

UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

MAGISTRSKO DELO

**VREDNOTENJE IN OBVLADOVANJE TVEGANJ HIPOTEKARNIH
POSOJIL Z VGRAJENO OPCIJO NA OBRESTNO KAPICO**

Ljubljana, april 2017

ANTON POŽENEL

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani Anton Poženel, študent Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani, avtor predloženega dela z naslovom Vrednotenje in obvladovanje tveganj hipotekarnih posojil z vgrajeno opcijo na obrestno kapico, pripravljena v sodelovanju s svetovalcem prof. dr. Mihaelom Permanom

IZJAVLJAM

1. da sem predloženo delo pripravil samostojno;
2. da je tiskana oblika predloženega dela istovetna njegovi elektronski obliki;
3. da je besedilo predloženega dela jezikovno korektno in tehnično pripravljeno v skladu z Navodili za izdelavo zaključnih nalog Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani, kar pomeni, da sem poskrbel, da so dela in mnenja drugih avtorjev oziroma avtoric, ki jih uporabljam oziroma navajam v besedilu, citirana oziroma povzeta v skladu z Navodili za izdelavo zaključnih nalog Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani;
4. da se zavedam, da je plagiatstvo – predstavljanje tujih del (v pisni ali grafični obliki) kot mojih lastnih – kaznivo po Kazenskem zakoniku Republike Slovenije;
5. da se zavedam posledic, ki bi jih na osnovi predloženega dela dokazano plagiatstvo lahko predstavljalo za moj status na Ekonomski fakulteti Univerze v Ljubljani v skladu z relevantnim pravilnikom;
6. da sem pridobil vsa potrebna dovoljenja za uporabo podatkov in avtorskih del v predloženem delu in jih v njem jasno označil;
7. da sem pri pripravi predloženega dela ravnal v skladu z etičnimi načeli in, kjer je to potrebno, za raziskavo pridobil soglasje etične komisije;
8. da soglašam, da se elektronska oblika predloženega dela uporabi za preverjanje podobnosti vsebine z drugimi deli s programsko opremo za preverjanje podobnosti vsebine, ki je povezana s študijskim informacijskim sistemom članice;
9. da na Univerzo v Ljubljani neodplačno, neizključno, prostorsko in časovno neomejeno prenašam pravico shranitve predloženega dela v elektronski obliki, pravico reproduciranja ter pravico dajanja predloženega dela na voljo javnosti na svetovnem spletu preko Repozitorija Univerze v Ljubljani;
10. da hkrati z objavo predloženega dela dovoljujem objavo svojih osebnih podatkov, ki so navedeni v njem in v tej izjavi.

V Ljubljani, dne _____

Podpis študenta: _____

KAZALO

UVOD	1
1 PREDSTAVITEV TRGA HIPOTEKARNIH KREDITOV V SLOVENIJI.....	3
1.1 Predstavitev trenutne ponudbe	3
1.2 Nerazvitost slovenskega trga.....	4
2 PREDSTAVITEV NOVE OBLIKE HIPOTEKARNEGA KREDITA.....	5
2.1 Predstavitev delovanja.....	6
2.1.1 Obrestna kapica	6
2.1.2 Predstavitev deležnikov.....	8
2.1.3 Predstavitev procesa delovanja produkta	8
2.2 Izračun obrestne mere ter amortizacija hipotekarnega posojila	14
2.2.1 Izračun obrestne mere	14
2.2.2 Izračun mesečne anuitete	16
2.1.3 Prevrednotenje mesečnih anuitet.....	17
2.3 Zaključek	17
3 VREDNOTENJE ZAVAROVALNE KOMPONENTE	17
3.1 Vrednotenje nakupnih evropskih opcij.....	18
3.1.1 Določitev vrednosti nakupne evropske opcije	18
3.1.2 Rešitev Black-Scholes enačbe.....	20
3.1.3 Grške črke	21
3.2 Vrednotenje obrestne kapice	23
3.2.1 Določitev parametrov	23
3.2.2 Izračun cene obrestne kapice.....	24
4 VIDIK UPRAVLJANJA S TVEGANJI NA PRIMERU HIPOTEKARNEGA KREDITA Z VGRAJENO OBRESTNO KAPICO	26
4.1 Identifikacija tveganj	26
4.1.1 Tveganje nezmožnosti poravnave finančnih obveznosti.....	26
4.1.2 Tveganje sprememb obrestnih mer	33
4.1.3 Tveganje sprememb vrednosti trga nepremičnin	37

5 PRIMER IZRAČUNA OBRESTNE KAPICE TER PRIPADAJOČEGA ODPLAČILNEGA NAČRTA NA TEORETIČNEM PRIMERU NOVEGA HIPOTEKARNEGA KREDITA	38
5.1 Primeri vrednotenja obrestnih kapic v programu Sophis Risque™	38
5.2 Primer izračuna za klasičen hipotekarni kredit z variabilno obrestno mero	41
5.3 Primer izračuna za hipotekarni kredit s fiksno obrestno mero.....	42
6 ŠOKI OBRESTNE KRIVULJE	44
6.1 Primer izračuna za hipotekarni kredit z variabilno obrestno mero ter obrestno kapico z vključitvijo različnih obrestnih šokov	45
6.1.1 Določitev nominalne vrednosti zavarovanja.....	46
6.1.2 Primer izračuna za obrestno kapico pri 0,5% za 30 let ter pri različnih obrestnih šokih.....	47
SKLEP.....	49
LITERATURA IN VIRI.....	51
KAZALO TABEL	
Tabela 1: Mesečne anuitete na intervalu med 3,25% in 4,50%	2
Tabela 2: Mesečne anuitete na intervalu med 4,75% in 6%	2
Tabela 3: Hipotekarni kredit z variabilno obrestno mero in brez zavarovanja	42
Tabela 4: Obrestne mere štirih slovenskih bank	43
Tabela 5: Hipotekarni kredit s fiksno obrestno mero	43
Tabela 6: Primer izračuna za obrestno kapico pri različnih obrestnih šokih	48
KAZALO SLIK	
Slika 1: Prikaz delovanja obrestne kapice.....	7
Slika 2: Gibanje cen stanovanjskih nepremičnin v Sloveniji med leti 2008 – 2014.....	37
Slika 3: Cena obrestne kapice pri izvršilni obrestni meri 0,5 %	40
Slika 4: Cena obrestne kapice pri izvršilni obrestni meri 0,7 %	40
Slika 5: Cena obrestne kapice pri izvršilni obrestni meri 1,1 %	41
Slika 6: Cena obrestne kapice pri izvršilni obrestni meri 1,5 %	41
Slika 7: Gibanje 6 mesečnega EURIBOR-ja med aprilom 1994 in marcem 2016	44
Slika 8: Obrestni šoki trenutne krivulje obrestnih mer	45

UVOD

Vsak človek pride v določenem obdobju svojega življenja do trenutka, ko si želi oditi na svoje in začeti »graditi svoje gnezdo«. Ta trenutek se navadno zgodi takrat, ko se posameznik počuti osebno ter finančno samostojnega in enostavno reče: »Rad bi šel na svoje«. Drugi so morda prisiljeni v takšno odločitev zaradi neugodnih razmer, v katerih so se znašli, spet tretji pa imajo morda enostavno dovolj pogajanja s starši oz. sostanovalci. Razlogov je torej več, vsi pa vedno sprožijo isti dve vprašanji:

- Ali je bolje najeti ali kupiti stanovanje/hišo?
- Kako bom vse to financiral v primeru, da se odločim za nakup?

Bogati starši ali ogromni prihranki so zelo redek odgovor na zadnje vprašanje, medtem ko je za povprečnega slovenskega državljana najpogostejši odgovor najetje hipotekarnega kredita, kar pa odpre vrsto potencialnih problemov. Torej v primeru, da se nekdo odloči za najetje le-tega, bo vprašanje izbire vrste obrestne mere eno izmed prvih, na katerega si bo moral odgovoriti. To vprašanje se glasi: Ali je bolje najeti hipotekarni kredit s fiksno ali variabilno obrestno mero?

Kreditni z variabilnimi obrestnimi merami imajo ob sklenitvi nižje obrestne mere kot tisti s fiksnimi in ker zato izgledajo ugodnejši, se stranke pogosteje odločijo za njih. Glavna razloga, ki pojasnjujeta, zakaj prihaja do razlik med ponujenimi obrestnimi merami, sta dolžina obdobja financiranja ter tveganje, ki ga kreditjemalci prevzemajo nase.

Vendar pa le redki poznajo vse pasti, ki jih takšni krediti skrivajo. Največja past se skriva v dejstvu, da je pri takšnih kreditih obrestna mera definirana kot vsota dveh delov, in sicer fiksnega dela, ki se skozi čas ne spreminja, in variabilnega dela, ki je največkrat vezan na referenčno obrestno mero EURIBOR ali pa enega izmed LIBOR-jev (Brammertz, Akkizidis, Breymann, Entin, & Rustman, 2009, str. 51–75). Brigo in Mercurio (2006, str. 1) definirata LIBOR kot medbančno obrestno mero, ki se navadno uporablja kot referenčna mera v različnih pogodbah ter se dnevno določi v Londonu. Obstajajo tudi njegovi ekvivalenti na drugih trgih, kot npr. EURIBOR, ki se dnevno določi v Bruslju.

Za lažjo predstavo o tem, kakšen vpliv ima lahko sprememba obrestne mere, si pogledajmo hipotetični primer, pri katerem kreditjemalec najame 30-letni kredit z variabilno obrestno mero v znesku 350.000 evrov (v nadaljevanju €). Pri tem predpostavimo, da obrestna mera prvih pet let ostane nespremenjena pri 3 %, nato pa v prvem scenariju naraste za 0,25 odstotne točke in ostane takšna do konca. V drugem scenariju naraste še za dodatne 0,25 odstotne točke in tako znaša 3,5 % do izteka kredita. Te scenarije ponavljamo v razmikih po 0,25 odstotne točke, dokler ne dosežemo končne vrednosti 6 % p.a. Pri začetnih 3 % znaša mesečna anuiteta 1.475,61 €, medtem ko lahko v spodnjih dveh tabelah vidimo, koliko znašajo nove.

Tabela 1: Mesečne anuitete na intervalu med 3,25 % in 4,50 %

Obrestna mera v % p. a.	3,25	3,50	3,75	4,00	4,25	4,50
Mesečna anuiteta v €	1.516,39	1.557,80	1.600,17	1.624,48	1.685,74	1.729,60

Tabela 2: Mesečne anuitete na intervalu med 4,75 % in 6 %

Obrestna mera v % p. a.	4,75	5,00	5,25	5,50	5,75	6,00
Mesečna anuiteta v €	1.774,05	1.819,08	1.864,69	1.910,87	1.957,61	2.098,43

Z malce razmisleka lahko ugotovimo naslednje:

- V primeru, da variabilni del preveč naraste, se bo kreditojemalec znašel v težavah, saj njegove mesečne anuitete prav tako naraščajo.
- V primeru, da je njegov fiksni del že na začetku zelo visoko postavljen in variabilni zelo nizko, se bo prav tako znašel v težavah, saj lahko že relativno majhna naraščanja variabilnih obrestnih mer povzročijo visoka plačila.

V sklopu te magistrske naloge se bomo ukvarjali s slednjim primerom, saj najbolje odraža trenutno stanje na slovenskem trgu. Osnovna težava je namreč ta, da so imele slovenske banke pred krizo zaradi visoke referenčne obrestne mere dokaj nizek fiksni del in jim je to še vedno prinašalo dobre prihodke z naslova obrestnih mer. Ko pa je nastopila globalna finančna kriza in je referenčna obrestna mera EURIBOR zgrmela v negativno območje (kar je zgodovinski minimum), so bile banke primorane povečati fiksni del obrestne mere, da so lahko ohranjale primerljive obrestne prihodke s tistimi pred krizo.

Takšna odločitev pa je težavna iz dveh vidikov. Prvi je ta, da se ob zvišanju variabilne obrestne mere zvišajo tudi mesečne anuitete, kar se odraža v povečanju števila kreditojemalcev, ki kreditov niso več sposobni odplačevati. To tezo podpreta tudi Jarrow in Turnbull (2000, str. 272), ko v svojem članku navajata: »Ekonomska teorija nam kaže, da sta tržno ter kreditno tveganje inherentno povezana in zato med seboj neločljiva«. Spremembe obrestnih mer torej nakazujejo spremembe v kreditnem tveganju, kar pa je vedno neugodno tako za banko kot za kreditojemalca. Slednji namreč lahko izgubi nepremičnino, banka pa ne more biti gotova, da bo dano poroštvo zadoščalo za povračilo kredita, saj so cene nepremičnin odvisne od razmer na trgu. Zaradi tega je tako kreditodajalcem kot kreditojemalcem v interesu, da se dano posojilo brez kakršnihkoli težav poplača

To nas pripelje do drugega vidika, kjer je vrednost nepremičnine nižja kot vrednost kredita samega. Vpliv na banko se bo izrazil tako, da bo morala razliko pripoznati kot slabitev v

bilanci stanja, kar vodi v znižanje kapitala in dobička poslovnega leta. V vsakem primeru pa nastanejo dodatni transakcijski stroški, ki v začetku niso bili predvideni. To so lahko npr. stroški cenilcev, vzdrževanja nepremičnin in podobno

Cilj te magistrske naloge je pokazati, da obstaja način, kako se lahko tako banke kot kreditorejmalci izognejo prej omenjenim težavam. Morda se sprva zdi, da je problematika nerešljiva vendar temu ni tako.

Rešitev, ki jo predlagamo v sklopu te naloge, je, da se variabilnim hipotekarnim kreditom vgradi zavarovalna komponenta, ki kreditorejmalca zavaruje pred previsokim porastom mesečnih anuitet. Tako le-ta že ob sklenitvi ve, koliko bo znašala njegova najvišja anuiteta med obdobjem odplačevanja, čeprav je njegova obrestna mera variabilna. Kreditorejmalci seveda v zameno za to zavarovanje plačajo zavarovalno premijo. Pri tem je potrebno omeniti, da se v primeru, ko obrestne mere v prihodnosti ne narastejo dovolj, takšno zavarovanje ne izplača, saj ne bo opravičilo plačanih premij.

V nadaljevanju bomo podrobneje predstavili, kako takšen kredit deluje, kako se vrednoti, katera tveganja vsebuje, kako se lahko ta tveganja vrednotijo in obvladujejo ter kakšna je cena takšnega produkta v primerjavi z ostalima oblikama hipotekarnih kreditov, ki jih slovenske banke ponujajo.

1 PREDSTAVITEV TRGA HIPOTEKARNIH KREDITOV V SLOVENIJI

1.1 Predstavitev trenutne ponudbe

Slovenske banke trenutno ponujajo dve vrsti hipotekarnih kreditov:

- hipotekarne kredite z variabilno obrestno mero ter fiksnim pribitkom,
- hipotekarne kredite s fiksno obrestno mero.

V prvem primeru deluje kredit tako, da kreditorejmalec dobi denar od banke za določeno število let, pri čemer kot poroštvo banka prevzame dano nepremičnino. V vmesnem času kreditorejmalec plačuje mesečne anuitete, s katerimi odplača glavnico ter obresti za najeti kredit. Anuitete so izračunane na podlagi več različnih faktorjev, eden izmed najpomembnejših pa je zagotovo obrestna mera, za katero se dogovorita obe strani.

V primeru hipotekarnega kredita z variabilno mero se kreditorejmalec zaveže, da bo plačeval obrestno mero, ki je definirana kot: fiksni pribitek + EURIBOR 6M. Njegova anuiteta je torej odvisna ne samo od fiksnega pribitka, ampak tudi od referenčne obrestne mere 6-mesečnega EURIBOR-ja, ki se giblje naključno v odvisnosti od časa. Kreditorejmalec torej

prevzema nase obrestno tveganje, saj ne ve z gotovostjo, koliko bodo znašale njegove anuitete v prihodnosti. Lahko so nižje, približno enake ali pa višje.

Kot primer lahko navedemo trenutno obrestno mero za osnovni hipotekarni kredit, ki ga ponuja Nova Ljubljanska Banka d.d. za hipotekarni kredit nad 20 do 30 let: 2,60 % + 6M EURIBOR (NLB d.d. 2017). V tem primeru se torej kreditojemalec zaveže, da bo plačeval mesečne anuitete na podlagi letne obrestne mere, izračunane kot 2,60 % + 6M EURIBOR.

V drugem primeru se mehanizem delovanja kredita razlikuje v eni postavki v primerjavi s prvim primerom, in sicer v tem, da je obrestna mera določena samo kot fiksna obrestna mera. Vidimo, da ta obrestna mera ne vsebuje komponente, ki se giblje naključno v odvisnosti od časa (EURIBOR-ja ali kakšne druge referenčne obrestne mere). Hipotekarni krediti s fiksno obrestno mero so torej varni, saj kreditojemalec plačuje skozi celotno obdobje isto obrestno mero in ni odvisen od naključnega spreminjanja obrestnih mer na trgu. S tem se izogne tveganju sprememb obrestnih mer, vendar so takšni krediti tudi »najdražji«. V tem primeru mislimo »najdražji« v smislu, da imajo navadno v času $t=0$ najvišjo obrestno mero. To je razvidno iz spodnjega navedka, kjer smo iz istega vira kot v prvem primeru navedli fiksno obrestno mero za osnovni hipotekarni kredit z isto ročnostjo: za hipotekarni kredit nad 20 do 30 let: 3,90 % (NLB d.d., 2017). NLB d.d. v drugem primeru fiksni pribitek poveča za 1,3 odstotne točke. To je »cena«, ki jo mora kreditojemalec plačati za to, da ne bo izpostavljen tveganju spremembe obrestnih mer.

1.2 Nerazvitost slovenskega trga

V prejšnjem razdelku smo videli, da slovenske banke ponujajo samo dve obliki hipotekarnih kreditov. To pa je dosti manj v primerjavi s ponudbo v bolj razvitih državah Evropske unije. Suarez in Vassalo (2004) pokažeta, da obstaja še sedem dodatnih kategorij različnih hipotekarnih kreditov, ki se uporabljajo v naslednjih državah: Avstrija, Belgija, Finska, Francija, Nemčija, Nizozemska, Portugalska, Italija, Irska in Španija. Primeri naprednejših oblik hipotekarnih kreditov iz teh sedmih kategorij so:

- Hipotekarni krediti, kjer se prvih nekaj let plačujejo anuitete, ki vsebujejo le obrestni del brez dela glavnice (angl. *interest-only loans*).
- Hipotekarni krediti s kombiniranimi obrestnimi merami (angl. *mixed rate mortgages*). V tem primeru se kreditojemalec lahko odloči, koliko let želi imeti variabilno obrestno mero in koliko let fiksno. V nekaterih državah se lahko celo po preteku določene dobe ponovno pogaja za prilagoditev obrestne mere.
- »Kupi in oddaj« hipoteke (angl. *buy-to-let mortgages*). Te hipoteke so namenjene osebam, ki želijo kupiti drugi dom in ga nato oddajati. V primerjavi z navadnimi hipotekami ima ta tri večje razlike:

- Banka se bo odločila, če bo takšen hipotekarni kredit osebi odobrila na podlagi tega, koliko prilivov pričakuje iz naslova oddajanja. Prav tako se upoštevajo drugi prilivi potencialnega kreditojemalca.
- Obrestna mera za takšna posojila je višja, saj so tudi bolj tvegana v primerjavi z osnovno obliko hipotek.
- Banke zahtevajo tudi višji polog s strani kreditojemalca. Največkrat zahtevajo polog vsaj med 20 in 25 % celotne vrednosti nepremičnine.

