

UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

MAGISTRSKO DELO
NAPOVEDOVANJE ODJEMA TOPLOTE V OSKRBNI VERIGI

Ljubljana, junij 2015

ERVIN STRMČNIK

IZJAVA O AVTORSTVU

Spodaj podpisani **Ervin Strmčnik**, študent Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani, izjavljam, da sem avtor magistrskega dela z naslovom **Napovedovanje odjema toplote v oskrbni verigi**, pripravljenega v sodelovanju s svetovalko izr. prof. dr. Liljano Ferbar Tratar.

Izrecno izjavljam, da v skladu z določili Zakona o avtorskih in sorodnih pravicah (Ur. l. RS, št. 21/1995 s spremembami) dovolim objavo magistrskega dela na fakultetnih spletnih straneh.

S svojim podpisom zagotavljam, da

- je predloženo besedilo rezultat izključno mojega lastnega raziskovalnega dela;
- je predloženo besedilo jezikovno korektno in tehnično pripravljeno v skladu z Navodili za izdelavo zaključnih nalog Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani, kar pomeni, da sem
 - poskrbel, da so dela in mnenja drugih avtorjev oziroma avtoric, ki jih uporabljam v magistrskem delu, citirana oziroma navedena v skladu z Navodili za izdelavo zaključnih nalog Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani, in
 - pridobil vsa dovoljenja za uporabo avtorskih del, ki so v celoti (v pisni ali grafični obliki) uporabljena v tekstu, in sem to v besedilu tudi jasno zapisal;
- se zavedam, da je plagiatstvo – predstavljanje tujih del (v pisni ali grafični obliki) kot mojih lastnih – kaznivo po Kazenskem zakoniku (Ur. l. RS, št. 55/2008 s spremembami);
- se zavedam posledic, ki bi jih na osnovi predloženega magistrskega dela dokazano plagiatstvo lahko predstavljalo za moj status na Ekonomski fakulteti Univerze v Ljubljani v skladu z relevantnim pravilnikom.

V Ljubljani, dne 21.6.2015

Podpis avtorja: Ervin Strmčnik

KAZALO

UVOD	1
1 PREDSTAVITEV OSKRBNNE VERIGE IN PODATKOV	5
1.1 Predstavitev oskrbne verige	5
1.2 Predstavitev podatkov	5
1.2.1 Podatki o odjemu toplote v vročevodnem sistemu in drugih fizikalnih količinah..	6
1.2.2 Podatki zimske in poletne sezone.....	6
1.2.3 Linearna povezanost spremenljivk v zimskem obdobju	8
1.2.4 Tedenski profil odjema toplote.....	11
2 UREJANJE PODATKOV ZIMSKIH SEZON	11
2.1 Delež manjkajočih vrednosti.....	13
2.2 Nadomeščanje manjkajočih vrednosti.....	13
2.3 Linearna povezanost Q in T po nadomestitvi manjkajočih vrednosti	14
2.4 Avtokorelacijska analiza vrednosti odjema toplote Q	15
3 METODOLOGIJA NAPOVEDOVANJA ODJEMA TOPLOTE Q.....	17
3.1 Formulacija problema	17
3.2 Statistične mere za vrednotenje metod napovedovanja	18
3.2.1 Absolutna napaka $e(t)$	18
3.2.2 Relativna napaka $PE(t)$	18
3.2.3 Napaka MSE.....	19
3.2.4 Napaka MAPE.....	19
3.2.5 Napaka MARNE	19
3.3 Theilova U-statistika	20
3.4 Definiranje učne in testne množice podatkov	20
3.5 Ocena kakovosti napovedi	20
3.6 Tehnična izvedba napovedovanja	21
3.6.1 Predstavitev Excelovega reševalnika	21
3.6.2 Predstavitev programskega jezika R	22
4 METODE NAPOVEDOVANJA	23
4.1 Naivna metoda	23

