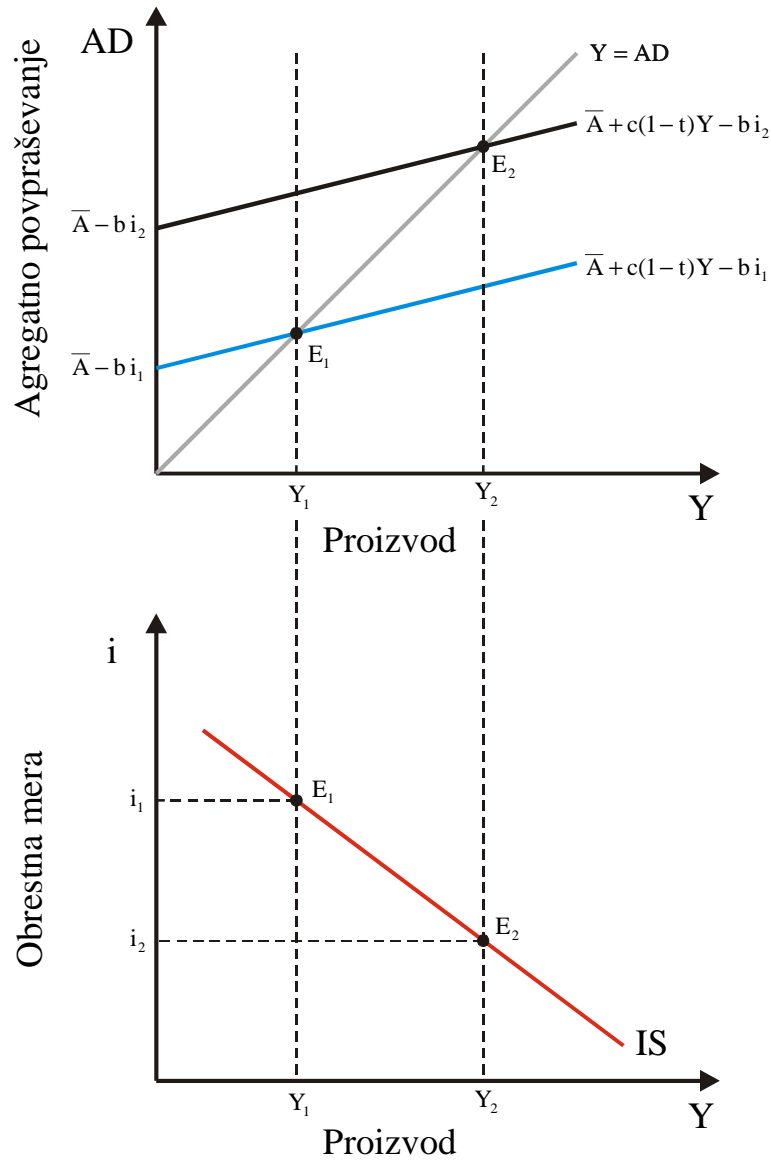
kjer so \bar{I} avtonomne investicije in b koeficient, ki podaja odvisnost investicij od obrestne mere. Obseg investicij pada z dviganjem obrestnih mer. Agregatno povpraševanje dobimo, če

enačbi 2.15 in 2.16 vstavimo v enačbo 2.14. Na ta način dobimo izraz

$$AD = \bar{A} + c \cdot (1-d) \cdot Y - b \cdot i, \quad (2.17)$$

ki je osnova za izpeljavo IS krivulje prikazane na sliki 2.11.

Slika 2.11: Izpeljava IS krivulje



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 247

Pri tem velja izpisati komponente avtonomnega agregatnega povpraševanja \bar{A} .

$$\bar{A} = \bar{C} + c \cdot \bar{TR} + \bar{I} + \bar{G} + \bar{NX} \quad (2.18)$$

V ravnotežju je agregatno povpraševanje AD enako proizvodu Y, kar pomeni, da velja naslednja enakost

$$Y = AD = \bar{A} + c \cdot (1 - d) \cdot Y - b \cdot i \quad (2.19)$$

Če iz enačbe izrazimo Y, dobimo

$$Y = \alpha_g \cdot (\bar{A} - b \cdot i), \quad (2.20)$$

kjer je α_g multiplikator, ki je enak

$$\alpha_g = \frac{1}{1 - c \cdot (1 - d)} \quad (2.21)$$

Iz enačbe 2.20 lahko izpeljemo enačbo IS krivulje

$$i = \frac{\bar{A}}{b} - \frac{Y}{\alpha_g \cdot b} \quad (2.22)$$

Vidimo lahko, da je IS krivulja padajoča. Njen nagib je odvisen od multiplikatorja α_g in od parametra b. Večja kot sta, bolj položna je IS krivulja. Njen položaj v vertikalni smeri pa je odvisen od avtonomnega povpraševanja \bar{A} in od parametra b. Z večanjem avtonomnega povpraševanja se krivulja dviguje, z večanjem parametra b pa spušča.

2.3.2. LM krivulja

LM krivulja je krivulja, ki povezuje takšne kombinacije proizvoda in obrestne mere, da je količina denarja v obtoku enaka povpraševanju po njem. Z drugimi besedami to pomeni, da je trg kapitala v ravnotežju. Izhodišče za izpeljavo LM krivulje je povpraševanje po denarju L, ki ga lahko zapišemo z enačbo

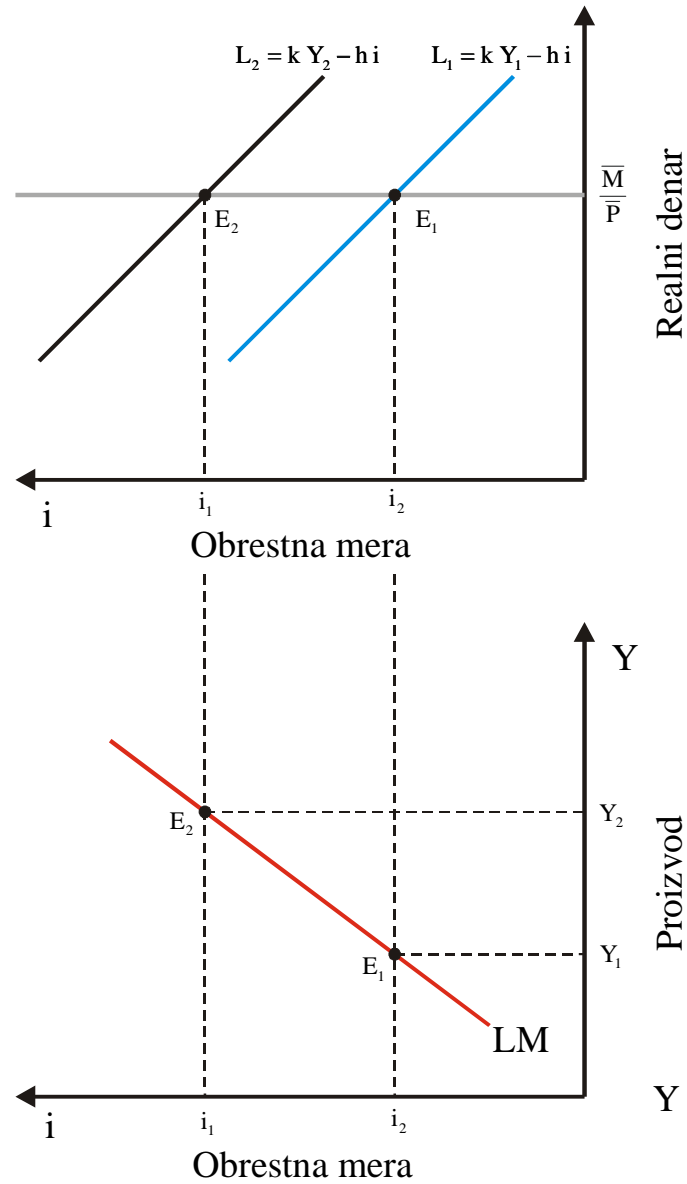
$$L = k \cdot Y - h \cdot i \quad (2.23)$$

Parameter k podaja občutljivost povpraševanja po denarju v odvisnosti od proizvoda. Logično je, da se s povečanim proizvodom (prihodkom) poveča tudi povpraševanje po denarju. Parameter h pa podaja občutljivost povpraševanja po denarju v odvisnosti od obrestne mere. Jasno je, da se povpraševanje zmanjšuje z višanjem obrestne mere. Če ljudje držijo denar v rokah, namesto da bi kupili na primer obveznice, izgubljajo pri visokih obrestnih merah več kot pri nizkih. Ob predpostavki, da je trg kapitala v ravnotežju, torej, da je povpraševanje po denarju L enako njegovi (realni) količini v obtoku \bar{M}/\bar{P} , lahko pridemo do enačbe

$$\frac{\bar{M}}{\bar{P}} = L = k \cdot Y - h \cdot i, \quad (2.24)$$

ki je osnova za izpeljavo LM krivulje, prikazane na sliki 2.24.

Slika 2.12: Izpeljava LM krivulje



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 256

Enačbo LM krivulje dobimo, če iz enačbe 2.24 izrazimo obrestno mero

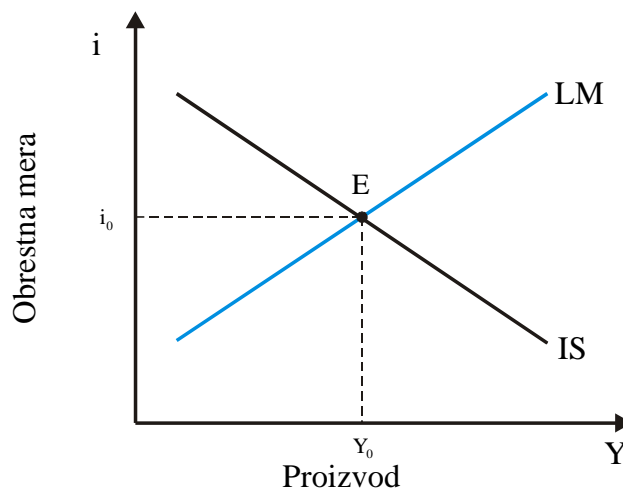
$$i = \frac{1}{h} \cdot \left(k \cdot Y - \frac{\bar{M}}{\bar{P}} \right) \quad (2.25)$$

Z analizo enačbe 2.25 lahko ugotovimo, da je nagib LM krivulje odvisen od obeh parametrov občutljivosti povpraševanja po denarju. Če se parameter občutljivosti povpraševanja po denarju v odvisnosti od proizvoda k povečuje, potem se povečuje tudi nagib LM krivulje. Nasprotno pa se s povečevanjem parametra občutljivosti povpraševanja po denarju v odvisnosti od obrestne mere h nagib LM krivulje zmanjšuje. Položaj LM krivulje pa je poleg parametra h odvisen od količine realnega denarja v obtoku. To pomeni, da je odvisen tako od nominalne količine denarja v obtoku \bar{M} kot od ravni cen \bar{P} .

2.3.3. Model IS-LM

Do ravnotežja na obeh trgih hkrati pridemo v tisti kombinaciji proizvoda Y in obrestne mere i , kjer se krivulji IS in LM sekata, kot je prikazano na sliki 2.13.

Slika 2.13: Shematični prikaz IS-LM modela



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 259

Analitično lahko do rešitve pridemo z upoštevanjem enačb 2.20 in 2.25. Če v prvo vstavimo drugo, dobimo naslednji izraz

$$Y = \alpha_g \cdot \left[\bar{A} - \frac{b}{h} \left(k \cdot Y - \frac{\bar{M}}{\bar{P}} \right) \right], \quad (2.26)$$

iz katerega lahko izračunamo Y

$$Y = \frac{h \cdot \alpha_g}{h + k \cdot b \cdot \alpha_g} \cdot \bar{A} + \frac{b \cdot \alpha_g}{h + k \cdot b \cdot \alpha_g} \cdot \frac{\bar{M}}{\bar{P}} \quad (2.27)$$

Vidimo lahko, da predstavlja enačba 2.27 krivuljo agregatnega povpraševanja. Ker so cene \bar{P} v imenovalcu, ima krivulja agregatnega povpraševanja negativni nagib. Na podoben način bi lahko prišli tudi do izraza za ravnotežno vrednost obrestne mere i

$$i = \frac{k \cdot \alpha_g}{h + k \cdot b \cdot \alpha_g} \cdot \bar{A} - \frac{1}{h + k \cdot b \cdot \alpha_g} \cdot \frac{\bar{M}}{\bar{P}} \quad (2.28)$$

Na koncu je potrebno poudariti, da so bile vse enačbe vzete v linearni obliki in so kot take le približek dejanskemu stanju.

2.3.4. Mundell-Flemingov model

Mundell-Flemingov model je v bistvu nadgradnja modela IS-LM. Od njega se razlikuje v tem, da upošteva tudi vplive tujih gospodarstev na domače. Del domače proizvodnje gre namreč lahko v izvoz, del domače porabe pa lahko pride iz uvoza. Neto izvoz se torej ne jemlje več kot avtonomna spremenljivka, kot je bil to primer v modelu IS-LM.

Ena izmed osnovnih spremenljivk, od katerih sta odvisni velikosti uvoza Q in izvoza X , je tako imenovano realno menjalno razmerje R , ki je definirano z naslednjim izrazom

$$R = \frac{e \cdot P_f}{P} \quad (2.29)$$

Pri tem je e cena tuje valute (menjalno razmerje), P_f pa raven cen v tujini. Vidimo lahko, da pomeni vrednost realnega menjalnega razmerja 1 enako drage proizvode doma in v tujini. Če je vrednost višja od 1, so dražji tuji proizvodi, če pa je nižja od 1, so dražji domači proizvodi.

S pomočjo parametra R ter znanega proizvoda doma Y in v tujini Y_f lahko določimo neto izvoz NX .

$$NX = X(Y_f, R) - Q(Y, R) = NX(Y, Y_f, R) \quad (2.30)$$

Izvoz se povečuje s povečanim proizvodom v tujini (ta namreč pomeni tudi višje prihodke v tujini) in s povečanjem realnega menjalnega razmerja. Uvoz pa se povečuje s povečanim proizvodom (del povečanih prihodkov gre namreč tudi za uvožene proizvode in storitve) in z zmanjševanjem realnega menjalnega razmerja.

Z upoštevanjem tujine se spremeni tudi izhodiščna enačba IS krivulje. V tem primeru velja za ravnotežno stanje:

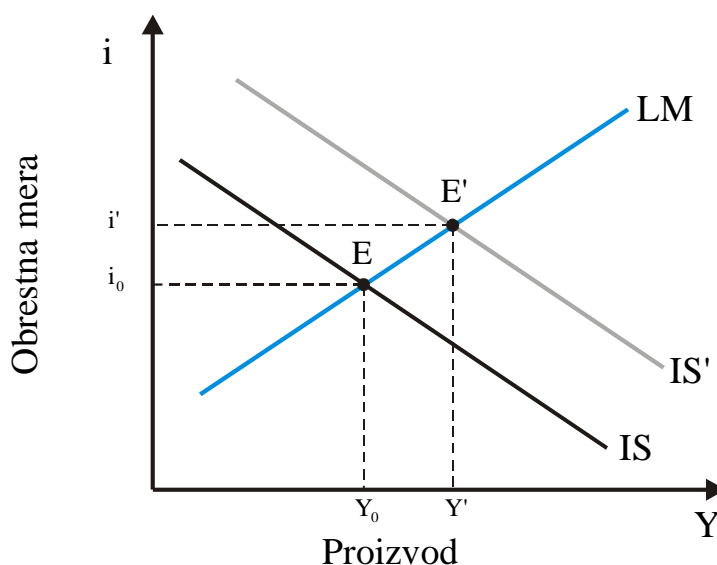
$$Y = AD = \bar{A} + c \cdot (1 - t) \cdot Y - b \cdot i + NX(Y, Y_f, R) \quad (2.31)$$

V tem primeru seveda v primerjavi z enačbo 2.18 iz avtonomega agregatnega povpraševanja izpade neto izvoz, tako da je ta sedaj določen z naslednjim izrazom

$$\bar{A} = \bar{C} + c \cdot \bar{TR} + \bar{I} + \bar{G} \quad (2.32)$$

Primer modifikacije modela IS-LM zaradi vpliva tujine na domače gospodarstvo je prikazan na sliki 2.14.

Slika 2.14: Shematični prikaz vpliva tujine na IS krivuljo



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 312

Ob predpostavki, da se gospodarstvo nahaja v ravnotežnem stanju E, ko pride do povečanja proizvoda v tujini Y_f , se zaradi povečanega povpraševanja v tujini, katerega del odpade tudi na domače proizvode, poveča izvoz. To pomeni, da se IS krivulja premakne v desno in navzgor. Novo ravnotežno stanje je E'. Vidimo lahko, da se zaradi povečanega proizvoda v tujini poveča tudi domači proizvod. Hkrati se dvigne tudi obrestna mera. Podoben vpliv bi dobili ob povečanju realnega menjalnega razmerja.

Polega uvoz in izvoza proizvodov in storitev je gospodarstvo s tujino povezano tudi preko kapitalskih tokov CF. Teoretično gledano so ti popolnoma mobilni, kar pomeni, da morajo biti donosi po vsem svetu enaki. Dejansko pa obstajajo vsaj trije razlogi, ki to onemogočajo (Dornbusch idr., 2004, str. 314):

- *menjalna razmerja*

Le konstantna menjalna razmerja omogočajo popolno mobilnost kapitala in enake donose. Ker se ta dejansko spreminjajo, lahko močno vplivajo na donos naložb v tujini.

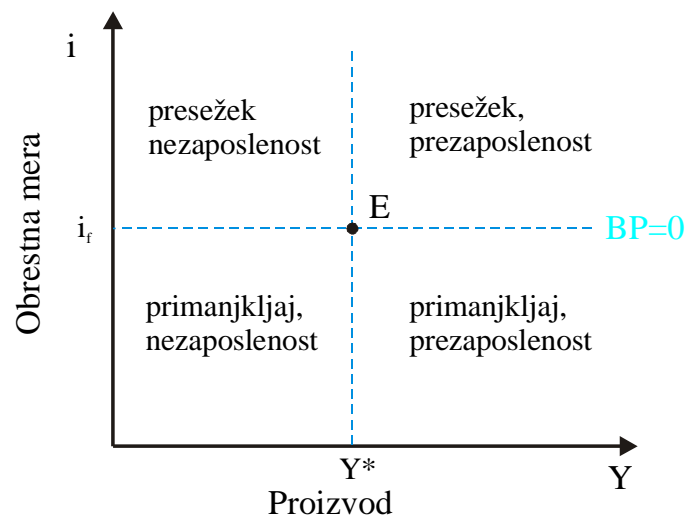
- *davčne stopnje*
Če so davčne stopnje povsod po svetu ves čas enake, so tudi donosi enaki. Ker temu ni tako, se zaradi različnih davčnih stopenj spreminja donosnost naložb v različnih državah.
- *politična tveganja*
Med politična tveganja uvrščamo recimo nacionalizacije, omejevanje prenosa kapitala ali plačilno nesposobnost posameznih držav. Investitorji so ta tveganja pripravljeni prevzeti le ob ustrezno povečani donosnosti.

Kljub naštetim razlogom pa vseeno velja, da je mobilnost kapitala visoka. Velikost in smer kapitalskih tokov je odvisna od razlike med domačimi i in tujimi i_f obrestnimi merami. Z znanimi kapitalskimi tokovi in neto izvozom lahko določimo plačilno bilanco. Ta je definirana z izrazom (Dornbusch idr., 2004, str. 315)

$$BP = NX(Y, Y_f, R) + CF(i - i_f) \quad (2.33)$$

Vidimo lahko, da je plačilna bilanca odvisna od domačega in tujega proizvoda, od realnega menjalnega razmerja in od razlike domače in tuje obrestne mere. Kombinacije primanjkljaja in nezaposlenosti v odvisnosti od obrestne mere in proizvoda so prikazane na sliki 2.15.

Slika 2.15: Kombinacije primanjkljaja in nezaposlenosti



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 312

Na osnovi slike 2.15 se navadno definirata dva tipa bilanc in sicer notranja in zunanja bilanca. Notranja bilanca ima za cilj doseganje polnozaposlitvenega proizvoda Y^* , zunanja pa, da je plačilna bilanca enaka nič $BP=0$. Črta $BP=0$ je zaradi predpostavljene popolne mobilnosti kapitala horizontalna. Vsak odmik od nje povzroči velike kapitalske tokove. Če so na primer obrestne mere višje kot v tujini, bo dotok kapitala zelo velik, kar pomeni, da bo prišlo do

velikega presežka. Hkratno ravnotežje notranje in zunanje bilance je torej možno le v eni točki. To je točka E na sliki 2.15, kjer se sekata polnozaposlitveni proizvod Y^* in $BP=0$ linija. V vseh ostalih točkah pa se pojavlja neka kombinacija primanjkljaja (presežka) in nezaposlenosti.

Ker lahko vsako točko na sliki 2.15 gledamo kot presek IS in LM krivulj, lahko zaključimo, da je za doseg notranje in zunanje bilance potrebna hkratna uporaba monetarne in fiskalne politike (Dornbusch idr., 2004, str. 316). Pri tem je bistvenega pomena, kakšen menjalni režim se uporablja. Znana sta dva, in sicer:

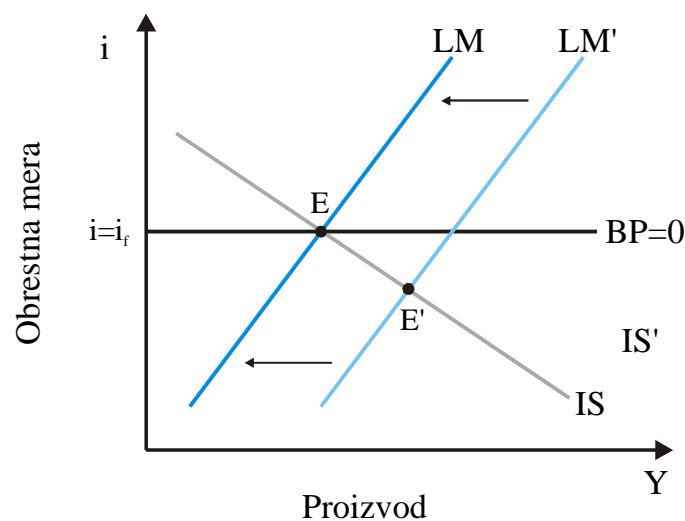
- sistem fiksnih menjalnih razmerij
- sistem gibljivih menjalnih razmerij

Mundell-Flemingov model bo v nadaljevanju prikazan za oba tipa menjalnih razmerij.