Vidimo torej, da je v Sloveniji ponudba dokaj skromna in da je še dovolj prostora za uvedbo novih produktov, ki bi bili bolj po meri različnim željam potencialnih kreditojemalcev. V naslednjem sklopu bomo predstavili »nov« produkt, ki bi kreditojemalcem omogočal zaščito pred prevelikim porastom variabilnih obrestnih mer.

2 PREDSTAVITEV NOVE OBLIKE HIPOTEKARNEGA KREDITA

Kot smo videli v prejšnjem sklopu, slovenske banke trenutno ponujajo klasične hipotekarne kredite, pri čemer definiramo termin »klasične« kot tiste hipotekarne kredite, ki nimajo vgrajenih izvedenih finančnih instrumentov (v nadaljevanju IFI). Kreditojemalec lahko torej v primeru, da se odloči za najem hipotekarnega kredita, izbira med dvema načinoma plačevanja mesečnih anuitet (hipotekarni krediti se navadno odplačujejo v takšni obliki):

- prvi način je plačevanje anuitet s fiksno obrestno mero,
- drugi način je plačevanje anuitet z variabilno obrestno mero.

Produkt, razvit v sklopu te magistrske naloge, bi jim, v primeru implementacije s strani kakšne izmed slovenskih bank, ponudil tretji način odplačevanja mesečnih anuitet:

- Celotna obrestna mera bi bila še vedno sestavljenega iz fiksne ter variabilnega dela, vendar bi imela dodatno lastnost, da ne more preseči vnaprej določene zgornje meje. Tako bi vedeli za vnaprej določeno obdobje odplačevanja (t. i. obdobje zavarovanja), koliko lahko znaša njihovo najvišje mesečno plačilo.

Takšna oblika hipotekarnega kredita omogoča kreditojemalcem, da lažje najamejo kredit z variabilno obrestno mero, saj vedo, koliko je njihova maksimalna mesečna izpostavljenost. Posledično lahko lažje načrtujejo njihov cikel potrošnje ter stopnjo varčevanja.

S tem se izognejo tveganju, da v prihodnosti ne bi bili več zmožni odplačevati svoje hipoteke. Pravzaprav so najeli posojilo, ki ima vgrajeno zavarovalno komponento in kot je navada pri zavarovanjih, morajo zavarovanci plačati premijo v zameno za to, da njihovo tveganje prenesejo na neko drugo entiteto. Slednje dejstvo lahko naredi (ni pa nujno) takšen hipotekarni kredit dražji v primerjavi s klasičnimi hipotekarnimi krediti z variabilno obrestno mero.

Seveda obstaja alternativa, ki bi jim prav tako omogočila, da bi se izognili plačevanju previsokih anuitet. To bi bilo mesečno varčevanje, odprto posebej za ta namen, vendar je takšen način neučinkovit. Razlog za to je, da je potrebno najprej vedeti, koliko sploh mora nekdo varčevati na mesec, če želi biti ustrezno zavarovan. Vendar zaradi narave premikov RefOM, ki so naključni, pravzaprav ne vemo, koliko je zgornja meja, ki jo lahko doseže. Zaradi tega je težko določiti mesečno stopnjo varčevanja, ki bo dovolj visoka, da bo pokrila obdobje plačevanja visokih anuitet.

2.1 Predstavitev delovanja

Namen tega podpoglavja je natančno predstaviti, kako »novi« produkt deluje ter kateri deležniki so vanj vpleteni.

2.1.1 Obrestna kapica

Glavna značilnost »novega« produkta je IFI, vgrajen v hipotekarni kredit. Bolj natančno je to obrestna kapica (angl. *interest rate cap option*). Tipična nakupna obrestna opcija izvede več plačil v časih t_i . Lahko so polletna plačila, kar je v skladu s prakso slovenskih bank, ki navadno »resetirajo« variabilno obrestno mero v pogodbi vsakih 6 mesecev v primeru, da je naša variabilna obrestna mera 6-mesečni EURIBOR. V nadaljevanju povzemamo enačbe predstavljene v delu Filipovića (2005):

$$\delta(F(T, T+\delta) - \kappa)^+ \quad (1)$$

Definicije:

- T je datum resetiranja,
- $T+\delta$ je datum poravnave,
- $F(T, T+\delta)$ je tržna referenčna obrestna mera (npr. EURIBOR ali LIBOR),
- κ je izvršilna obrestna mera (angl. *strike*).

Kot je razvidno iz enačbe (1), nam bo nakupna obrestna opcija na datum poravnave izplačala pozitivno razliko med tržno referenčno in izvršilno obrestno mero. V primeru, da je $F(T, T+\delta)$ manjši od izvršilne cene, bo vrednost opcije enaka 0.

Nakupna obrestna opcija navadno sestoji iz več posameznih obrestnih kopic (angl. *caplets*), za kar uporabimo oznako Cpl in za katere definiramo:

- Število dni v prihodnosti $T_0 < T_1 < \dots < T_n$, pri čemer je $T_i - T_{i-1} \equiv \delta$ in T_n označuje dospelost obrestne opcije.

Denarni tokovi se izvedejo v T_1, \dots, T_n in kupec obrestne kapice v času T_i dobi

$$\delta(F(T_{i-1}, T_i) - \kappa)^+ \quad (2)$$

Naj bo $t \leq T_0$. Zapišimo:

$$Cpl(i;t), \quad i=1, \dots, n \quad (3)$$

Za dani čas t in za i -to obrestno kapico s časom resetiranja T_{i-1} ter datumom poravnave T_i lahko zapišemo:

$$Cp(t) = \sum_{i=1}^n Cpl(i;t). \quad (4)$$

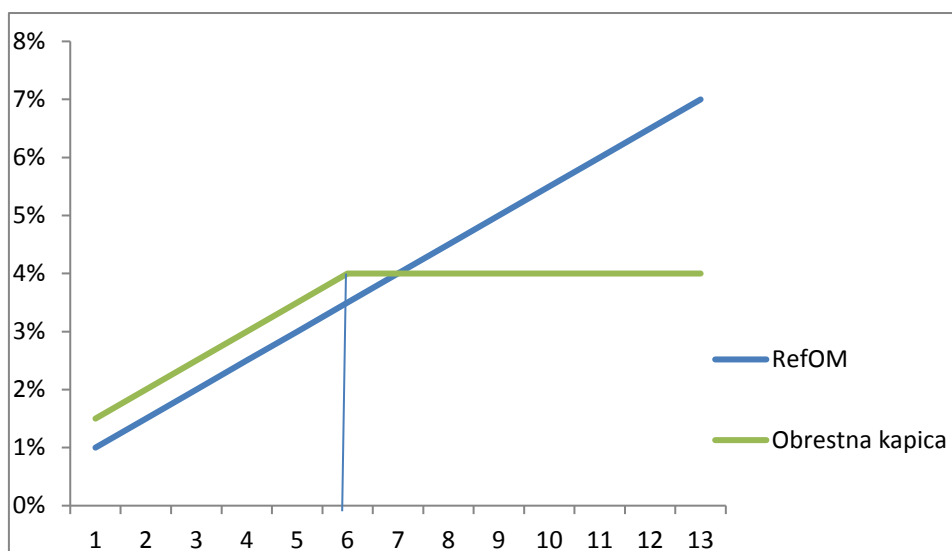
Z enačbo (4) torej v času t določimo vrednost nakupne obrestne opcije.

Intuitivno lahko enačbo (1), ki prikazuje izplačilo obrestne opcije, razložimo kot:

- Če je razlika med prvim in drugim delom pozitivna, bo lastnik te opcije (v našem primeru je to banka, kot bomo pokazali v nadaljevanju) prejel izplačilo. Takšna oblika izplačila spominja na klasično nakupno opcijo (angl. *long call option*), pri čemer je edina razlika, da vrednost te opcije izvira iz premikov obrestnih mer ter da navadno izplačuje plačila ob polletjih.

Slika 1 nam tudi grafično prikaže, kako obrestna kapica omeji izpostavljenost nihanju RefOM.

Slika 1: Prikaz delovanja obrestne kapice



2.1.2 Predstavitev deležnikov

Da lahko takšen hipotekarni kredit deluje, potrebuje tri deležnike:

- banko ali kakšno drugo finančno institucijo, ki izda IFI, potreben za delovanje takšnega produkta,
- banko, ki izda takšne vrste hipotekarni kredit,
- kreditojemalca, ki se odloči za najem takšne vrste kredita.

Med temi tremi deležniki obstajata dve relaciji. Prva relacija je med izdajateljem IFI-ja ter banko, ki izda hipotekarni kredit, druga relacija pa je med kreditojemalcem ter banko, ki izda hipotekarni kredit. Poznavanje teh relacij je pomembno zaradi dveh razlogov.

Prvi razlog je, da kreditojemalec nima nobene direktne povezave z izdajateljem IFI-ja. To odgovornost prevzame banka, ki izda hipotekarni kredit, ali kakšna druga finančna institucija.

Drugi razlog je ta, da se s pomočjo poznavanja teh relacij lažje oriše dejstvo, da v takšnem produktu ni kreditojemalec tisti, ki je lastnik IFI-ja, ampak banka, ki je izdala hipotekarni kredit. To pomeni, da banka kupi IFI z zavarovalnimi premijami, ki jih plačajo kreditojemalci. Lastništvo preide na banko in s tem tudi vsa izplačila, ki jih IFI izplača.

S takšno strukturo onemogočimo tudi možnost t. i. povratne prodaje. S tem mislimo na to, da bi lahko kreditojemalci (če bi bili oni lastniki IFI-ja) svoje zavarovanje prodali nazaj kreditodajalcu. V primeru, da bi bilo to dovoljeno, bi verjetno izničili cilj varovanja kreditojemalcev. Odprli bi namreč vrata špekulaciji, kjer bi lahko kreditojemalci stavili na porast RefOM in kasneje prodali IFI za višjo ceno, kot so ga na začetku kupili. Prav tako ni za izključiti te možnosti, da bi jih kreditodajalci celo k temu spodbujali. To bi bilo še posebej verjetno v primeru, če bi le-ti kupili IFI od drugega izdajatelja. Takrat bi imeli možnost, da bi IFI od kreditojemalcev odkupili po nižji ceni, kot bi ga lahko sami prodali njegovemu prvotnemu izdajatelju. S tem bi kreditodajalci lahko ustvarjali dobiček brez tveganja.

2.1.3 Predstavitev procesa delovanja produkta

Pomembna predpostavka, ki jo moramo na začetku postaviti, je, da banka in kreditojemalec skleneta pogodbo o izdaji/najemu takšnega hipotekarnega kredita. Na temelju te predpostavke bomo sedaj predstavili podrobnejše delovanje produkta v šestih korakih.

2.1.3.1 Izbira obdobja zavarovanja, nominalne vrednosti ter izvršilne obrestne mere

Prvi korak je, da se kreditojemalec odloči za obdobje zavarovanja ter nominalno vrednost IFI-ja za to obdobje. Ni namreč vedno optimalno, da se kreditojemalec odloči za zavarovanje

skozi celotno dobo kredita ali za nominalno vrednost, ki je enaka celotni vsoti hipotekarnega kredita. V obdobju nizkih ali celo negativnih variabilnih obrestnih mer se mu zagotovo ne izplača za prvih nekaj let kupiti zavarovanje pred previsokim porastom, saj je verjetnost za visok poskok izredno majhna. Tako je bolj preudarno, da se s pomočjo svetovalcev, ki so bolj podučeni oz. informirani o trenutni strukturi obrestnih mer ter razmerah na trgu, odloči, kdaj bi bilo smiselno skleniti zavarovanje.

V odvisnosti od obdobja zavarovanja je določena tudi nominalna vrednost, na katero bo IFI izdan. Ta je lahko enaka (ni pa nujno) vsoti plačil glavnice, ki bodo v tem obdobju plačane s strani kreditojemalca. Denimo torej, da se kreditojemalec odloči skleniti zavarovanje za obdobje enega leta, pri čemer njegova nominalna vrednost znaša 10.000 €. Predpostavimo (za lažji oris ideje), da obrestna kapica, ki jo bo kupil, stane 10 % nominalne vrednosti glavnice. V tem primeru bo cena, ki jo bo plačal izdajatelju, enaka 1000 €. Vidimo torej, da se bo cena zavarovanja spreminjala linearno z višino nominale.

Zadnji parameter, ki ga je potrebno v prvem koraku določiti, je izvršilna obrestna mera obrestne kapice. Tako kot ostala dva parametra je tudi ta izjemnega pomena, saj je od njega odvisna cena zavarovanja. V primeru, da kupimo takšno, ki ima izvršilno obrestno mero zelo blizu trenutne vrednosti, bo njena cena višja, kot če bi kupili takšno z izvršilno ceno postavljeno dlje od trenutne vrednosti. Seveda tukaj s terminom »dlje« mislimo samo na premike v pozitivni smeri. Če je trenutna vrednost obrestne mere 1 % in postavimo izvršilno ceno pri 1,2 %, bo takšna opcija dražja kot pa, če bi jo imela postavljeno pri 1,7 %. Tukaj imamo torej premik 0,5 % v pozitivni smeri. Premik 0,5 % v negativni smeri bi postavil izvršilno ceno pri vrednosti 0,7 %. V tem primeru bi bila opcija najdražja, saj je že v t. i. območju vrednosti (angl. *in the money*).

Kriterij, ki na koncu prevlada pri izbiri izvršilne cene je vedno strankina nenaklonjenost tveganju. Stranke, ki so bolj naklonjene tveganju bodo izbrale izvršilno ceno, ki je dalji od trenutne vrednosti na trgu. Ostali, ki so bolj nenaklonjeni tveganju, pa bodo storili ravno obratno.

2.1.3.2 Združevanje kreditojemalcev

V drugem koraku banka, ki izda hipotekarni kredit, združi večje število kreditojemalcev. To stori na enak način, kot pokažeta Anderson in Brown (2005, str. 3–4), in sicer po principu združevanja neodvisnih naključnih spremenljivk.

Razlog za to je, da se tako zmanjšajo transakcijski stroški (namesto da za vsak posamezen izdan kredit kupi izbran IFI, banka kupi samo enega za večjo skupino kreditojemalcev). Velika skupna vsota omogoči tudi boljše pogajalsko izhodišče pri pridobivanju ponudb za nakup takšnega instrumenta (v primeru, da banka kupi IFI od tretje osebe). Meja, pri kateri se banka odloči za nakup finančnega instrumenta, je arbitrarna in se lahko določi na podlagi:

- frekvence izdajanja hipotekarnih kreditov,
- politike obvladovanja tveganj posamezne banke,
- časovnega intervala.

Primer odločitve po prvem kriteriju, tj. frekvenci izdajanja, je, da se banka izdajateljica odloči, da bo npr. na vsakih 30 (ta številka je popolnoma arbitrarna) izdanih hipotekarnih kreditov kupila ali izdala IFI.

Primer odločitve po drugem kriteriju, tj. na podlagi politike obvladovanja tveganj, je, da se banka izdajateljica odloči, da kupi ali izda izbran IFI takrat, ko izpostavljenost tržnemu tveganju doseže določeno vrednost.

Primer odločitve po tretjem kriteriju, tj. časovnem intervalu, je, da se banka izdajateljica odloči, da bo npr. vsak mesec (tudi v tem primeru je vsak mesec določen popolnoma arbitrarno) kupila ali izdala IFI.

Vsi trije zgoraj navedeni primeri posredno nakazujejo, da je banka izdajateljica v določenem obdobju »nekrita« s strani IFI-ja. Prejšnjo izjavo je lažje ponazoriti z vprašanjem: Kaj se zgodi, če tržne obrestne mere narastejo preko dogovorjene meje v obdobju, ko banka še ni kupila ali izdala IFI-ja, kljub temu da je že izdala hipotekarni kredit?

V tem primeru kreditorejmalci plačajo mesečno anuiteto po vnaprej določeni zgornji meji. Banka ima torej samo oportunitetni strošek izpada prihodka z naslova prihodkov IFI-ja, saj so obrestne mere narasle toliko, da bi se le-ta aktiviral. V primeru, da bi banka, ki je lastnik IFI-ja, kupila tega od tretje osebe, bi seveda v tem primeru dobila prihodek.

Vendar na drugi strani banka dobi dodaten priliv s strani premij, ki jih plačajo kreditorejmalci. Premije pa so še vedno neporabljene, saj banka še ni kupila oz. izdala IFI-ja. Iz tega lahko torej zaključimo, da v tem primeru banka pravzaprav postane zavarovalnica za kreditorejmalce, saj namreč prejme premije, zato da obljubi kreditorejmalcem, da ne bodo plačevali več, kot so se vnaprej dogovorili.

Pomembno je izpostaviti, da banka nima v tem klasične obveznosti (v smislu negativnega denarnega toka) do svojih kreditorejmalcev. Ima samo oportunitetni strošek izpada prihodkov iz naslova lastništva IFI-ja, ki pa ni nujno večji od vsote vseh zbranih premij.

2.1.3.3 Določitev cen IFI-jev

V tretjem koraku banka, ki ima namen izdati tovrsten hipotekarni kredit, pridobi cene za nakupno obrestno opcijo. V primeru, da sama izdaja IFI, ceno določi sama. Eden izmed

načinov, kako lahko to naredi, bomo predstavili v tretjem poglavju te magistrske naloge. V primeru, da kupi IFI, pa pridobi cene na trgu potencialnih izdajateljev.

Določitev cen IFI-jev je pomembna, saj se na podlagi te cene določi premija, ki jo morajo kreditorejmalci plačati. Premija se določi z naslednjo enačbo:

$$P = \frac{\text{Cena IFI}}{\text{št.kreditorejmalcev, ki so kriti s strani IFI-ja}} \quad (5)$$

Enake logike pa ne moremo uporabiti pri imenovalcu. Ne moremo namreč trditi, da se bo ob povečanju števila kreditorejmalcev znižala premija. Razlog je ta, da se v primeru, ko se poveča število kreditorejmalcev, poveča tudi zavarovalna vsota IFI-ja, kar se odrazi v povečanju cene.

2.1.3.4 Zaračunavanje zavarovalne premije

Kot je bilo že omenjeno v tretjem koraku, je določitev premije P izrednega pomena. Poleg same določitve oz. izračuna premije P pa je prav tako pomembna določitev časa, ko jo bo potrebno plačati.

V najbolj enostavnem primeru bi banka kupila IFI za zavarovanca takoj, ko se ta odloči za najem hipotekarnega kredita. Posledično bi kreditorejmalec prav tako takoj plačal potrebno premijo.

Vendar se stvari zapletejo, ko banka začne združevati večje število kreditorejmalcev. Glavni zaplet, ki ga takšno početje povzroči, je časovni zamik med dnevom izdaje hipotekarnega kredita in dnevom nakupa IFI-ja. Posledično se zaplete tudi pri plačilu zavarovalne premije. Za lažjo predstavo lahko to dejstvo ponazorimo na hipotetičnem primeru:

Denimo, da je dne, 3. 1. 2015, oseba X sklenila z banko Y hipotekarni kredit za obdobje 30 let, pri čemer ga bo odplačevala z mesečnimi anuitetami. Mesečno bo prav tako plačevala premijo P za sklenjeno zavarovanje. Boji se namreč, da bi obrestna mera njenega kredita narasla preko meje 5,5 %, saj ve, da po tej točki ni več sposobna plačevati svojih anuitet. Banka Y zasleduje strategijo združevanja kreditorejmalcev po principu časovnega intervala in zato kupi potreben IFI vsak zadnji dan v mesecu (v tem primeru torej 31. 1. 2015). Poraja se vprašanje, kako naj banka določi premijo P dne, 3. 1. 2015, če ima namen kupiti IFI šele 31. 1. 2015. Cene IFI-jev se namreč spreminjajo v odvisnosti od časa ter razmer na finančnih trgih. Verjetnost, da bo cena IFI-ja 3. 1. 2015 ista kot 31. 1. 2015, pa je zelo majhna. To torej povzroči problem, da lahko banka Y v trenutku sklenitve zaračuna prenizko ali pa previsoko premijo.