4.2 Enostavna regresija	24
4.3 Multipla regresija	24
4.4 Metoda drsečih sredin	26
4.5 Metoda tehtanih drsečih sredin	26
4.6 Metoda enostavnega eksponentnega glajenja	26
4.7 Holt-Wintersove metode	27
4.7.1 HW-aditivna metoda (AHW)	27
4.7.2 HW-multiplikativna metoda (MHW)	30
4.7.3 Modificirana HW-aditivna metoda (MoHW)	32
4.7.4 Razširjena HW-aditivna metoda (EHW)	33
4.8 ODPRTOKODNA ORODJA ZA NAPOVEDOVANJE	34
4.8.1 Funkcija <i>HoltWinters</i>	34
4.8.2 Funkcija <i>ETS</i>	34
4.9 Pregled obravnavanih metod napovedovanja odjema toplote	35
5 REZULTATI.....	36
5.1 Mesečno napovedovanje.....	37
5.1.1 Mesečno kratkoročno napovedovanje.....	37
5.1.2 Mesečno dolgoročno napovedovanje.....	38
5.1.3 Vpliv sprostitve omejitev parametrov glajenja na vrednosti Theilove U-statistike	41
5.2 Tedensko napovedovanje.....	42
5.2.1 Tedensko kratkoročno napovedovanje.....	42
5.2.2 Tedensko dolgoročno napovedovanje.....	43
5.2.3 Tedensko dolgoročno napovedovanje po obdobjih	45
5.3 Dnevno napovedovanje.....	47
5.3.1 Dnevno kratkoročno napovedovanje	47
5.3.2 Dnevno dolgoročno napovedovanje.....	47
5.3.3 Dnevno dolgoročno napovedovanje po obdobjih	49
5.4 Pregled najprimernejših metod napovedovanja odjema toplote glede na način in nivo napovedovanja	50
SKLEP.....	52
VIRI IN LITERATURA.....	54

PRILOGE

KAZALO SLIK

Slika 1: Struktura količinske prodaje podjetja Energetika Ljubljana v letih 2012 in 2013...	2
Slika 2: Oskrbna veriga podjetja Energetika Ljubljana.....	5
Slika 3: Odjem toplote Q v odvisnosti od temperature ozračja T v zimski in poletni sezoni	6
Slika 4: Odjem toplote Q na dnevni ravni	7
Slika 5: Odjem toplote Q v odvisnosti od sončne sevanosti S	9
Slika 6: Odjem toplote Q v odvisnosti od hitrosti vetra W	9
Slika 7: Odjem toplote Q v odvisnosti od relativne vlažnosti H	10
Slika 8: Tedenski profil odjema toplote Q	11
Slika 9: Odjem toplote Q v posamezni zimski sezoni	12
Slika 10: Shema nadomeščanja manjkajočih vrednosti	14
Slika 11: Linearna povezanost Q in T urejenih podatkov	15
Slika 12: Avtokorelacijska analiza mesečnega odjema toplote.....	16
Slika 13: Grafični vmesnik Excelovega reševalnika	22
Slika 14: Grafični vmesnik programskega jezika R	23
Slika 15: Linearna povezanost spremenljivk na dnevnem nivoju	25
Slika 16: Pogovorno okno "parametri reševalnika" pri uporabi AHW-metode	29
Slika 17: Napaka MARNE pri mesečnem kratkoročnem napovedovanju	38
Slika 18: Napaka MARNE pri mesečnem dolgoročnem napovedovanju	39
Slika 19: Vrednosti Theilove U -statistike pri mesečnem dolgoročnem napovedovanju	40
Slika 20: Vrednosti Theilove U -statistike (učna množica) pri mesečnem dolgoročnem napovedovanju v primeru sprostitve omejitev za parametre glajenja	41
Slika 21: Vrednosti Theilove U -statistike (testna množica) pri mesečnem dolgoročnem napovedovanju v primeru sprostitve omejitev za parametre glajenja	42
Slika 22: Napaka MARNE pri tedenskem kratkoročnem napovedovanju	43
Slika 23: Napaka MARNE pri tedenskem dolgoročnem napovedovanju	44
Slika 24: Vrednosti Theilove U -statistike pri tedenskem dolgoročnem napovedovanju	45
Slika 25: Vrednosti Theilove U -statistike (učna množica) pri tedenskem dolgoročnem napovedovanju po obdobjih	46
Slika 26: Vrednosti Theilove U -statistike (testna množica) pri tedenskem dolgoročnem napovedovanju po obdobjih	46
Slika 27: Napaka MARNE pri dnevnem kratkoročnem napovedovanju	47
Slika 28: Napaka MARNE pri dnevnem dolgoročnem napovedovanju.....	48
Slika 29: Vrednosti Theilove U -statistike pri dnevnem dolgoročnem napovedovanju.....	49
Slika 30: Vrednosti Theilove U -statistike (učna množica) pri tedenskem dolgoročnem napovedovanju po obdobjih	49
Slika 31: Vrednosti Theilove U -statistike (testna množica) pri dnevnem dolgoročnem napovedovanju po obdobjih	50