Sistem fiksnih menjalnih razmerij

Osnovni Mundell-Flemingov model je bil razvit v šestdesetih letih prejšnjega stoletja in sicer za sistem fiksnih menjalnih razmerij, ki je bil takrat večinoma v uporabi. Bistvo tega modela je predpostavka o popolni mobilnosti kapitala, zaradi katere že najmanjše odstopanje obrestnih mer i od obrestnih mer v tujini i_f povzroči porabo denarnih rezerv centralne banke (Dornbusch idr., 2004, str. 317). Iz tega sledi, da centralna banka ne more voditi neodvisne monetarne politike. Primer poizkusa vodenja ekspanzivne monetarne politike je prikazan na sliki 2.16.

Slika 2.16: Vpliv ekspanzivne monetarne politike v Mundell-Flemingovem modelu ob upoštevanju fiksnih menjalnih razmerij in popolne mobilnosti kapitala

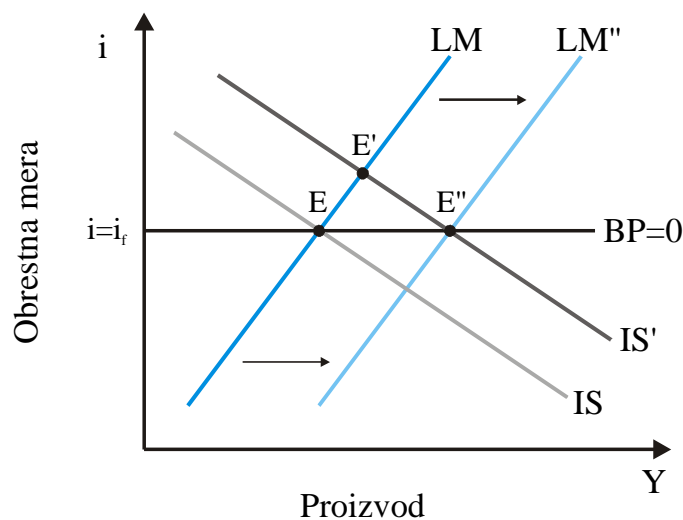


Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 319

Zaradi ekspanzivne denarne politike se krivulja LM premakne v desno in gospodarstvo se iz točke E premakne v točko E'. V tej točki je primanjkljaj velik in pojavijo se težnje po devalvaciji. Centralna banka mora zato prodajati tuj denar v zameno za domačega. S tem se zmanjšuje količina denarja v obtoku in krivulja LM se posledično začne premikati nazaj v levo. Proces se konča, ko se gospodarstvo vrne v točko E.

Fiskalna politika je za razliko od monetarne zelo učinkovita v okviru sistema fiksnih menjalnih razmerij. Ekspanzivna fiskalna politika namreč premakne IS krivuljo v desno in navzgor, kar pomeni da se povečata proizvod in obrestna mera (glej sliko 2.17).

Slika 2.17: Vpliv ekspanzivne fiskalne politike v Mundell-Flemingovem modelu ob upoštevanju fiksnih menjalnih razmerij in popolne mobilnosti kapitala



Vir: Oblikoval avtor

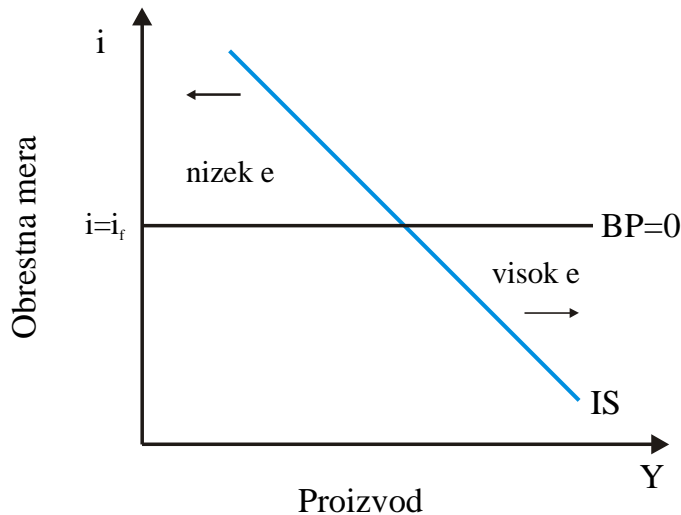
V točki E' se zaradi povečane obrestne mere poveča dotok kapitala, kar pomeni, da cena tuje valute pada. Če jo želimo obdržati na fiksni vrednosti, je potrebno devize odkupiti. S tem se poveča količina denarja v obtoku, kar povzroči premik krivulje LM v desno in sicer do krivulje LM'', kjer je novo ravnotežno stanje E''.

Sistem gibljivih menjalnih razmerij

Sistem gibljivih menjalnih razmerij se je zgodovinsko gledano pojavil za sistemom fiksnih menjalnih razmerij. Njegova bistvena značilnost je, da centralna banka ne posega na devizne trge. Menjalno razmerje je torej tako, da se izenačita ponudba in povpraševanje po devizah in se prosto oblikuje po tržnih zakonitostih. Plačilna bilanca je v tem primeru enaka nič. Druga pomembna posledica sistema gibljivih menjalnih razmerij je dejstvo, da lahko centralna banka poljubno določa količino denarja v obtoku, kajti ni več zavezana k ohranjanju fiksnega menjalnega razmerja. Ker tudi v tem primeru predpostavljamo popolno mobilnost kapitala,

obstaja le ena obrestna mera, pri kateri je plačilna bilanca enaka nič. To je obrestna mera i , ki je enaka obrestni meri v tujini i_f . V vseh drugih primerih so tokovi kapitala tako veliki, da plačilna bilanca ne more biti enaka nič. Sam proces je prikazan na sliki 2.18.

Slika 2.18: Vpliv obrestne mere v Mundell-Flemingovem modelu ob upoštevanju gibljivih menjalnih razmerij

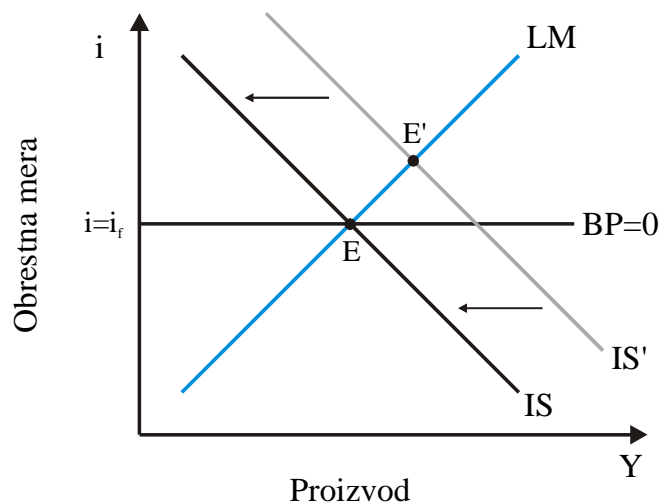


Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 322

Če je obrestna mera višja od obrestne mere v tujini $i > i_f$, potem je dotok kapitala tako velik, da povzroči zniževanje menjalnega razmerja (cena tuje valute) e . S tem se spremeni (pade) tudi realno menjalno razmerje R , kar pomeni, da je domače gospodarstvo manj konkurenčno v primerjavi s tujino, ker so njegovi proizvodi dražji. Zaradi tega se neto izvoz zmanjša in krivulja IS se posledično premakne v levo (glej sliko 2.18). Vpliv obrestne mere, ki je nižja od obrestne mere v tujini, je ravno nasproten od pravkar opisanega in torej IS krivuljo premika v desno. Grafično je ta proces prikazan na sliki 2.18, kjer puščici označujeta premikanje IS krivulje v odvisnosti od obrestne mere. Ta slika je bistvenega pomena pri analizi fiskalne in monetarne politike v okviru tega modela, ki bosta predstavljeni v nadaljevanju.

Vpliv ekspanzivne fiskalne politike je prikazan na sliki 2.19. Posledica te politike je premik krivulje IS v desno in navzgor do krivulje IS' . V točki E' , ki ustreza presečišču nove krivulje IS' s staro krivuljo LM , je obrestna mera nad obrestno mero v tujini, kar v skladu s sliko 2.18 povzroči padanje menjalnega razmerja R . To pada toliko časa, dokler se krivulja IS' ne premakne nazaj v levo in navzdol do stare IS krivulje. Vrnemo se torej v izhodiščno točko E . Zaključimo torej lahko, da je v tem primeru fiskalna politika neučinkovita.

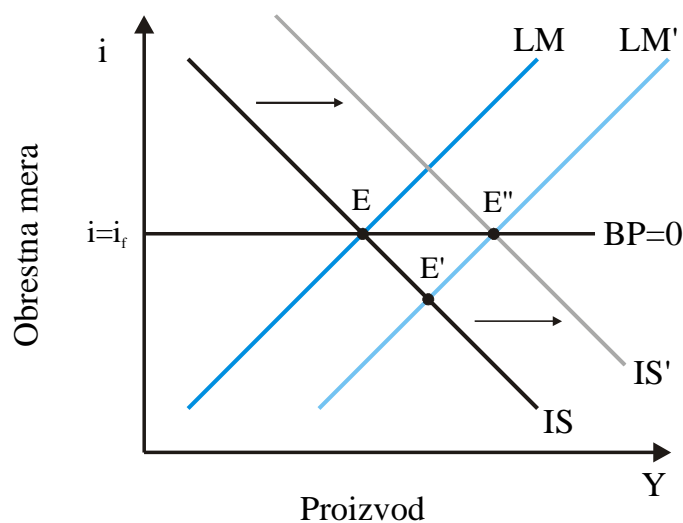
Slika 2.19: Vpliv ekspanzivne fiskalne politike v Mundell-Flemingovem modelu ob upoštevanju gibljivih menjalnih razmerij in popolne mobilnosti kapitala



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 323

Vpliv ekspanzivne monetarne politike je prikazan na sliki 2.20.

Slika 2.20: Vpliv ekspanzivne monetarne politike v Mundell-Flemingovem modelu ob upoštevanju gibljivih menjalnih razmerij in popolne mobilnosti kapitala



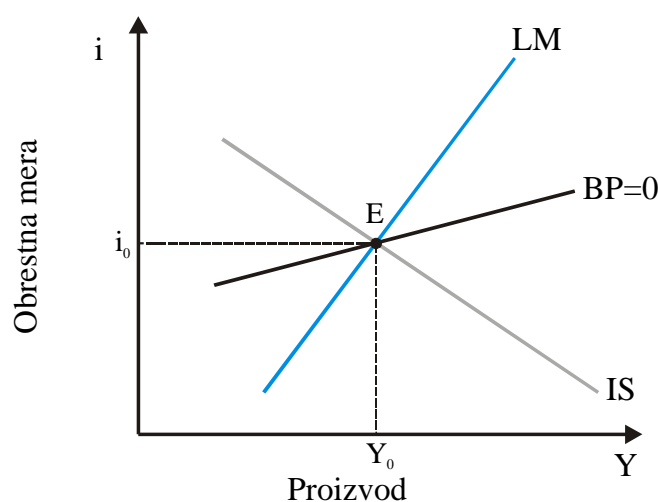
Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 325

Ekspanzivna monetarna politika premakne krivuljo LM v desno in navzdol do krivulje LM'. V točki E' je obrestna mera nižja od obrestne mere v tujini, kar v skladu s sliko 2.18 povzroči premik krivulje IS v desno do krivulje IS'. Nova ravnotežna točka je točka E'' in ustreza krivuljama IS' in LM'. Vidimo, da je v sistemu gibljivih menjalnih razmerij zelo učinkovita monetarna politika.

Modifikacija ob zmerni mobilnosti kapitala

Zaradi predhodno naštetih dejavnikov se v praksi popolna mobilnost kapitala ne pojavlja. V tem primeru krivulja $BP=0$ ni položna, temveč je (rahlo) nagnjena. Razmere v tem primeru so prikazane na sliki 2.21.

Slika 2.21: Mundell-Flemingov model ob delni mobilnosti kapitala



Vir: Senjur, 2001, str. 306

S slike lahko ugotovimo, da obstaja ravnotežna povezava med proizvodom in obrestno mero:

$$Y = f(i) \tag{2.34}$$

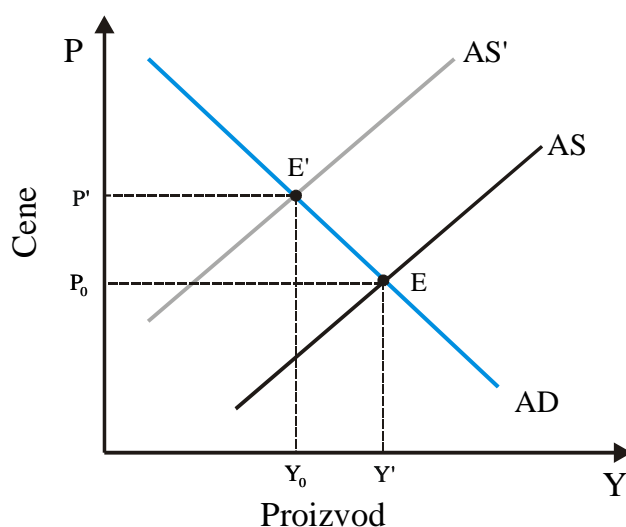
2.4. Nihanja

Poleg statičnih izračunov so makroekonomski modeli zanimivi predvsem za opisovanje nihanj okrog trendne steze proizvoda. Tudi če je sistem v nekem trenutku v ravnotežju (agregatna ponudba ustreza agregatnemu povpraševanju), se zaradi motenj lahko premakne iz tega ravnotežnega stanja. Vzroki teh premikov so lahko na strani agregatne ponudbe in na strani agregatnega povpraševanja.

2.4.1. Agregatna ponudba

Tipičen primer (večjega) nenadnega premika krivulje agregatne ponudbe za ZDA je embargo članic OPEC v letu 1973. V takih primerih se krivulja agregatne ponudbe premakne v levo in navzgor, kot je prikazano na sliki 2.22.

Slika 2.22: Nihanja v agregatni ponudbi



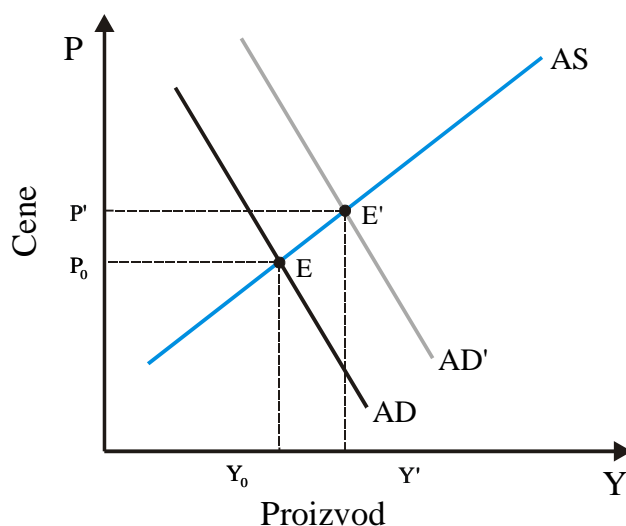
Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 97

Vidimo lahko, da pride ob takšnih premikih tako do zvišanja cen kot do znižanja proizvoda.

2.4.2. Agregatno povpraševanje

Premiki v agregatni ponudbi so možni v obe smeri. Na sliki 2.23 je prikazan premik krivulje agregatne ponudbe v desno in navzgor.

Slika 2.23: Nihanja v agregatnem povpraševanju

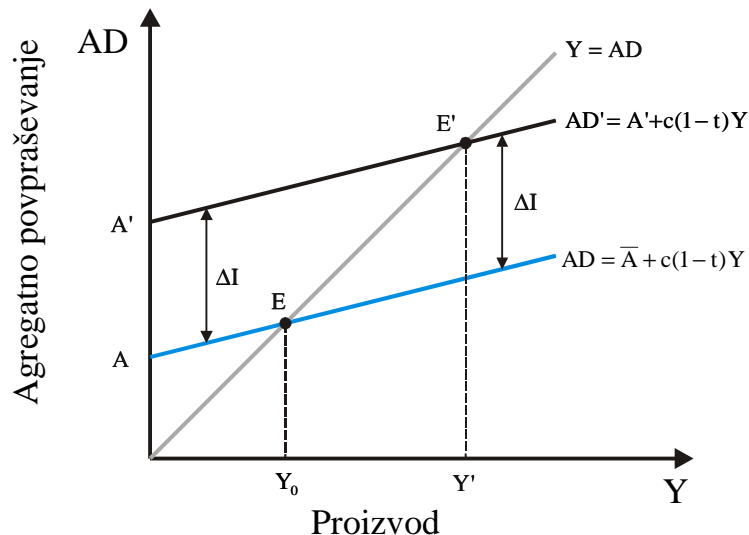


Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 96

Do takšnih premikov lahko prihaja zaradi monetarne (povečanje količine denarja v obtoku) oziroma fiskalne politike (znižanje davčne stopnje, povečanje državnih izdatkov) in zaradi

sprememb v avtonomnem povpraševanju. Tipičen primer takšnega premika je dogodek, ki na hitro spremeni avtonomne investicije $\Delta \bar{I}$. Vpliv takšne spremembe v avtonomnem povpraševanju je prikazan na sliki 2.24.

Slika 2.24: Povezava med nihANJI v avtonomnem povpraševanju in proizvodom



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 229

Vidimo lahko, da so nihanja v proizvodni zaradi multiplikatorja α_g precej večja, kot so spremembe v avtonomnem povpraševanju.

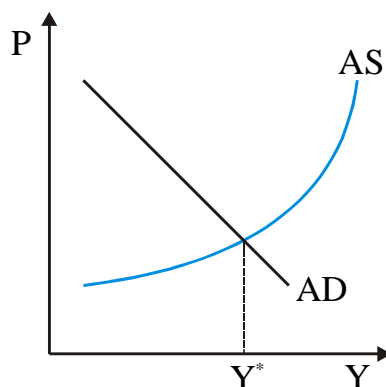
2.5. Izgube

Zaradi nihanj dejanskega proizvoda okrog trendne steze proizvoda prihaja v gospodarstvu do dveh medsebojno izključujočih se negativnih pojavov. To sta:

- nezaposlenost
- inflacija

Njuno pojavljanje je najlažje razložiti ob upoštevanju dejanske krivulje kratkoročne ponudbe, ki je prikazana na sliki 2.25. Vidimo lahko, da moramo za zmanjšanje brezposelnosti pod raven, ki ustreza potencialnemu proizvodu, močno povečati inflacijo. Prav tako je potrebno za zelo nizko inflacijo močno znižati proizvod (povečati nezaposlenost). Zaključimo torej lahko, da na kratki rok ni možno hkratno zniževanje inflacije in nezaposlenosti.

Slika 2.25: Dejanska krivulja agregatne ponudbe



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 100

V nadaljevanju bodo na kratko predstavljeni negativni vplivi, ki jih imata nezaposlenost oziroma inflacija na posameznika in na državo kot celoto.

2.5.1. Nezaposlenost

Negativne učinke nezaposlenosti lahko v splošnem gledamo na dveh nivojih, in sicer na ravni posameznika in na ravni države.

Nezaposlenost je s stališča posameznika nezaželena zaradi izgube dohodka in zaradi socialnih problemov, ki se pojavijo ob daljših obdobjih nezaposlenosti (Dornbusch idr., 2004, str. 161)..

Država zaradi nezaposlenosti izgublja, ker je proizvod pod potencialnim proizvodom. Ocena velikost teh izgub sledi direktno iz Okunovega zakona.

2.5.2. Inflacija

Inflacijo bi najlažje definirali kot dvigovanje ravni cen. Dvigovanje ravni cen povzroča štiri probleme, katerih velikost je odvisna predvsem od tega, ali je inflacija pričakovana ali ne (Horwitz, 2003, str. 78):

1. Inflacija znižuje vrednost denarja in je torej neke vrste davek na denar (Kacapyr, 1998, str. 24). Posledično je denarja manj, kot bi bilo optimalno. Poleg tega je zaradi manjše količine denarja potrebno večkrat v banko, kar povzroča dodatne stroške bančnih transakcij.
2. Zaradi inflacije prihaja do takoimenovane redistribucije sredstev od upnikov na dolžnike. Če je inflacija nepričakovana, dolžniki plačujejo svoje nominalne dolgove z denarjem, ki je vreden manj. S tem v bistvu ne vrnejo vsega dolga. Na prvi pogled redistribucija ne povzroča nikakršnih stroškov, temveč le transfer sredstev. Vendar pa

je potrebno vedeti, da so ravno zaradi tega transferja predvsem v pogojih nepredvidljive inflacije upniki pripravljeni posojati manj, kot bi bilo optimalno.

3. Prodajalci morajo zaradi inflacije spreminjati cene, kar tudi privede do določenih stroškov. Večja kot je inflacija, višji so stroški, kajti cene je potrebno pogosteje spreminjati. Pri tem je potrebno poudariti, da ti stroški obstajajo tudi, če je inflacija povsem pričakovana.
4. Zaradi inflacije se poleg spreminjanja ravni cen lahko pojavijo tudi spremembe v relativnih cenah. Posledično prihaja do neravnotežne (neoptimalne) razporeditve proizvodnih faktorjev (Horwitz, 2003, str. 79).

V pogojih posebej visoke inflacije (hiperinflacija) pa prihaja še do drugih vplivov. Denar lahko celo izgubi svojo vlogo menjalnega posrednika. Prihaja do tako imenovanih barter transakcij, ki pa so manj učinkovite (Gomme, 2001, str. 2).