Predlagana rešitev za ta problem je, da se ob sklenitvi pogodbe prva zavarovalna premija določi kot pavšal. Tako banka v nekitem obdobju obdrži prilive s strani zavarovalnih premij. V primeru, da je bil pavšal ob sklenitvi postavljen previsoko (to bi pomenilo, da je bila cena IFI-ja ob nakupu nižja od pričakovane), se kreditojemalcu višina naslednje premije ustrezno zmanjša. V primeru, da je bil pavšal postavljen prenizko, se kreditojemalcu višina naslednje premije ustrezno poveča.

Natančne določitve višine pavšala se lahko lotimo na več načinov:

- Najpreprostejši način je izračun povprečne pretekle cene izbranega IFI-ja.
- Naslednji način je, da banke poleg izračuna pretekle povprečne cene vključijo v določitev pavšala še t. i. »mehke faktorje«, ki so lahko pretekle izkušnje ali druge informacije.
- Naprednejši načini vključujejo uporabo ekonometričnih ter parametričnih ali neparametričnih statističnih metod. S pomočjo teh lahko za določeno obdobje v prihodnosti napovemo ceno izbranega IFI-ja na podlagi preteklih podatkov.
- Če banka ne izdaja IFI-ja sama, ampak ga kupi od kakšne investicijske banke, lahko pošlje povpraševanje za ceno IFI-ja, ki bi imel začetni nivo določen v prihodnosti (angl. *future initial fixing*). Tako lahko takoj izvedo, kakšna je cena za takšen instrument.

2.1.3.5 Realizacije različnih scenarijev premikov referenčne obrestne mere

Namen tega podpoglavja je predstaviti vse možne scenarije premikov referenčne obrestne mere in s tem pokazati, kakšen je vpliv tako na kreditojemalce kot na banko v primeru, da sklenejo hipotekarni kredit.

Možni so natančno trije scenariji premikov RefOM v obdobju veljavnosti IFI-ja:

- RefOM ostanejo iste,
- RefOM narastejo ali padejo, vendar ne dovolj, da bi aktivirale IFI,
- RefOM narastejo preko izvršilne cene in tako aktivirajo IFI.

V prvih dveh primerih tako za banke kot kreditojemalce ni nobenih sprememb. Kreditojemalci plačujejo mesečne anuitete takšne, kot so, pri čemer vedo, da imajo še vedno sklenjeno zavarovanje za primer prevelikega poskoka RefOM.

Najbolj zanimiv je tretji primer, ko RefOM narastejo preko izvršilne cene. Takrat se izbrani IFI oz. zavarovalna komponenta aktivira. Z vidika kreditojemalca to pomeni, da bo za obdobje, ko so referenčne mere nad vnaprej določeno mejo, plačeval nižje anuitete, kot bi jih sicer.

To dejstvo lahko ponazorimo na primeru, ki je bil uporabljen v četrtem koraku. Takrat je bila izvršilna cena postavljena pri 5,5 %. Denimo, da je v vmesnem času prišlo do dviga referenčne obrestne mere in sedaj skupna obrestna mera znaša 6 %. To pomeni, da bo kreditojemalec plačeval anuitete obrestovane po 5,5 % in ne po 6 %. Tako torej plača obrestno mero, ki je 0,5 % odstotne točke nižja, in prihrani denarna sredstva.

2.1.3.6 Periodična obnovitev zavarovalne komponente

Kot je že bilo omenjeno v prejšnjih odstavkih, uporabljamo v sklopu te magistrske naloge obrestno kapico kot zavarovalno komponento, ki reši problem previsokega porasta obrestnih mer. V določenih primerih se ne izplača kupiti zavarovanja za celotno dobo izdanega kredita, ampak le v posameznih obdobjih. To posledično pomeni, da se lahko za kreditojemalce cena zavarovanja po posameznih letih med seboj razlikuje takrat, ko bodo želeli obnoviti zavarovalno komponento.

Le-ta je odvisna od več parametrov. Predpostavimo, da za vrednotenje obrestne opcije uporabimo klasično obliko Black-Scholes modela, kot je razvita v delu Blacka in Scholesa (1973). Ta se v takšni obliki pogosto uporablja tudi v praksi, ko želimo vrednotiti preproste opcije. Mednje lahko štejemo tudi obrestne kapice. Parametri, ki v njem določajo vrednost obrestne kapice, so naslednji:

- cena osnovne naložbe, iz katerega izvira vrednost IFI-ja (angl. *value of the underlying*),
- volatilitnost osnovne naložbe (angl. *volatility of the underlying*),
- višina netvegane obrestne mere,
- izvršilna cena (angl. *Strike rate*),
- dolžina obdobja, za katerega se IFI izda.

Sprememba parametrov se odraža v spremembi cene zavarovanja. Tako lahko pride do tega, da bo ta za kreditojemalca v naslednji periodi višja, nižja ali enaka.

2.1.3.7 Dodatni pozitivni vplivi obrestne kapice

Do sedaj smo pokazali, da ima obrestna kapica pozitiven vpliv na blagostanje kreditojemalcev. Izkaže pa se, da je njen vpliv prav tako pozitiven za kreditodajalce.

Pričakovati je namreč, da se bo zaradi zmanjšane izpostavljenosti tržnemu tveganju število kreditojemalcev, ki niso sposobni odplačati svojega posojila, zmanjšalo. Zato bo portfelj izdanih posojil kreditodajalca imel manjše kreditno tveganje v primerjavi s tistim, ki ni vseboval posojil z obrestno kapico. Posledično bodo torej za kreditodajalca stroški tveganega kapitala manjši. To tezo lahko utemeljimo iz dveh vidikov.

Prvi je, da finančni regulatorji predpisujejo ustrezne kapitalske količnike, ki jim morajo finančne institucije zadostiti glede na njihovo stopnjo tveganja, da lahko opravljajo svojo dejavnost na trgu. Tako bodo torej potrebovali manj tveganega kapitala (*ceteris paribus*).

Drugi vidik je, da vsak lastnik enote kapitala zahteva zanj določeno stopnjo donosnosti v primeru, da se ga odloči posoditi. To določi glede na tveganje, ki ga prevzema z investiranjem v dano naložbo. Bolj kot je naložba tvegana, večjo donosnost bo zahteval in obratno. Iz tega lahko torej zaključimo, da bodo zaradi zmanjšanja lastne tveganosti kreditodajalca tudi lastniki zahtevali manjšo donosnost na kapital, ki so mu ga posodili.

Kreditodajalci pa se lahko potencialno okoristijo s še enim pozitivnim vplivom, in sicer je to zmanjšano tveganje slabega ugleda. Kadar so banke prisiljene zapleniti nepremičnino in s tem izseliti kreditojemalce, namreč tvegajo, da se njihov ugled v javnosti znatno poslabša. Tisti, ki so se bili primorani izseliti, bodo verjetno za to tragedijo krivili kreditojemalca, kljub temu da ni nujno njegova krivda. V dobi socialnih omrežij pa se lahko resnice ali neresnice zelo hitro razširijo med ogromno množico ljudi in s tem morda spremenijo njihovo mnenje. Takšnega pozitivnega vpliva, ki bi ga obrestna kapica lahko prinesla, zato ni za zanemarjati. Vemo namreč, da se dobro ime podjetja gradi več let in zahteva ogromno vloženega truda. Dovolj pa je samo ena neprevidnost ali napačna odločitev, da se ves ta trud izniči.

Kreditodajalci pa lahko morda to neželjeno situacijo celo obrnejo sebi v prid. Izdajanje hipotekarnih kreditov z obrestno kapico deluje namreč dosti bolj družbeno odgovorno v primerjavi z izdajanjem takšnih, kjer so kreditojemalci izpostavljeni celotnemu tržnemu tveganju. Pričakujemo lahko torej, da se bo tveganje zmanjšanja ugleda kreditodajalcev zmanjšalo. To bi bilo še posebej vidno, kadar bi RefOM zelo narasle. V tem primeru bi se nekaterim strankam zavarovanje aktiviralo in bi zaradi tega plačevale manj. Takrat bodo seveda zadovoljne in bodo svojo pozitivno izkušnjo pogosto delile z drugimi. S tem pa se bo dodatno okrepilo dobro ime banke in posledično zmanjšalo tveganje padca ugleda v javnosti.

2.2 Izračun obrestne mere ter amortizacija hipotekarnega posojila

2.2.1 Izračun obrestne mere

Obrestna mera je eden izmed najpomembnejših parametrov pri določanju višine anuitete, ki jo mora kreditojemalec plačati vsak mesec. Zato je izrednega pomena, da obstajajo natančno določena pravila, ki določajo njen izračun. Ta niso pomembna le za to, ker je mogoče tako enolično izračunati mesečno anuiteto, ampak tudi zato, da ne prihaja do nejasnosti med kreditojemalcem in kreditodajalcem.

Enačba, po kateri se izračuna obrestna mera na primeru proučevanega hipotekarnega kredita, je naslednja:

$$i^{(m)} = i_{fix}^{(m)} + \min(\kappa^{(m)}, i_{var}^{(m)}) \quad (6)$$

pri čemer se $i_{fix}^{(m)}$ izračuna kot:

$$i_{fix}^{(m)} = m \left\{ (1 + i_{fix})^{1/m} - 1 \right\} \quad (7)$$

$m > 0 \wedge m \in \mathbb{N}$ in označuje časovni interval obrestovanja, s $\kappa^{(m)}$ pa definiramo izvršilno obrestno mero.

Kot je razvidno iz enačbe (6), bo kreditojemalcem na dan izračuna dodeljena obrestna mera, ki bo k fiksni obrestni meri imela dodano še manjšo izmed naslednjih dveh:

- trenutno spremenljivo obrestno mero na trgu ($i_{var}^{(m)}$),
- izvršilno obrestno mero v obrestni kapici ($\kappa^{(m)}$).

Razlog, zakaj ima enačba (7) indeks *fix*, je ta, da se v izračunu te obrestne mere uporabi fiksni pribitek hipotekarnega kredita.

Na podlagi enačbe (7) lahko na enak način kot v prvem primeru izračunamo obrestno mero tudi za drugi primer:

$$i_{var}^{(m)} = m \left\{ (1 + i_{var})^{1/m} - 1 \right\} \quad (8)$$

pri čemer tukaj uporabimo za i_{var} trenutno višino referenčnih obrestnih mer v času računanja oz. prevrednotenja.

Izračun obrestne mere se navadno izvede vsako polletje, kadar uporabljamo kot RefOM 6-mesečni EURIBOR. Z vidika kreditojemalca obstajata torej dva možna scenarija, ki se lahko realizirata ob dnevu izračuna:

- RefOM niso narasle dovolj, da bi se aktiviral IFI. V tem primeru bo manjša od obeh obrestnih mer $i_{var}^{(m)}$.
- RefOM so narasle dovolj, da se je IFI aktiviral. V tem primeru je kreditojemalec zavarovan in zato plača anuiteto, izračunano z izvršilno obrestno mero $\kappa^{(m)}$, ki je nižja od $i_{var}^{(m)}$.

V prvem primeru so bile premije, plačane za nakup zavarovalne komponente, porabljene za nakup le-te. Edini pozitiven denarni tok je s strani anuitete.

V drugem primeru bo banka dobila pozitiven denarni tok z naslova plačane anuitete ali pa IFI-ja, če se odloči, da ga bo kupila od drugega izdajatelja.

2.2.2 Izračun mesečne anuitete

Namen tega poglavja je pokazati, kakšen je odnos med glavnico in obrestmi skozi celotno dobo odplačevanja ter kako se njuna višina spreminja skozi čas. Prav tako bomo pokazali, na kakšen način se izračuna mesečna anuiteta izbranega posojila. Enačbe, ki so pokazane v tem razdelku, so povzete po delu Sluda (2001, str. 29–31).

Denimo, da mora kreditodajalec vsako leto plačati znesek c , pri čemer plača znesek c/m v časovnih intervalih $1/m, 2/m, \dots, n-1/m, n/m$, kjer n označuje število obrokov.

Če si je kreditojemalec izposodil znesek K za obdobje n let, ki mora biti odplačan v enakih zneskih ob koncu vsakega obdobja $1/m$, lahko določimo anuiteto na podlagi enačbe (9), pri čemer v izračunu uporabimo obrestno mero iz (6):

$$\text{Hipotekarna anuiteta} = \frac{K \cdot i^{(m)}}{m \cdot (1 - v^n)} \quad (9)$$

Definicija:

$$v = \frac{1}{(1+i)} = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{-m} \quad (10)$$

Vsaka hipotekarna anuiteta je sestavljena iz dveh delov, in sicer iz dela, ki pripada glavnici, in dela, ki pripada obrestnim meram. Da lahko pokažemo, koliko točno v vsaki anuiteti pripade glavnici in koliko obrestni meri, moramo najprej definirati, koliko znaša preostali dolg na enoto takoj po času k/m :

$$B_{n, k/m} = \frac{1 - v^{n - (k/m)}}{1 - v^n} \quad (11)$$

Znesek obrestnih mer na enoto bo torej po obdobju $1/m$ enak $(1+i)^{1/m} - 1 = \frac{i^{(m)}}{m}$. Da izračunamo delež obrestnih mer v plačilu anuitete v času $(k+1)/m$, moramo torej vrednost preostalega dolga v času k/m pomnožiti s faktorjem $i^{(m)}/m$. Na podlagi tega lahko torej zaključimo, da bo naslednje celotno plačilo $i^{(m)}/(m(1-v^n))$ sestavljeno iz naslednjih dveh deležev:

$$\text{delež obrestnih mer} = \frac{1}{m} \frac{i^{(m)} \left(1 - v^{n - (k/m)}\right)}{1 - v^n} \quad (12)$$

ter

$$\text{delež glavnice} = \frac{1}{m} \frac{i^{(m)} \left(v^{n - \frac{k}{m}} \right)}{1 - v^n} \quad (13)$$

pri čemer se po definiciji delež glavnice izračuna kot razlika med celotnim mesečnim plačilom ter deležem obrestnih mer. Na podoben način lahko izračunamo tudi preostali dolg takoj po periodi $(k+1)/m$. Iščemo torej $B_{n, k+1/m}$, in sicer ga izračunamo kot razliko med $B_{n, k/m}$ ter obrestmi, ki smo jih plačali v $(k+1)/m$. To naredimo z naslednjo enačbo, v kateri pokažemo tudi njeno izpeljavo:

$$\frac{1 - v^{n - \frac{k}{m}}}{1 - v^n} - \frac{i^{(m)} v^{n - \frac{k}{m}}}{m (1 - v^n)} = \frac{1 - v^{n - \frac{k+1}{m}}}{1 - v^n} = \left(1 - \frac{a^{(m)}}{a_n^{(m)}} \right) v^{-\frac{k+1}{m}} \quad (14)$$

2.2.3 Prevrednotenje mesečnih anuitet

Značilnost hipotekarnih kreditov z variabilno obrestno mero je ta, da se njihove mesečne anuitete spremenijo, ko se spremenijo referenčne obrestne mere. Zato je potrebno takrat mesečne anuitete ponovno izračunati. Še vedno lahko uporabimo enačbe, ki smo jih razvili v prejšnjem poglavju, potrebno je samo prilagoditi obdobje odplačevanja, obrestno mero in pa glavnico. Če imamo torej spremembo obrestne mere po enem letu, moramo obdobje odplačevanja zmanjšati za eno leto ter zmanjšati glavnico za znesek glavnice, ki so bile v tem letu odplačane. Nato vstavimo v enačbe še novo obrestno mero in tako dobimo nove mesečne anuitete, ki jih bo kreditojemalec moral odplačati zaradi spremembe obrestne mere.

2.3 Zaključek

Cilj tega poglavja je bil podrobno predstaviti delovanje hipotekarnega kredita z vgrajeno obrestno kapico. Pokazali smo, kako deluje zavarovalna komponenta tako z vidika kreditojemalca kot kreditodajalca ob realizaciji različnih premikov RefOM. Prav tako smo pokazali, kakšen je življenjski cikel produkta v šestih korakih ter kako se izračuna obrestna mera za dano posojilo, mesečna anuiteta ter preostala vrednost hipotekarnega posojila. V naslednjem poglavju bomo predstavili, kako se vrednoti zavarovalna komponenta.

3 VREDNOTENJE ZAVAROVALNE KOMPONENTE

Da lahko določimo višino zavarovalne premije, ki jo morajo kreditodajalci plačati vsak mesec za zavarovanje pred porastom RefOM, moramo najprej izračunati ceno zavarovalne komponente. To je razvidno iz enačbe (5). Seveda pa to velja le v primeru, da se banka odloči sama izdati IFI.

Zavarovalna komponenta je v našem primeru obrestna kapica, zato bo cilj tega poglavja pokazati ter izpeljati enačbe, s pomočjo katerih določimo njeno vrednost. Začeli bomo s prikazom vrednotenja navadnih evropskih opcij, ki ga bomo v naslednjem koraku nadgradili in uporabili za vrednotenje obrestne kapice. Predstavili bomo tudi grške črke, s pomočjo katerih lahko obvladujemo tveganja, ki jih kapica vsebuje.

3.1 Vrednotenje nakupnih evropskih opcij

Namen tega razdelka je najprej pokazati, kako se vrednotijo enostavne evropske nakupne opcije, nato pa jih nadgraditi tako, da lahko z njimi vrednotimo obrestne kapice. Pri tem bomo sledili razlagam, postopkom in enačbam, razvitim v Shreve (2004a) in Shreve (2004b).

Najprej moramo definirati, kaj točno je evropska nakupna opcija. Shreve (2004a, str. 3) pravi, da je to instrument, ki daje lastniku možnost, ne pa tudi obveznost, da v prihodnosti kupi eno delnico po vnaprej določeni ceni. Takšen instrument želimo torej vrednotiti in to storimo tako, da poskušamo ustvariti portfelj, sestavljen iz različnih finančnih instrumentov, katerega vrednost je v odvisnosti od časa ista, kot je vrednost opcije. Posledično lahko z vrednotenjem portfelja določimo ceno opcije, če uspemo dokazati, da ima ta res enako vrednost.

3.1.1 Določitev vrednosti nakupne evropske opcije

Cena opcije je odvisna od več parametrov, in sicer od:

- K , ki označuje izvršilno vrednost,
- T , ki označuje dospelost,
- r , ki označuje netvegano obrestno mero,
- x , ki označuje vrednost sredstva v času t , na katerega je izbrana opcija izdana,
- σ , ki označuje volatilitnost sredstva, na katerega je izbrana opcija izdana.