KAZALO TABEL

Tabela 1: Delež manjkajočih ali neustreznih vrednosti na urnem in dnevnem nivoju	6
Tabela 2: Informacije o podatkih zimskih sezon	8
Tabela 3: Linearna povezanost prihodnjega odjema toplote $Q(t+1)$ in ostalih dejavnikov	10
Tabela 4: Razdelitev podatkov na obdobja	12
Tabela 5: Terminološka pojasnila analize podatkov na treh nivojih.....	13
Tabela 6: Delež manjkajočih vrednosti za posamezne fizikalne veličine.....	13
Tabela 7: Predstavitev razdelitve podatkov pri “Sezonskem” napovedovanju in napovedovanju “Po obdobjih”	18
Tabela 8: Definiranje učne in testne množice podatkov petih zimskih sezon (ZS1, ZS2, ZS3, ZS4, ZS5).....	20
Tabela 9: Prikaz mesečnega napovedovanja AHW-metode	27
Tabela 10: Prikaz mesečnega napovedovanja MHW-metode.....	30
Tabela 11: Prikaz mesečnega napovedovanja MoHW-metode.....	32
Tabela 12: Prikaz mesečnega napovedovanja EHW-metode.....	33
Tabela 13: Nastavitev argumentov funkcije HoltWinters.....	34
Tabela 14: Pregled obravnavanih metod za napovedovanje odjema toplote	35
Tabela 15: Predstavitev skupin rezultatov napovedovanja odjema toplote glede na način in nivo napovedovanja.....	37
Tabela 16: Testna napaka MARNE, mesečno napovedovanje ($s=6$, $F=1$)	38
Tabela 17: Testna napaka MARNE, mesečno napovedovanje ($s=6$, $F=4$)	40
Tabela 18: Testna napaka MARNE, tedensko dolgoročno napovedovanje ($s=26$, $F=18$)..	44
Tabela 19: Izbor najboljših metod napovedovanja na posameznem nivoju.....	51

UVOD

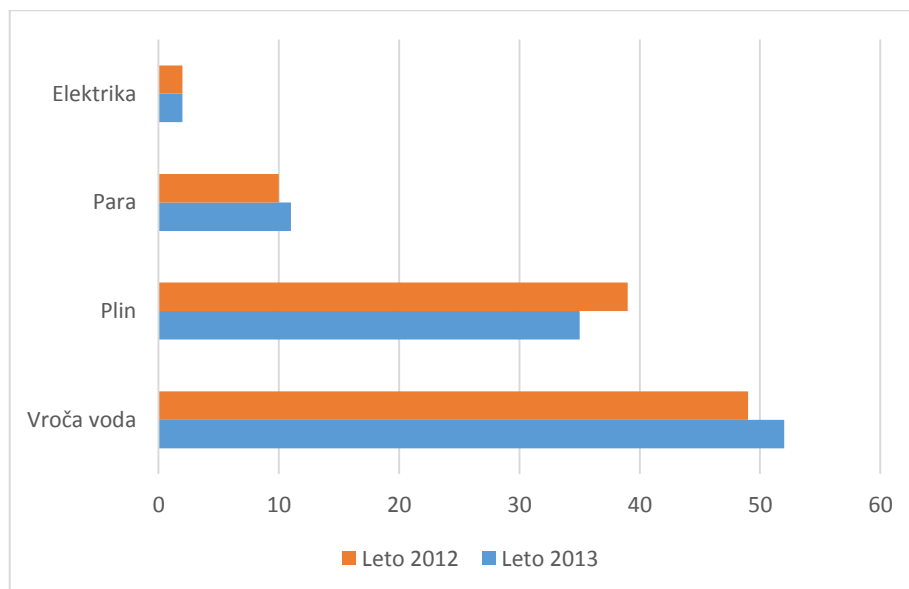
Napovedovanje odjema toplote je zgolj ena izmed aktivnosti, ki bo v prihodnosti doprinesla k učinkovitejši rabi energije in pripomogla k uspešnejšemu usklajevanju dobave in odjema toplote vroče vode v sistemih daljinskega ogrevanja. Pri pregledu literature smo ugotovili, da so se raziskovalci v preteklosti ukvarjali z napovedovanjem najrazličnejših vrst energije. Veliko raziskovalnih aktivnosti je bilo opravljenih na področju napovedovanja električne energije in plina (Soldo, Potočnik, Šimunović, Šarić, & Govekar, 2014), medtem ko so možnosti za napovedovanje odjema toplote še relativno neraziskane. Pomembnost učinkovite rabe energije je prepoznala tudi Evropska unija. V luči učinkovite rabe energije in priprav na oblikovanje energetske unije je EU izdala tri pomembnejše dokumente. To so strategija *Evropa 2020*, poročilo *Power Perspectives 2030* in priročnik *Roadmap 2050*.