2.5.3. Kriteriji

Ob ugotovitvi, da na kratki rok ni možno hkratno zniževanje inflacije in nezaposlenosti, se zastavlja vprašanje, kako definirati kriterij uspešnosti ob prisotnosti obeh. Navadno se uporabi tako imenovana cenilka U . Kot osnovo bi lahko vzeli kar vsoto inflacije in brezposelnosti.

$$U(t) = \pi(t) + u(t) \quad (2.35)$$

Njeno uporabnost nakazuje visoka stopnja korelacije (0.77) s številom samomorov oseb starih nad 48 let v ZDA (Yang, 1992a, str. 98). Ker sta stopnji korelacije inflacije in brezposelnosti različni, ju je smiselno utežiti. Takšna cenilka je na primer (Yang, 1992b, str. 89)

$$U(t) = w_{\pi} \cdot \pi(t) + w_u \cdot u(t) \quad (2.36)$$

Težava takšne cenilke je predvsem v tem, kako določiti vrednosti uteži. Z njihovim spreminjanjem se namreč tudi cenilka zelo spreminja (Asher idr., 1993, str. 59). V literaturi je moč najti še druge cenilke. V (Wiseman, 1992, str. 85) je na primer navedena modificirana cenilka, ki upošteva naravno stopnjo nezaposlenosti u^* .

$$U(t) = |\pi(t)| + |u(t) - u^*| \quad (2.37)$$

Seveda so možne tudi nelinearne cenilke. Osnovna je kvadratna cenilka (Golden, 1994, str. 92).

$$U(t) = \pi(t)^2 + u(t)^2 \quad (2.38)$$

Obstajajo tudi cenilke, ki namesto nezaposlenosti uporabljajo kar proizvod. Ena takšnih je (Clark idr., 1999, str. 500), (Semmler, 2002, str. 284)

$$U(t) = -(Y(t) - Y^*)^2 - k(\pi(t) - \pi^*)^2 \quad (2.39)$$

Ne glede na to, katero cenilko izberemo, je osnovna naloga ekonomske politike njena maksimizacija (minimalizacija). V kolikor študiramo dinamiko gospodarstva, pa je potrebno cenilko še integrirati po času. V tem primeru bi torej kot kriterij lahko vzeli naslednji integral

$$\int_0^{\infty} U(t) dt \quad (2.40)$$

Seveda bi tudi v tem primeru lahko podintegralsko funkcijo množili s kakšno časovno odvisno funkcijo.

2.6. Politika

Temeljna naloga ekonomske politike je prestavljanje krivulje agregatnega povpraševanja tako, da ustreza krivulji agregatnega proizvoda (sekati se morata v točki potencialnega proizvoda). Načinov, kako to doseči, pa je več. Ena skrajnost je povečevanje količine denarja v obtoku za konstantno vrednost ne glede na dogajanja v gospodarstvu. Friedman je na primer za ZDA v različnih obdobjih predlagal vrednosti od 2 do 5% (Dornbusch idr., 2004, str. 195). Druga možnost pa je aktivno vodenje ekonomske politike na osnovi makroekonomskih kazalcev. Aktivno ekonomsko politiko bi lahko razdelili na dve veji (Dornbusch idr., 2004, str. 198):

- Prva možnost je, da se politiki po lastni presoji odločajo za vodenje gospodarstva.
- Druga možnost pa je uporaba že vnaprej določenih pravil ekonomske politike.

V bistvu je tudi prva možnost uporaba neke vrste pravil, le da so ta “zapisana” v človeških glavah in se formirajo na osnovi preteklih izkušenj. V smislu klasične matematike je tovrstna pravila zelo težko, če že ne nemogoče, okarakterizirati s formulami. Za tovrstne naloge se zdi bolj primerna mehka logika, ki v svoji osnovi predpostavlja mehko odločanje. Takšno odločanje je bližje človeškemu načinu razmišljanja.

V okviru druge možnosti se je izoblikovalo več pravil. Eno izmed možnih pravil (za ZDA) je na primer pravilo, ki govori o spreminjanju količine denarja v obtoku v odvisnosti od nezaposlenosti (Dornbusch idr., 2004, str. 198):

$$\frac{\Delta M}{M} = 4.0 + 2 \cdot (u - 5.5) \quad (2.41)$$

Drugo in hkrati verjetno najbolj znano je tako imenovano Taylorjevo pravilo, ki govori o ciljni obrestni meri i^* v odvisnosti od dolgoročne povprečne realne obrestne mere r^* , inflacije π , ciljne inflacije π^* in relativne proizvodne vrzeli (Spencer, 2004, str. 3), (Ghysels idr., 2002, str. 243). V obliki formule ga podaja naslednji izraz (Judd in Rudebusch, 1998, str. 5)

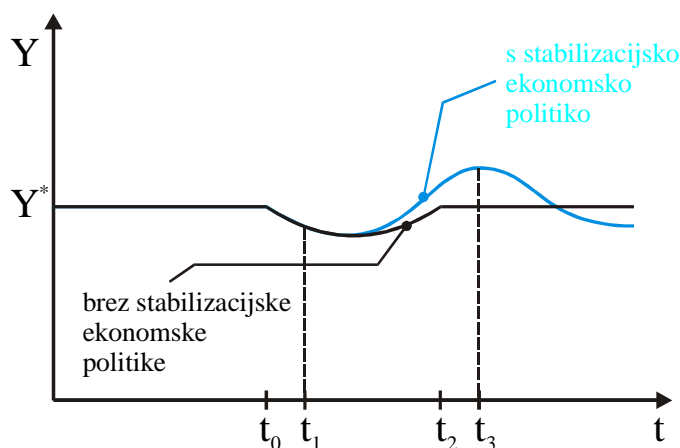
$$i^* = r^* + \pi + 0.5 \cdot (\pi - \pi^*) + 0.5 \cdot \left(100 \cdot \frac{Y - Y^*}{Y^*} \right), \quad (2.42)$$

pri čemer je v originalu (za ZDA) tako za r^* , kot za π^* predpostavljena vrednost 2.

2.7. Časovni zadržki

Zaradi motenj, ki se pojavljajo v gospodarstvu, mora ekonomska politika ustrezno vplivati nanj. Glavni problem, ki se pojavlja v zvezi s tem, pa je prikazan na sliki 2.26.

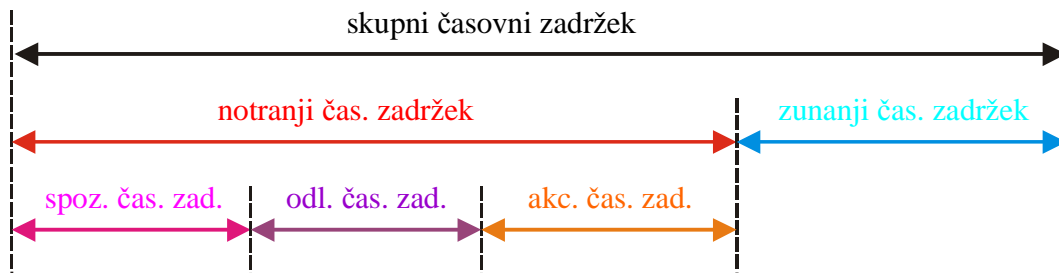
Slika 2.26: Ekonomska politika ob upoštevanju časovnih zadržkov



Vir: Dornbusch idr., 2004, str. 184

Recimo, da se ob času t_0 pojavi motnja. Če ni nikakršne stabilizacijske ekonomske politike, se v primeru, da je motnja le začasna, do časa t_2 gospodarstvo vrne na raven potencialnega proizvoda. Težava ob prisotnosti stabilizacijske ekonomske politike pa je ta, da lahko z njo vplivamo na gospodarstvo šele z nekim časovnim zamikom oziroma časovnim zadržkom, ki je sestavljen iz več delov, kot je prikazano na sliki 2.27.

Slika 2.27: Shematski prikaz časovnih zadržkov



Vir: Oblikoval avtor

Pri tem velja opozoriti na dejstvo, da zadržkov ni moč vedno sešteti. Predvsem to velja za notranji in zunanji zadržek. Seštejemu ju namreč lahko le v smislu zakasnitve odziva sistema, če pa nas zanima dinamika gospodarstva, pa je potrebno upoštevati vsakega posebej. V smislu teorije krmiljenja je namreč zunanji zadržek del objekta (v tem primeru gospodarstva). Notranji zadržek, ki je del ekonomske politike, pa spada v okvir povratne zveze.

2.7.1. Notranji časovni zadržek

Notranji časovni zadržek (angl. inside lag) je čas, ki je potreben, da se sprovede določena ekonomska politika (na primer sprememba davčne stopnje ali količine denarja v obtoku). Notranji časovni zadržek sestavljajo (Mester, 2002, str. 9):

- spoznavni časovni zadržek (angl. recognition lag)
- odločitveni časovni zadržek (angl. decision lag)
- akcijski časovni zadržek (angl. action lag)

Vsi trije so za primer financ razloženi v (Bederman, 2000, str. 5). V nadaljevanju bodo na kratko predstavljeni.

Spoznavni časovni zadržek

Spoznavni časovni zadržek je čas, ki preteče od pojavnosti do trenutka, ko ekonomska politika spozna, da je do te motnje sploh prišlo. Ta časovni zadržek je v principu lahko celo negativen in sicer v primerih, ko lahko motnje vnaprej napovemo. Tak primer je povečano povpraševanje po denarju v času božično-novoletnih praznikov. V splošnem pa je njegova vrednost pozitivna. V strokovni literaturi je za njegovo vrednost moč najti tudi 5 mesecev (Dornbusch idr., 2004, str. 185). Obstajajo tudi metode za skrajševanje le-tega (Stauffer, 1997, str. 326).

Odločitveni časovni zadržek

Odločitveni časovni zadržek je čas, ki preteče od trenutka spoznanja motnje, pa do trenutka, ko ekonomska politika sprejme odločitev glede te motnje. Velikost tega časovnega zadržka je v glavnem odvisna od frekventnosti sestajanja organov, ki morajo odločitve sprejemati. Navadno ni pretirano dolg, je pa odvisen od uporabljene politike. Monetarno namreč vodi centralna banka, fiskalno pa vlada.

Akcijski časovni zadržek

Akcijski časovni zadržek je čas, ki preteče od trenutka sprejetja odločitve do trenutka njene implementacije. V primeru monetarne politike (spreminjanje denarja v obtoku) tega zadržka praktično ni. Akcijski časovni zadržek za fiskalno politiko pa je precej daljši. Ko je odločitev zanjo sprejeta, je namreč potrebno pripraviti vso zakonodajo s tem v zvezi. Novi zakoni morajo nato skozi parlamentarno proceduro, kar mnogokrat prav tako ni kratkotrajen postopek.

2.7.2. Zunanji časovni zadržek

Zunanjega časovnega zadržka ni moč tako točno opredeliti kot notranjega. Gre v bistvu za časovno zakasnitev med implementacijo politične odločitve in njenimi vplivi v gospodarstvu. Nekateri avtorji pojmujejo notranji zadržek kot diskreten, zunanjega pa kot porazdeljenega (Dornbusch idr., 2004, str. 187). Ko je namreč politična odločitev uresničena, je njen vpliv na gospodarstvo porazdeljen skozi časovno obdobje.

Kot pri notranjem zadržku je tudi tu pomembna razlika med monetarno in fiskalno politiko. Monetarna politika (recimo trenutno povečanje denarja v obtoku) najprej vpliva na obrestne mere. Te z zakasnitvijo vplivajo na raven investicij. S spremenjenim obsegom investicij se spremeni tudi agregatno povpraševanje in s tem proizvod, kar inducira nadaljnje povečanje povpraševanja zaradi procesa multiplikacije. Fiskalna politika (recimo povečanje državnih izdatkov) ima takojšen vpliv na agregatno povpraševanje. To pomeni, da je zunanji časovni zadržek za fiskalno politiko bistveno krajši od monetarnega.

3. Osnove mehke logike

3.1. Mehke množice

Koncept mehkih množic je kot posplošitev ostrih množic prvi predstavil L. A. Zadeh (Yager in Filev, 1994, str.1). Tako mehke kot ostre množice lahko definiramo s pomočjo karakterističnih funkcij μ , katerih domena je univerzalna množica X , kodomena pa se glede na tip množice razlikuje. Medtem ko lahko ostro množico S definiramo s karakteristično funkcijo μ_S

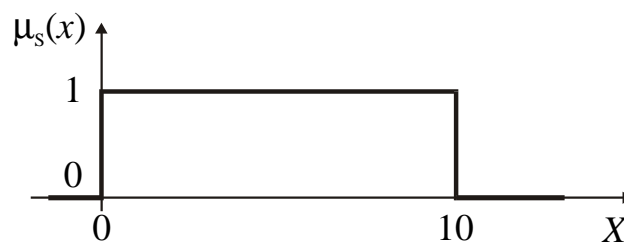
$$\mu_S : X \rightarrow \{0,1\}, \quad (3.1)$$

ki je preslikava, katere kodomena je množica z elementoma 0 in 1, lahko mehko množico A definiramo s karakteristično funkcijo μ_A

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1], \quad (3.2)$$

ki je preslikava, katere kodomena je interval $[0,1]$. Karakteristična funkcija ostre množice ima pri nekem $x \in X$ vrednost 1, če je $x \in S$ in vrednost 0, če $x \notin S$. Primer karakteristične funkcije za množico, ki vsebuje realna števila med 0 in 10, je prikazan na sliki 3.1.

Slika 3.1: Primer karakteristične funkcije za ostro množico, katere elementi so realna števila med 0 in 10

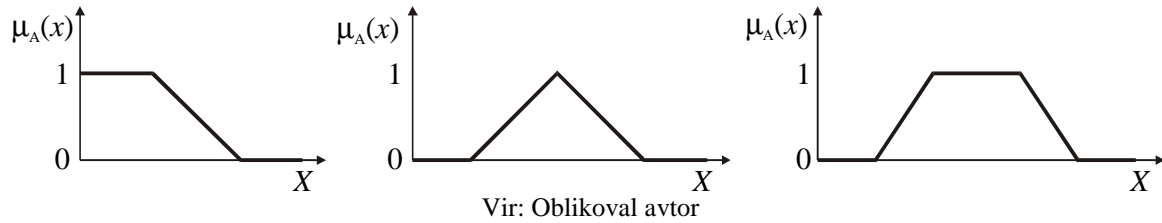


Vir: Oblikoval avtor

Karakteristična funkcija mehke množice lahko zavzame za vsak $x \in X$ katerokoli vrednost na intervalu $[0,1]$. Nekaj tipičnih oblik karakterističnih funkcij mehkih množic je prikazanih na sliki 3.2. Če ima karakteristična funkcija μ_A pri nekem $x \in X$ vrednost $y \in [0,1]$, potem rečemo, da pripada element x množici A s pripadnostjo y .

V primeru, ko je domena X končna množica, moramo pripadnosti podati za vsak element posebej. Če je na primer množica $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, potem lahko mehko množico A zapišemo v obliki $A = \{0.5/x_1, 1/x_2, 0/x_3, 0.1/x_4\}$.

Slika 3.2: Trije tipični primeri karakterističnih funkcij mehkih množic



Mehka množica A je *normalna* (angl. normal), če obstaja $x \in X$, za katerega velja $\mu_A(x)=1$. Z drugimi besedami bi lahko rekli, da je mehka množica normalna, če ji vsaj en element pripada s pripadnostjo 1. Mehki množici, ki ni normalna, rečemo *podnormalna* (angl. subnormal). Največjo pripadnost izmed elementov množice A imenujemo *višina* (angl. height) množice A . Normalno množico bi torej lahko definirali tudi kot množico z višino 1. *Podpora* (angl. support) mehke množice A je ostra množica, katere elementi so vsi elementi, ki mehki množici A pripadajo s pripadnostjo večjo od 0. Označimo jo s $\text{Supp}(A)$.

$$\text{Supp}(A) = \{x \mid \mu_A(x) > 0\} \quad (3.3)$$

Jedro (angl. core) mehke množice A je ostra množica, katere elementi so vsi elementi, ki mehki množici A pripadajo s pripadnostjo 1. Označimo jo s $\text{Core}(A)$.

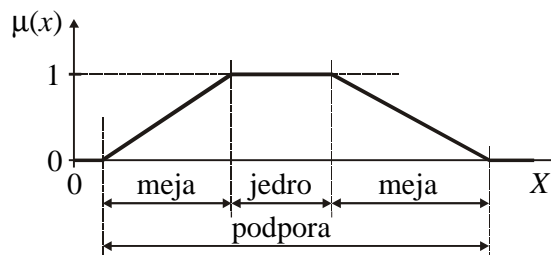
$$\text{Core}(A) = \{x \mid \mu_A(x) = 1\} \quad (3.4)$$

Meja (angl. boundary) mehke množice A je ostra množica, katere elementi so vsi elementi, ki mehki množici A pripadajo s pripadnostjo med 0 in 1. Označimo jo s $\text{Bound}(A)$.

$$\text{Bound}(A) = \{x \mid 0 < \mu_A(x) < 1\} \quad (3.5)$$

Na sliki 3.3 so prikazani jedro, meja in podpora mehke množice.

Slika 3.3: Značilnosti karakterističnih funkcij



Vir: Zilouchian in Jamshidi, 2001, str. 164

Vidimo lahko, da je normalno množico možno definirati tudi kot množico z nepraznim jedrom.

Mehka množica A je *podmnožica* mehke množice B (označimo z $A \subset B$), če za vsak $x \in X$ velja $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$. *Enakost* mehkih množic A in B je izpolnjena, če hkrati velja $A \subset B$ in $B \subset A$. Mehka množica A je *prazna*, če za vsak $x \in X$ velja $\mu_A(x) = 0$.

3.2. Operacije nad mehкими množicami

Operacije nad mehкими množicami so razširitev operacij, ki so znane iz obravnave ostrih množic. Ker imamo lahko ostre množice za poseben primer mehkih množic, se operacije nad mehкими množicami v primeru, da potekajo nad samimi ostrimi množicami, poenostavijo v že znane izraze iz teorije ostrih množic.

3.2.1. Unija

Mehka množica C je *unija* mehkih množic A in B (označimo $C = A \cup B$), če velja

$$\mu_C(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (3.6)$$

V splošnem so za unijo možne tudi druge operacije. To so tako imenovane T-norme (Virant, 1992, str. 17-23).

3.2.2. Presek

Mehka množica C je *presek* mehkih množic A in B (označimo $C = A \cap B$), če velja

$$\mu_C(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (3.7)$$

V splošnem so za presek možne tudi druge operacije. To so tako imenovane S-norme ali T-konorme (Virant, 1992, str. 17-23).

3.2.3. Komplement

Relativni komplement mehke množice A glede na mehko množico B označimo z $E=B-A$ in je definiran kot

$$\mu_E(x) = \max[0, \mu_A(x) - \mu_B(x)] \quad (3.8)$$

V primeru, da je mehka množica B univerzalna X, imenujemo množico \bar{A} , definirano z $\bar{A} = X - A$, kar *komplement* množice A.

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (3.9)$$

3.2.4. Mehke relacije

Mehke relacije so razširitev ostrih relacij, ki so poznane iz klasične teorije množic. Ostra relacija R je podmnožica kartezijskega produkta univerzalnih množic X in Y.

$$R \subset X \times Y = \{(x, y) \mid x \in X, y \in Y\} \quad (3.10)$$

Ostro relacijo lahko torej definiramo s karakteristično funkcijo

$$\mu_R : X \times Y \rightarrow \{0, 1\} \quad (3.11)$$

Mehka relacija R predstavlja razširitev ostre relacije v smislu kodomene, ki ni več množica $\{0, 1\}$, temveč interval $[0, 1]$.

$$\mu_R : X \times Y \rightarrow [0, 1] \quad (3.12)$$

Seveda se zastavlja tudi vprašanje definicije kartezijskega produkta mehkih množic. Naj bo mehka množica A podmnožica univerzalne množice X in mehka množica B podmnožica univerzalne množice Y. Naj bo mehka množica C *kartezijski produkt mehkih množic* A in B, ki ga označimo kot $A \times B$. Pripadnost mehki množici C, ki je podmnožica množice $X \times Y$, je določena z izrazom

$$\mu_C(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (3.13)$$

Zelo pomembna je kompozicija relacij. Če imamo na primer dve mehki relaciji C in D, ki sta podmnožici množic $X \times Y$ oziroma $Y \times Z$, potem je sestavljena relacija E, ki jo označimo z oznako $C \circ D$ in je podmnožica množice $X \times Z$, definirana z naslednjo karakteristično funkcijo (Patyra in Mlynek, 1996, str. 4)

$$\mu_E(x, z) = \max_{y \in Y} (\min(\mu_C(x, y), \mu_D(y, z))) \quad (3.14)$$

Poseben primer takšnega komponiranja relacij je, ko eno izmed relacij nadomestimo z mehko množico. Torej recimo, da imamo mehko množico A , ki je podmnožica množice X , in mehko relacijo C , ki je podmnožica množice $X \times Y$. Njuno komponiranje da mehko množico B , ki je podmnožica množice Y in je definirana z naslednjim predpisom

$$\mu_B(y) = \max_{x \in X} (\min(\mu_A(x), \mu_C(x, y))) \quad (3.15)$$

Omenjeno komponiranje je zelo pomembno, kajti je osnova za določevanje izhodnih signalov na osnovi pravila modus ponens, ki predstavlja temelj mehke logike.