Ceno opcije bomo najprej zapisali kot funkcijo dveh parametrov, kasneje pa bomo vpeljali še preostale tri, in sicer v enačbi (27):

$$c(t,x) \tag{15}$$

pri čemer predpostavimo, da v času t delnica zavzame vrednost $S(t)=x$. Tako lahko to vstavimo v enačbo (15) in dobimo ceno opcije kot:

$$c(t,S(t)) \tag{16}$$

Stohastično komponento smo tako vnesli v enačbo (15), kar je izrednega pomena, saj v času $t=0$ ne vemo, koliko bo vrednost delnice v času $t+1$. Gibanje cene delnice je torej naključna spremenljivka in posledično je tudi gibanje cene opcije naključna spremenljivka. Če želimo

izračunati ceno opcije, je torej cilj določiti funkcijo $c(t,x)$, ki je dana z Black-Scholesovo enačbo.

3.1.2 Oblikovanje portfelja ter njegovo vrednotenje

Začnemo torej z definicijo portfelja $X(t)$, v katerem investitor investira v instrument denarnega trga ter v delnico. Instrument denarnega trga vrne v vsakem obdobju konstantno donosnost, medtem ko je gibanje cene delnice v odvisnosti od časa naključno. Za gibanje moramo uporabiti model, ki se bo poskušal približati realnemu gibanju cene delnice. Uporabili bomo Black-Scholesov model:

$$dS(t) \equiv \alpha S(t)dt + \sigma S(t)dW(t) \quad (17)$$

Definicija:

Naj bo (Ω, F, P) verjetnostni prostor. Denimo, da za vsak $\omega \in \Omega$ obstaja zvezna funkcija $W(t)$, $t \geq 0$, ki zadovolji pogoj $W(0)=0$ ter je odvisna od ω . Potem je $W(t)$, $t \geq 0$ Brownovo gibanje, če za vse $0=t_0 < t_1 < \dots < t_m$ velja, da so inkrementi oz. koraki:

$$W(t_1)-W(t_0), W(t_2)-W(t_1), \dots, W(t_m)-W(t_{m-1}) \quad (18)$$

neodvisni med seboj ter porazdeljeni normalno z

$$E[W(t_{i+1})-W(t_i)]=0 \quad (19)$$

ter

$$Var[W(t_{i+1})-W(t_i)]=t_{i+1}-t_i \quad (20)$$

Sedaj, ko smo pokazali, kakšnemu procesu naj bi sledilo gibanje cene delnice, lahko definiramo portfelj $X(t)$, za katerega bomo kasneje pokazali, da je njegova evolucija vrednosti v odvisnosti od časa ista kot evolucija vrednosti opcije:

$$dX(t) = \Delta(t)dS(t) + r(X(t) - \Delta(t)S(t))dt \quad (21)$$

pri čemer definiramo:

$\Delta(t) \equiv$ število delnic, ki jih ima posamezen investitor v lastništvu v vsakem izmed časov t ter $r \equiv$ konstantna obrestna mera, ki jo dobimo, če investiramo v instrumente denarnega trga. Prvi del enačbe lahko razložimo kot delež, ki je naložen v delnice. Ta je lahko naključen, vendar mora biti prilagojen filtraciji Brownovega gibanja. Drugi del enačbe prikazuje preostali delež, ki je naložen v instrument denarnega trga.

3.1.3 Rešitev Black-Scholesove enačbe

Shreve (2004b, str. 157) pokaže, da funkcija $c(t, x)$ ustreza enačbi:

$$rc(t, x) = c_t(t, x) + rxc_x(t, x) + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2(t)c_{xx}(t, x) \quad (22)$$

Želimo torej, da bo veljala za katerokoli izmed vrednosti cene delnice. Potrebujemo robne pogoje pri $x=0$ ter $x=\infty$, ki nam bodo enolično določili rešitev. Robni pogoj pri $x=0$ lahko izračunamo kot:

$$c(t, 0) = rc(t, 0) \quad (23)$$

Rešitev te navadne diferencialne enačbe za funkcijo $c(t, 0)$ od t je:

$$c(t, 0) = e^{rt}c(0, 0) \quad (24)$$

Če zamenjamo $t=T$ in to sedaj vstavimo v enačbo (24), vidimo, da:

$$c(T, 0) = (0-K)^+ = 0 \Rightarrow c(0, 0) = 0 \Rightarrow c(t, 0) = 0 \quad \forall t \in [0, T] \quad (25)$$

Tako smo določili robni pogoj za primer, ko je $x=0$. Preostane nam še določitev robnega pogoja za primer, ko je $x=\infty$ oz. ko se cena delnice približuje neskončnosti. Vrednost opcije smo definirali kot $c(t, x)$, kar pomeni, da s približevanjem vrednosti delnice neskončnosti cena opcije neomejeno raste. Sledi, da robni pogoj definiramo s pomočjo stopenj rasti. Za evropsko nakupno opcijo naredimo to na naslednji način:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [c(t, x) - (x - e^{-r(T-t)}K)] = 0 \quad \forall t \in [0, T] \quad (26)$$

kar pomeni, da imata tako cena opcije kot vrednost delnice enako stopnjo rasti. To je razvidno iz njune razlike, ki v limiti, ko se x približuje neskončnosti, zavzame vrednost 0.

Na podlagi teh robnih pogojev dobimo rešitev enačbe, ki je:

$$c(t, x) = xN(d_+(T-t, x)) - Ke^{-r(T-t)}N(d_-(T-t, x)), \quad 0 \leq t < T, \quad x \geq 0 \quad (27)$$

pri čemer je d_{\pm} :

$$d_{\pm}(t, x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}} \left[\log \frac{x}{K} + \left(r \pm \frac{\sigma^2}{2} \right) \tau \right] \quad (28)$$

ter N porazdelitvena funkcija standardne normalne porazdelitve:

$$N(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_y^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (29)$$

3.1.4 Grške črke

Ena od osrednjih tem tega magistrskega dela je obvladovanje tveganj na primeru hipotekarnega kredita, ki ga predstavljamo. Zato je potrebno omeniti grške črke (angl. *greeks*), ki nam povedo, kako tvegana je posamezna opcija.

Ob predpostavki, da grške črke ter njihove omejitve ustrezno razumemo, lahko nato obvladujemo tveganja, ki jih dana opcija vsebuje. Iz matematičnega vidika so grške črke parcialni odvodi po parametrih (te smo predstavili v razdelku 3.1.1) v Black-Scholesovi enačbi (Hull, 2008, str. 277). Predstavili bomo pet najpogosteje uporabljenih grških črk: Delta, Gama, Vega, Rho ter Theta, pri čemer bomo sledili razlagam v delih Sinclairja (2010) ter Kosowskega in Neftcija (2015).

3.1.4.1 Delta

Sinclair (2010, str. 67) definira delto kot parcialni odvod cene opcije v odvisnosti od njenega osnovnega instrumenta. Delta nam bo torej merila, za koliko se bo spremenila cena posamezne opcije, ko bo prišlo do premikov instrumenta, na katerega je izdana. V našem primeru je osnovni instrument RefOM, na katero je vezan hipotekarni kredit.

Delta za nakupne opcije je vedno pozitivna ter zavzame vrednosti med 0 in 1. Opcije, ki so globoko izven območja vrednosti (angl. *deep out of the money*), bodo imele delto enako 0. Intuitivno si lahko to razlagamo tako, da je vrednost osnovnega instrumenta tako daleč od izvršilne cene, da skoraj ne obstaja možnost izvršene opcije. Kadar imamo delto enako 1, pa lahko sklepamo ravno nasprotno. Takšna opcija je globoko v območju vrednosti (angl. *deep in the money*) in bo posledično vedno izvršena. Zato ima ta opcija enako vrednost kot njen osnovni instrument.

Za opcije, ki so ravno pri območju vrednosti (angl. *at the money*), imamo delto enako 0,5. Zanimiva posledica nakupno-prodajne paritete je, da bo prodajna opcija imela visoko delto, ko bo nakupna opcija imela nizko (Bodie, Kane & Marcus, 2014, str. 699).

Kupci in prodajalci opcij pa se lahko seveda poskušajo zavarovati pred neugodnimi vplivi Delte. To storijo tako, da v svojem portfelju prodajajo ali kupujejo dodatne enote osnovnega instrumenta in povečujejo ali zmanjšujejo svojo pozicijo v instrumentih denarnega trga. Takšen proces imenujemo delta-varovanje (angl. *delta-hedging*), ki je zelo pogosto uporabljen v praksi. Ta strategija je dinamična, saj potrebuje pogosto prilagajanje, da je lahko učinkovita pri varovanju. V svojem bistvu je namreč le linearni približek in zato deluje dobro, kadar doživljamo manjše spremembe na trgu. Kadar pa se pripetijo velike

spremembe, le-ta ne bo učinkovita in zato potrebujemo pogosto prilagajanje (Wilmott, 2006, str. 91–93).

3.1.4.2 Gama

Gama je drugi odvod cene opcije v odvisnosti od osnovnega instrumenta in bo za nakupne opcije vedno pozitivna. Ta grška črka nam bo merila, za koliko se bo spremenila oz. kako občutljiva bo delta, ko bo prišlo do premikov cen osnovnega instrumenta. Najvišje vrednosti bo dosegala takrat, ko bo opcija blizu območja vrednosti. Posledično nam pove tudi, kako pogosto moramo spremeniti pozicije v našem portfelju, da bo še vedno ostal delta-nevtralen.

Tukaj je potrebno omeniti tudi to, da vsako spreminjanje pozicij v portfelju ustvari dodatne stroške. Za vsako transakcijo je navadno potrebno plačati delež njene celotne vrednosti. Zato ni optimalno nenehno prilagajati pozicij v portfelju, saj lahko stroški izničijo pozitivne učinke.

Poleg tega, da nam pove, kako občutljiva je delta, pa tudi odlično oriše dejstvo, da so opcije nelinearni instrumenti (njihova funkcija izplačila ni enostavna ravna črta). Preko game si lahko namreč razlagamo, kako nelinearna je opcija. Če je ta blizu izteka in je izven območja vrednosti, bo imela gamo enako 0. Njena delta je namreč prav tako enaka 0. V primeru, da je globoko v območju vrednosti, pa bo enaka 1. Kadar smo blizu izteka opcije in se nahajamo blizu območja vrednosti, pa lahko pričakujemo veliko oscilacijo. V tem primeru bo namreč gama močno nihala med 0 in 1, če bo osnovni finančni instrument prešel čez točko aktivacije.

3.1.4.3 Vega

Vega je morda celo najpomembnejša grška črka izmed vseh (Kosowski & Neftci, 2015, str. 303) in je parcialni odvod cene opcije v odvisnosti od implicirane volatilitnosti. Slednja se spreminja v odvisnosti od časa, in sicer bo višja takrat, kadar bo opcija imela daljšo ročnost.

Intuitivno si lahko to razlagamo s pomočjo dejstva, da imajo opcije z daljšo ročnostjo večjo verjetnost, da končajo v območju vrednosti kot tiste, ki imajo krajšo ročnost (vse ostalo enako). Potrebno je izpostaviti tudi to, da v primeru, ko bi Black-Scholes enačba odražala realno stanje na trgih, ta grška črka ne bi obstajala. Implicirana volatilitnost bi namreč bila skozi celotno življenjsko dobo opcije konstantna. Vendar temu ni tako, kar bomo pokazali v razdelku 3.2.1.

Vega torej omogoča prodajalcem in kupcem opcij, da spremljajo njihovo izpostavljenost implicirani volatilitnosti. Tržna navada je izražanje vege na takšen način, da predstavlja, za koliko se spremeni cena v monetarnih enotah (npr. dolar), če se implicirana volatilitnost spremeni za eno bazično točko. Izkaže pa se, da ima pomanjkljivost, saj se vse implicirane volatilitnosti ne spreminjajo enako. Opcije, ki imajo daljšo dospelost, bodo imele znatno manj

volatilne implicirane volatilnosti kot pa tiste opcije, ki imajo krajšo dospelost, in jih zato ne moremo enostavno seštevati.

Kupci in prodajalci opcij pa se lahko poskušajo zavarovati pred neugodnimi vplivi vege tako, da prodajo ali kupijo dodatne opcije, ki izničijo njihovo vego in tako ustvarijo vega-nevtralen portfelj (angl. *vega-neutral portfolio*). Proces ustvarjanja takšnega portfelja pa imenujemo vega-varovanje (angl. *vega-hedging*) (Kosowski & Neftci, 2015, str. 305).

3.1.4.4 Rho

Rho je parcialni odvod vrednosti opcije v odvisnosti od obrestnih mer. Z njegovo pomočjo bomo torej videli, za koliko se bo spremenila vrednost naše opcije, če bo prišlo do spremembe obrestnih mer na trgu.

Tržna navada je izražanje rho-ja na takšen način, da prikaže, za koliko se bo spremenila cena opcije v monetarnih enotah (npr. dolar), če se obrestne mere spremenijo za eno bazično točko. Zanj je značilno, da ima večji vpliv na opcije, ki so v območju vrednosti, kot pa na tiste, ki so izven njega. Opcije, ki so v območju vrednosti, imajo namreč višje premije in zato sprememba diskontnega faktorja vpliva na višjo vrednost, kar se posledično izrazi v večji spremembi cene.

3.1.4.5 Theta

Theta je parcialni odvod vrednosti opcije v odvisnosti od časa. Tukaj se torej vprašamo, za koliko se bo spreminjala vrednost opcije s pretečenim časom. Intuitivno lahko pričakujemo, da se z naraščanjem pretečenega časa vrednost opcije zmanjšuje. Le-ta ima namreč manj časa, da se okoristi z volatilnostjo osnovnega instrumenta.

Posledično obstaja tudi verjetnost, da bo izvršena opcija manjša, kar se odraža v nižji ceni opcije. Zanimiva je tudi opazka, da se v primeru, ko vse predpostavke v Black-Scholes modelu držijo, časovna vrednost evropske opcije spreminja hitreje, ko se bliža svojemu izteku, kot pa na začetku (Kosowski & Neftci, 2015, str. 306).

3.2 Vrednotenje obrestne kapice

Obrestno kapico bomo vrednotili s pomočjo Black-Scholes enačbe, ki smo jo izpeljali v prejšnjem poglavju, pri čemer bomo enačbo nadgradili, da bo ustrezala lastnostim obrestne kapice. Najprej pa je potrebno pokazati, kako se določijo parametri, ki so potrebni za izračun vrednosti.

3.2.1 Določitev parametrov

Kot smo pokazali v razdelku 3.1.1, potrebujemo pet parametrov za izračun vrednosti opcije. Prve štiri lahko enostavno določimo, saj so vsi enolično znani ob času izdaje opcije. Tega pa ne moremo trditi za volatilnost, saj obstaja več različnih modelov oz. metod, s katerimi se jo izračuna. Enačba (22) predpostavlja, da je volatilnost skozi celotno dobo izdane opcije konstantna, vendar sta Dibeh in Harmanani (2007, str. 357) mnenja, da temu ni več tako. Trdita namreč, da je bil zlom svetovnih borz, ki se je dogodil leta 1987, prelomna točka in da je od takrat naprej na trgih moč opaziti pojav nestanovitnostne simetričnosti (angl. *volatility smile*).

Wilmott (2006, str. 839) definira nestanovitnostno simetričnost kot graf, ki prikazuje razmerja med implicirano volatilnostjo ter izvršilnimi cenami opcije. Na določenih trgih je moč opaziti znatno asimetrijo. Black-Scholesov model v njegovi klasični obliki ima torej omejeno uporabno vrednost. Posledično potrebujemo boljše metode za določitev parametra volatilnosti.

V praksi se najpogosteje uporabljata:

- metoda izračuna implicirane volatilnosti (angl. *implied volatility*),
- model lokalne volatilnosti (angl. *local volatility model*).

Navadno se za vrednotenje enostavnih IFI-jev uporabi prva, medtem ko se za bolj napredne uporablja model lokalne volatilnosti ali pa še kakšen bolj napreden, ki vključuje stohastično volatilnost. Implicirano volatilnost izračunamo tako, da najprej za posamezno opcijo, za katero želimo izračunati volatilnost, pogledamo, koliko je njena trenutna cena na trgu. Nato to ceno vstavimo v enačbo (22) in rekurzivno izračunamo volatilnost, ki pripada tej ceni (Kosowski & Neftci, 2015, str. 291).

Lokalna volatilnost pa naredi še korak naprej, in sicer se osredotoči na kombinacijo različnih izvršilnih cen ter ročnosti opcij, ki obstajajo na trgu, in nato definira proces, ki lahko replicira vse opazovane cene na trgu (Gatheral, 2006, str. 7–13).

V našem primeru smo uporabili metodo implicirane volatilnosti, saj obrestne kapice interpretiramo kot preproste IFI-je.

3.2.2 Izračun cene obrestne kapice

Glavna lastnost obrestne kapice je, da je sestavljena iz več posameznih evropskih nakupnih obrestnih kapic. V našem primeru je to idealna rešitev, saj kot je bilo že omenjeno v poglavju 2.2.1, se ob koncu vsakega polletja izvede izračun mesečne anuitete, pri čemer se upošteva obrestna mera, ki je ugodnejša za kreditojemalca. Tako bi v primeru letne nakupne obrestne

kapice pravzaprav imeli dvanajst posameznih evropskih nakupnih kapic, ki bi se aktivirale v odvisnosti od stopnje obrestnih mer v vsakem posameznem mesecu.

Velja torej enačba:

$$\text{Obrestna kapica} = \sum_{i=1}^n \text{posamezna kapica}_i \quad (30)$$

Posamezno obrestno kapico vrednotimo z nadgradnjo klasične Black-Scholes enačbe. Nadgradimo jo z vključitvijo terminskih obrestnih mer za izbrano obdobje. Terminske obrestne mere so obrestne mere, ki si jih skozi terminski posel lahko zagotovimo danes za dano investicijo v prihodnosti (Brigo & Mercurio, 2006, str. 11–12).

Obdobje označimo s θ , medtem ko parameter *osnova* označuje število dni v letu, ki se navadno uporabljajo v izračunih (tj. 30/360, ACT/360 ali ACT/365). Enačba, ki jo iščemo, je torej:

$$\text{posamezna kapica}_i = \frac{\text{Glavnica} \times \frac{\theta}{\text{osnova}}}{\left(1 + F \frac{\theta}{\text{osnova}}\right)} e^{-r(T-t)} \left[FN(d_+(T-t, F)) - KN(d_-(T-t, F)) \right] \quad (31)$$

pri čemer:

$$d_{\pm}(\tau, F) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}} \left[\log \frac{F}{K} \pm \left(\frac{\sigma^2}{2} \right) \tau \right] \quad (32)$$

$d_-(\tau, x)$ lahko alternativno zapišemo tudi kot:

$$d_-(\tau, F) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}} \left[\log \frac{F}{K} - \left(\frac{\sigma^2}{2} \right) \tau \right] = d_+ - \sigma\sqrt{\tau} \quad (33)$$

in kjer F označuje implicirano terminsko obrestno mero, določeno za obdobje dospelosti vsake posamezne kapice i .

Enačbe (31), (32), (33) smo povzeli po Haugu (2007) in z njihovo pomočjo bomo v petem poglavju izračunali vrednost obrestne kapice na hipotetičnem primeru hipotekarnega kredita. Tako bomo lahko pokazali, koliko bi znašala zavarovalna premija, če bi se kreditorejmalci želeli zavarovati pred porastom RefOM.