Pri raziskovanju možnosti za napovedovanje odjema toplote vroče vode smo se posvetili tako statičnim kot dinamičnim metodam. Ena izmed najenostavnejših in najpogostejše uporabljenih metod napovedovanja je metoda naivnega napovedovanja. Metodo odlikujejo majhna kompleksnost in nizki stroški implementacije metode. Metoda običajno služi kot referenčna metoda, katere napovedi primerjamo z napovedmi drugih metod in tako ugotavljamo, kako kakovostne so ostale metode glede na metodo naivnega napovedovanja. V tuji literaturi najdemo za to metodo različna poimenovanja, kot na primer "*Naive method*" ali celo "*Random walk model*". Med kompleksnejše metode sodita enostavna regresijska analiza in multipla regresija, ki temelji na povezanosti spremenljivk in poznavanju problematike napovedovanja ter identifikaciji najpomembnejših zunanjih parametrov. Kot ugotavlja Dotzauer (2002), na odjem toplote v določenem časovnem trenutku v največji meri vpliva trenutna temperatura ozračja v taistem časovnem trenutku. Tako imenovana metoda multiple regresije je zelo uporabna pri napovedovanju fizikalnih količin kot so odjem toplote, plina (Potočnik, Soldo, Šimunović, Šarić, Jeromen, & Govekar, 2014), elektrike, ki so v veliki meri odvisni od zunanjih dejavnikov (Kwak, Seo, Jang, & Huh, 2013), kot so na primer temperatura ozračja, sončna sevanost (Soldo et al., 2014), veter (Aalborg Nielsen & Madsen, 2006). S tovrstnim pristopom so možnosti napovedovanja odjema toplote opisali že Strmčnik, Potočnik, Govekar (2015) na osnovi predhodnih raziskav, ki so obširneje opisane v magistrskem delu (Strmčnik, 2014). Metoda drsečih sredin se je začela uporabljati v začetku 20. stoletja, prvič pa jo je podrobneje opisal Willford I. King (1912). V ekonomiji se še vedno uporablja za napovedovanje trendov in obvladovanje finančnih tveganj. Ugotovitev, da v nekaterih primerih vsi elementi časovne vrste niso enako pomembni za napovedovanje, je bila ključna za razvoj metode uravnoteženih drsečih sredin. Metode eksponentnega glajenja so se začele razvijati po letu 1950, ko je eno izmed prvih pionirskih del na tematiko eksponentnega glajenja objavil Brown (1956). Na tem mestu želimo poudariti, da sta si metoda drsečih sredin in metoda enostavnega eksponentnega glajenja zelo podobni. Razlikujeta se v tem, da metoda enostavnega eksponentnega glajenja upošteva vse pretekle podatke časovne vrste, medtem ko metoda drsečih sredin pri napovedovanju upošteva zgolj nekaj preteklih podatkov. Metoda enostavnega eksponentnega glajenja zahteva zgolj en parameter glajenja in temelji

na predpostavki, da napovedi ne odstopajo od povprečja preteklih vrednosti časovne vrste. Sočasno sta se z eksponentnim glajenjem ukvarjala Holt (1957) in Winters (1960), ki sta metodo enostavnega eksponentnega glajenja razširila na druge metode, kot jih poznamo še danes in jih imenujemo prav po njima. Po njuni zaslugi se je metoda enostavnega eksponentnega glajenja z enim parametrom razvila v metode glajenja z dvema oz. tremi parametri glajenja. Metoda z dvema parametroma glajenja nam omogoča napovedovanje vrednosti na osnovi časovne vrste s prisotnim trendom. V primeru upoštevanja treh parametrov glajenja pa metoda poleg trenda upošteva tudi sezonskost. Na osnovi raziskav metod eksponentnega glajenja z več parametri so bile razvite številne različice Holt-Wintersove metode, ki so podrobneje predstavljene v raziskavi ameriškega profesorja Gardnerja (2005). V zadnjih letih opazamo dramatične spremembe v razvoju računalniške in informacijske tehnologije, kar pozitivno vpliva na možnosti uporabe kompleksnejših numeričnih izračunov. Napovedovanje odjema toplote je le eno izmed številnih področij napovedovanja. Poznavanje problematike področja napovedovanja je nujno za doseganje kakovostnih napovedi. Dejstvo je, da je pristop k napovedovanju na različnih področjih vselej zelo podoben, ne glede na problematiko napovedovanja. Naj si bo to napovedovanje cen električne energije (Weron & Misiorek, 2008) ali napovedovanje nočitev gostov v turizmu (Ferbar Tratar, 2014).