3.3. Mehka logika

V okviru logike operiramo z izjavami oziroma predikati. Naj bo p neka odprta izjava oziroma predikat, definiran nad množico X . Definirajmo množico P tako, da vsebuje vse tiste elemente, pri katerih je izjava p resnična. Recimo, da se izjava p glasi » x je strogo manjši od 3«. V tem primeru vsebuje množica P vsa realna števila, ki so manjša od 3. Ostri predikat lahko torej opišemo z množico P , katere karakteristična funkcija je

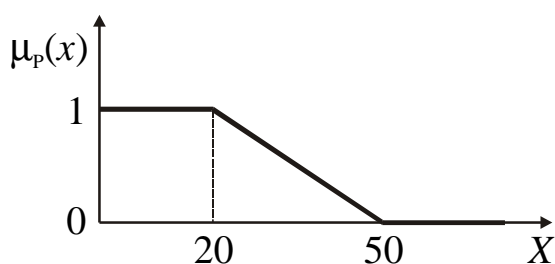
$$\mu_P : X \rightarrow \{0,1\} \quad (3.16)$$

Mehki predikat je razširitev ostrega predikata na že znan način

$$\mu_P : X \rightarrow [0,1] \quad (3.17)$$

Predstavlja torej osnovno uporabo mehkih množic. Bistvo mehkega predikata je v tem, da omogoča definiranje izjav, ki so bližje človeškemu razmišljanju. Izjavo » x -letnik je mlad« je na primer zelo težko opisati z ostrimi množicami. Če je meja pri recimo 30. letih, bi to pomenilo, da je 29-letnik mlad, 30-letnik pa star. Tudi če bi različne ljudi spraševali, ali je 30-letnik mlad ali star, bi verjetno dobili zelo široko paleto odgovorov. Desetletniku bi se na primer zdel star, 70-letniku pa mlad. Z uporabo mehkih množic je mogoče ta prehod bolj »omehčati«. Na sliki 3.4 je prikazan primer mehčanja te izjave. Takšna karakteristična funkcija pove, da je človek do 20. leta mlad, nato pa se njegova pripadnost množici mladih ljudi zmanjšuje in pri 50. letih doseže vrednost 0. Vidimo lahko, da je tovrsten opis bistveno bližji človeškemu razmišljanju kot ostro ločevanje, ki ga narekuje klasična teorija množic.

Slika 3.4: Karakteristična funkcija mehkega predikata



Vir: Oblikoval avtor

S tako definiranimi mehkiimi predikati lahko definiramo tudi sestavljene izjave (logični in, logični ali itd.). Naj bosta na primer p in q predikata, ki ju opišemo z množicama P in Q . Definiramo lahko naslednje sestavljene izjave:

- konjunkcijo (logični in)
 $p \wedge q \Rightarrow P \cap Q$
- disjunkcijo (logični ali)
 $p \vee q \Rightarrow P \cup Q$
- negacijo
 $\neg p \Rightarrow \bar{P}$
- ekvivalenco
 $p \Leftrightarrow q \Rightarrow P = Q$
- implikacijo
 $p \Rightarrow q \Rightarrow \bar{P} \cup Q$

Med naštetimi sestavljenimi izjavami je posebej zanimiva zadnja. Gre za razširitev ostre implikacije, ki je definirana s tabelo 3.1.

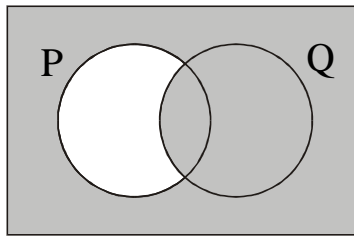
Tabela 3.1: Mehka inferenca

| p | q | $p \Rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| d | d | d |
| d | n | n |
| n | d | d |
| n | n | d |

Vir: Oblikoval avtor

Implikacija je torej neresnična (n) le v primeru, ko je izjava p resnična (d) in izjava q neresnična (n). Če sta množici P in Q podmnožici iste univerzalne množice, lahko implikacijo prikažemo tudi z Vennovim digramom (glej sliko 3.5).

Slika 3.5: Mehka implikacija



Vir: Oblikoval avtor

V nadaljnjem bo zelo pomembna sestavljena izjava, ki se imenuje *modus ponens* in je definirana z naslednjim izrazom

$$p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q \quad (3.18)$$

V tabeli 3.2 lahko vidimo, da je takšna izjava vedno resnična in jo zato imenujemo tautologija.

Tabela 3.2: Modus ponens

| p | q | $p \Rightarrow q$ | $p \wedge (p \Rightarrow q)$ | $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|------------------------------|--|
| d | d | d | d | d |
| d | n | n | n | d |
| n | d | d | n | d |
| n | n | d | n | d |

Vir: Oblikoval avtor

Poleg sestavljene izjave modus ponens se mnogokrat uporablja tudi sestavljena izjava

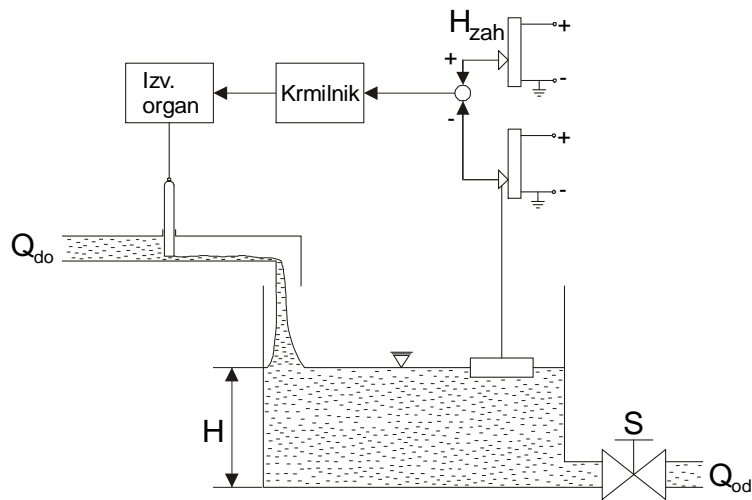
$$\bar{q} \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow p, \quad (3.19)$$

ki je prav tako tautologija. Pravimo ji *modus tolens*.

3.4. Mehko krmiljenje

Razmišljanje, na katerem je zasnovano mehko krmiljenje, je smiselno predstaviti na enostavnem primeru, kot je krmiljenje gladine vode, ki je shematično prikazano na sliki 3.6.

Slika 3.6: Shema krmiljenja gladine



Vir: Oblikoval avtor

Naloga krmilnika je, da je dejanska višina gladine vode H enaka zahtevani H_{zah} , ki jo nastavljamo na potenciometru. Z merjenjem (plavačem) ugotavljamo, ali je gladina visoka, nizka, previsoka in tako naprej. V krmilniku so programirana pravila, po katerih naj le-ta deluje na izvršilni organ (zasun), ki določa dotok vode v posodo Q_{do} . Eno takih pravil bi recimo bilo »Če je gladina previsoka, potem zapri zasun«. Delovanje krmilnega sistema bi torej lahko podali s tabelo 3.3.

Tabela 3.3: Mehko krmiljenje

| merilnik | krmilnik | izvršilni organ |
|-------------------|--|-------------------|
| p | q | $p \Rightarrow q$ |
| Gladina previsoka | Če je gladina previsoka, potem zapri zasun | Zapri zasun |

Vir: Oblikoval avtor

Z merilnikom torej določimo izjavo p (recimo »Gladina je previsoka«). V krmilniku imamo sprogramirano pravilo obnašanja $p \Rightarrow q$, ki pravi »Če je gladina previsoka, zapri zasun«. Ker vemo, da iz p in $p \Rightarrow q$ sledi q , je izhod iz krmilnika definiran kot »Zapri zasun«. Tovrstno razmišljanje pa bi želeli razširiti tudi na izjave, kjer se izmerjena vrednost ne ujema povsem s tistimi, ki so definirane v krmilniku. Z drugimi besedami si želimo, da bi v primeru, da merilnik izmeri »Gladina visoka« in da je v krmilniku še vedno sprogramirano pravilo »Če je gladina previsoka, zapri zasun«, dal krmilni sistem kot izhod »Pripravi zasun«. Gre torej za razširitev pravila modus ponens v naslednjo obliko:

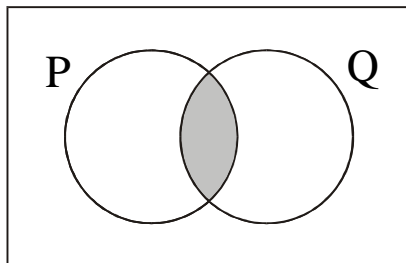
$$p' \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q' \tag{3.20}$$

Zapis z množicami bi se torej glasil

$$Q' = P' \cap (\bar{P} \cup Q) \quad (3.21)$$

Največkrat se za implikacijo ne uporablja $\bar{P} \cup Q$, temveč $\bar{P} \cup Q$ (glej sliko 3.7).

Slika 3.7: Mehka implikacija po Mamdaniju



Vir: Oblikoval avtor

Bistvo te modifikacije je v tem, da se izloči uporaba pravila »Če gladina ni previsoka, zapri zasun«. V matematičnem smislu je namreč uporaba tovrstne implikacije upravičena, čeprav je s stališča krmiljenja nesmiselna. Karakteristična funkcija množice Q' je torej definirana z naslednjim izrazom:

$$\mu_{Q'}(y) = \max_{x \in X} (\min(\mu_{P'}(x), \mu_{P \cap Q}(x, y))) = \max_{x \in X} (\min(\mu_{P'}(x), \mu_P(x), \mu_Q(y))) \quad (3.22)$$

Z upoštevanjem enakosti

$$\min(\mu_{P'}(x), \mu_P(x), \mu_Q(y)) = \min(\min_{x \in X}(\mu_{P'}(x), \mu_P(x)), \mu_Q(y)) \quad (3.23)$$

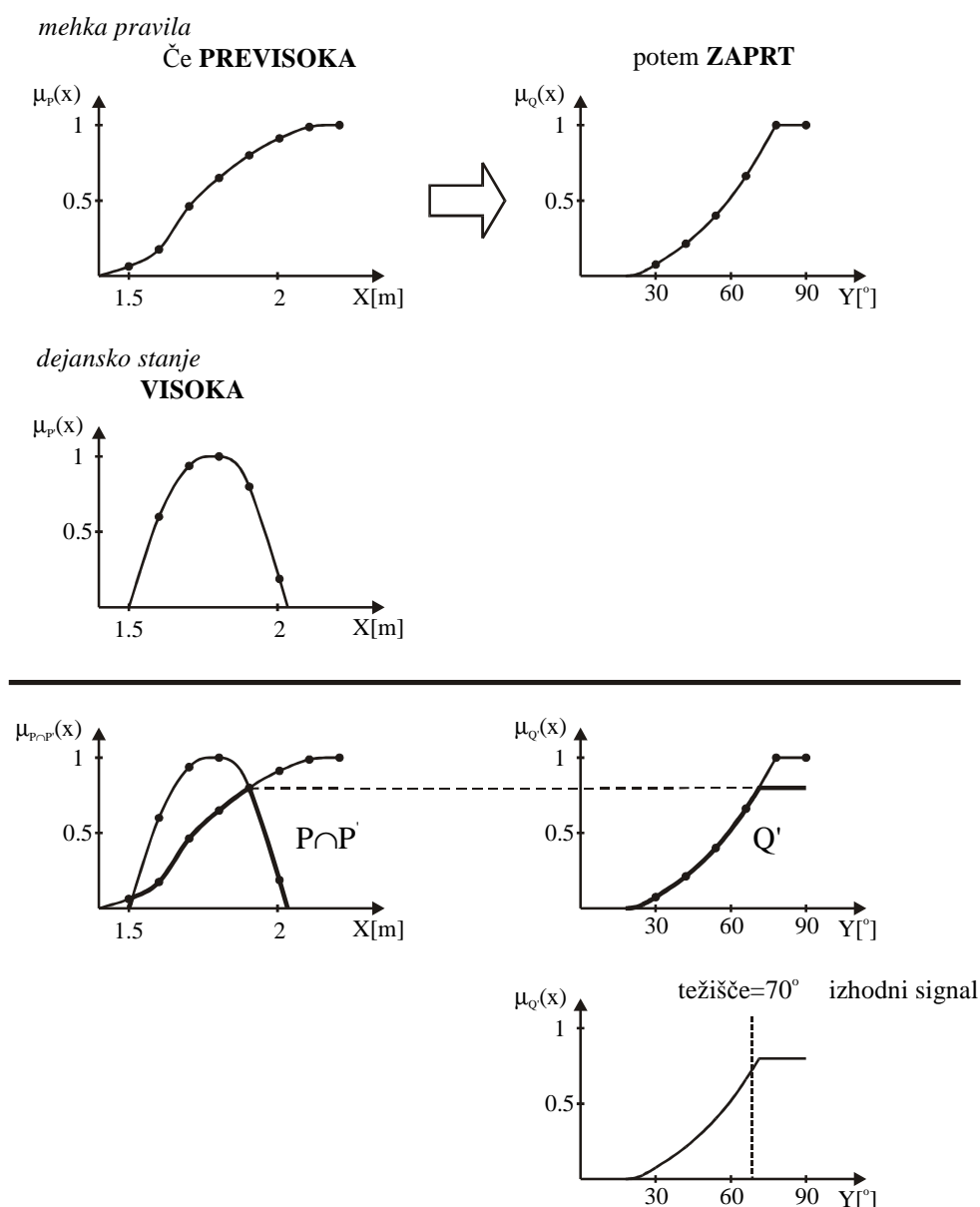
dobimo kot rezultat izraz

$$\mu_{Q'}(y) = \max_{x \in X} (\min(\mu_{P' \cap P}(x), \mu_Q(y))) \quad (3.24)$$

Grafično je postopek določevanja karakteristične funkcije za množico Q' prikazan na sliki 3.8. Ko je karakteristična funkcija množice Q' določena, pa se zastavi vprašanje, kakšen naj bo izhodni signal krmilnika. Mehka množica je namreč za ta namen neprimerna. Procesu, ko iz mehke množice dobimo številsko vrednost za izhodni signal, rečemo "defuzifikacija". Največkrat se v ta namen izračuna težišče površine pod karakteristično funkcijo mehke množice Q' , ki je definirano z izrazom (Terano idr., 1994, str. 41):

$$T = \frac{\int_Y \mu_{Q'}(y) \cdot y \cdot dy}{\int_Y \mu_{Q'}(y) \cdot dy} \quad (3.25)$$

Slika 3.8: Fuzzy inferenčni sistem



Vir: Terano idr., 1994, str. 40

Odstopek od predstavljenega postopka predstavlja dejstvo, da merilnik navadno ne da izhoda v obliki mehke množice, temveč nek signal s točno določeno številčno vrednostjo. Na primeru krmiljenja gladine torej izhodni signal ni »Gladina previsoka«, temveč recimo 0.5m. Iz te številčne vrednosti je torej potrebno dobiti mehko množico P'.

Signal, ki ima v nekem trenutku vrednost x_0 , lahko predstavimo z mehko množico P', ki ima naslednjo karakteristično funkcijo:

$$\mu_{P'}(x) = \begin{cases} 1; & x = x_0 \\ 0; & x \neq x_0 \end{cases} \quad (3.26)$$

V vseh ostalih pogledih ostane postopek nespremenjen. Na ta način je torej možno z vhodnim signalom, ki je točno določeno realno število, dobiti izhodni signal, ki je prav tako točno določeno realno število, kljub temu, da je logika krmilnika mehka in torej operiramo z mehкими množicami.

V opisanem primeru je bilo uporabljeno najenostavnejše pravilo $p \Rightarrow q$ (modus ponens). V okviru krmiljenja se mnogokrat uporabljajo tudi bolj komplicirane izjave, kot je na primer »Če je gladina visoka in če se gladina dviga, potem odpri ventil«, ki bi v izjavnem računu izgledala kot $(p_1 \wedge p_2) \Rightarrow q$. Mehka logika sicer omogoča povsem poljubne izjave, vendar pa te s stališča krmiljenja večinoma niso zanimive.

Poudariti velja še dejstvo, da je možno kombinirati tudi več pravil hkrati, pri čemer je rezultat še vedno ena mehka množica Q' . Recimo, da imamo naslednjih pet pravil ekonomske politike, ki so prikazana v tabeli 3.4.

Tabela 3.4: Možna mehka pravila ekonomske politike

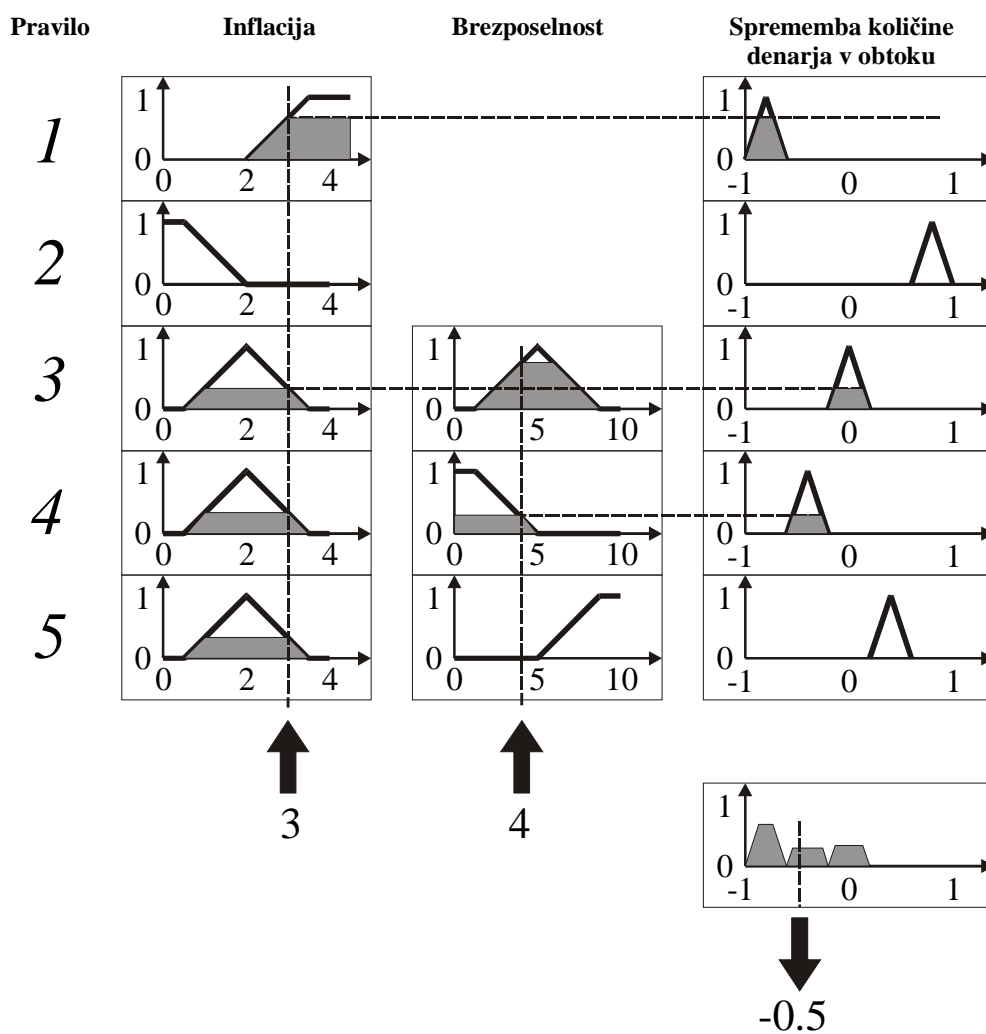
| Št. | Inflacija | Brezposelnost | Količina denarja v obtoku |
|-----|-----------|---------------|---------------------------|
| 1 | nizka | | močno povečaj |
| 2 | visoka | | močno zmanjšaj |
| 3 | normalna | normalna | ne spreminjaj |
| 4 | normalna | nizka | rahlo zmanjšaj |
| 5 | normalna | visoka | rahlo povečaj |

Vir: Oblikoval avtor

Četrto pravilo bi torej prebrali »Če je inflacija normalna in brezposelnost nizka, potem rahlo zmanjšaj količino denarja v obtoku«. Na sliki 3.9 je prikazano kako na osnovi razširjenega pravila modus ponens pridemo na osnovi dveh vhodnih podatkov (inflacije in brezposelnosti) do izhodnega podatka (spremembe količine denarja v obtoku).

Na sliki je prikazan primer za 3-odstotno inflacijo in 4-odstotno brezposelnost. Skrajno desno na sliki 3.9 so prikazane mehke množice, ki jih dobimo na osnovi vsakega izmed pravil. Mehko množico Q' , na osnovi katere določamo izhodni signal, dobimo kot unijo množic pri posameznih pravilih. Izhodni signal določimo kot težišče te množice. V tem primeru je enak -0.5, kar pomeni, da je potrebno količino denarja v obtoku zmanjšati za 0.5%.

Slika 3.9: Mehka inferenca



Vir: Oblikoval avtor

4. Teorija krmiljenja

4.1. Splošno o sistemih

Sistem v najširšem primeru predstavlja izdvojeno funkcionalno celoto, ki je sestavljena iz množice objektov, njihovih lastnosti (atributov) in množice relacij, ki povezuje objekte in njihove lastnosti (Simić, 1987, str. 3).

V splošnem lahko kakršenkoli sistem (objekt) predstavimo z odvisnostjo med vhodnim (x) in izhodnim (y) signalom oziroma z vektorjem vhodnih signalov (\mathbf{x}) in vektorjem izhodnih signalov (\mathbf{y}), če gre za sistem z več vhodi in izhodi. Odvisnost lahko torej zapišemo z enačbo

$$y = f(x) \quad (4.1)$$

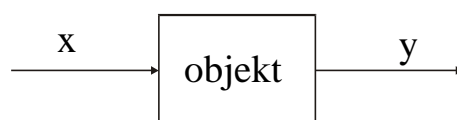
Glede na vrsto odvisnosti lahko sisteme delimo na (Šurina, 1991, str. 14):

- *deterministične*
To so sistemi, pri katerih so izhodni signali enoznačno določeni z vhodnimi signali.
- *stohastične*
V tem primeru ne obstaja enoznačna odvisnost med vhodnimi in izhodnimi signali. Njihovo obravnavo izvajamo v okviru verjetnostnega računa.

Odvisnost f je lastnost objekta in je lahko v matematičnem smislu za deterministične sisteme konstanta (proporcionalni objekt), prenosna karakteristika (linearni objekt) ali zgolj oznaka za neko povsem poljubno nelinearno diferencialno enačbo. Matematičnemu opisu sistema navadno pravimo model sistema. Postopku določitve modela pa pravimo modeliranje (Zorič in Donlagić, 1987a, str. VI). Isti sistem ima lahko navadno več modelov, odvisno od točnosti predstavitve, področij delovanja in računske zahtevnosti.