4 VIDIK UPRAVLJANJA S TVEGANJI NA PRIMERU HIPOTEKARNEGA KREDITA Z VGRAJENO OBRESTNO KAPICO

Namen tega poglavja je predstaviti različne vrste tveganj, ki so jim banke izpostavljene, ko izdajo hipotekarni kredit z obrestno kapico. Cilj je najprej kvalitativno opisati vsako skupino tveganj in nato na kratko predstaviti kvantitativne pristope (modele) za vrednotenje ter obvladovanje vsakega izmed teh tveganj.

4.1 Identifikacija tveganj

Glavni dve skupini tveganj, ki jih vsebuje preučevan hipotekarni kredit, sta:

- skupina kreditnih tveganj,
- skupina tržnih tveganj.

Ker so tako kreditna tveganja kot tržna tveganja zelo široki področji, je potrebno bolj podrobno izpostaviti, za katera tveganja točno gre znotraj teh skupin. V sklopu kreditnih tveganj sta pomembni naslednji tveganji:

- da kreditojemalec ni zmožen vrniti izposojenega denarja (angl. *default risk*),
- da finančna institucija, ki izda obrestno kapico, ni zmožna plačati pogodbene vsote (angl. *counterparty risk*).

V sklopu tržnih tveganj sta dve najpomembnejši tveganji:

- tveganje spremembe obrestnih mer (angl. *interest rate risk*),
- tveganje spremembe vrednosti nepremičninskega trga (angl. *real-estate risk*).

Sedaj bomo vsako izmed teh bolj podrobno opisali ter predstavili modele, ki jih lahko uporabimo za vrednotenje in obvladovanje teh tveganj.

4.1.1 Tveganje nezmožnosti poravnave finančnih obveznosti

Ena izmed poglavitnih nalog vsake komercialne banke je učinkovit prenos sredstev od tistih, ki varčujejo, do tistih, ki potrebujejo dodatna sredstva za uresničitev svojih investicijskih načrtov oz. imajo denarni deficit. Banka torej na eni strani sprejema depozite in na drugi strani ta denar posoja različnim subjektom.

V procesu investiranja je izpostavljena različnim vrstam tveganj in eno izmed najpomembnejših je tveganje, da subjekt ne bo sposoben vrniti izposojenih sredstev.

Pomembnost kreditnih tveganj je izpostavljena tudi v regulativi Basel 2, ki ravno tej skupini tveganj posveča največ pozornosti (Basel Committee, 2001, 2004).

4.1.1.1 Modeliranje tveganja nezmožnosti poravnave finančnih obveznosti

Glavni cilj modeliranja tega tveganja je določiti, kakšna je verjetnost, da bo kreditojemalec v danem časovnem intervalu nesposoben plačati svoje obveznosti. Po konvenciji označujemo to verjetnost z oznako PD (angl. *Probability of Default*).

PD je eden izmed ključnih parametrov, ki jih potrebujemo, da lahko določimo, koliko znaša pričakovana izguba oz. kakšen je potencialni vpliv na kapital ter izkaz poslovnega izida. Pričakovano izgubo označujemo z EL (angl. *Estimated Loss*).

Dodatno potrebujemo še znesek, ki ga bo kreditojemalec dolžan banki v primeru, da ne bo več sposoben plačevati svojih obveznosti. Tega označimo z oznako EAD (angl. *Exposure at Default*).

Zadnji parameter, ki ga še potrebujemo, je t. i. stopnja izterjave (angl. *Recovery Rate*). Le redko se namreč zgodi, da banke ne uspejo izterjati ničesar iz naslova danih poroštev kreditojemalcev ali iz stečajne mase. Zato je pomembno, da prilagodimo našo oceno tudi za ta podatek.

Schuermann (2004, str. 3) definira EL kot:

$$EL = PD * EAD * (1 - \text{recovery rate}) \quad (34)$$

Kot je bilo že omenjeno, je PD najpomembnejši parameter v izračunu. Poleg tega je tudi najbolj kompleksen za izračun, zaradi česar obstaja veliko različnih modelov, ki ga poskušajo oceniti. Ti se med seboj razlikujejo predvsem v kompleksnosti ter pristopu k reševanju danega problema.

Frade (2008, str. 4) razdeli kvantitativno modeliranje kreditnih tveganj v dve skupini:

- statistični pristop,
- strukturni pristop.

V naslednjih dveh razdelkih bomo opisali vsakega izmed njiju in predstavili modele, ki se vanje uvrščajo.

4.1.1.2 Statistični pristop

Statistični pristop se zanaša na to, da lahko s pomočjo zgodovinskih podatkov napove, ali bo proučevani subjekt v danem časovnem intervalu nesposoben poravnati svoje obveznosti. Kakšen je odnos med vhodnimi podatki in napovedanim izidom, je odvisno od vsakega posameznega statističnega modela.

Ti modeli so si med seboj različni predvsem v kompleksnosti, pri čemer so navadno bolj kompleksni tisti, ki vključujejo odvisnost med posameznimi subjekti v portfelju. Sedaj bomo na kratko predstavili najpogosteje uporabljene modele, in sicer bomo začeli s tistimi, ki so bolj preprosti v smislu tehnične zahtevnosti, nato pa nadaljevali s tistimi, ki so bolj napredni oz. bolj kompleksni.

4.1.1.3 Altmanov Z-Score model

Altmanov model (imenuje se po Edwardu I. Altmanu, 1968) je manj tehničen, saj temelji na ideji, da lahko na podlagi preteklih računovodskih kazalnikov napovemo, ali bo podjetje v naslednji periodi propadlo oz. spremenilo svojo bonitetno oceno. Altman (1968, str. 593-598) je razvil preprost model na podlagi multiple diskriminantne analize, kjer je izbral pet kazalnikov, ki jih je nato povezal v linearno kombinacijo. Enačba tega modela (zapisana v osnovni obliki) je:

$$Z = v_1X_1 + v_2X_2 + \dots + v_nX_n \quad (35)$$

Njegova ideja je bila torej izbrati najprej faktorje X , ki predstavljajo računovodske kazalnike. Pri tem se seveda poraja vprašanje, katere računovodske kazalnike izbrati v poplavi možnosti. Avtor se je na podlagi statistične značilnosti, ocenjene odvisnosti med kazalniki, pojasnjevalne natančnosti in presoje različnih analitikov odločil za naslednjih pet kazalnikov, ki jih spodaj natančneje povzemamo:

$$X_1 = \frac{\text{Obratna sredstva}}{\text{Celotna sredstva}} \quad (36)$$

$$X_2 = \frac{\text{Zadržani dobički}}{\text{Celotna sredstva}} \quad (37)$$

$$X_3 = \frac{\text{EBIT}}{\text{Celotna sredstva}} \quad (38)$$

$$X_4 = \frac{\text{Tržna kapitalizacija}}{\text{Knjigovodska vrednost dolga}} \quad (39)$$

$$X_5 = \frac{\text{Prodaja}}{\text{Celotna sredstva}} \quad (40)$$

Kazalnik X_1 meri, kako likvidna so neto sredstva podjetja glede na njegovo kapitalizacijo. Obratna sredstva definiramo kot razliko med kratkoročnimi sredstvi in kratkoročnimi obveznostmi.

Kazalnik X_2 meri vzvod podjetja. Tista podjetja, ki imajo ta količnik zelo visok, so financirala svoja sredstva skozi zadrževanje dobičkov in se niso zadolževala. Posredno meri tudi starost podjetja, saj imajo mlada podjetja ta količnik navadno nizek, medtem ko imajo starejša visok količnik.

Kazalnik X_3 meri produktivnost sredstev podjetja. Glede na to, da je obstoj podjetja odvisen od tega, koliko zaslužka so sredstva sposobna ustvariti, se zdi ta količnik še posebej primeren za proučevanje propadov podjetij.

Kazalnik X_4 pokaže, za koliko se lahko zmanjša vrednost sredstev podjetja, predno bo to postalo insolventno. Podjetja, ki imajo ta količnik nižji, bodo bolj tvegana in bolj nagnjena k temu, da postanejo insolventna.

Kazalnik X_5 meri zmožnost ustvarjanja prodaje glede na njihova sredstva. Prav tako pokaže, kako uspešno se podjetje spopada s konkurenco in s pogoji na trgu.

Altman je nato ocenil konstante, ki so v osnovnem modelu označene z grškimi črkami v , in jih skupaj s prej omenjenimi kazalniki povezal v naslednji model:

$$Z=0.012X_1+0.014x_2+0.033x_3+0.006x_4+0.999x_5 \quad (41)$$

s pomočjo katerega lahko nato poskušamo napovedati, ali bo proučevano podjetje v danem obdobju sposobno povrniti svoj dolg. Altman je ugotovil, da bodo tista podjetja, ki imajo Z vrednost večjo kot 2.99, skoraj gotovo preživela in da bodo tista, ki imajo Z vrednost manjšo od 1.81, skoraj gotovo propadla.

4.1.1.4 Logistična regresija

Frade (2008) definira model logistične regresije z naslednjo enačbo:

$$\log\left(\frac{PD}{1-PD}\right) = \sum_{k=1}^K \beta_k x_k \quad (42)$$

PD označuje verjetnost, da se bo neplačilo zgodilo, x_k so neodvisne spremenljivke, ki jih imamo točno K , pri čemer vsaki izmed teh pripišemo parameter β_k . Frade izbere takšnega modela utemelji s tem, da je njegova prednost pred navadno regresijo v vrednosti p -ja na intervalu med 0 in 1.

Iz modela zapisanega v enačbi (42) je nato enostavno izraziti PD, kar je ravno tisto, kar želimo imeti, tj. verjetnost, da bo dani subjekt nesposoben poravnati svoje obveznosti:

$$PD = \frac{e^{\sum_{k=1}^K \beta_k x_k}}{1 + e^{\sum_{k=1}^K \beta_k x_k}} \quad (43)$$

4.1.1.5 Model kreditnega tveganja, ki temelji na Markovskih verigah

V tej sekciji sledimo modelom, oznakam in izpeljavam v delu Bieleckega in Rutkowskega (2002) Skozi celoten opis predpostavljamo, da je govora o markovskih verigah v zveznem času.

Prav tako v začetku definiramo verjetnostni prostor (Ω, G, Q) ter množico s končnim številom elementov $K = \{1, \dots, K\}$, ki zavzema vlogo nabora možnih stanj za dano markovsko verigo.

Naj bo $C_t, t \in R_+$ desno zvezni stohastični proces na (Ω, G, Q) z vrednostmi v končni množici K in naj bo F^C filtracija, ki jo generira markovska veriga. Prav tako naj bo G filtracija takšna, da zadovolji pogoj $F^C \subseteq G$.

Definicija: Proces C je G -markovska veriga v zveznem času, če za katerokoli funkcijo $h : K \rightarrow R$ ter $s, t \in N$ velja:

$$E_Q (h(C_{t+s}) | G_t) = E_Q (h(C_{t+s}) | C_t) \quad (44)$$

Definicija: Dvoparametrično družino $P(t, s), t, s \in R_+, t \leq s$ stohastičnih matrik lahko poimenujemo matrika prehodnih verjetnosti za G -markovsko verigo C pod Q , če za vse $t, s \in R_+, t \leq s$ velja:

$$Q\{C_s=j | C_t=i\} = p_{ij}(t, s), \quad \text{za vse } i, j \in K \quad (45)$$

Sedaj, ko smo navedli najpomembnejše definicije, lahko definiramo model, s pomočjo katerega lahko v kontekstu markovskih verig modeliramo kreditno tveganje.

Zopet začnemo z definicijo verjetnostnega prostora (Ω, G, Q) , kjer Q interpretiramo kot risk-nevtralno mero, implicirano s strani trga. G je filtracija z vsemi informacijami na voljo agentom, ki delujejo na danem trgu. Definiramo jo kot $G := H \vee F$. H je filtracija, ki vsebuje podatke oz. informacije o kreditnih dogodkih, kot so npr. spremembe bonitetnih ocen in dogodki, ko dano podjetje ni bilo zmožno poravnati svojih obveznosti. F je referenčna

filtracija in vsebuje podatke o spremembah v pomembnih makroekonomskih spremenljivkah.

Proučujemo N dolžnikov, pri čemer predpostavimo, da lahko razvrstimo njihove bonitetne ocene v $K = \{1, \dots, K\}$ različnih kategorij. V literaturi kategorija K navadno označuje kategorijo, v kateri so tisti dolžniki, ki niso sposobni poravnati svojih obveznosti.

Naslednji korak je definicija procesa $X^l, l=1,2, \dots, N$ na (Ω, G, Q) , ki zavzema vrednosti v K . Ta proces predstavlja evolucijo bonitetnih ocen l -tega dolžnika. Tako lahko definiramo čas nesposobnosti plačila (angl. *default time*) kot:

$$\tau_l = \inf\{t > 0 : X_t^l = K\} \quad (46)$$

Predpostavljamo, da se lahko za vsakega dolžnika nesposobnost plačila pripeti samo enkrat. Sedaj lahko definiramo skupni proces za portfelj bonitetnih ocen z N dolžniki, in sicer kot:

$$X = (X^1, X^2, \dots, X^N) \quad (47)$$

X lahko zavzame vrednosti v $X = K^N$, pri čemer bomo definirali elemente X kot:

$$x = \{x^1, x^2, \dots, x^N\} \quad (48)$$

Dodatno je potrebno izpostaviti še, da je filtracija H naravna filtracija procesa X in da je filtracija F generirana s strani R^n faktorskega procesa, Y , ki predstavlja evolucijo pomembnih ekonomskih spremenljivk, kot so npr. spremembe obrestnih mer ipd.

Predpostavljamo, da je proces $M=(X,Y)$ skupno markovski pod verjetnostjo Q , tako da imamo za vse $0 \leq t \leq s$, $x \in X$ in Y katerikoli nabor iz Y :

$$Q(X_s=x, Y_s \in Y / H_t \vee F_t^Y) = Q(X_s=x, Y_s \in Y / X_t, Y_t) \quad (49)$$

Proces M je v našem primeru strukturiran kot Lévyjev proces, pri čemer lahko matriko intenzivnosti markovskih verig za $X_t=x$ in $Y_t=y$ zapišemo kot $A_t = [\lambda(x, x'; y)]$, $x' \in X$. Lévyjev proces pa lahko opišemo z naslednjo stohastično diferencialno enačbo:

$$dY_t = b(X_t, Y_t)dt + \sigma(X_t, Y_t)dW_t + \int_{R^n} g(X_t, Y_t, y')N(dy', dt) \quad (50)$$

kjer imamo za fiksen $y \in R^n$, $N(dy', dt)$ je števeni proces z Lévyjevo mero $\nu(x, y, dy')$ ter $\sigma(x, y)\sigma(x, y)^T = a(x, y)$.

Ta model lahko nato uporabimo tako za vrednotenje posojil kot za vrednotenje različnih IFI-jev, ki temeljijo na dogodkih kreditnega tveganja. Primer takšnih so t. i. CDO (angl. *Collateralized Debt Obligation*).

4.1.1.6 Strukturni pristop

Strukturni pristop se reševanja problema modeliranja kreditnega tveganja loti drugače, in sicer temelji na ideji, da obstaja direktna povezava med strukturo kapitala in tveganjem nezmožnosti plačila. Prvi, ki je predstavil takšen pristop, je bil Merton (1974). V nadaljevanju povzemamo razlage in izpeljave razvite v članku Wanga (2009, str. 30–33).

Denimo, da imamo poljubno podjetje, ki financira svoja sredstva v času t s kapitalom K_t ter dolgom D_t . Sredstva bomo označili s simbolom S_t in tako lahko na podlagi osnovne ideje delovanja bilance stanja, kjer je višina sredstev enaka kapitalu plus dolgu, zapišemo:

$$S_t = K_t + D_t \quad (51)$$

Merton (1974) predpostavlja, da ima dolg značilnost brez kuponske obveznice z nominalno vrednostjo N in dospe v času T , za katerega velja, da $T > t$. Tako imamo v času T , ko dolg dospe in ga je potrebno vrniti, dve možnosti. Prva možnost je, da se dolg poplača. V tem primeru je v podjetju dovolj vrednosti, da se to izvede oz. zapisano z enačbo $S_t > N$. Kar preostane deležnikom v kapitalu podjetja po poplačilu dolga je torej $S_t - N$. Druga možnost je, da podjetje ni sposobno poplačati svojega dolga. To implicira, da je $S_t < N$. V tem primeru predpostavljamo, da so kreditodajalci prvi upravičeni podati terjatev na preostala sredstva (dolg torej ni podrejen). Tako posledično ostanejo deležniki v kapitalu podjetja brez vsega.

Takšna razdelitev scenarijev pa spominja na delovanje nakupnih opcij z vidika deležnikov v kapitalu podjetja. Tako lahko zapišemo v obliki izplačila nakupne opcije:

$$K_t = \max(S_t - N, 0) \quad (52)$$

In ravno to je tisto, kar smo želeli prikazati, saj lahko sedaj uporabimo BSM enačbo za vrednotenje te opcije. Tako lahko v zadnjem koraku izpeljemo krivuljo kreditnih pribitkov za tvegan dolg pri različnih ročnostih posojanja. Takšna krivulja nam bo torej povedala, kakšen pribitek moramo dodati obrestni meri za izposajo glede na kreditno tveganje kreditojemalca. Ta pribitek naj bi kreditodajalca ustrezno kompenziral za dodatno tveganje, ki ga prevzema s tem, ko vstopa v takšno transakcijo.

Začnemo torej z Black-Scholesovo enačbo, ki smo jo razvili že v tretjem poglavju. Enačba za vrednotenje takšne opcije je torej:

$$K_t = S_t \Phi(d_+) - Ne^{-r(T-t)} \Phi(d_-) \quad (53)$$

pri čemer definiramo:

$$d_+ = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{N}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma_s^2\right)(T-t)}{\sigma_s\sqrt{T-t}} \quad (54)$$

$$d_- = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{N}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma_s^2\right)(T-t)}{\sigma_s\sqrt{T-t}} \quad (55)$$

Podobno, kot so udeleženci v kapitalu podjetja izpostavljeni tveganju neplačila, imajo isti problem tudi kreditodajalci. Dolg D_t torej vsebuje tveganje neplačila in zato ga lahko repliciramo oz. vrednotimo na isti način kot tvegano obveznico, pri kateri uporabimo diskontni faktor, sestavljen iz netvegane obrestne mere in pa pribitka za kreditno tveganje. Takšno obveznico oz. dolg vrednotimo z naslednjo enačbo:

$$D_t = Ne^{-(r+p)(T-t)} \quad (56)$$

Kreditodajalci se lahko z nakupom evropske prodajne opcije, izdane na ista sredstva S_t z izvršilno ceno N , zavarujejo in tako izničijo tveganje neplačila. Tako si zagotovijo, da bodo dobili svoja sredstva povrnjena ne glede na to, kaj se zgodi s podjetjem, ki so mu posodili denar. Takšen portfelj lahko zapišemo kot:

$$D_t + P_t = Ne^{-r(T-t)} \quad (57)$$

pri čemer lahko prodajno opcijo P_t zopet vrednotimo s pomočjo Black-Scholes enačbe:

$$P_t = Ke^{-r(T-t)}\Phi(-d_-) - S_t\Phi(-d_+) \quad (58)$$

Sedaj lahko združimo enačbe (56), (57) ter (58) in izrazimo iz njih pribitek za kreditno tveganje p :

$$p = -\frac{1}{T-t} \ln\left(\Phi(d_-) - \frac{S_t}{N}e^{r(T-t)}\Phi(-d_+)\right) \quad (59)$$

Pod predpostavko, da obstajajo oz. da imamo podatke za izračun vseh potrebnih spremenljivk v enačbi (59), lahko torej določimo krivuljo pribitkov za kreditno tveganje v odvisnosti od dolžine obdobja, za katerega se posamezno posojilo izda. Dober pokazatelj tveganja posameznega podjetja znotraj zgoraj omenjenega modela je razmerje zadolženosti podjetja, izraženo kot kvocient med dolgom in sredstvi (angl. *debt-to-asset ratio*).