Slovensko energetska mrežo sestavljajo številna energetska podjetja, od katerih je zagotovo eno izmed najpomembnejših podjetje Energetika Ljubljana, ki je v slovenski prestolnici glavni dobavitelj toplote vroče vode. Podjetje Energetika Ljubljana oskrbuje odjemalce tudi z drugimi oblikami energije, kot so plin, para in elektrika. V strukturi količinske prodaje zavzema toplota vroče vode največji delež, ki se giblje okoli 50 % celotne prodaje. Če primerjamo strukturo količinske prodaje podjetja v letih 2012 (Energetika Ljubljana, 2013) in 2013 (Energetika Ljubljana, 2014), lahko iz grafa na sliki 1 opazimo, da je prišlo v letu 2013 do 3 % povišanja prodaje, medtem ko se je prodaja plina zaradi večje konkurence na trgu zmanjšala za 4 %. Vse to so argumenti, ki odgovarjajo na vprašanje, zakaj smo pri raziskavah v okviru magistrskega dela izbrali ravno Energetiko Ljubljana.

Slika 1: Struktura količinske prodaje podjetja Energetika Ljubljana v letih 2012 in 2013



Vir: Energetika Ljubljana, 2013, Letno poročilo 2012. Energetika Ljubljana, 2014, Letno poročilo 2013.

Namen magistrskega dela je bila raziskava metod za napovedovanje odjema toplote. Želeli smo določiti najprimernejše metode za napovedovanje odjema toplote na treh različnih nivojih (mesečnem, tedenskem in dnevnem). V magistrskem delu smo skušali čim bolj temeljito raziskati uporabnost statičnih in dinamičnih metod za napovedovanje odjema toplote iz distribucijskega omrežja. Preverili smo številne metode, pri čemer smo se posebej osredotočili na metode multiple regresije in Holt-Wintersove metode. Napovedovanje odjema smo obravnavali na treh nivojih: dnevnem, tedenskem in mesečnem. V okviru raziskovalnih aktivnosti magistrskega dela smo si postavili sledeče cilje:

- Predstavitev in analiza statičnih ter dinamičnih metod za napovedovanje odjema toplote vroče vode.
- Raziskava možnosti uporabe metod za napovedovanje povprečnega mesečnega, tedenskega in dnevnega odjema.
- Predstavitev statističnih mer za vrednotenje kakovosti napovedovanja posameznih metod.
- Analiza in primerjava rezultatov.
- Izbira najboljše metode za napovedovanje odjema toplote vroče vode na posameznem nivoju napovedovanja.

Z navedenimi cilji smo skušali določiti najprimernejšo metodo za napovedovanje odjema toplote na treh različnih nivojih (mesečnem, tedenskem in dnevnem) in potrditi sledeči hipotezi:

- 1.) Družina Holt-Wintersovih metod je najprimernejša skupina metod za napovedovanje mesečnega odjema toplote iz vročevodnega sistema.

- 2.) Multipla regresija je najprimernejša metoda za napovedovanje tedenskega in dnevnega odjema toplote, saj poleg avtoregresijskih elementov upošteva tudi vpliv zunanjih dejavnikov (temperaturo ozračja).

Po skrbnem pregledu literature smo definirali metodološki okvir magistrskega dela in dve hipotezi. Pri raziskovanju smo uporabili podatke Energetike Ljubljana o odjemu toplote vroče vode na dnevnem nivoju v obdobju od septembra 2008 do februarja 2013. Podatke smo skrbno analizirali in jih na osnovi postavljenega metodološkega okvirja ločili na zimske in poletne sezone ter jih ustrezno uredili v posamezne skupine glede na nivo napovedovanja (mesečne, tedenske in dnevne napovedi). Po ureditvi podatkov smo analizirali širok spekter metod za napovedovanje odjema toplote v vročevodnem sistemu. Najpreprostejša metoda za napovedovanje, ki smo jo izbrali kot referenčno metodo, je bila metoda naivnega napovedovanja. Na osnovi ugotovitve o močni linearni povezanosti med toploto in temperaturo ozračja smo analizirali metodo enostavne regresije. Ker smo imeli podatke tudi o ostalih zunanjih dejavnikih, smo uporabili tudi metodo multiple regresije. Nadaljnje raziskave so nas privedle do metod drsečih in tehtanih drsečih sredin ter enostavnega eksponentnega glajenja. Veliko časa smo posvetili Holt-Wintersovi metodi in njenim izpeljankam. Napovedi smo izvedli tudi z nekaterimi funkcijami programskega jezika R. Kakovost napovedi posameznih metod smo ocenili z različnimi statističnimi merami za vrednotenje kakovosti napovedi in na podlagi njihovih rezultatov izbrali najprimernejše metode za napovedovanje odjema toplote na mesečnem, tedenskem in dnevnem nivoju. Pri delu smo uporabili programska paketa Microsoft Excel in SPSS ter programska jezika R in Matlab.