V okviru teorije krmiljenja se zaradi lažje vizualne predstave večkrat poslužujemo predstavitve modela sistema (objekta) s pomočjo blokovne algebre. Tak zapis objekta je za sistem z enim vhomom in enim izhodom prikazan na sliki 4.1.

Slika 4.1: Predstavitev objekta z enim vhomom in enim izhodom



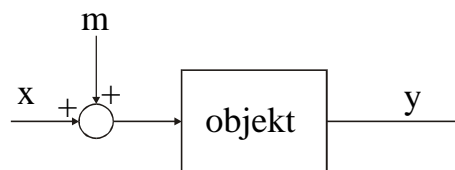
Vir: Ebel, 1982, str. 15

V splošnem imamo glede obravnave takšnega sistema tri možnosti (Šurina, 1991, str. 14-15):

- *analiza*
Znan je vhodni signal in lastnosti objekta, zanima pa nas izhodni signal oziroma njegove lastnosti (stabilnost, točnost itd.).
- *sinteza*
Znan je vhodni signal in želen izhodni signal. Lastnosti objekta je torej potrebno prilagoditi tema zahtevama.
- *problem instrumenta*
Znan je izhodni signal in lastnosti objekta, zanima pa nas vhodni signal. Ta primer za razliko od prvih dveh ni zanimiv za teorijo krmiljenja in se v glavnem uporablja pri meritvah.

Ko s postopkom modeliranja dobimo povezavo med x in y , lahko vsaj teoretično z ustreznim vhodnim signalom x dobimo poljuben signal y . V praksi pa nam težave povzročajo motnje m , ki se jim je v veliki večini primerov zelo težko, če že ne nemogoče, izogniti. Navadno jih pri blokovni predstavitvi sistema upoštevamo s sumacijsko točko, kjer jih prištejemo (glej sliko 4.2).

Slika 4.2: Sistem brez povratne zveze

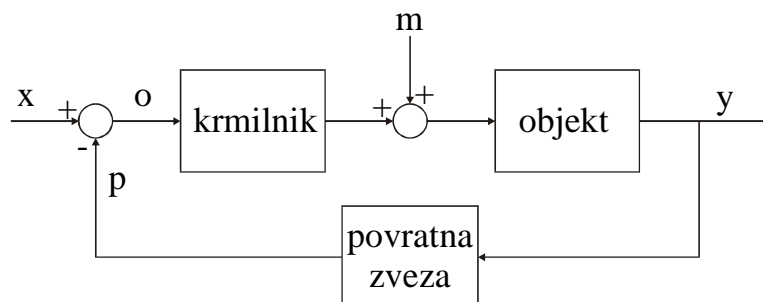


Vir: Simić, 1981, str. 156

V tem primeru je za določevanje izhodnega signala y potrebno poznati motilni signal m in odvisnost izhodnega signala y od njega. Ker tega ne poznamo, je z opisanim sistemom nemogoče zagotavljati neko vnaprej določeno odvisnost med vhodnim signalom x in izhodnim signalom y .

V ta namen sistemu največkrat dodamo povratno zvezo (glej sliko 4.3).

Slika 4.3: Sistem s povratno zvezo



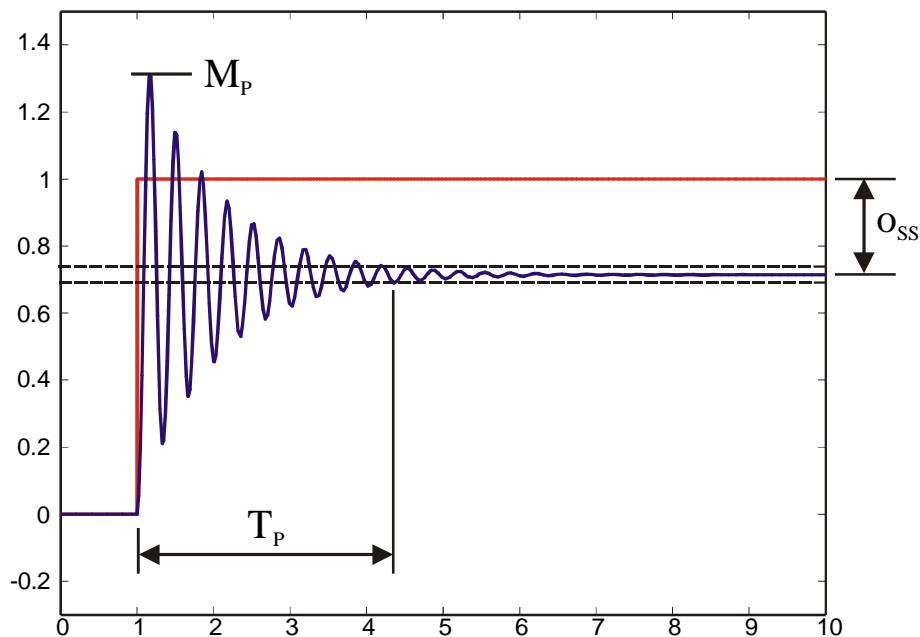
Vir: Bolton, 1995, str. 5, Föllinger, 1977, str 156

Logika takšnega sistema je v tem, da se na vhod pripelje želeni izhodni signal x . Dejanski izhodni signal y se nato preko povratne zveze p , ki je pri mnogih avtorjih kar enotska (Merz in Jascek, 1985, str. 14), (Humo, 1990, str. 30) in (Sadibašić, 1987, str. 4), primerja z vhodnim signalom. Krmilnik nato na osnovi odstopka o (razlika želenega in dejanskega izhodnega signala) vpliva na objekt tako, da se ta čim hitreje čim bolj zmanjša.

Krmilne sisteme navadno ocenjujemo po naslednjih kriterijih:

- *čas trajanja prehodnega pojava* T_P
To je čas, ki je potreben, da pride sistem v določeno okolico (navadno 2% ali 5%) novega stacionarnega stanja (glej sliko 4.4). Zaželeno je, da je čim krajši.
- *maksimalen prenihaj* M_P
To je maksimalna vrednost, ki jo signal doseže med prehodnim pojavom (glej sliko 4.4). Zaželena je čim manjša.
- *točnost pri vkrmiljenju v novo stacionarno stanje* o_{SS}
Največkrat jo določimo na osnovi odstopka v stacionarnem stanju o_{SS} (glej sliko 4.4). Zaželen je seveda čim manjši odstopok.

Slika 4.4: Grafični prikaz kriterijev, po katerih ocenjujemo kvaliteto krmilnega sistema



Vir: Oblikoval avtor

Poleg omenjenih treh kriterijev, bi lahko dodali še zahtevo po neobčutljivosti sistema na motnje.

Po vseh naštetih kriterijih so sistemi s povratno zvezo (lahko) boljši od sistemov brez povratne zveze. Imajo pa eno bistveno pomanjkljivost ali bolje rečeno nevarnost. Z neprimerno izbiro parametrov namreč lahko dosežemo, da sistem postane nestabilen. Pojem stabilnosti bo v nadaljevanju podrobneje predstavljen.

4.2. Stabilnost sistemov

Stabilnost sistema je temeljna lastnost, ki se zahteva od vsakega sistema. Zaradi različnih definicij in pristopov ugotavljanja le-te, glede na to, ali je sistem linearen ali nelinearen, bo obravnava razdeljena na dva dela, in sicer na stabilnost linearnih sistemov in na stabilnost nelinearnih sistemov.

4.2.1. Stabilnost linearnih sistemov

O stabilnosti linearnega sistema govorimo takrat, ko je izhodni signal sistema omejen za vsak omejen vhodni signal (ali motnjo) (Helm in Prang, 1977, str. 410), (Šurina, 1991, str. 207). V angleški literaturi se največkrat uporablja izraz BIBO (bounded-input, bounded-output) stabilnost (Borrie, 1986, str. 159).

Če sistem predstavimo s prenosno karakteristiko,

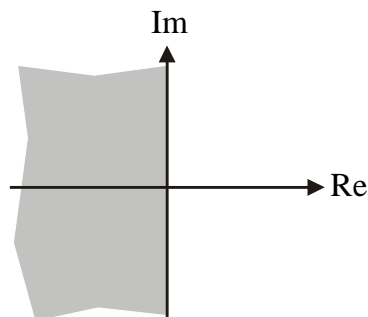
$$y(t) = \frac{a_m D^m + \dots + a_1 D^1 + a_0}{b_n D^n + \dots + b_1 D^1 + b_0} \cdot x(t) \quad (4.2)$$

lahko definiramo naslednjo karakteristično enačbo

$$b_n D^n + \dots + b_1 D^1 + b_0 = 0, \quad (4.3)$$

na osnovi katere lahko ugotavljamo stabilnost. Stabilnost linearnih sistemov je zagotovljena, če so realni deli korenov karakteristične enačbe negativni (Netushil, 1976, str. 165). Vsi koreni karakteristične enačbe se morajo torej nahajati v področju, ki je prikazano na sliki 4.5.

Slika 4.5: Področje možne lege korenov karakteristične enačbe



Vir: Oblikoval avtor

Slabost omenjenega postopka določevanja stabilnosti je predvsem potreba po analizi stabilnosti sklenjenega sistema na osnovi polov sklenjenega sistema. Bistveno enostavnejša je analiza sklenjenega sistema na osnovi polov razklenjenega sistema, kar nam omogočajo frekvenčni diagrami. Osnova za njihovo risanje je iz matematike dobro znana Fourierjeva transformacija, ki je definirana z naslednjim izrazom (Saucedo in Schiring, 1968, str. 43):

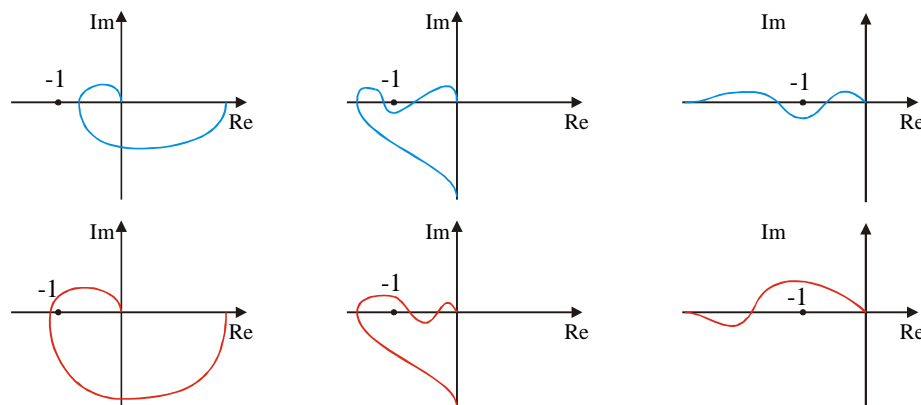
$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} x(t) dt \quad (4.4)$$

Možne so sicer tudi druge definicije (Lavrentiev in Chabat, 1972, str. 572), a se od zgoraj navedene razlikujejo le v konstanti. V osnovi poznamo tri različne tipe frekvenčnih diagramov:

- prirodni diagram
- Bodejev diagram
- Nyquistov digram

V praksi se uporabljata predvsem zadnja dva. Kljub temu, da so stabilnostni kriteriji izdelani tudi za Bodejeve diagrame, pa bo v okviru naloge prikazan le stabilnostni kriterij za Nyquistov diagram. Razlog za to je predvsem v dejstvu, da je vpliv časovnega zadržka, ki bo definiran in raziskan v nadaljevanju, lažje prikazati na Nyquistovem diagramu. Nyquistov diagram je diagram, pri katerem na absciso nanašamo realni del frekvenčne karakteristike $X(\omega)$ in na ordinato imaginarni del frekvenčne karakteristike $X(\omega)$. Za domeno jemljemo frekvenco iz intervala $0 \leq \omega \leq \infty$. Kriterij za stabilnost sistemov na osnovi Nyquistovih diagramov ima za osnovo točko v Gaussovi (kompleksni) ravnini. Sklenjen sistem je stabilen, če Nyquistov diagram razklenjenega sistema obide točko $(-1, j0)$ z desne smeri v smeri naraščajočih frekvenc. Na sliki 4.6 so shematično prikazani diagrami nekaterih stabilnih sistemov (zgoraj) in nekaterih nestabilnih sistemov (spodaj).

Slika 4.6: Nyquistovi diagrami stabilnih sistemov (zgoraj) in nestabilnih sistemov (spodaj)

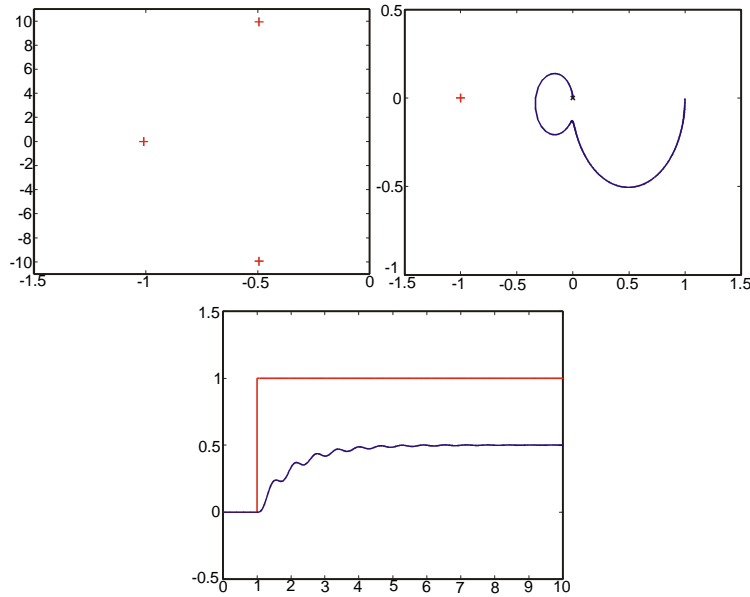


Vir: Oblikoval avtor

Na slikah 4.7 in 4.8 je prikazana dejanska povezava med lego korenov, Nyquistovim diagramom in odgovorom prehoda za sistem z naslednjo prenosno karakteristiko razklenjenega sistema:

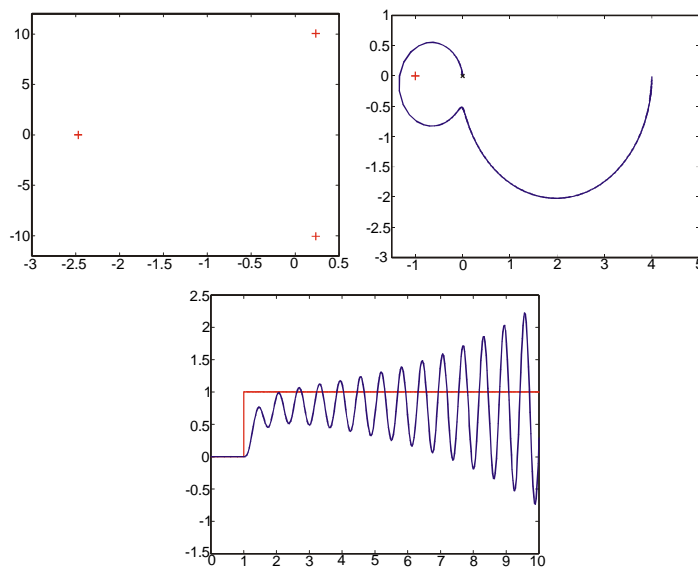
$$P_R(D) = \frac{K}{0.01 D^3 + 0.02 D^2 + D + 0.5} \quad (4.5)$$

Slika 4.7: Lega korenov (zgoraj levo), Nyquistov diagram (zgoraj desno) in odgovor prehoda (spodaj) za sistem s $K=0.5$



Vir: Oblikoval avtor

Slika 4.8: Lega korenov (zgoraj levo), Nyquistov diagram (zgoraj desno) in odgovor prehoda (spodaj) za sistem s $K=2$



Vir: Oblikoval avtor

Razlika med obema slikama je zgolj v ojačanju K . Vidimo lahko, da se sistem s povečevanjem ojačanja približuje nestabilnosti. Kljub vsemu pa zmanjševanje ojačanja največkrat ni najboljša rešitev, kajti s tem poslabšamo točnost sistema.

4.2.2. Stabilnost nelinearnih sistemov

Teorija stabilnosti nelinearnih sistemov je v primerjavi s stabilnostjo linearnih sistemov bistveno bolj komplicirana. Že za sam opis sistema se navadno uporabljajo vektorji v prostoru stanj. Poleg tega sploh ne moremo govoriti o stabilnosti sistema, temveč le o stabilnosti določenih točk v prostoru stanj. Za nelinearne sisteme se v ta namen največkrat navaja stabilnost po Ljapunovu.

Če z $\xi(x_0, t)$ označimo rešitev enačbe stanja z začetnim stanjem $x(t_0)$, potem za ravnotežno stanje velja:

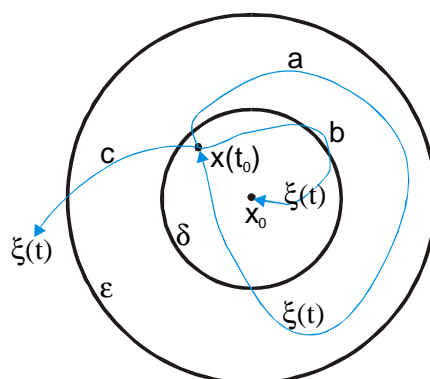
$$\xi(x_0, t) = x_0 \quad (4.6)$$

Ravnotežno stanje x_0 je stabilno, če obstaja za vsako, še tako majhno, realno pozitivno število ε takšno realno pozitivno število δ , da velja:

$$\|x(t_0) - x_0\| \leq \delta \Rightarrow \|\xi(x(t_0), t) - x_0\| \leq \varepsilon ; \quad t \geq t_0 \quad (4.7)$$

Ta definicija stabilnosti torej dopušča nihanja okrog ravnotežnega stanja (krivulja a na sliki 4.9).

Slika 4.9: Definicija stabilnosti po Ljapunovu



Vir: Oblikoval avtor

Če dodatno velja:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\xi(x(t_0), t) - x_0\| = 0, \quad (4.8)$$

potem pravimo, da je točka x_0 asimptotsko stabilna (krivulja b na sliki 4.9). Nestabilen primer prikazuje krivulja c na sliki 4.9.

Bistvena težava stabilnosti, definirane po Ljapunovu, je v tem, da ni znan pogoj, ki bi bil potreben in hkrati zadosten, da bi bil sistem stabilen. V ta namen se navadno uporablja neka pozitivno definitna skalarna funkcija $V(x)$. Z upoštevanjem enačb stanja določimo njen časovni odvod $\dot{V}(x)$. Če je ta negativno semidefiniten (negativno definiten), potem je ravnotežna točka stabilna (asimptotsko stabilna). Pri tem predstavlja glavno težavo že prej omenjeno dejstvo, da je omenjeni pogoj le zadosten, ne pa tudi potreben za stabilnost. Z različnimi izbirami pozitivno definitnih funkcij $V(x)$ namreč lahko dobimo različne lastnosti odvodov $\dot{V}(x)$. Če za neko funkcijo $V(x)$ odvod $\dot{V}(x)$ ni pozitivno semidefiniten, ne moremo zaključiti, da je ravnotežna točka nestabilna. Z neko drugo izbiro funkcije $V(x)$, bi namreč lahko ugotovili, da je stabilna ali celo asimptotsko stabilna.

4.3. Vpliv časovnega zadržka na stabilnost

Časovni zadržek je objekt, katerega prenosno karakteristiko podaja naslednji izraz:

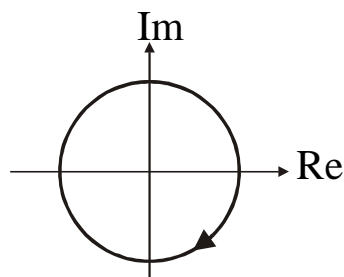
$$y(t) = x(t - \tau), \quad (4.9)$$

pri čemer je τ velikost časovnega zadržka. Za analizo njegovega vpliva na stabilnost, lahko izraz 4.9 transformiramo po Laplacu, kar nam da naslednjo prenosno funkcijo $G(s)$ (D'Azzo in Houpis, 1995, str. 239)

$$G(s) = e^{-\tau s} \quad (4.10)$$

Na sliki 4.10 je prikazan Nyquistov diagram za objekt s prenosno funkcijo $e^{\tau s}$.

Slika 4.10: Nyquistov diagram časovnega zadržka

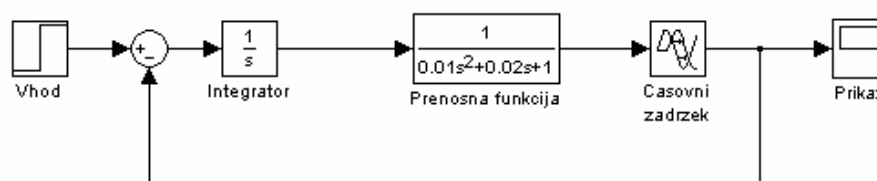


Vir: Merz in Jaschek, 1985, str. 14

Vidimo lahko, da povzroča dodatek objekta s časovnim zadržkom, vrtenje grafa v Nyquistovem diagramu. Ker poteka vrtenje v smeri urinih kazalcev, se bližamo točki -1, ki je odločilnega pomena za stabilnost. V splošnem velja, da je mogoče skoraj vsak krmilni sistem destabilizirati, če se mu le doda dovolj velik časovni zadržek (Phillips in Harbor, 1996, str. 348).

Vpliv časovnega zadržka je prikazan na praktičnem primeru krmilnega sistema, katerega blokovna shema je prikazana na sliki 4.11.