4.1.2 Tveganje sprememb obrestnih mer

Kreditojemalci, ki se financirajo z najemom kreditov, vezanih na spremenljivo obrestno mero, so neposredno izpostavljeni tveganju sprememb obrestnih mer. Kot smo že omenili v prejšnjih poglavjih, je njihova obrestna mera sestavljena iz fiksne ter variabilnega dela. Z njihovega stališča je to eno izmed najpomembnejših tveganj, saj se lahko odraža v plačevanju višjih mesečnih anuitet, kot so pričakovali. V najslabšem primeru so lahko tako visoke, da jih niso več sposobni odplačevati (Dulling, 2007, str. 45).

V splošnem lahko definiramo tveganje sprememb obrestnih mer kot tveganje, da se sredstva, katerih vrednost je odvisna od obrestnih mer, prevrednotijo v škodo lastnika teh sredstev. Tipičen primer (poleg kreditov) so obveznice, katerih vrednost pade v primeru, ko se poveča obrestna mera, uporabljena za diskontiranje, ostali parametri pa se ne spreminjajo.

Zaradi vsega naštetega je torej pomembno, da se tveganje sprememb obrestnih mer obvladuje oz. da se pred njim zavarujemo. V tem sklopu bomo predstavili:

- metode, s katerimi lahko banke kvantificirajo obrestno tveganje,
- metode, s katerimi se banke lahko zavarujejo pred neželenimi spremembami obrestnih mer.

4.1.2.1 Modeliranje obrestnega tveganja

Kot je bilo že omenjeno, imajo lahko spremembe obrestnih mer negativen vpliv na premoženjsko stanje posameznika ali pravne osebe. Zato se torej pojavi potreba po modelu, s pomočjo katerega lahko predvidimo, za koliko se lahko spremeni vrednost dolga, ko pride do premikov obrestnih mer na trgu.

Pri tem je seveda logična predpostavka, da je vrednost investicij odvisna od sprememb obrestnih mer. V preteklosti je bilo razvitih ogromno različnih modelov, zato bomo predstavili tri najbolj pogosto uporabljene v praksi, in sicer model trajanja, konveksnosti ter m-kvadrata.

4.1.2.2 Model trajanja

Frederick Robertson Macaulay je leta 1938 v svojem članku *The Movements of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in the United States since 1856* predstavil model za obrestna tveganja, ki je še danes eden izmed najbolj splošno sprejetih v praksi. Model je pridobil ime »trajanje«, saj izračuna tehtano povprečje dospelosti obveznice. Uteži, ki so uporabljene za to tehtano povprečje, so določene kot razmerje med diskontiranimi vrednostmi bodočih denarnih tokov in dano ceno obveznice. Enačbe, povzetki in izpeljave sledijo tistim v delu Nawalkhega, Sotojeve in Beliaeva (2005).

Ideja je torej takšna, da želimo s trajanjem izračunati, po kolikšnem času moramo posamezno obveznico prodati, da bomo dobili nazaj isto donosnost, kot bi jo dobili v primeru, da bi to isto obveznico držali do dospelja. S tem torej trdimo, da ima tradicionalen model za izračun pomanjkljivost, saj predvideva, da so vsa plačila izvedena na koncu obdobja, medtem ko trajanje vzame v zakup ravno to, da so plačila narejena znotraj te dobe in da dobimo del donosnosti že v vmesnem obdobju.

Trajanje torej izračunamo s pomočjo naslednje enačbe:

$$D = \sum_{t=1}^N t \cdot w_t, \text{ pri čemer je } w_t = \frac{(c \cdot e^{-rt})}{P} \quad (60)$$

Nato lahko izračunamo spremembo v ceni obveznice zaradi premika obrestnih mer na naslednji način:

$$\frac{\Delta P}{P} \cong -D \cdot \Delta y \quad (61)$$

To nam omogoča, da lahko pod različnimi scenariji sprememb obrestnih mer izračunamo, za koliko se bo vrednost danega portfelja obveznic spremenila.

4.1.2.3 Model konveksnosti

Kot vsak model, ki poizkuša replicirati dogodke v realnem svetu, ima tudi model trajanja svoje pomanjkljivosti. Njegova največja je ta, da ne deluje dobro pri večjih spremembah obrestnih mer. Deluje namreč kot linearni približek, pri čemer zanemarja, da premiki v ceni niso linearni, ko pride do sprememb obrestnih mer. Bodoče denarne tokove v času $t+n$ namreč diskontiramo z obrestno mero in tako izračunamo njihovo vrednost v času t . Enačba, ki jo torej uporabimo, je naslednja:

$$PV = A \cdot \frac{1}{(1+r)^{t+n}} \quad (62)$$

Pri tem predpostavljamo, da obrestovanje ni zvezno in da obrestna mera ostaja ista skozi celotno obdobje. Iz te enačbe je torej razvidno, da je pravzaprav odnos med spremembo sedanje vrednosti in obrestne mere konveksen. To nakazuje imenovalec, v katerem obrestno mero potenciramo s faktorjem $t+n$. Zaradi tega je logična nadgradnja modela trajanja, in sicer ga nadgradimo za konveksnost in tako izboljšamo enostavni linearni približek. To naredimo na naslednji način:

$$CON = \sum_{t=t_1}^{t=t_N} t^2 \cdot w_t, \text{ pri čemer je } w_t = \frac{(c \cdot e^{-rt})}{P} \quad (63)$$

Konveksnost obveznice torej izračunamo na skoraj identičen način kot trajanje. Edina razlika je, da faktor t kvadriramo. Tako lahko za izračun vplivov velikih premikov obrestnih mer na ceno obveznice združimo konveksnost in trajanje ter izračunamo pričakovano spremembo:

$$\frac{\Delta P}{P} \cong -D \cdot \Delta y + \frac{1}{2} CON(\Delta y)^2 \quad (64)$$

kar je pravzaprav približek s Taylorjevim polinomom drugega reda.

4.1.2.4 Model M-kvadrata

Metoda M-kvadrata je nadgradnja modela trajanja, in sicer meri imunizacijsko tveganje portfelja. Z metodo trajanja namreč zagotovo naredimo napako (povedali smo namreč, da ima le-ta dosti pomanjkljivosti) in zato potrebujemo nadgradnjo. Metoda M-kvadrata ima to prednost, da predvideva premike obrestnih mer, ki niso vzporedni. Takšna predpostavka pa je manj omejujoča in dopušča, da model bolje odraža realno stanje.

Iz enačbe (65) je razvidno, da mero M^2 definiramo kot tehtano povprečje kvadriranih razlik med dospelostjo posameznih denarnih tokov in trajanjem. Ta razlika je nato pomnožena z utežmi, ki so definirane kot sedanje vrednosti bodočih denarnih tokov obveznice, izražene v odstotku cene obveznice:

$$M^2 = \sum_{t=t_1}^{t=t_N} (t-H)^2 \cdot w_t, \text{ pri čemer je } w_t = \frac{(c \cdot e^{-rt})}{P} \quad (65)$$

Ta model zelo spominja na že prej predstavljen model konveksnosti, vendar ima eno ključno razliko. Ta razlika je faktor H , ki je ekvivalenten trajanju obveznice, za katero računamo mero M^2 . Z vključitvijo tega faktorja v prvi del enačbe si zagotovimo, da bo ta mera izračunana le za določeno planirano obdobje (trajanje) in da izvedemo linearno transformacijo modela konveksnosti. Z njo nadgradimo model konveksnosti z novo lastnostjo, in sicer nam ta sedaj omogoča repliciranje premikov naklonov časovne strukture obrestnih mer.

Vendar je potrebno omeniti, da imata modela ravno nasprotno implikacije pri analizi tveganj obveznic in upravljanja obvezniških portfeljev. Konveksnost poudarja, kolikšna bo pozitivna sprememba v donosnosti portfelja v primeru večjih oz. paralelnih premikov v časovni strukturi obrestnih mer, mera M^2 pa poudarja ravno obratno, in sicer kakšnemu tveganju sta dana obveznica oz. portfelj izpostavljena v primeru že prej omenjenih premikov.

4.1.3 Tveganje sprememb vrednosti trga nepremičnin

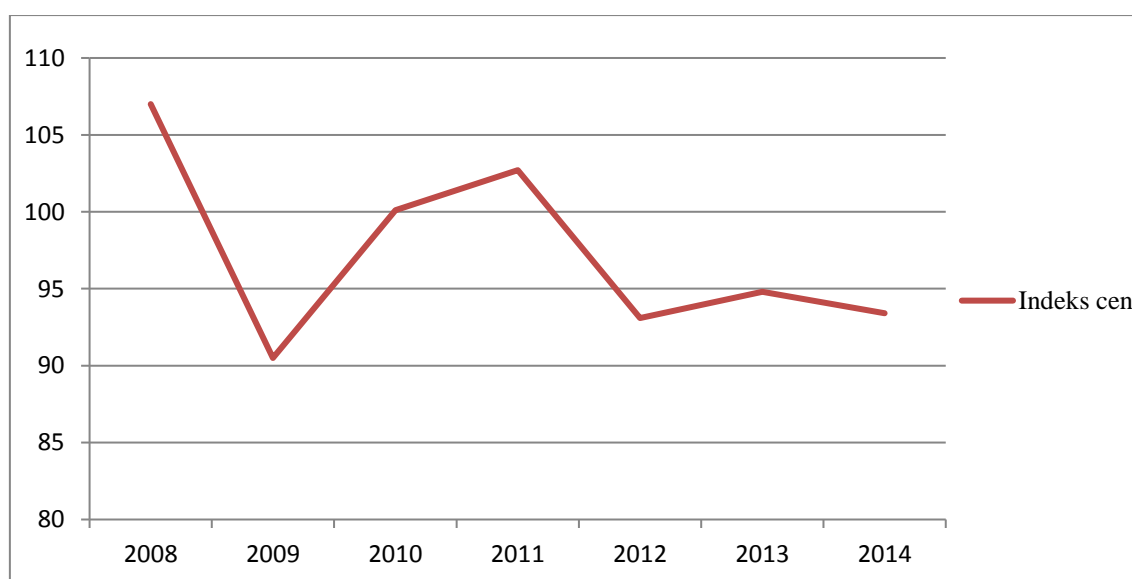
Zadnje tveganje, ki mu je nova oblika hipotekarnih kreditov izpostavljena, je tveganje sprememb vrednosti na trgu nepremičnin.

Kot smo videli v prejšnjih razdelkih, so banke izpostavljene več različnim tveganjem, ki ogrožajo vrednost izdanih posojil. Najbolj pomembno izmed teh pa je tveganje, da kreditojemalec ni sposoben vrniti izposojenih sredstev. Zaradi tega banke zahtevajo od njih da pri najemu kredita zagotovijo poroštvo in se s tem (vsaj teoretično) zavarujejo pred delno ali popolno izgubo.

Pri hipotekarnih kreditih je splošno ustaljena praksa, da banke začasno postanejo lastnice nepremičnin, za katere se je kredit izdal. Začasno seveda zato, ker potem, ko je kreditojemalec uspešno odplačal kredit, banka prenese lastništvo nanj. V vmesnem času pa je ta nepremičnina zavarovalna komponenta banke oz. poroštvo, ki ga je kreditojemalec predal banki.

Tukaj se poraja pomembno vprašanje – kako dobro zavarovanje so pravzaprav nepremičnine? Pomembna predpostavka, ki jo banke tukaj naredijo, je, da bo vrednost poroštva vedno zadoščala za povračilo vrednosti izdanega kredita. V primeru nepremičnin je to tvegana predpostavka, saj se lahko njihove cene drastično spreminjajo, kar je razvidno iz naslednjega grafa:

Slika 2: Gibanje cen stanovanjskih nepremičnin v Sloveniji med leti 2008–2014



Vir: Statistični urad Republike Slovenije, Letni indeksi cen stanovanjskih nepremičnin (povprečje leta / povprečje leta 2010), Slovenija, Letno, b. l.

Denimo, da je slovenska banka izdala hipotekarni kredit fizični osebi leta 2008, ko je nepremičninski trg rasel. Predpostavimo tudi, da kreditojemalec leta 2014 ni več sposoben odplačevati kredita, zato mu banka odvzame nepremičnino. Vendar, kot je razvidno iz grafa, je trg nepremičnin v letu 2014 doživel padec in zato banka ne more prodati nepremičnine po isti ceni kot v letu 2008. V tem primeru je poroštvo slabo zavarovalo banko. Banka ima v tem primeru tri izbire:

- nepremičnino proda in realizira izgubo,
- nepremičnine ne proda, jo redno vzdržuje ter čaka, da se bo trg vrnil vsaj na raven iz leta 2008,
- nepremičnine ne proda, jo redno vzdržuje ter jo v vmesnem času odda in čaka, da se bo trg vrnil vsaj na raven iz leta 2008.

Katero odločitev banka sprejme, je odvisno od stabilnosti banke, likvidnosti ter kapitalske ustreznosti. V vsakem primeru pa bo banka na takšnem kreditu realizirala izgubo oz. manjši dobiček, kot je bil sprva predviden.

V prvem primeru seveda zato, ker je nepremičnino prodala za manj, kot je bila sprva vredna, v drugih dveh pa zaradi dodatnih stroškov, ki so nastali zaradi rednega vzdrževanja, najemov agencij, s pomočjo katerih nepremičnino oddajo oz. prodajo, ter naročila cenitev. Slednje so pomembne zato, ker jih banke potrebujejo, da lahko njihovo vrednost prepoznajo v bilanci stanja na podlagi računovodskih standardov. Tudi tukaj se seveda predpostavlja, da so ceno narejene neodvisno in najboljše odražajo stanje nepremičnine ter nepremičninskega trga.

5 PRIMER IZRAČUNA OBRESTNE KAPICE TER PRIPADAJOČEGA ODPLAČILNEGA NAČRTA NA TEORETIČNEM PRIMERU NOVEGA HIPOTEKARNEGA KREDITA

V tem poglavju bomo združili vse, kar je bilo predstavljeno v prejšnjih poglavjih, in predstavili na teoretičnem primeru, kako bi izgledal odplačilni načrt hipotekarnega kredita z vgrajeno obrestno kapico. Predstavili bomo tudi vrednotenje obrestne kapice v programu Sophis Risque™ za različne izvršilne cene ter za različno ročnost.

S tem bomo pokazali, kakšna bi bila zavarovalna premija oz. cena te obrestne kapice, ki bi jo kreditojemalci morali plačati. Na koncu poglavja bomo nato primerjali mesečne anuitete klasičnega hipotekarnega kredita z anuitetami v našem kreditu in pokazali, kakšen bi bil prihranek za kreditojemalce.

5.1 Primeri vrednotenja obrestnih kopic v programu Sophis Risque™

Program Sophis Risque™ je program, ki bankam ponuja celostno rešitev na področju obvladovanja in vrednotenja finančnih tveganj, vrednotenja finančnih instrumentov ter računovodstva (Misys, 2011). Ker imamo dostop do tega programa, smo se zaradi učinkovitejše izrabe časa odločili, da bomo z njegovo pomočjo vrednotili izbor različnih obrestnih kapic. Ta izbor se med seboj razlikuje po različnih ročnostih in različnih točkah aktivacije. V odvisnosti od teh dveh spremenljivk se razlikujejo tudi cene obrestnih kapic.

Kot bomo videli v spodnjih izračunih, bodo cene za obrestne kapice z daljšimi ročnostmi višje. Prav tako bodo višje v primeru, ko bo točka aktivacije blizu trenutnim stopnjam obrestnih mer na trgu. Višje bodo namreč zato, ker imajo implicitno večjo verjetnost, da bodo končale »in the money«, kar bi pomenilo, da pride do dejanske aktivacije instrumenta in do izplačila.

Vrednotili smo jih s pomočjo Black-Scholesovega modela, ki smo ga podrobneje predstavili v tretjem poglavju. Kot je konvencija v industriji in standarden pristop pri vrednotenju IFI-jev, smo kot krivuljo za vrednotenje uporabili 6-mesečno EURIBOR krivuljo obrestnih zamenjav. Ta se najpogosteje uporablja zaradi zelo visoke likvidnosti trga obrestnih zamenjav ter zaradi njenega približka pravi netvegani obrestni meri (angl. *risk-free interest rate*).

Spodaj prikazujemo štiri primere izračunov za različne izvršilne obrestne mere, in sicer za 0,5 %, 0,7 %, 1,1 % ter 1,5 %. Prav tako pokažemo, kako se cene razlikujejo, če spreminjamo ročnosti ter začetek veljavnosti posamezne kapice.

Primer 1:

Denimo, da določimo izvršilno obrestno mero pri 0,5 % in da je ročnost obrestne kapice tri leta, pri čemer začne ta veljati šele v letu 2025. Izračun na spodnji sliki pokaže, da je cena kapice, pod predpostavko nespremenjene krivulje obrestnih mer, enaka 3,03757 % nominalne vrednosti.

Slika 3: Cena obrestne kapice pri izvršilni obrestni meri 0,5 %

Cap and Floor "CAP EUR 6M TEST" (Derivatives Listed)

General | Advanced | Amortizing | Cash Flow | Explanation | Full Explanation

Cap/Floor Parameters

Payment Currency: EUR
Reference: CAP EUR 6M TEST
Name: CAP EUR 6M TEST
Allotment: Derivatives Listed
Quotation Unit: In percent
Start Date: 01/04/2025
End Date: 01/04/2028
Notional: 100

Underlying

Category: Interest Rate
Currency: EUR
Settlement: In arrears
IR Index: EUR Euribor 6m
Basis: ACT/360
Frequency: semi annually
Timing: Standard
Rounding Method: None

Option

Cap / Floor: Cap
Payoff Type: Standard
Strike (%): 0.5
Option Model: No Metamodel
Buttons: Clauses, Standard Cap/Floor

Simulation

Market Price (%): 0.00000
Rate: -0.0581
Over Volatility: 0.00
Volatility

Pricing

Calculation Date: 09/04/2016
Rate curve family: EUR vs 6m Euribor
Link: EUR vs 6m Euribor
Buttons: Parameters, Calculate

Results

Theo. Price In %	3.03757
Theo. Price In Amount	3.03757
Accrued Interest	0.00000
Implied Volatility	38.12
IR Sensitivity	0.22865
IR Vega	0.01760

Primer 2:

Denimo, da spremenimo izvršilno obrestno mero na 0,7 % in da zamenjamo obdobje, za katerega se izda obrestna kapica, na interval med leti 2036 ter 2046. V tem primeru vidimo, da se cena obrestne kapice poveča na 5,55449 %.