Magistrsko delo vsebuje pet poglavij. V uvodnem poglavju je opisana problematika in kritičen pregled literature. Sledijo cilji in hipotezi, ki smo si jih postavili v okviru magistrskega dela. V prvem poglavju je predstavljena oskrbna veriga podjetja Energetika Ljubljana in pridobljeni podatki. Drugo poglavje je namenjeno predstavitvi urejenih podatkov, ki smo jih uporabili pri raziskovalnih aktivnostih napovedovanja odjema toplote. Metodološki okvir je opisan v tretjem poglavju in vsebuje metodološka pojasnila za napovedovanje in izbiro najprimernejših metod za napovedovanje odjema toplote. Četrto poglavje je namenjeno opisu metod napovedovanj. Prva opisana metoda je metoda naivnega napovedovanja. Sledijo ji enostavna regresija, multipla regresija, metode drsečih in tehtanih drsečih sredin, metode enostavnega eksponentnega glajenja ter Holt-Wintersove metode. Na koncu poglavja o metodah napovedovanja je narejen tudi pregled vseh obravnavanih metod napovedovanja z dodatnimi pojasnili k posameznim metodam. V petem poglavju so zbrani najpomembnejši rezultati, ki smo jih dobili pri raziskovanju. Nazornejša predstavitev najprimernejših metod je predstavljena v zaključku poglavja. V sklepnem poglavju so predstavljene ključne ugotovitve in doprinos magistrskega dela, kakor tudi izhodišča za nadaljnje raziskovalno delo. Viri in literatura ter priloge so navedene na koncu magistrskega dela.

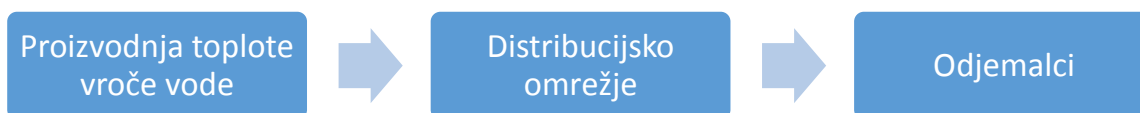
1 PREDSTAVITEV OSKRBNNE VERIGE IN PODATKOV

Podjetje Energetika Ljubljana uvrščamo v skupino najpomembnejših energetske podjetij v Sloveniji. Kljub enostavni oskrbni verigi je podjetje izpostavljeno enormni količini informacij. V tem poglavju se bomo poleg predstavitve oskrbne verige posvetili tudi predstavitvi podatkov, ki smo jih uporabili v sklopu raziskovalnih aktivnosti v okviru magistrskega dela.

1.1 Predstavitev oskrbne verige

Oskrbno verigo podjetja Energetika Ljubljana predstavljajo trije ključni elementi. To so proizvodnja toplote vroče vode, distribucijsko omrežje in odjemalci, kot je prikazano na sliki 2. Gre za enostavno linearno verigo s popolnim nadzorom podjetja nad vsemi procesi od proizvodnje energije do distribucije toplote vroče vode odjemalcem.

Slika 2: Oskrbna veriga podjetja Energetika Ljubljana



Večino toplote (okoli 90 %) se proizvede v Termoelektrarni Toplarni Ljubljana. V tem primeru gre za izkoriščanje energije premoga. V hladnejših obdobjih se toplota vroče vode proizvede tudi v Toplarni Šiška, kjer se kot gorivo uporabi zemeljski plin. Vročevodno distribucijsko omrežje Energetike Ljubljana tvori 3979 toplotnih postaj in več kot 260 kilometrov cevi, kar je razvidno iz letnega poročila Energetike Ljubljana (2013). Zadnji člen oskrbne verige predstavljajo odjemalci. Toploto v večini primerov porabijo za ogrevanje prostorov, v nekaterih primerih tudi za pripravo sanitarne vode. V sklenjenih pogodbah med odjemalci in Energetiko Ljubljana je jasno navedeno, kakšne so minimalne fizikalne zahteve dovedene toplote vroče vode. Proizvodnja toplote vroče vode mora biti načrtovana vnaprej tako, da podjetje vsakemu odjemalcu dovede vročo vodo z minimalno temperaturo 70 °C.

1.2 Predstavitev podatkov

Pri raziskovalnem delu smo uporabili podatke o odjemu toplote in drugih fizikalnih veličinah, ki so bili pridobljeni v obdobju od 2008 do 2013 v podjetju Energetika Ljubljana. Pridobili smo podatke o odjemu toplote vroče vode, temperaturi ozračja, sončni sevanosti, hitrosti vetra in relativni vlažnosti. Meritve so zajemale dnevne vrednosti zgoraj navedenih fizikalnih količin. Na osnovi analiz podatkov smo podatke ločili na dve skupini.