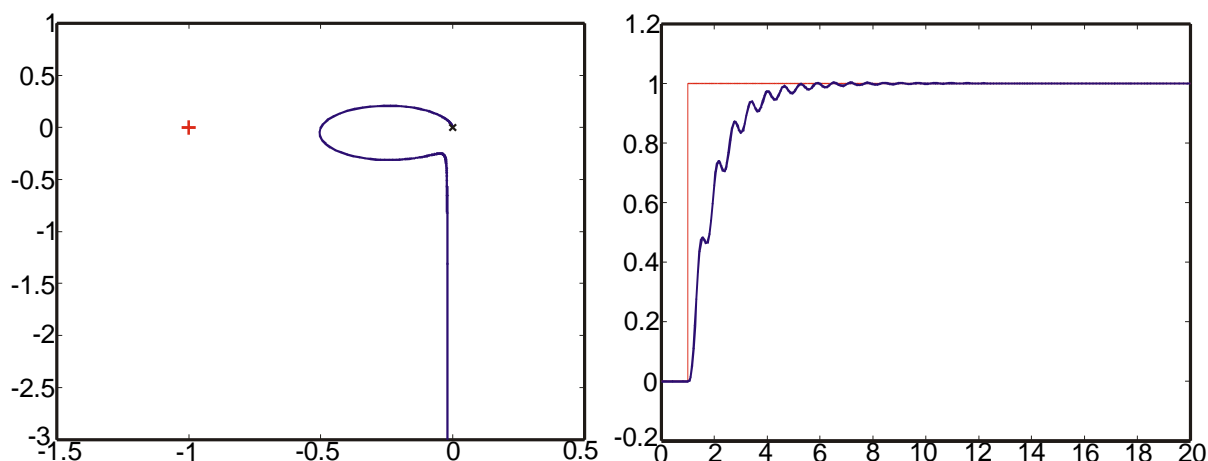
Slika 4.11: Blokovna shema sistema, na katerem je prikazan vpliv časovnega zadržka



Vir: Oblikoval avtor

Gre za sistem, ki ima v direktni veji integrator, sistem drugega reda in idealni časovni zadržek. Na slikah 4.12 – 4.14 so prikazani Nyquistovi diagrami in odgovori prehoda za omenjeni sistem.

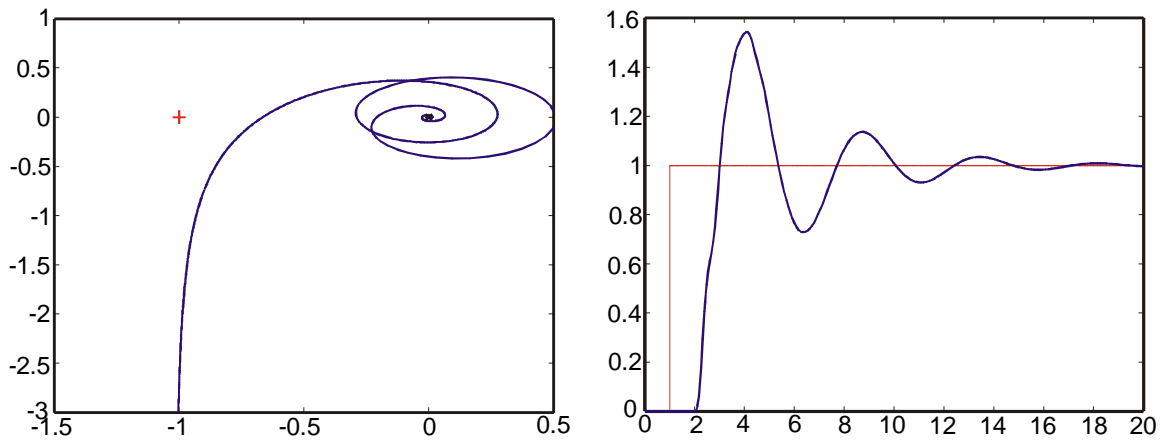
Slika 4.12: Nyquistov diagram in odgovor prehoda za sistem brez časovnega zadržka



Vir: Oblikoval avtor

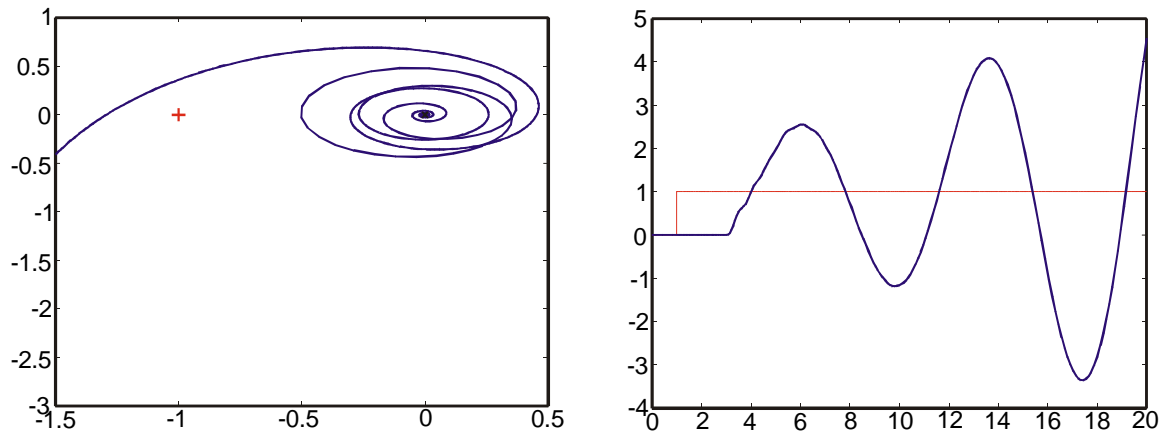
Na sliki 4.12 sta prikazana Nyquistov diagram in odgovor prehoda za primer, ko je časovni zadržek enak 0. Slika 4.13 kaže primer, ko je časovni zadržek $\tau=1$. Vidimo lahko, da se odziv sistema poslabša, a je ta še vedno stabilen. Če časovni zadržek povečamo ($\tau=2$), pa dobimo nestabilen sistem (glej sliko 4.14). Opazimo lahko, da v tem primeru, graf v Nyquistovem diagramu obide točko z leve strani, kar je indikator nestabilnosti sistema.

Slika 4.13: Nyquistov diagram in odgovor prehoda za sistem s časovnim zadržkom $\tau=1s$



Vir: Oblikoval avtor

Slika 4.14: Nyquistov diagram in odgovor prehoda za sistem s časovnim zadržkom $\tau=2s$



Vir: Oblikoval avtor

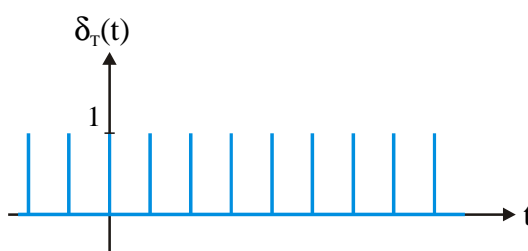
4.4. Diskretni sistemi

Razvoj teorije diskretnih sistemov gre pripisati uveljavitvi digitalnih računalnikov. Bistvo diskretnih signalov je dejstvo, da je njihova vrednost znana le v določenih trenutkih. Navadno jih v matematičnem smislu definiramo s pomočjo rešetkaste funkcije (D'Azzo in Houpis, 1995, str. 496):

$$\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT), \quad (4.11)$$

ki je prikazana na sliki 4.15.

Slika 4.15: Rešetkasta funkcija



Vir: Oblikoval avtor

Diskretni signal $x^*(t)$ dobimo iz zveznega signala z naslednjim izrazom:

$$x^*(t) = x(t) \cdot \delta_T(t) \quad (4.12)$$

Največkrat se za predstavitev diskretnih signalov uporablja z-transformacija. Ta je določena z naslednjim izrazom (Grujić, 1980, str. 165):

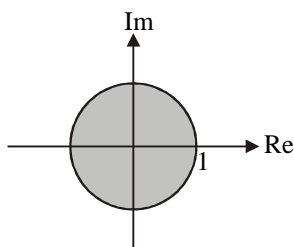
$$Z[x(k)] = X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k) \cdot z^{-k} \quad (4.13)$$

Z-transformacijo pomičnega sistema (ustreza časovnemu zadržku pri zveznih sistemih) podaja naslednji izraz (Zorič in Donlagić, 1987b, str. 357):

$$Z[x(k+n)] = z^n \cdot X(z) \quad (4.14)$$

Z uporabo z-transformacije lahko določimo področje stabilnosti v z-ravnini. V tem primeru je to enotski krog (glej sliko 4.16).

Slika 4.16: Področje možne lege korenov karakteristične enačbe diskretnega sistema v z ravnini



Vir: D'Azzo in Houpis, 1995, str. 510

5. Programski paket Matlab/Simulink

Zaradi razumevanja naslednjega poglavja, v katerem bodo izdelani modeli in narejene simulacije, bo na kratko predstavljen programski paket Matlab/Simulink. Programski paket Matlab/Simulink lahko razdelimo na dva dela in sicer:

- osnovni Matlab
- Simulink

Oba bosta na kratko predstavljena, pri čemer bo poudarek na Simulinku, v katerem so modeli dejansko izdelani.

5.1. Matlab

Matlab je programski paket namenjen reševanju matematičnih problemov. Namenjen je predvsem numeričnemu načinu reševanja. Je interaktiven sistem, pri katerem uporabnik vtipka ukaz ali zbirko ukazov, sistem pa jih izvrši in posreduje odgovor (Jogan idr., 2000, str. 61). Programski jezik, ki je vgrajen v Matlab, ima nekaj posebnosti, vendar je v osnovi podoben višjim programskim jezikom, kot so C/C++, Basic, Pascal in Fortran. Omogoča delo s spremenljivkami, kontrolne stavke, klicanje funkcij in drugo. Vsi podatki v Matlabu so shranjeni v obliki vektorjev in matrik. Programski paket zato omogoča širok spekter operacij z matrikami (Hanselman in Littlefield, 2001, str. 1).

V okviru Matlabu je potrebno omeniti tudi široko izbiro razširitev paketov (jih je več kot 50). Med njimi je tudi paket za delo z mehko logiko, ki bo uporabljen v nadaljevanju.

5.2. Simulink

Simulink je razširitev Matlabu, ki omogoča hitro izgradnjo natančnih računalniških modelov dinamičnih sistemov (Dabney in Harman, 2001, str. 1). Pri tem je bistvenega pomena dejstvo, da je model predstavljen v obliki blokovnega diagrama, ki je zelo blizu našemu načinu razmišljanja. Je torej visokonivojska nadgradnja Matlabu, ki poleg uporabniku prijaznega predstavljanja modelov omogoča tudi bistveno hitrejšo izgradnjo le-teh. To dejstvo dokazuje tabela 5.1, v kateri je prikazana primerjava dolžine programov za modeliranje dinamičnega sistema masa-vzmet, ki ga opišemo z navadno linearno diferencialno enačbo drugega reda.

Tabela 5.1: Primeri velikosti programa za modeliranje sistema masa - vzmet v posameznih programskih jezikih

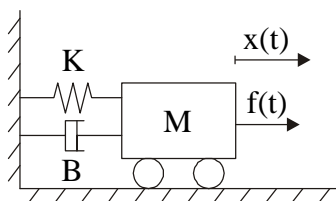
| Programski jezik | Število vrstic (blokov) | Število pritiskov na gumb (miško) |
|------------------|-------------------------|-----------------------------------|
| Fortran | 14 | 240 |
| Matlab | 3 | 90 |
| Simulink | 4 | 25 |

Vir: Dabney in Harman, 2001, str. 2

Vidimo lahko, da je v Simulinku potrebno skoraj desetkrat manj operacij z miško, kot pritiskov na gumb v Fortranu. V primerjavi z Matlabom, pa gre za skoraj štirikratno izboljšanje.

Zaradi razumevanja modelov kasnejših, bolj kompliciranih sistemov bo v nadaljevanju prikazan model za preprost mehanski sistem drugega reda (glej sliko 5.1).

Slika 5.1: Mehanski sistem drugega reda (masa-dušilka-vzmet)



Vir: Oblikoval avtor

Sistem torej sestavljajo masa M , dušilka B in vzmet K . Nanj deluje časovno spremenljiva zunanja sila $f(t)$, zaradi vpliva katere se sistem izmakne iz ravnovesne lege za $x(t)$. Če za omenjeni sistem zapišemo drugi Newtonov zakon, dobimo:

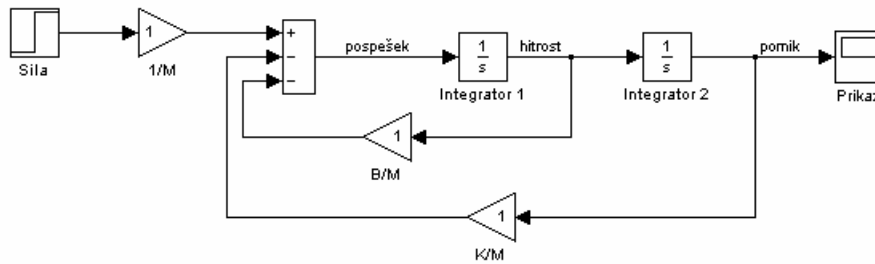
$$M \ddot{x}(t) = f(t) - B \dot{x}(t) - K x(t) \quad (5.1)$$

Za modeliranje se navadno na levo stran enačbe pripelje najvišji odvod s koeficientom 1. V tem primeru imamo enačbo:

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{M} f(t) - \frac{B}{M} \dot{x}(t) - \frac{K}{M} x(t) \quad (5.2)$$

Simulinkov model, zgrajen na osnovi enačbe 5.2, je prikazan na sliki 5.2.

Slika 5.2: Model mehanskega sistema v Simulinku



Vir: Oblikoval avtor

Skrajno levo je nek blok, s katerim definiramo vhodni signal. V našem primeru je to koračna funkcija, in sicer za zunanjo silo. Od tega signala v sumacijski točki odštejemo hitrost in pomik, pomnožena z ustreznima konstantama (glej enačbo 5.2). Na ta način dobimo pospešek, ki ga z integratorjem integriramo, tako da dobimo hitrost. Operacijo ponovimo, da dobimo pomik. Ta signal nato peljemo na izhodni blok, da lahko vidimo rezultate simulacije.

6. Izdelava modelov

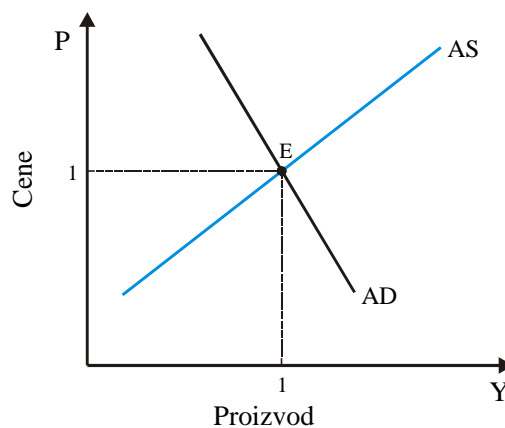
Izdelava modelov je del magistrske naloge, ki bazira na predhodnih poglavjih. Izdelana sta modela, predstavljena v 2. poglavju (Teoretične osnove makroekonomije). Ekonomski politiki, ki sta prav tako predstavljeni v 2. poglavju (enačbi 2.41 in 2.42), se uporabljata kot povratna zveza, predstavljena v 4. poglavju (Teorija krmiljenja). Pri tem je za Taylorjevo politiko (glej enačbo 2.42) uporabljena možnost izražanja le te na osnovi mehke logike, ki je predstavljena v 3. poglavju. Sami modeli so izdelani v programskem paketu Matlab/Simulink. Ta je na kratko predstavljen v 5. poglavju, kjer je na preprostem primeru podrobno razložen postopek izdelave simulacijskega modela.

V okviru naloge sta bila izdelana simulacijska modela za naslednja dva makroekonomska modela:

- model IS-LM
- Mundell Flemingov model

Za oba simulacijska modela bodo v nadaljevanju prikazane tudi simulacijske blokovne sheme narejene s programskim paketom Matlab/Simulink. Oba modela sta diskretna, pri čemer je čas vzorčenja enak enemu tednu. Cene in proizvod so vnešeni v relativnih vrednostih. Kot začetna vrednost se za oba signala vzame vrednost 1 (glej sliko 6.1).

Slika 6.1: Model ponudbe in povpraševanja z relativnimi vrednostmi cen in proizvoda



Vir: Oblikoval avtor

To pomeni, da na primer vrednost 1.1 pomeni 10% povečanje izhodiščne (začetne) vrednosti. Edini signal, ki bo vnešen v absolutni vrednosti, je nezaposlenost.

Za oba modela je torej potrebno modelirati krivulji ponudbe (AS) in povpraševanja (AD). Medtem, ko je krivulja ponudbe v obeh primerih enaka, se krivulja povpraševanja razlikuje glede na uporabljen model.

6.1. Model IS-LM

V okviru modela IS-LM gre v osnovi za medsebojno povezavo naslednjih treh spremenljivk:

- ravni cen
- proizvoda
- obrestne mere

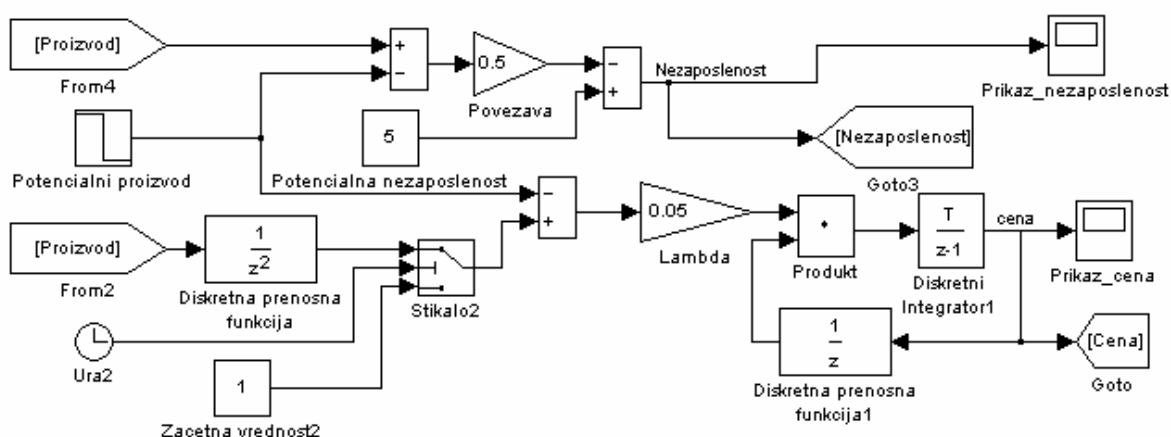
V skladu s tem je tudi blokovna shema razdeljena na tri dele. V prvem delu je modelirana krivulja ponudbe na osnovi enačbe 2.12. Ker je čas vzorčenja enak enemu tednu, lahko v primeru, da za zakasnitev informacije o povpraševanju vzamemo dva tedna, enačbo ponudbe zapišemo v obliki:

$$P(k+1) = P(k) \cdot [1 + \lambda \cdot (Y(k-2) - Y^*)] = P(k) + P(k) \cdot \lambda [Y(k-2) - Y^*] \quad (6.1)$$

Ta zakasnitev je uporabljena iz dveh razlogov. Nerealna je predpostavka, da se vsaka sprememba v povpraševanju takoj izrazi v spremenjeni ponudbi. V tem primeru bi veljalo, da je sistem vedno v ravnotežju in opazovanje njegove dinamike sploh ne bi bilo smiselno. Drugič pa je zakasnitev vsaj enega tedna potrebna za samo izdelavo modela, kajti v nasprotnem primeru pride do tako imenovane algebraične zanke, ki predstavlja težavo s stališča numeričnega reševanja modela. Seveda je časovni zadržek dveh tednov zgolj neka izbrana vrednost in bi ga bilo v prihodnosti smiselno točneje določiti. Za parameter λ je bila izbrana vrednost 0.05. Vrednost je nizka, ker je enačba v osnovi pisana za obdobje enega leta in ne enega tedna.

Simulacijska shema za agregatno ponudbo na osnovi enačbe 6.1 je prikazana na sliki 6.2. Vhodna signala (skrajno levo na sliki 6.2) sta potencialni proizvod in dejanski proizvod, ki je zakasnen za dva tedna in zato pomnožen z z^{-2} , kot je razloženo v 4. poglavju, in sicer v delu, ki govori o diskretnih sistemih (glej enačbo 4.14). Razlika med tema signaloma se nato pomnoži s parametrom λ . V skladu z enačbo 6.1 se ta signal nato množi s $P(k)$. Tako dobljeni signal se odšteje od starih cen in kot rezultat dobimo nove cene. Stikalo je dodano le za ustvarjanje pravih začetnih pogojev in se po določenem času iz začetne vrednosti preklopi v sistem. Zgornji del sheme je dodan za določevanje nezaposlenosti na osnovi Okunovega zakona.

Slika 6.2: Model ponudbe



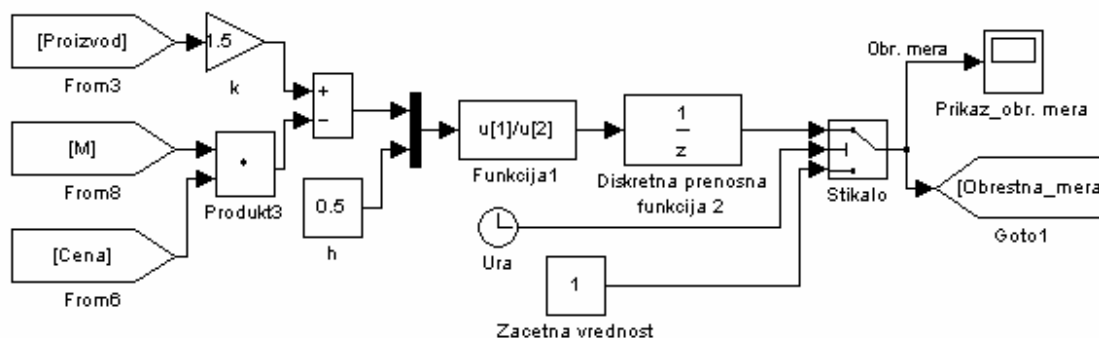
Vir: Oblikoval avtor

Drugi (obrestne mere) in tretji (proizvod) del skupaj predstavljata IS-LM-model agregatnega povpraševanja. V drugem delu se na osnovi enačbe 2.25 določi obrestna mera. Enačbo lahko z upoštevanjem časovnega zadržka enega tedna zapišemo v obliki

$$i(k+1) = \frac{1}{h} \cdot \left(k \cdot Y(k) - \frac{\bar{M}(k)}{\bar{P}(k)} \right) \quad (6.2)$$

Model, ki je zasnovan na osnovi te enačbe, je prikazan na sliki 6.3.