Slika 4: Cena obrestne kapice pri izvršilni obrestni meri 0,7 %

Cap and Floor "CAP EUR 6M TEST" (Derivatives Listed)

General | Advanced | Amortizing | Cash Flow | Explanation | Full Explanation

Cap/Floor Parameters

Payment Currency: EUR
Reference: CAP EUR 6M TEST
Name: CAP EUR 6M TEST
Allotment: Derivatives Listed
Quotation Unit: In percent
Start Date: 01/04/2036
End Date: 01/04/2046
Notional: 100

Underlying

Category: Interest Rate
Currency: EUR
Settlement: In arrears
IR Index: EUR Euribor 6m
Basis: ACT/360
Frequency: semi annually
Timing: Standard
Rounding Method: None

Option

Cap / Floor: Cap
Payoff Type: Standard
Strike (%): 0.7
Option Model: No Metamodel
Buttons: Clauses, Standard Cap/Floor

Simulation

Market Price (%): 0.00000
Rate: -0.0581
Over Volatility: 0.00
Volatility

Pricing

Calculation Date: 09/04/2016
Rate curve family: EUR vs 6m Euribor
Link: EUR vs 6m Euribor
Buttons: Parameters, Calculate

Results

Theo. Price In %	5.55449
Theo. Price In Amount	5.55449
Accrued Interest	0.00000
Implied Volatility	34.14
IR Sensitivity	0.52682
IR Vega	0.08984

Primer 3:

Tokrat smo spremenili izvršilno obrestno mero na 1,1 % in zamenjali obdobje, za katerega se izda obrestna kapica, na interval med leti 2019 ter 2022. V tem primeru vidimo, da se cena obrestne kapice zmanjša na 0,19858 %.

Slika 5: Cena obrestne kapice pri izvršilni obrestni meri 1,1 %

Cap and Floor "CAP EUR 6M TEST" (Derivatives Listed)

General | Advanced | Amortizing | Cash Flow | Explanation | Full Explanation

Cap/Floor Parameters

Payment Currency: EUR
Reference: CAP EUR 6M TEST
Name: CAP EUR 6M TEST
Allotment: Derivatives Listed
Quotation Unit: In percent
Start Date: 01/04/2019
End Date: 01/04/2022
Notional: 100

Underlying

Category: Interest Rate
Currency: EUR
Settlement: In arrears
IR Index: EUR Euribor 6m
Basis: ACT/360
Frequency: semi annually
Timing: Standard
Rounding Method: None

Option

Cap / Floor: Cap
Payoff Type: Standard
Strike (%): 1.1
Option Model: No Metamodel
Buttons: Clauses, Standard Cap/Floor

Simulation

Market Price (%): 0.00000
Rate: 0.0000
Over Volatility: 0.00
Volatility

Pricing

Calculation Date:
Rate curve family: EUR vs 6m Euribor
EUR vs 6m Euribor
Buttons: Parameters, Calculate

Results

Theo. Price In %	0.19858
Theo. Price In Amount	0.19858
Accrued Interest	0.00000
Implied Volatility	56.43
IR Sensitivity	0.08774
IR Vega	0.00719

Primer 4:

V zadnjem primeru smo spremenili izvršilno obrestno mero na 1,5 % in definirali interval izdaje med leti 2031 ter 2036. Cena kapice je tokrat 2,54826 %.

Slika 6: Cena obrestne kapice pri izvršilni obrestni meri 1,5 %

Cap and Floor "CAP EUR 6M TEST" (Derivatives Listed)

General | Advanced | Amortizing | Cash Flow | Explanation | Full Explanation

Cap/Floor Parameters

Payment Currency: EUR
Reference: CAP EUR 6M TEST
Name: CAP EUR 6M TEST
Allotment: Derivatives Listed
Quotation Unit: In percent
Start Date: 01/04/2031
End Date: 01/04/2036
Notional: 100

Underlying

Category: Interest Rate
Currency: EUR
Settlement: In arrears
IR Index: EUR Euribor 6m
Basis: ACT/360
Frequency: semi annually
Timing: Standard
Rounding Method: None

Option

Cap / Floor: Cap
Payoff Type: Standard
Strike (%): 1.5
Option Model: No Metamodel
Buttons: Clauses, Standard Cap/Floor

Simulation

Market Price (%): 0.00000
Rate: -0.0581
Over Volatility: 0.00
Volatility

Pricing

Calculation Date: 09/04/2016
Rate curve family: EUR vs 6m Euribor
EUR vs 6m Euribor
Buttons: Parameters, Calculate

Results

Theo. Price In %	2.54826
Theo. Price In Amount	2.54826
Accrued Interest	0.00000
Implied Volatility	29.71
IR Sensitivity	0.25051
IR Vega	0.08365

5.2 Primer izračuna za klasičen hipotekarni kredit z variabilno obrestno mero

V tem delu bomo predstavili hipotetični izračun za hipotekarni kredit z variabilno obrestno mero. Pri izračunu smo predpostavili, da je ročnost izdanega kredita 30 let, njegovi parametri pa so:

- nominalna vrednost je enaka 350.000 €,
- fiksni pribitek v sestavljeni obrestni meri znaša 2,675 % (kar je povprečje obrestnih mer, ki smo jih predstavili v Tabeli 4),
- začetni nivo obrestne mere 6-mesečnega EURIBOR-ja, ki se dodeli stranki, je 0 in ostane takšen, dokler obrestna mera ne postane zopet pozitivna (trenutno so negativne),
- kreditojemalec plačuje mesečne anuitete, pri čemer se vsakih šest mesecev variabilna komponenta sestavljene obrestne mere prevrednoti (takšna je tudi praksa v Sloveniji pri najemanju takšnih oblik kreditov),
- kreditojemalec nima vgrajene obrestne kapice v kreditu oz. ni sklenil zavarovanja, ki ga varuje pred porastom variabilnih obrestnih mer.

Gibanje 6-mesečnega EURIBOR-ja za celotno obdobje izdanega kredita (torej 30 let) smo aproksimirali s krivuljo obrestnih zamenjav za 6-mesečni EURIBOR. Sedanja vrednost smo izračunali na podlagi diskontiranja z donosnostmi, pridobljenih iz krivulje donosnosti evroobmočja.

Primarni namen tega izračuna je ta, da ga lahko uporabimo kot izhodišče za primerjavo s kasnejšimi izračuni, ki jih bomo naredili z različnimi obrestnimi kapicami ter različnimi šoki na krivulje obrestnih zamenjav. V spodnji tabeli lahko vidimo rezultate prvega izračuna:

Tabela 3: Hipotekarni kredit z variabilno obrestno mero in brez zavarovanja

Hipotekarni kredit z variabilno obrestno mero in brez zavarovanja	
Znesek kredita v €	350.000,00
Dolžina v letih	30
Dolžina v mesecih	360 ,00
Fiksna obrestna mera v % p.a.	2,68
Variabilna obrestna mera p.a.	6M Euribor
Obrestna kapica	-
Maksimalna obrestna mera p.a.	-
Povprečna mesečna anuiteta v €	1.500,19
Mediana mesečnih anuitet v €	1.530,42
Minimalna mesečna anuiteta v €	1.414,98
Maksimalna mesečna anuiteta v €	1.543,12
Znesek mesečnega zavarovanja	-
Skupni znesek plačanega zavarovanja	-
Skupni znesek plačanih obresti v €	190.068,31
Skupni znesek plačanih glavnice v €	350.000,00
Skupno plačilo ob izteku v €	540.068,31
Sedanja vrednost plačila ob izteku v €	531.111,49

5.3 Primer izračuna za hipotekarni kredit s fiksno obrestno mero

Hipotekarni krediti s fiksno obrestno mero so najbolj varni, saj kreditojemalec odplačuje kredit skozi celotno obdobje z isto obrestno mero. S tem se izogne tveganju sprememb obrestnih mer, vendar so hipotekarni krediti s fiksno obrestno mero tudi »najdražji«. V tem primeru mislimo »najdražji« v smislu, da imajo navadno v času $t=0$ najvišjo obrestno mero (ni pa nujno, da to velja skozi celotno življenjsko dobo posojila). To je razvidno iz spodnje tabele, v kateri prikazujemo kratek pregled obrestnih mer, ponujenih s strani štirih slovenskih bank.

Tabela 4: Obrestne mere štirih slovenskih bank

IME BANKE	FIKSNA OBRESTNA MERA	VARIABILNA OBRESTNA MERA	ROČNOST KREDITA
NLB d.d.	4,30-4,80 %	6M EURIBOR + (2,80-3,30 %)	od 20 do 30 let
NKBM d.d.	na voljo do 25 let – 3,85 %	6M EURIBOR + 2,55 %	od 20 do 30 let
Gorenjska banka	na voljo do 20 let - 3,9 %	6M EURIBOR + 2,50 %	od 20 do 30 let
Unicredit banka	na voljo do 20 let - 3,4 %	6M EURIBOR + 2,60 %	od 20 do 30 let

Podobno kot v prejšnjem primeru smo naredili izračun tudi za ta primer. Spremenili smo samo eno predpostavko, in sicer je obrestna mera sedaj sestavljena samo iz fiksnega dela, ki je enak povprečni fikсни obrestni meri, izračunani na podlagi podatkov v zgornji tabeli. Leta znaša 3,72 %. Rezultate lahko vidimo v Tabeli 5.

Tabela 5: Hipotekarni kredit s fiksno obrestno mero

Hipotekarni kredit s fiksno obrestno mero	
Znesek kredita v €	350.000,00
Dolžina v letih	30
Dolžina v mesecih	360
Fiksna obrestna mera v % p.a.	3,72
Variabilna obrestna mera p.a.	-
Obrestna kapica	-
Maksimalna obrestna mera p.a.	-
Povprečna mesečna anuiteta v €	1.614,95
Mediana mesečnih anuitet v €	1.614,95
Minimalna mesečna anuiteta v €	1.614,95
Maksimalna mesečna anuiteta v €	1.614,95
Znesek mesečnega zavarovanja	-
Skupni znesek plačanega zavarovanja	-
Skupni znesek plačanih obresti v €	231.395,39
Skupni znesek plačanih glavnice v €	350.000,00
Skupno plačilo ob izteku v €	581.395,39

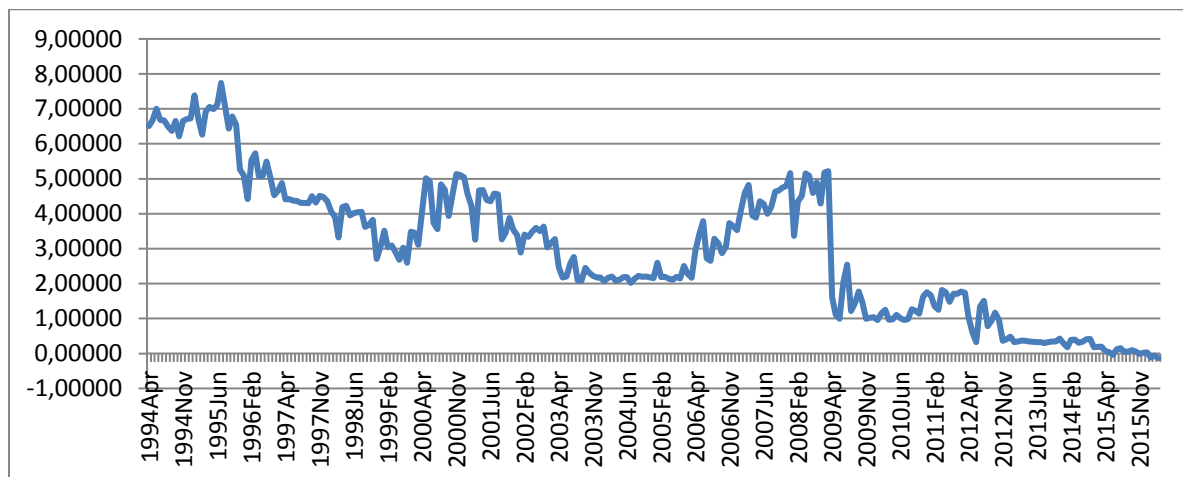
se nadaljuje

Tabela 5: Hipotekarni kredit s fiksno obrestno mero (nad.)

Hipotekarni kredit s fiksno obrestno mero	
Sedanja vrednost plačila ob izteku v €	572.301,68

Iz zgornjega izračuna je razvidno, da bo v primeru enake oblike krivulje 6-mesečnega EURIBOR-ja (ceteris paribus) v prihodnosti, hipotekarni kredit s fiksno obrestno mero ob izteku dražji od variabilnega brez obrestne kapice za 41.327,08 €. Vendar je ta predpostavka nerealna, saj se obrestne mere spreminjajo, pri čemer so lahko spremembe med posameznimi obdobji zelo velike, kar je lepo razvidno iz spodnjega grafa, ki prikazuje mesečno gibanje 6-mesečnega EURIBOR-ja v obdobju med aprilom 1994 in marcem 2016.

Slika 7: Gibanje 6-mesečnega EURIBOR-ja med aprilom 1994 in marcem 2016



Vir: Statistical Data Warehouse, b.l..

Iz grafa lahko vidimo, da je bila najvišja točka pri 7,74 % marca 1995, medtem ko je bil minimum pri -0,1336 %. Takšna oscilacija pritrjuje trditvi, da obrestne mere niso konstantne.

6 ŠOKI OBRESTNE KRIVULJE

Glede na dejstva, omenjena v prejšnjem poglavju, se pojavi vprašanje, ali lahko v primeru, ko ne moremo predpostaviti, da bo krivulja obrestne mere ostala nespremenjena, na kakšen način predvidimo njeno gibanje in tako dobimo boljšo idejo o tem, kako visoke bodo posledično naše mesečne anuitete.

Pristopov je veliko – od matematično/statistično/ekonometrično bolj naprednih do tistih bolj enostavnih. Klasičen primer drugih pa so paralelni obrestni šoki, ki jih predpisuje tudi Baselski komite za bančni nadzor (Basel Committee, 2015). Pri slednjih enostavno

predpostavimo, da trenutno obrestno krivuljo (lahko celo ali pa le njene posamične dele) paralelno premaknemo za določeno stopnjo navzgor ali pa navzdol.

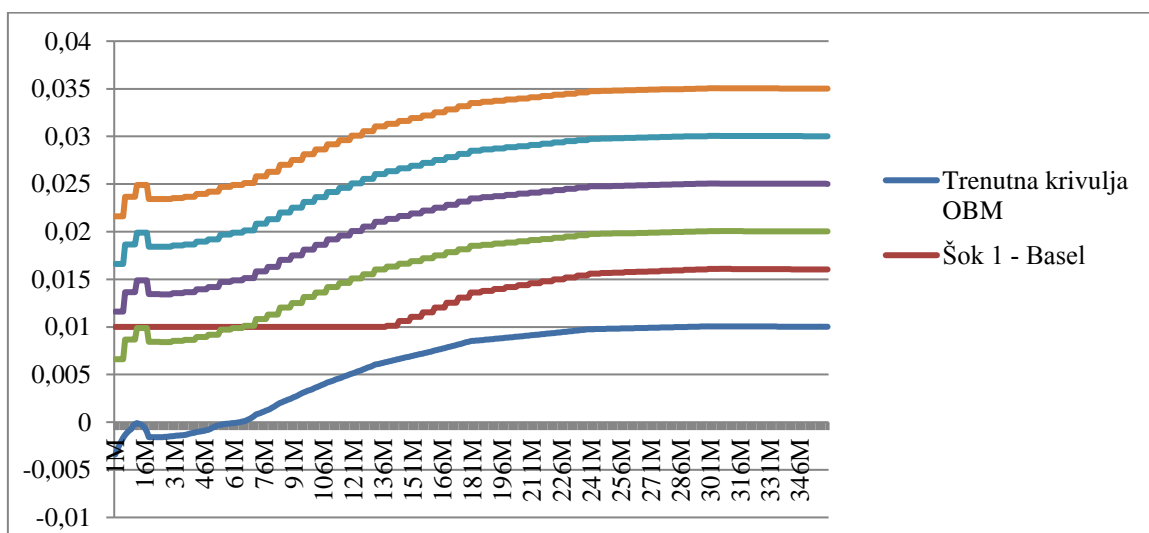
Z vidika banke so problematični premiki v obe smeri, z vidika kreditorejmalcev pa le premiki navzgor, saj bodo posledično plačevali višje anuitete, če se takšen šok realizira.

V sklopu te magistrske naloge smo naredili pet različnih paralelnih šokov, pri čemer smo vsakič prestavili krivuljo obrestnih mer malce navzgor. Šoki so bili naslednji:

- šok, izveden po principu Baselskega komiteja, ki predpisuje, da dolgoročne obrestne mere povečamo za 60 % trenutnih vrednosti, pri čemer je vsaka nova obrestna mera, pridobljena s takim šokom, visoka najmanj 1 odstotek in ni višja od 5 odstotkov,
- šok, pri katerem obrestno krivuljo paralelno prestavimo za 1 odstotek navzgor,
- šok, pri katerem obrestno krivuljo paralelno prestavimo za 1,5 odstotka navzgor,
- šok, pri katerem obrestno krivuljo paralelno prestavimo za 2 odstotka navzgor,
- šok, pri katerem obrestno krivuljo paralelno prestavimo za 2,5 odstotka navzgor.

Grafični prikaz zelo nazorno prikaže, kako izgledajo »nove« krivulje pod različnimi šoki.

Slika 8: Obrestni šoki trenutne krivulje obrestnih mer



Na podlagi vsake izmed teh »novih« krivulj smo nato ponovili izračune in s tem pridobili boljšo predstavo o tem, koliko bi lahko znašale potencialno mesečne anuitete, če bi se kakšen od teh scenarijev realiziral ter koliko bi nam lahko sklenjeno zavarovanje prihranilo denarja. Te ponovne izračune prikažemo v naslednji sekciji.

6.1 Primer izračuna za hipotekarni kredit z variabilno obrestno mero ter obrestno kapico z vključitvijo različnih obrestnih šokov

6.1.1 Določitev nominalne vrednosti zavarovanja

Da lahko določimo ceno zavarovanja za posamezen hipotekarni kredit, moramo najprej določiti nominalno vrednost le-tega. Naši primeri izračunov v razdelku 5.1 delujejo namreč tako, da nam vedno izračunajo ceno v odstotkih nominalne vrednosti.

Če imamo npr. ceno za posamezno obrestno kapico določeno pri 3 %, bomo v primeru, da je naša nominalna vrednost 1000 €, za kapico plačali $0,03 \cdot 1000 \text{ €} = 30 \text{ €}$. V primeru nominalne vrednosti 10.000 € pa bi morali plačati 300 €. Cena zavarovanja je torej v linearnem odnosu z višino nominalne vrednosti, za katero se zavarovanje izdaja. Zato je pomembno, da jo poskušamo čimbolj optimalno določiti, saj bodo s tem kreditorejmalci plačevali nižje zavarovalne premije.

Pristop za izračun optimalne nominalne vrednosti, ki smo ga ubrali v sklopu te magistrske naloge, je naslednji: kot je bilo že omenjeno v prejšnjih poglavjih, hipotekarni krediti, vezani na variabilne obrestne mere, delujejo v Sloveniji tako, da se vsakih šest mesecev ponovno določi nivo variabilne obrestne mere, ki jo stranka plačuje. To je seveda takrat, kadar je RefOM vezana na 6-mesečni EURIBOR. V primeru, da bi bila vezana na 3-mesečnega, bi se nivo ponovno določil po treh mesecih.

Denimo torej, da je vezan na 6-mesečni EURIBOR in da je ta ob izdaji kredita pri 1 % p.a. ter ima fiksni pribitek določen pri 2 % p.a. Stranka bo tako prvih šest mesecev od sklenitve kredita plačevala anuitete izračunane po 3 % p.a. Predpostavimo, da se po šestih mesecih variabilna obrestna mera poveča na 2 % p.a., stranka pa ima sklenjeno obrestno kapico s točko aktivacije pri 1 %. Sedaj bo naslednjih šest mesecev še vedno plačevala anuitete izračunane po 3 % p.a.