Prvo skupino podatkov so predstavljale vrednosti fizikalnih količin v poletni sezoni, drugo pa vrednosti v zimski sezoni. Glede na vrednosti odjema toplote je bila veliko bolj dinamična in za napovedovanje bolj zanimiva zimska sezona, zato podatkov o poletni sezoni niti nismo uporabili.

1.2.1 Podatki o odjemu toplote v vročevodnem sistemu in drugih fizikalnih količinah

Zbirko podatkov, ki smo jih prejeli s strani podjetja Energetika Ljubljana, so predstavljale meritve na urnem nivoju v obdobju od septembra 2008 do oktobra 2013. Pridobili smo podatke o proizvedeni toploti Q , temperaturi ozračja T , sončni sevanosti S , hitrosti vetra W in relativni vlažnosti H . Ker so bile meritve izvedene na urni ločljivosti (vsako uro), smo imeli opravka z okoli 40.000 elementi znotraj vsake časovne vrste. Za potrebe nadaljnjih raziskav smo podatke agregirali in jih tako s povprečenjem prevedli na dnevni nivo. S tem smo dobili pet novih časovnih vrst s 1614 elementi. Pri urejanju podatkov smo imeli opravka tudi z manjkajočimi ali neustreznimi vrednostmi. Kot lahko vidimo iz tabele 1, je bil njihov delež zanemarljivo majhen.

Tabela 1: Delež manjkajočih ali neustreznih vrednosti na urnem in dnevnem nivoju

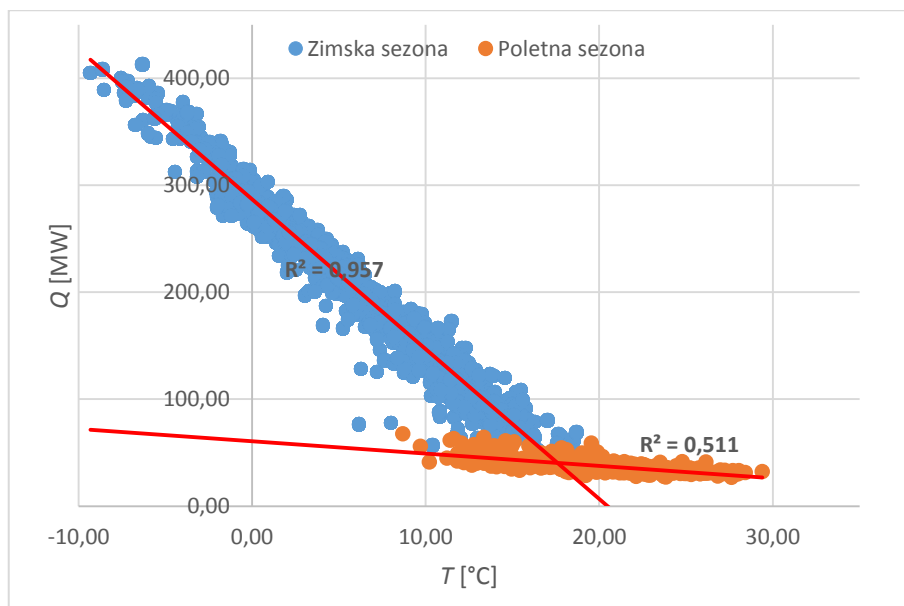
	T [%]	Q [%]	S [%]	W [%]	H [%]
Urni nivo	1,2	2,9	0,8	0,4	1,2
Dnevni nivo	2,2	5,2	2,0	0,9	2,2

Kot je opisano v poglavju “Formulacija problema”, smo pri analizi napovedi odjema toplote z različnimi metodami privzeli, da je bil dejanski odjem toplote enak proizvodnji toplote. Pri raziskavah smo uporabljali večinoma podatke o odjemu toplote vroče vode. Pri multipli regresiji smo uporabili podatke vseh zgoraj opisanih veličin.

1.2.2 Podatki zimske in poletne sezone

Pri opazovanju vrednosti odjema toplote Q v odvisnosti od temperature ozračja T smo razbrali dva linearna trenda. Prvega so predstavljale vrednosti odjema toplote v toplejšem obdobju leta in drugega odjem toplote v hladnejšem obdobju leta. Analize podatkov so pokazale, da je bilo podatke odjema toplote smiselno razdeliti na dve skupini. Prvo skupino so predstavljali podatki poletnih sezon, drugo pa podatki zimskih sezon. Ugotovili smo, da sprememba temperature v poletni sezoni ni vplivala na odjem toplote v takšni meri kot v zimski sezoni, kar vidimo na grafu na sliki 3, če primerjamo naklon obeh premic. Iz omenjenega grafa vidimo tudi, da ni jasne meje med poletnimi in zimskimi sezonami.