Slika 6.3: Model povpraševanja (LM)



Vir: Oblikoval avtor

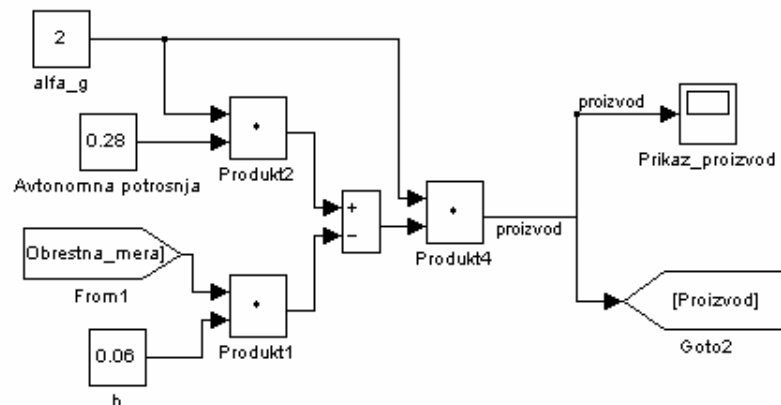
Vsi vhodni signali v model so prikazani skrajno levo. To so proizvod, količina denarja v obtoku in cene. Kot izhod se dobi vrednost obrestne mere. Tudi v tem primeru je stikalo dodano le zaradi ustvarjanja pravih začetnih pogojev. Vrednosti parametrov k in h so izbrane tako, da je izpolnjen pogoj, da je začetna obrestna mera (v relativnem iznosu) enaka ena.

V tretjem delu bo zmodelirana IS-krivulja. Na osnovi enačbe 2.20 se zaradi spremenjene obrestne mere določi proizvod v skladu z naslednjim izrazom

$$Y(k) = \alpha_g \cdot (\bar{A} - b \cdot i(k)) \quad (6.3)$$

Simulacijska shema za izraz 6.3 je prikazana na sliki 6.4.

Slika 6.4: Model povpraševanja (IS)



Vir: Oblikoval avtor

Vhodna signala sta v tem primeru obrestna mera in avtonomna potrošnja. Za vrednosti konstant sta bili izbrani vrednosti $\alpha_g=2$ in $b=0.06$. Začetna avtonomna potrošnja pa je 0.28. Te vrednosti so izbrane in bi jih bilo potrebno še raziskati. Edina omejitev pri njihovi izbiri je ta, da je začetna vrednost obrestne mere enaka 1.

Sliki 6.3 in 6.4 skupaj tvorita model agregatnega povpraševanja. Če ju združimo s sliko 6.2, dobimo celoten makroekonomski model agregatne ponudbe in povpraševanja, ki pa je seveda brez povratne zveze.

Modelu agregatne ponudbe in povpraševanja je kot povratna zveza dodana še ekonomska politika, kjer je za osnovo vzeta enačba 2.41. V tem primeru bi jo lahko zapisali v obliki

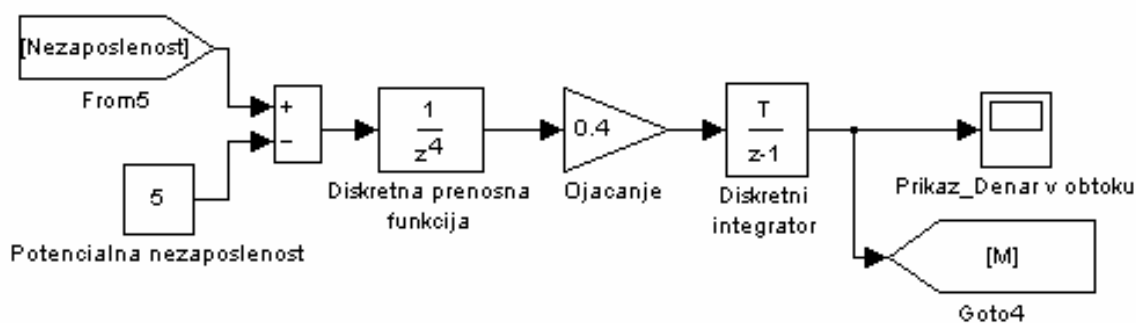
$$\Delta M(k) = 4.0 + 2 \cdot (u(k) - 5) \quad (6.4)$$

Dejansko količino denarja v obtoku dobimo z diskretnim integriranjem

$$M(k) = M(0) + \sum_{j=1}^k \Delta M(j) \quad (6.5)$$

Simulacijski model za to enačbo je prikazan na sliki 6.5.

Slika 6.5: Model politike za model IS-LM



Vir: Oblikoval avtor

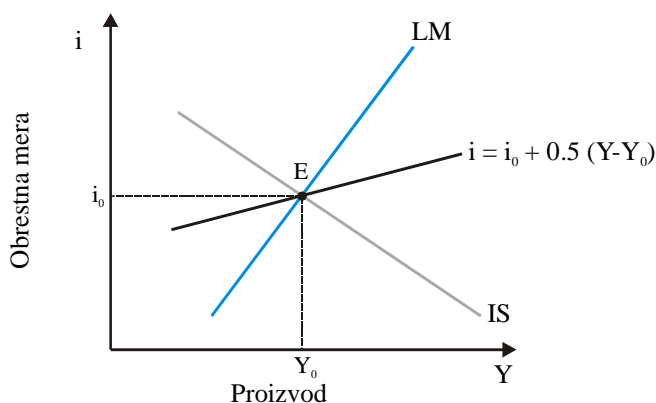
Vhodni signal je nezaposlenost, izhodni signal pa količina denarja v obtoku. Na sliki 6.5 je za časovni zadržek vzeta vrednost štirih tednov. V naslednjem poglavju (Rezultati) bodo prikazani odzivi v odvisnosti od spreminjanja te vrednosti. Za koeficient ojačanja je bila izbrana vrednost 0.4.

Poudariti velja še dejstvo, da predstavlja enačba 6.4 v smislu teorije krmiljenja tako imenovani I (integralni) krmilnik. To dejstvo je pomembno zaradi odpravljanja odstopka v stacionarnem stanju.

6.2. Mundell-Flemingov model

Izdelan Mundell-Flemingov model je bil zasnovan na osnovi predpostavke o delni mobilnosti kapitala. Za nagib linije $BP=0$, ki predpostavlja funkcijsko odvisnost med obrestno mero i in proizvodom Y , je bila vzeta vrednost 0.5, kot je prikazano na sliki 6.6.

Slika 6.6: Mundell-Flemingov model



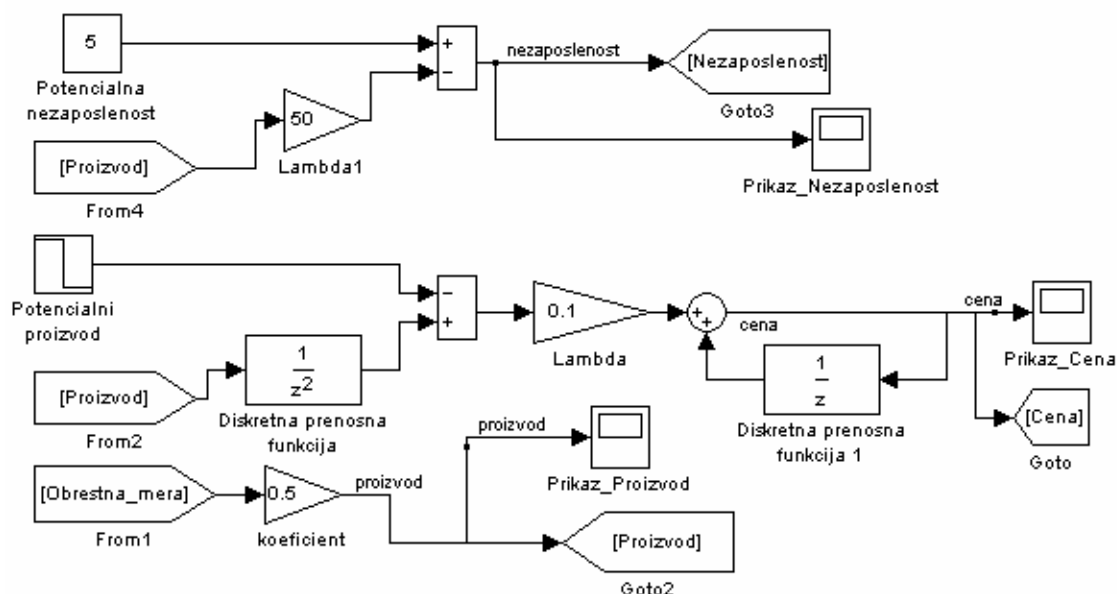
Vir: Oblikoval avtor

Enačbo $i=i_0+0.5\cdot(Y-Y_0)$ lahko zapišemo tudi v obliki

$$\Delta i = 0.5 \cdot \Delta y \quad (6.6)$$

To torej pomeni, da zvišanje obrestnih mer za 1% povzroči zvišanje proizvoda za 0.5%. Model agregatne ponudbe je nespremenjen in je torej enak kot v prejšnjem (IS-LM) modelu. Edina razlika je v tem, da je model narejen za spremembe okrog obratovalne točke E, ki jo jemljemo kot izhodišče. Blokovna shema modela je prikazana na sliki 6.7.

Slika 6.7: Blokovna shema Mundell-Flemingovega modela



Vir: Oblikoval avtor

Kot povratna zveza je bila Mundell-Flemingovemu modelu dodana ekonomska politika v skladu s Taylorjevim pravilom (glej enačbo 2.42). Pri tem je potrebno poudariti, da je bila ta politika izvedena na osnovi mehke logike, in sicer s pravili tipa »Če je inflacija nizka in nezaposlenost visoka, potem povišaj obrestno mero«, ki so prikazana v tabeli 6.1.

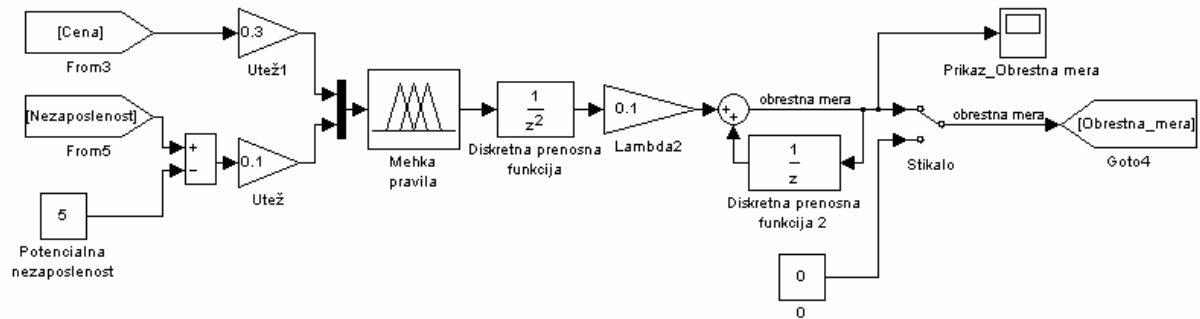
Tabela 6.1: Mehka pravila, uporabljena za Taylorjevo ekonomsko politiko

| Št. | Inflacija | Nezaposlenost | Obrestna mera |
|-----|-----------|---------------|---------------|
| 1 | nizka | visoka | povišaj |
| 2 | normalna | normalna | ne spremeni |
| 3 | visoka | nizka | znižaj |
| 4 | normalna | visoka | rahlo zvišaj |
| 5 | normalna | nizka | rahlo znižaj |
| 6 | nizka | normalna | rahlo zvišaj |
| 7 | visoka | normalna | rahlo znižaj |

Vir: Oblikoval avtor

Iz istih razlogov kot pri IS-LM modelu, je tudi tukaj povratna zveza izvedena integralno. Blokovna shema ekonomske politike je prikazana na sliki 6.8.

Slika 6.8: Blokovna shema modificirane Taylorjeve ekonomske politike



Vir: Oblikoval avtor

7. Rezultati

Rezultati bodo prav tako kot modeli v prejšnjem poglavju predstavljeni v dveh delih, in sicer:

- simulacije modela IS-LM
- simulacije Mundell-Flemingovega modela

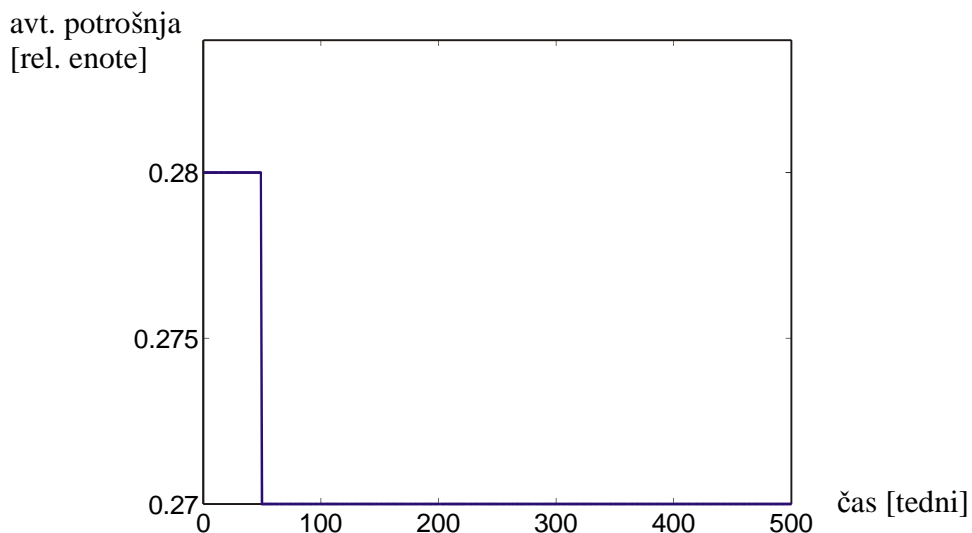
Pri tem bo poudarek na odvisnosti odgovorov prehoda od časovnega zadržka ekonomske politike.

Grafi, ki bodo predstavljeni v nadaljevanju, so dobljeni z bloki *Prikaz* iz prejšnjega poglavja.

7.1. Model IS-LM

Model IS-LM je bil testiran na odgovor prehoda za padec v avtonomni potrošnji za 1%, po 50. tednu, kot je prikazano na sliki 7.1.

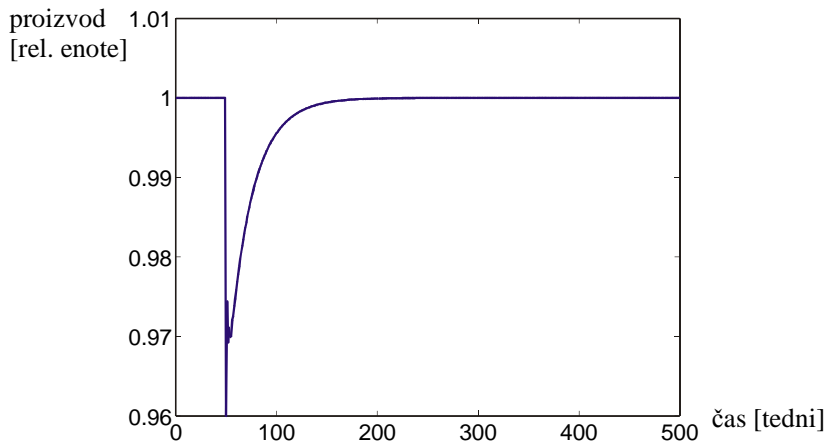
Slika 7.1: Vhodni signal za simulacijo modela IS-LM



Vir: Oblikoval avtor

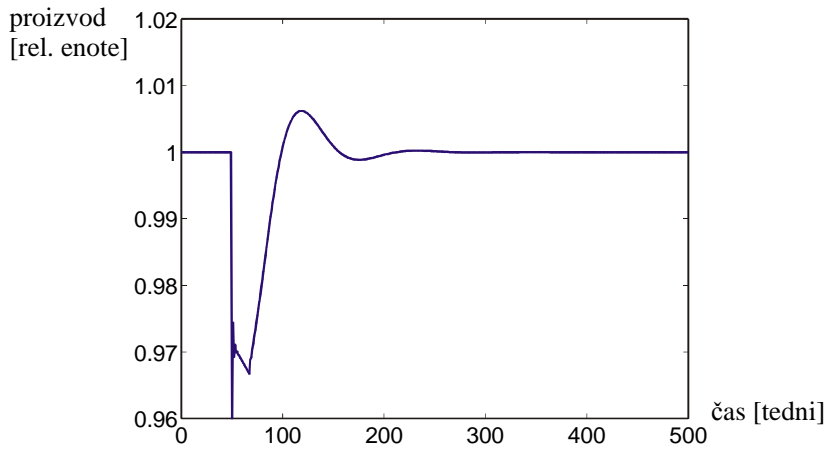
Nihanja v proizvodni so za različne vrednosti časovnih zadržkov v izvajanju ekonomske politike prikazana na slikah 7.2 – 7.6.

Slika 7.2: Proizvod za model IS-LM s časovnim zadržkom štirih tednov



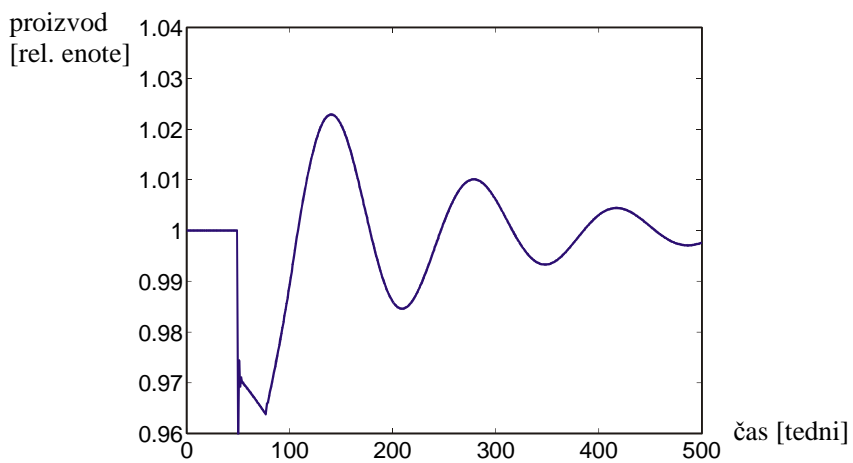
Vir: Oblikoval avtor

Slika 7.3: Proizvod za model IS-LM s časovnim zadržkom šestnajstih tednov



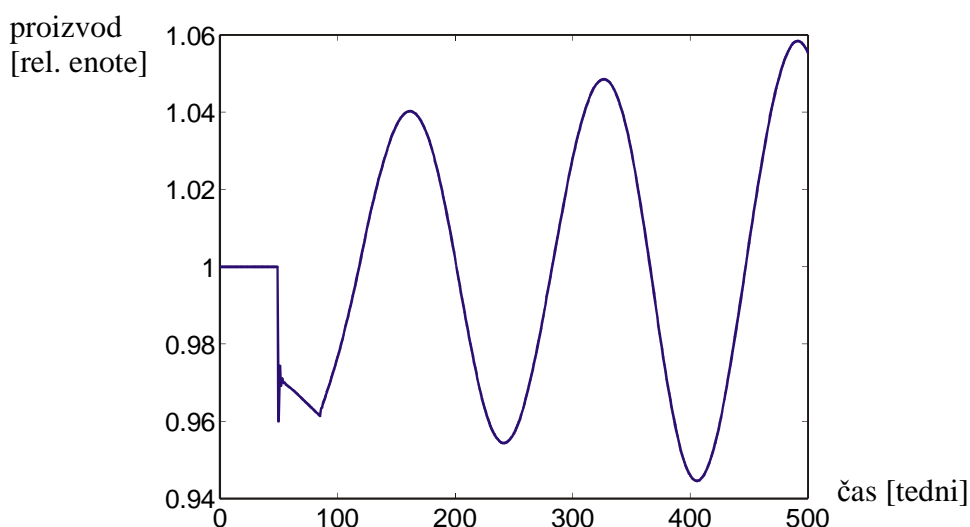
Vir: Oblikoval avtor

Slika 7.4: Proizvod za model IS-LM s časovnim zadržkom šestindvajsetih tednov (pol leta)



Vir: Oblikoval avtor

Slika 7.5: Proizvod za model IS-LM s časovnim zadržkom štiriintridesetih tednov



Vir: Oblikoval avtor

Prva stvar, ki jo je možno opaziti, je trajanje prenehavanja v odvisnosti od velikosti časovnega zadržka. Če je ta enak štirim tednom, potem ni zaslediti prenehanj. V primeru, da časovni zadržek povečamo na šestnajst tednov, prihaja do prenehanj, ki se nehajo nekako v približno dveh letih. V primeru, da časovni zadržek povečamo na pol leta, se prenehanja ne nehajo niti po desetih letih, vendar pa se njihova amplituda s časom zmanjšuje, kar nakazuje stabilnost sistema. V primeru, da je časovni zadržek enak štiriintridesetim tednom, se amplitude nihanja povečujejo, kar nakazuje nestabilnost sistema.