V primeru, da ne bi imela takšnega zavarovanja, bi plačevala anuitete izračunane po 4 %. Banka, ki je izdala takšen kredit, bi torej imela nižje prihodke, kot če bi izdala klasično obliko kredita. Ta problem lahko rešimo tako, da natančno določimo višino nominalne vrednosti. Ideja je takšna, da najprej izračunamo razliko med višinama obeh anuitet. Nato pa se vprašamo, kako visoka bi morala biti naša nominalna vrednost, da bo to razliko pokrila.

Seveda pa moramo za takšen izračun predpostaviti obliko krivulje variabilnih obrestnih mer v prihodnosti. Ker smo se z istim vprašanjem že srečali v prejšnjem poglavju in v poglavjih pred njim, smo naše izračune nominalne vrednosti naredili pod predpostavkami različnih šokov za različno višino obrestnih kapic in tako posledično izračunali, koliko bi znašalo zavarovanje na mesec.

Potrebno je omeniti, da smo zaradi oblike krivulje obrestnih mer, ki je večino časa naraščajoča, izračunali nominalno vrednost, ki je višja od optimalne, vendar predstavlja višjo varnost za kreditorejmalca. Razlog za to je, da v začetku, ko so variabilne obrestne mere rahlo

nad točko aktivacije, potrebujemo višjo nominalno vrednost pri obrestni kapici, da lahko pokrijemo razliko v anuitetah. Kasneje, ko so višje oz. ko kapica izplačuje višje vrednosti, pa potrebujemo manjšo nominalno vrednost.

V naših izračunih smo upoštevali razlike pri prvih prehodih v točko aktivacije. Zaradi tega bi se lahko potencialno zgodilo, da bi kreditojemalec s takšno količino zavarovanja še dodatno zaslužil, saj bi obrestna kapica v kasnejših obdobjih izplačevala več, kot pa je razlika v anuitetah. Ta dodatna sredstva bi se lahko npr. kreditojemalcu nakazala na njegov transakcijski račun ali pa se odštela od naslednje anuitete, ki bi jo moral plačati.

6.1.2 Primer izračuna za obrestno kapico pri 0,5 % za 30 let ter pri različnih obrestnih šokih

Slika 9 prikazuje izračune, narejene na podlagi metodologije, opisane v prejšnjih poglavjih. Za obrestno kapico predpostavimo, da jo sklenemo za 30 let, pri čemer ima točko aktivacije pri 0,5 %. Možne so tudi druge strategije, pri katerih ne sklenemo kapice za obdobje celotne življenjske dobe kredita ali pri različnih točkah aktivacije.

Iz tabele je razvidno, da bolj kot bodo v prihodnosti narasle obrestne mere, bolj bo obrestna kapica varovala kreditojemalca. V primeru, ko smo krivuljo obrestnih mer predstavili paralelno navzgor za 2,5 % (kar je bil najvišji šok), je znašal prihranek za kreditojemalca slabih 158.000 €. V primeru najmanjšega šoka pa je prihranek znašal 24.700 €.

Razvidno je tudi to, da je v tem primeru naš kredit cenejši od tistega s fiksno obrestno mero. Prav tako lahko vidimo, da je cena za takšno zavarovanje relativno nizka, saj niha med 60 in 63 € na mesec, kar je primerljivo s cenami zavarovanja za avtomobile srednjega razreda.

S takšno ceno zavarovanja je ta vrsta hipotekarnega kredita dostopna širšim množicam in omogoča več ali manj vsakomur, ki se odloči za hipotekarni kredit z variabilno obrestno mero, da se zavaruje pred porastom mesečnih anuitet.

Seveda je v teh izračunih veliko predpostavk in nihče ne more z gotovostjo trditi, da se bo katerikoli izmed zgoraj navedenih scenarijev realiziral. Hkrati pa velja tudi negacija te trditve, in sicer nihče ne more trditi, da se kakšen izmed teh scenarijev ne bo realiziral. Ob upoštevanju dejstva, da je 6-mesečni EURIBOR na zgodovinsko nizki ravni ter da je bil v preteklosti dokaj volatilen, lahko trdimo, da je v razdobju 30 let pričakovati velike spremembe obrestnih mer.

Zaradi tega je smiselno skleniti zavarovanje oz. kupiti obrestno kapico in se tako izogniti potencialnim nevšečnostim v prihodnosti, kot so npr. odvzete nepremičnine zaradi nezmožnosti odplačevanja anuitet ali pa resna ogrožitev premoženjskega stanja kreditojemalca zaradi plačevanja zelo visokih mesečnih anuitet. Ne smemo pozabiti, da pri

sklenitvi takšne oblike hipotekarnega kredita že ob začetku vemo, koliko bo znašala maksimalna anuiteta v obdobju zavarovanja.

Tabela 6: Primer izračuna za obrestno kapico pri različnih obrestnih šokih

	Basel šok		Obrestna kapica		Šok 1%		Obrestna kapica		Šok 1,5%		Obrestna kapica		Šok 2%		Obrestna kapica		Šok 2,5%		Obrestna kapica	
	Brez kapice	0,50%	Brez kapice	0,50%	Brez kapice	0,50%	Brez kapice	0,50%	Brez kapice	0,50%	Brez kapice	0,50%	Brez kapice	0,50%	Brez kapice	0,50%	Brez kapice	0,50%	Brez kapice	0,50%
Znesek kredita v €	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000	350.000
Dolžina v letih	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
Dolžina v mesecih	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360
Fiksna obrestna mera p.a. v %	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675	2,675
Variabilna obrestna mera p.a. v %	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR	6M EURIBOR
Obrestna kapica v %	0,00	0,50	0,00	0,50	0,00	0,50	0,00	0,50	0,00	0,50	0,00	0,50	0,00	0,50	0,00	0,50	0,00	0,50	0,00	0,50
Maksimalna obrestna mera p.a. v %	-	3,175	-	3,175	-	3,175	-	3,175	-	3,175	-	3,175	-	3,175	-	3,175	-	3,175	-	3,175
Povprečna mesečna anuiteta v €	1.638,77	1.508,85	1.690,02	1.508,85	1.794,07	1.508,85	1.901,21	1.508,85	1.941,21	1.508,85	2.011,32	1.508,85	2.052,76	1.508,85	2.068,75	1.508,85	2.068,75	1.508,85	2.068,75	1.508,85
Mediana mesečnih anuitet v €	1.649,76	1.508,85	1.727,05	1.508,85	1.832,59	1.508,85	1.941,21	1.508,85	1.998,03	1.508,85	2.068,75	1.508,85	2.068,75	1.508,85	2.068,75	1.508,85	2.068,75	1.508,85	2.068,75	1.508,85
Minimalna mesečna anuiteta v €	1.606,05	1.508,85	1.539,79	1.508,85	1.638,03	1.508,85	1.739,46	1.508,85	1.847,18	1.508,85	1.956,49	1.508,85	2.068,75	1.508,85	2.068,75	1.508,85	2.068,75	1.508,85	2.068,75	1.508,85
Maksimalna mesečna anuiteta v €	1.671,27	1.508,85	1.740,95	1.508,85	1.847,18	1.508,85	1.956,49	1.508,85	2.068,75	1.508,85	2.175,00	1.508,85	2.283,25	1.508,85	2.391,50	1.508,85	2.500,00	1.508,85	2.608,25	1.508,85
Znesek mesečnega zavarovanja v €	-	61,30	-	60,60	-	61,62	-	62,63	-	63,64	-	64,65	-	65,66	-	66,67	-	67,68	-	68,69
a) Skupni znesek plačanega zavarovanja v €	-	22.066,92	-	21.814,23	-	22.183,97	-	22.547,14	-	22.910,31	-	23.273,48	-	23.636,65	-	24.000,00	-	24.363,17	-	24.726,34
b) Skupni znesek plačanih obresti v €	239.956,94	193.187,47	258.405,70	193.187,47	295.864,64	193.187,47	334.436,58	193.187,47	374.074,31	193.187,47	413.711,25	193.187,47	453.348,19	193.187,47	493.000,00	193.187,47	532.646,94	193.187,47	572.300,00	193.187,47
c) Skupni znesek plačanih glavnin v €	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00	350.000,00
Skupno plačilo ob izteku v € (b+c)	589.956,94	543.187,47	608.405,70	543.187,47	645.864,64	543.187,47	684.436,58	543.187,47	724.074,31	543.187,47	763.711,25	543.187,47	803.348,19	543.187,47	843.000,00	543.187,47	882.646,94	543.187,47	922.300,00	543.187,47
Skupno plačilo z zavarovanjem v € (b+c+a)	589.956,94	565.254,39	608.405,70	565.001,70	645.864,64	565.371,44	684.436,58	565.734,61	724.074,31	566.088,25	763.711,25	566.441,38	803.348,19	566.794,52	843.000,00	567.147,65	882.646,94	567.500,00	922.300,00	567.853,17
Sedanja vrednost plačila ob izteku v € (brez zavarovanja)	580.348,96	534.702,25	598.294,52	534.702,25	635.142,36	534.702,25	673.085,95	534.702,25	711.029,80	534.702,25	749.000,00	534.702,25	787.000,00	534.702,25	787.000,00	534.702,25	787.000,00	534.702,25	787.000,00	534.702,25
Razlika skupnih plačil (posamezna kapica vs. brez kapice) v €	-	24.702,55	-	43.404,00	-	80.493,20	-	118.701,97	-	157.000,00	-	195.300,00	-	233.600,00	-	272.000,00	-	310.300,00	-	348.600,00

SKLEP

V sklopu te magistrske naloge smo se ukvarjali s problematiko najemanja hipotekarnih kreditov z variabilno obrestno mero. Izhajamo iz dejstva, da imajo le-ti obrestno mero sestavljeno iz fiksnega in variabilnega dela, pri čemer je slednji navadno vezan na EURIBOR ali enega izmed LIBOR-jev. Za oba pa je značilno, da se gibljeta naključno v odvisnosti od časa ter razmer na trgu. Zaradi tega kreditojemalec ne ve, koliko bodo znašale njegove mesečne anuitete v prihodnosti. V primeru, da variabilne mere preveč narastejo, lahko celo izgubi svojo nepremičnino, saj jih po določeni stopnji ne bo več sposoben odplačevati. Takšen scenarij pa ni težaven samo za kreditojemalca, temveč tudi za banko. Povečano tržno tveganje namreč implicira povečanje v kreditnem tveganju (Jarrow & Turnbull, 2000, str. 272), banka pa prav tako ne more biti sigurna, da bo dano poroštvo ob unovčitvi povrnilo njeno začetno investicijo. To je namreč odvisno od razmer na trgu.

Zato smo predlagali rešitev, s katero pridobijo tako kreditojemalci kot kreditodajalci, tj. vgraditev obrestne kapice v hipotekarni kredit.

Obrestna kapica je namreč nakupna opcija na obrestne mere in v primeru, ko te narastejo preko izvršilne cene, začne opcija pridobivati na vrednosti. Če ima kreditojemalec takšen instrument vgrajen v svoj kredit, bo torej zavarovan pred prevelikim porastom. Podobno kot pri navadnih zavarovanjih mora za to, da prenese tveganje na drugega, plačati zavarovalno premijo.

S to rešitvijo pridobi tudi banka. Ona je namreč lastnica obrestne kapice, ki jo je kupila s plačanimi premijami kreditojemalcev. Ko se ta aktivira, bo zaslužila manj obrestnih prihodkov z naslova izdanega kredita, kot bi jih sicer. Nova oblika hipotekarnega kredita namreč omeji mesečno anuiteto, ki jo mora kreditojemalec plačati, medtem ko navaden kredit te omejitve nima. Vendar je banka lastnica obrestne kapice in zato na drugi strani isto vsoto (ali več) pridobi z izplačili le-te, s tem pa vsaj izniči svojo izgubo. S takšnim pristopom ohranimo novo obliko kredita privlačno tudi z vidika bank.

Pokazali smo, da ima lahko izdajanje nove oblike hipotekarnih kreditov tudi več različnih pozitivnih učinkov za banko. Prvi pomemben pozitiven učinek je posledično zmanjšanje kreditnega tveganja, saj se kreditojemalcem zmanjša izpostavljenost tržnemu tveganju. To pa se odraža v manjšem številu neplačnikov, kar pomeni, da se zmanjša tudi tvegani kapital, ki ga banka mora imeti. Drugi pomemben učinek pa je zmanjšanje tveganja slabega ugleda, ki pogosto spremlja prisilne izselitve oz. zaplembe nepremičnin.

V prvem delu naloge smo podrobno opisali, kako takšen kredit deluje in kako ga vrednotimo, kadar vključimo obrestno kapico. V drugem delu smo se vprašali, katera tveganja vsebuje in kako jih lahko obvladujemo. Zadnji del pa je bil namenjen prikazu primerov izračunov za tri različne oblike hipotekarnih kreditov:

- s fiksno obrestno mero,
- z variabilno obrestno mero,
- z variabilno obrestno mero in vgrajeno obrestno kapico.

Predpostavili smo, da kreditojemalec najame 30-letni kredit v višini 350.000 €, ki ga odplačuje mesečno. Najprej smo izpostavili, da je trenutno EURIBOR na najnižjem nivoju v zgodovini. Tako lahko upravičeno pričakujemo, da bo v prihodnosti narasel, kar smo dodatno podkrepili s prikazom pretekle volatilnosti. Zaradi tega smo naredili več šokov obrestne krivulje in s tem poskušali narediti približek porasta obrestnih mer v prihodnosti. Na podlagi teh šokov smo nato izračunali, koliko bi znašale mesečne anuitete v primeru, ko kreditojemalec najame variabilni hipotekarni kredit brez zavarovanja, z zavarovanjem in pa s fiksno obrestno mero. V vseh scenarijih je bil kredit z zavarovanjem cenejši tako od tistega s fiksno obrestno mero kot od tistega z variabilno obrestno mero. Pokazali smo tudi, da je mesečna zavarovalna premija, ki bi jo zavarovanec moral plačati za sklenitev zavarovanja za celotnih 30 let, zelo nizka, saj je znašala med 60 in 63 € mesečno. Takšen strošek naredi to vrsto kredita dostopno širšim množicam in lahko motivira kakšno izmed slovenskih bank, da se odloči za implementacijo.

LITERATURA IN VIRI

1. Altman, E. (1968). Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy. *The Journal of Finance*, 23(4), 589-609.
2. Anderson, F. J., & Brown, L. R. (2005). Risk and Insurance. Najdeno 18. februarja 2017 na spletnem naslovu <https://www.soa.org/files/pdf/P-21-05.pdf>
3. Basel Committee. (2001). *The New Basel Capital Accord. Bank for International Settlements*. Najdeno 18. februarja 2017 na spletnem naslovu <http://www.bis.org/publ/bcbsca03.pdf>
4. Basel Committee (2004). International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. *Bank for International Settlements*. Najdeno 18. februarja 2017 na spletnem naslovu: <http://www.bis.org/publ/bcbs107.pdf>
5. Basel Committee (2015). Interest Rate Risk in the Banking Book. Najdeno 18. februarja 2017 na spletnem naslovu: <http://www.bis.org/bcbs/publ/d319.pdf>
6. Bielecki, T. R., & Rutkowski, M. (2002). *Credit Risk: modelling, valuation and hedging*. Berlin: Springer Finance.
7. Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81, 637-654.
8. Bodie, Z., Kane, A., & Markus, A. J. (2014). *Investments* (10th ed.). New York: McGraw-Hill Education.
9. Brammertz, W., Akkizidis, I., Breyman, W., Entin, R., & Rustman, M. (2009). *Unified Financial Analysis: The Missing Links of Finance*. Chichester: John Wiley & Sons.
10. Brigo, D., & Mercurio, F. (2006). *Interest Rate Models – Theory and Practice With Smile, Inflation and Credit* (2nd ed.). Berlin: Springer Finance.
11. Dibeh, G., & Harmanani, H. M. (2007). Option pricing during post-crash relaxation times. *Physica A*, 380, 357–365.
12. Dulling, B. (2007). The Determinants of Foreclosures for Single-Family Homes in the United States. *The Park Place Economist*, XVI, 45 – 56.
13. Filipović, D. (2005). *Interest Rate Models*. Munich: University of Munich.
14. Frade, J. (2008). *Credit Risk Modeling: Default Probabilities*. Florida: Florida State University.
15. Gatheral, J. (2006). *The Volatility Surface, A Practitioners Guide*. New Jersey: John Wiley & Sons.
16. Haug, E. G. (2007). *The complete guide to Option Pricing Formulas* (2nd ed.). New York: McGraw – Hill.
17. Hull, J. C. (2008). *Options, Futures and Other Derivatives* (7th ed.). New Jersey: Prentice Hall.
18. NLB d.d. (2017). *Obrestne mere in NLB Tarifa za prebivalstvo*. Najdeno 14. februarja 2017 na spletnem naslovu: <https://www.nlb.si/obrestne-mere-krediti>
19. Jarrow, R., & Turnbull, S. (2000). The intersection of market and credit risk. *Journal of Banking & Finance*, 24, 271-299.
20. Kosowski, R. L., & Neftci, S. N. (2015). *Principles of Financial Engineering* (3rd ed.). London: Elsevier.
21. Merton, R. C. (1974). On The Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. *The Journal of Finance*, 29(2), 449-470.

22. Misys Plc (2011). Investment banks gain broader asset class coverage with the new version of Misys Sophis RISQUE. Najdeno 18. februarja 2017 na spletnem naslovu <https://www.misys.com/media/44882/2011-06-16-misys-sophis-risque-6-2-final.pdf>
23. Nawalkha, S. K., Soto, G. M., & Beliaeva, N. A. (2005). *Interest Rate Risk Modeling: The Fixed Income Valuation Course*. New Jersey: Wiley Finance.
24. Statistični urad Republike Slovenije. (b.l.). *Letni indeksi cen stanovanjskih nepremičnin (povprečje leta / povprečje leta 2010), Slovenija, letno*. Najdeno 18. februarja 2017 na spletni strani http://pxweb.stat.si/pxweb/Dialog/varval.asp?ma=0419010S&ti=&path=../Database/Ekonomsko/04_cene/04190_ICSN/&lang=2
25. Schuermann, T. (2004). What Do We Know About Loss Given Default?. *Working paper, Federal Reserve Bank of New York*.
26. Shreve, S. E. (2004a). *Stochastic Calculus for Finance I*. New York: Springer Finance.
27. Shreve, S. E. (2004b). *Stochastic Calculus for Finance II*. New York: Springer Finance.
28. Sinclair, E. (2010). *Option Trading: Pricing and Volatility Strategies and Techniques*. New Jersey: John Wiley & Sons.
29. Slud, E. V. (2001). *Actuarial Mathematics and Life-Table Statistics*. Maryland: University of Maryland; College Park.
30. Statistical Data Warehouse. (b.l.) V *European Central Bank*. Najdeno 18. februarja na spletni strani http://sdw.ecb.europa.eu/quickview.do?SERIES_KEY=143.FM.M.U2.EUR.RT.MM.EURIBOR6MD_HSTA
31. Suarez, J. L., & Vassallo, A. (2004). European Mortgage Market: An overview 1992 – 2003, working paper No. 562., University of Navarra: IESE Business School.
32. Wang, Y. (2009). Structural Risk Modeling: Merton and Beyond. *Risk Management*, 16, 30-33
33. Wilmott, P. (2006). *Introduces Quantitative Finance* (2nd ed.). Chichester: John Wiley & Sons.