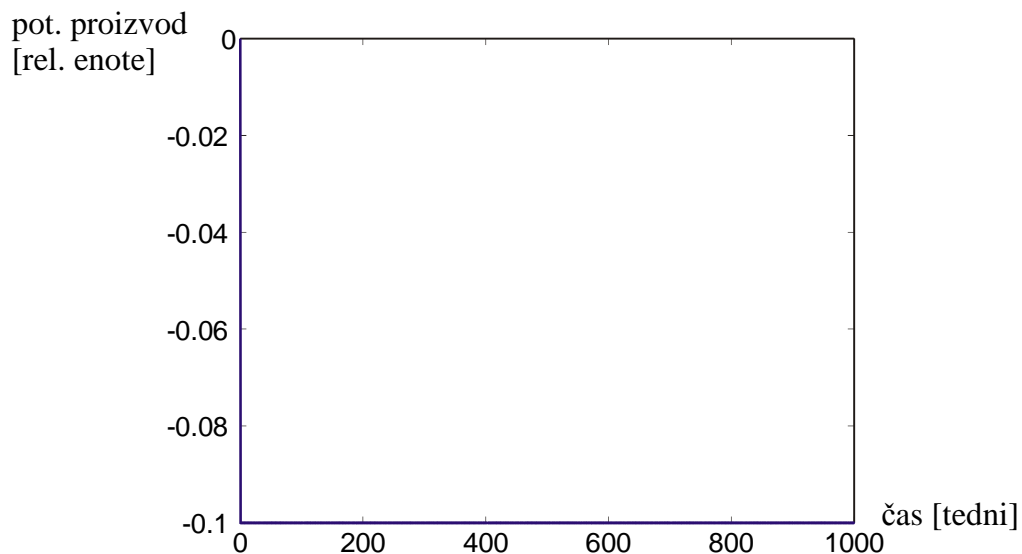
Druga stvar, ki je zanimiva, pa je primerjava amplitud nihanja v omenjenih primerih. Pri najkrajšem časovnem zadržku je maksimalna vrednost enaka 1, ker prenehanj ni. V primeru, da je časovni zadržek enak šestnajstim tednom, je maksimalna amplituda nekaj manj kot 1%. Pri časovnem zadržku pol leta je maksimalna amplituda nekje med dvema in tremi procenti. Pri največjem obravnavanem časovnem zadržku se zaradi že omenjene nestabilnosti amplitude s časom povečujejo.

Na osnovi prikazanih rezultatov je moč trditi, da ima časovni zadržek bistveno vlogo v okviru izvajanja ekonomske politike, ki se aplicira na IS-LM modelu in ga je torej smiselno zmanjševati, kolikor je le mogoče.

7.2. Mundell-Flemingov model

Mundell-Flemingov model je bil za razliko od modela IS-LM testiran na odgovor prehoda za padec potencialnega proizvoda za 10% na začetku opazovanja, kot je prikazano na sliki 7.6.

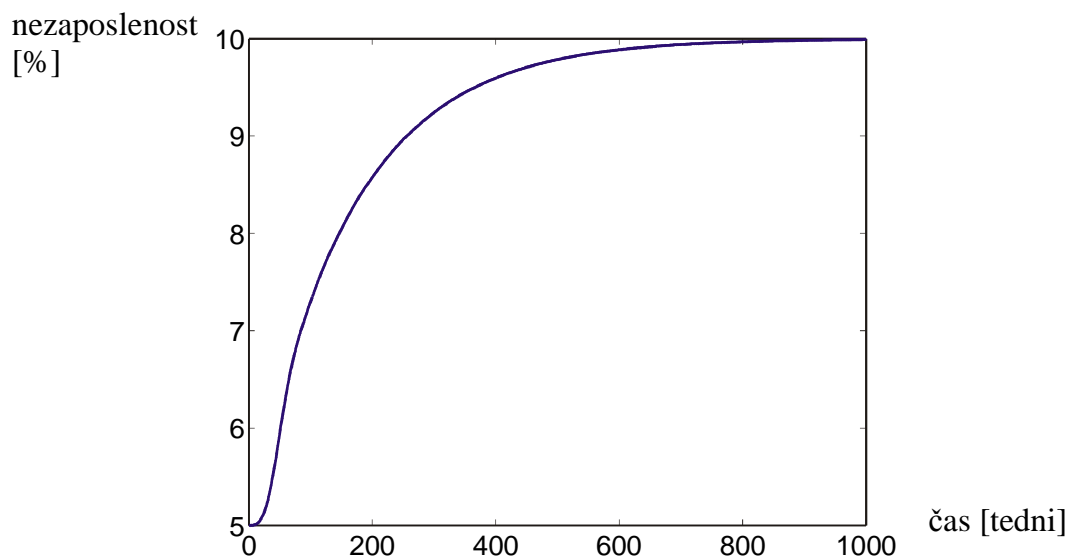
Slika 7.6: Vhodni signal za testiranje Mundell-Flemingovega modela



Vir: Oblikoval avtor

Odgovori sistema v smislu nezaposlenosti, so za različne dolžine časovnih zadržkov (dva tedna, osem tednov in dvajset tednov) prikazani na slikah 7.7 – 7.9.

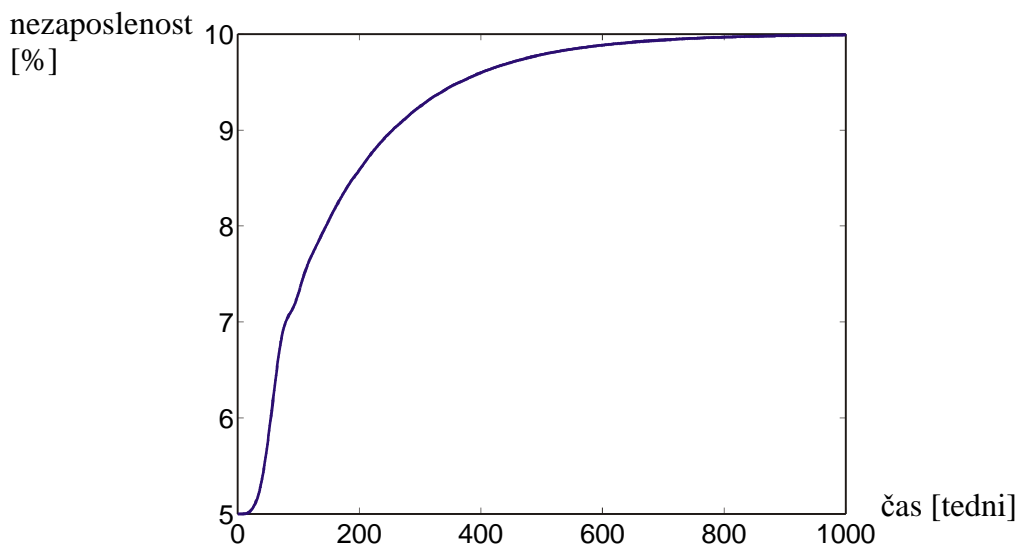
Slika 7.7: Nezaposlenost za Mundell-Flemingov model s časovnim zadržkom dveh tednov



Vir: Oblikoval avtor

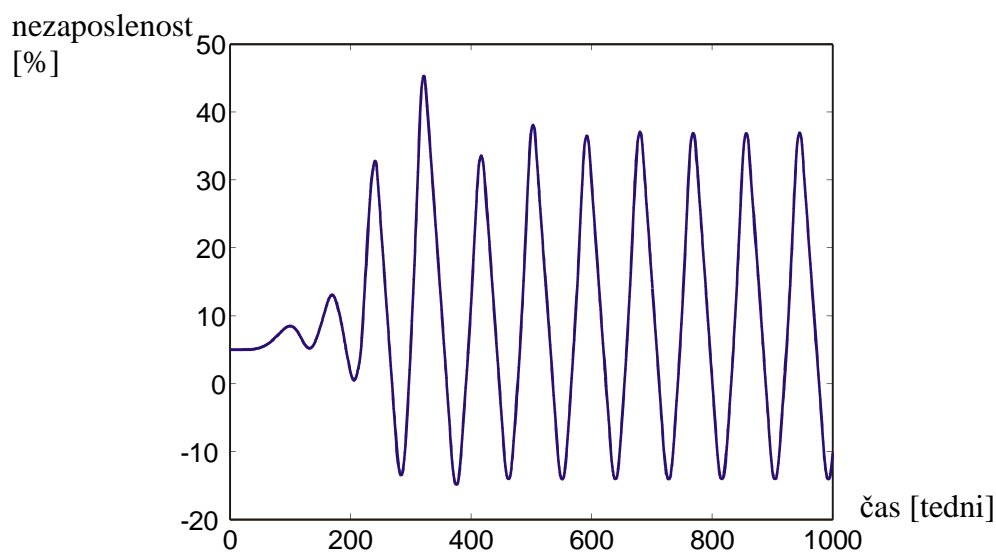
Če opazujemo rezultate simulacij, lahko ugotovimo, da med odzivoma sistemov za časovna zadržka dveh oziroma osmih tednov ni bistvenih razlik. Pri večjem zadržku je opaziti le rahlo nihanje. Tudi v smislu trajanja prehodnega pojava med njima ni opaziti razlik. Odziv sistema v primeru časovnega zadržka dvajsetih tednov, je s stališča Teorije krmiljenja povsem neprimeren, kajti prihaja do prevelikih oscilacij.

Slika 7.8: Nezaposlenost za Mundell-Flemingov model s časovnim zadržkom osmih tednov



Vir: Oblikoval avtor

Slika 7.9: Nezaposlenost za Mundell-Flemingov model s časovnim zadržkom dvajsetih tednov



Vir: Oblikoval avtor

Z ekonomskega stališča je zanimiva tudi velikost nezaposlenosti v novem stacionarnem stanju. Vidimo namreč lahko, da se v obeh primerih ustali pri 10. To gre pripisati dejstvu, da je bila v mehkih pravilih kot normalna inflacija vzeta inflacija 0%. Če bi vzeli neko drugo vrednost (recimo 2%), bi bila nezaposlenost v stacionarnem stanju nižja.

Tudi pri Mundell-Flemingovem modelu lahko ugotovimo, da se rezultati simulacij skladno s pričakovanji slabšajo s povečevanjem časovnega zadržka in ga je torej tudi v tem primeru smiselno zmanjševati.

8. Zaključek

V nalogi sta bila v okviru programskega paketa Matlab/Simulink izdelana makroekonomska modela IS-LM in Mundell-Fleming. Za oba modela sta bila narejena tudi modela ekonomskih politik, pri čemer je bila politika za Mundell-Flemingov model izvedena na osnovi mehke logike.

Na osnovi s simulacijami dobljenih rezultatov lahko trdimo, da ima časovni zadržek pomemben vpliv na dinamiko gospodarstva, ne glede na to, ali ga predstavimo z modelom IS-LM ali z Mundell-Flemingovim modelom. V obeh primerih je opazno bistveno poslabšanje dinamičnih karakteristik s povečevanjem časovnega zadržka.

S tem v zvezi bi bilo torej smiselno zaključiti, da velja vložiti napor v zmanjševanje časovnih zadržkov. To je možno storiti na dva načina:

- Z bolj učinkovitim (hitrejšim) merjenjem izhodnih signalov gospodarstva. To pomeni, da morajo biti podatki o inflaciji in brezposelnosti na voljo čim hitreje.
- Z učinkovitejšim (hitrejšim) izvajanjem ekonomske politike. S tem je mišljeno predvsem skrajševanje časa od dobljenih informacij pa do dejanskega izvajanja ekonomske politike. Temu mora biti torej prilagojena zakonodaja in organizacija oziroma postopki in procedure vpletenih institucij, kot je na primer Centralna banka.

V nadaljnjem vidim smiselnost razširitve tega magistrskega dela na povsem nelinearne gospodarske modele, ki bi bili zasnovani na osnovi realno dobljenih parametrov. Za te natančnejše modele bi bilo smotno analizirati stabilnost na osnovi Ljapunova, ki je prvenstveno namenjena nelinearnim sistemom.

Literatura

1. Asher Martin A., Defina Robert H. in Thanawala Kishor: The misery index: Only part of the story. *Challenge*, 36(1993), 2, str. 58-62.
2. Bederman Earl: The three "lags". *Canadian Shareowner*, 13(2000), 5, str. 5-6.
3. Berry B. J. L.: Technology-Driven Forecasts, the Phillips Curve, and Monetary Policy-Making. *Technological Forecasting and Social Change*, 53(1996), 2, str. 155-167.
4. Bolton W.: *Mechatronics: Electronic Control Systems in Mechanical Engineering*. Essex: Longman Scientific & Technical, 1995, 380 str.
5. Borrie John A.: *Modern Control Systems: A Manual of Design Methods*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1986, 320 str.
6. Clark Peter B., Goodhart Charles A. E., Huang, Haizhou: Optimal monetary policy rules in a rational expectations model of the Phillips curve. *Journal of Monetary Economics*, 43(1999), 2, str. 497-520.
7. Colombo Luca, Weinrich Gerd: The Phillips curve as a long-run phenomenon in a macroeconomic model with complex dynamics. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28(2003), 1, str. 1-26.
8. Dabney James B., Harman Thomas L.: *Mastering SIMULINK 4*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2001, 412 str.
9. D'Azzo John J., Houpis Constantine H.: *Linear Control System Analysis and Design: Conventional and Modern* (4th edition). New York: McGraw-Hill, 1995, 763 str.
10. Dornbusch Rudiger, Fischer Stanley, Startz Richard: *Macroeconomics* (9th edition). New-York: McGraw-Hill, 2004, 613 str.
11. Ebel Tjark: *Regelungstechnik*. Stuttgart: Teubner-Studienskripten, 1982, 200 str.
12. Farsio Farzad, Quade Stacey: An Empirical Analysis of the Relationship Between GDP and Unemployment. *Humanomics*, 19(2003), 3-4, str. 1-6.
13. Ferri Piero, Greenberg Edward, Day Richard H.: The Phillips curve, regime switching, and the NAIRU. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 46(2001), 1, str. 23-37.
14. Föllinger Otto: *Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung* (5. verbesserte Auflage). Berlin: VEB Verlag Technik, 1977, 414 str.
15. Freeman Donald G.: Regional Tests of Okun's Law. *International Advances in Economic Research*, 6(2000), 3, str. 557-570.
16. Ghysels Eric, Swanson Norman R., Callan Myles: Monetary policy rules with model and data uncertainty. *Southern Economic Journal*, 69(2002), (2), str. 239-265.
17. Golden John: Yet more on misery: Optimization along the short-run Phillips curve revisited, a comment on recent papers. *American Economist*, 38(1994), 2, str. 92-94.
18. Gomme Paul: On the cost of inflation. Federal Reserve Bank of Cleveland. *Economic Commentary*, 2001, str. 1-4.

19. Gordon Robert. J: The Time-Varying NAIRU and its Implications for Economic Policy. *Journal of Economic Perspectives*, 11(1997), 1, str. 11-32.
20. Grujić Ljubomir T.: *Diskretni sistemi*. Beograd: Mašinski fakultet, Univerziteta u Beogradu, 1980, 396 str.
21. Haldane Andrew, Quah Danny: UK Phillips curves and monetary policy. *Journal of Monetary Economics*, 44(1999), 2, str. 259-278.
22. Hanselman Duane, Littlefield Bruce: *Mastering MATLAB 6: A Comprehensive Tutorial and Reference*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2001, 814 str.
23. Helm Günter, Prang Gerhard: *Lehrbuch der Automatisierungstechnik: Eine Einführung in die Grundlagen*. Berlin: VEB Verlag Technik, 1977, 544 str.
24. Horwitz Steven: The Costs of Inflation Revisited. *Review of Austrian Economics*, 16(2003), 1, str. 77-95.
25. Humo Emir: *Principi i elementi automatske regulacije*. Sarajevo: Svjetlost, 1990, 394 str.
26. Jogan Matjaž, Kverh Bojan, Leonardis Aleš, Igor Lesjak, Peer Peter, Solina Franc: *Uporabniška programska oprema*. Ljubljana: Založba FE in FRI, 2000, 274 str.
27. Judd John P. and Rudebusch Glenn D.: Taylor's rule and the Fed: 1970-1997. *Economic Review - Federal Reserve Bank of San Francisco*, 1988, str. 3-15.
28. Kacapyr Elia: The cost of inflation. *American Demographics*, 20(1998), 11, str. 24.
29. Lavrentiev M., Chabat B.: *Méthodes de la théorie des fonctions d' une variable complexe*. Moskva: les Editions Mir, 1972, 728 str.
30. Laxton Douglas, Rose David, Tambakis Demosthenes: The U.S. Phillips curve: The case for asymmetry. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 23(1999), 9-10, str. 1459-1485.
31. Merz Ludwig, Jaschek Hilmar: *Grundkurs der Regelungstechnik: Einführung in die praktischen und theoretischen Methoden*. München: R. Oldenburg Verlag, 1985, 293 str.
32. Mester Loreta J.: The Philadelphia Fed Policy Forum: Summary of the 2001 Policy Forum and Announcement of the 2002 Policy Forum. *Business Review - Federal Reserve Bank of Philadelphia*, 2002, Third Quarter, str.: 6-13.
33. Mramor Dušan: *Uvod v poslovne finance*. Ljubljana: Gospodarski Vestnik, 1993, 381 str.
34. Netushil A.: *Theory of automatic control*. Moskva: Mir Publishers, 1976, 895 str.
35. Niskanen William A.: On the death of the Phillips curve. *Cato Journal*, 22(2002), 2, str. 193-198.
36. Nobay A. R., Peel D. A.: Optimal monetary policy with a nonlinear Phillips curve. *Economics Letters*, 67(2000), 2, str. 159-164.
37. Patyra M. Y., Mlynek D. M.: *Fuzzy Logic: Implementation and Applications*. Chichester: John Wiley & Sons, 1996, 317 str.
38. Phillips, C. L., Harbor, R. D: *Feedback Control Systems* (3rd edition). Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1996, 683 str.

39. Prachowny Martin F. J.: Okun's law: Theoretical foundations and revised estimates. *Review of Economics & Statistics*, 75(1993), 2, str. 331-335.
40. Sadibašić Asim: *Automatska regulacija procesa: praktikum*. Beograd: Tehnološko-metalurški fakultet, Univerziteta u Beogradu, 1987, 200 str.
41. Saucedo Roberto, Schiring Earl E.: *Introduction to Continuous and Digital Control Systems*. New York: The Macmillan Company, 1968, 782 str.
42. Semmler Willi, Greiner Alfred, Zhang Wenlang: Monetary policy in the euro area: Was it too tight in the 1990s?. *Atlantic Economic Journal*, 30 (2002), 3, str. 283-297.
43. Senjur M.: *Makroekonomija*. Maribor: MER Evrocenter, 2001, ??? str.
44. Simić Dušan: *Osnovi automatskog upravljanja*. Beograd: Naučna knjiga, 1987, 341 str.
45. Sögner Leopold, Stiassny Alfred: An analysis on the structural stability of Okun's law - A cross-country study. *Applied Economics*, 34(2002), 14, str. 1775-1787.
46. Spencer David: Output Gap Uncertainty and Monetary Policy During the 1970s. *Topics in Macroeconomics*, 4(2004), 1, str. 1-18.
47. Stauffer Robert F: M1 velocity and the recognition lag. *Atlantic Economic Journal*, 25(1997), 3, str. 326.
48. Stiglitz Joseph: Reflections on the Natural Rate Hypothesis. *Journal of Economic Perspectives*, 11(1997), 1, str. 3-10.
49. Šurina Tugomir: *Automatska Regulacija*. Zagreb: Školska knjiga, 1991, 509 str.
50. Temple Jonathan: Openness, Inflation, and the Phillips Curve: A Puzzle. *Journal of Money, Credit & Banking*, 34(2002), 2, str. 450-468.
51. Terano Toshiro, Asai Kiyoji, Sugeno Michio: *Applied Fuzzy Systems*. Cambridge, Massachusetts: AP Professional, 1994, 302 str.
52. Turner Dave: Speed limit and asymmetric inflation effects from the output gap in the major seven economies. *OECD Economic Studies* 24, 1995, str. 57-87.
53. Virant Jernej: Uporaba mehke logike v sodobnih sistemih: fuzzy logika kot nova možnost za načrtovanje in postavljanje sistemov. *Radovljica: Didakta*, 1992, 318 str.
54. Virén Matti: The Okun curve is non-linear. *Economics Letters*, 70(2001), 2, str. 253-257.
55. Wiseman Clark: More on misery: How consistent are alternative indices? A comment. *American Economist*, 36(1992), 2, str. 85-88.
56. Yager Ronald P., Filev Dimitar P.: *Essentials of fuzzy modeling and control*. New York: John Wiley & Sons, 1994, 388 str.
57. Yang Bijou: The misery index and an index of misery. *Atlantic Economic Journal*, 20(1992a), 3, str. 98.
58. Yang Bijou: Optimality on the short-run Phillips curve revisited. *American Economist*, 36(1992b), 2, str. 89-91.
59. Zilouchian Ali, Jamshidi Mo: *Intelligent Control Systems Using Soft Computing Methodologies*. Boca Raton: CRC Press, 2001, 472 str.
60. Zorič Tine, Đonlagić Dali: *Teorija sistemov: linearni zvezni sistemi*. Maribor: Univerza v Mariboru, Tehniška fakulteta, VTO Elektrotehnika, Računalništvo in Informatika, 1987a, 291 str.

61. Zorič Tine, Đonlagić Dali: Teorija sistemov: linearni diskretni sistemi. Maribor: Univerza v Mariboru, Tehniška fakulteta, VTO Elektrotehnika, Računalništvo in Informatika, 1987b, 227 str.

Slovarček

| | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| aggregate demand | agregatno povpraševanje |
| aggregate supply | agregatna ponudba |
| assets market | trg kapitala |
| balance of payments | plačilna bilanca |
| bond market | trg obveznic |
| business cycle | poslovni cikel |
| capital | kapital |
| capital flows | kapitalski tokovi |
| consumption spending | potrošnja |
| demand for real balances | povpraševanje po denarju |
| factor of production | proizvodni faktor |
| feedback | povratna zveza |
| fiscal policy | fiskalna politika |
| fuzzy logic | mehka logika |
| goods market | trg blaga |
| government purchases | državni izdatki |
| impulse train | rešetkasta funkcija |
| income | prihodek |
| inflation | inflation |
| investment | investicije |
| labor | delo |
| marginal propensity to consume | mejna potrošnja |
| monetary policy | monetrana politika |
| money market | trg denarja |
| multiplier | multiplikator |
| natural rate of unemployment | naravna stopnja nezaposlenosti |
| net exports | neto izvoz |
| nominal quantity of money | količina denarja v obtoku |
| output, product | proizvod |
| output gap | proizvodna vrzel |
| potential output | potencialni proizvod |
| real exchange rate | realno menjalno razmerje |
| state space | prostor stanj |
| target inflation | ciljna inflacija |
| technology, productivity | tehnologija, tehnološki napredek |
| transfers | transferji |
| transport lag | časovni zadržek |
| unemployment | nezaposlenost |
| utility function | cenilka |
| wage inflation | povečevanje plač |