Slika 3: Odjem toplote Q v odvisnosti od temperature ozračja T v zimski in poletni sezoni



Za skupino podatkov poletnih sezon je bilo značilno, da se vrednosti odjema toplote niso veliko spreminjale. Ker so se vrednosti gibale znotraj ozkega intervala zaloge vrednosti, nismo videli izziva v napovedovanju odjema v poletni sezoni. Kot je prikazano na sliki 4, so bile dnevne vrednosti odjema toplote v zimskih sezonah veliko bolj dinamične in v primerjavi s poletnimi sezonami veliko bolj zanimive za napovedovanje.

Iz tabele 2 je razvidno, da prvi in zadnji ogrevalni dan nista bila enaka pri vseh zimskih sezonah, kakor tudi ne trajanje ogrevalne sezone. Najdaljša opazovana ogrevalna sezona je trajala 237 dni (zimski sezona 2010/2011), medtem ko smo imeli najmanj podatkov o zimski sezoni 2012/2013:

Slika 4: Odjem toplote Q na dnevni ravni

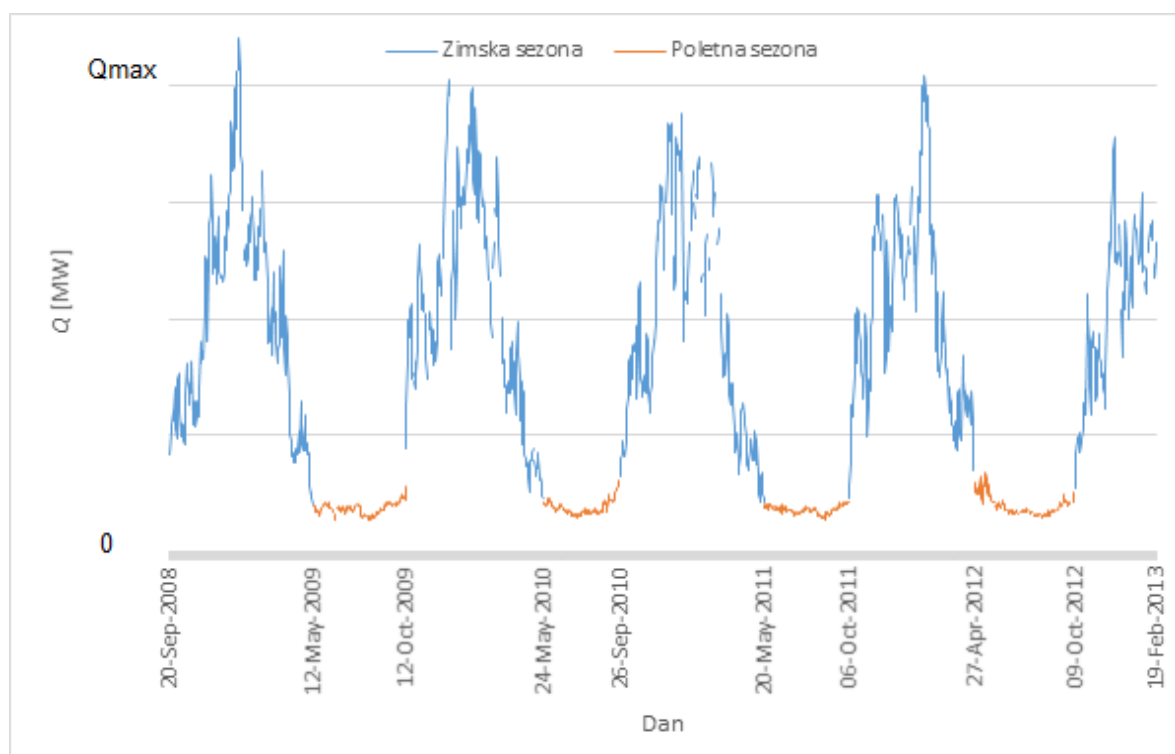


Tabela 2: Informacije o podatkih zimskih sezon

Zimska sezona	Obdobje	Trajanje [v dnevih]
1. zimska sezona	20. september 2008-12. maj 2009	235
2. zimska sezona	12. oktober 2009-24. maj 2010	225
3. zimska sezona	26. september 2010-20. maj 2011	237
4. zimska sezona	6. oktober 2011-27. april 2012	205
5. zimska sezona	9. oktober 2012-19. februar 2013	134

1.2.3 Linearna povezanost spremenljivk v zimskem obdobju

Izrazito linearno odvisnost, ki smo jo opazili pri odvisnosti odjema toplote v zimski sezoni, smo želeli tudi kvantitativno ovrednotiti. To smo izvedli z izračunom korelacijskega koeficienta med odjemom toplote Q in temperaturo ozračja T . Vrednost korelacijskega koeficienta smo izračunali po sledeči formuli:

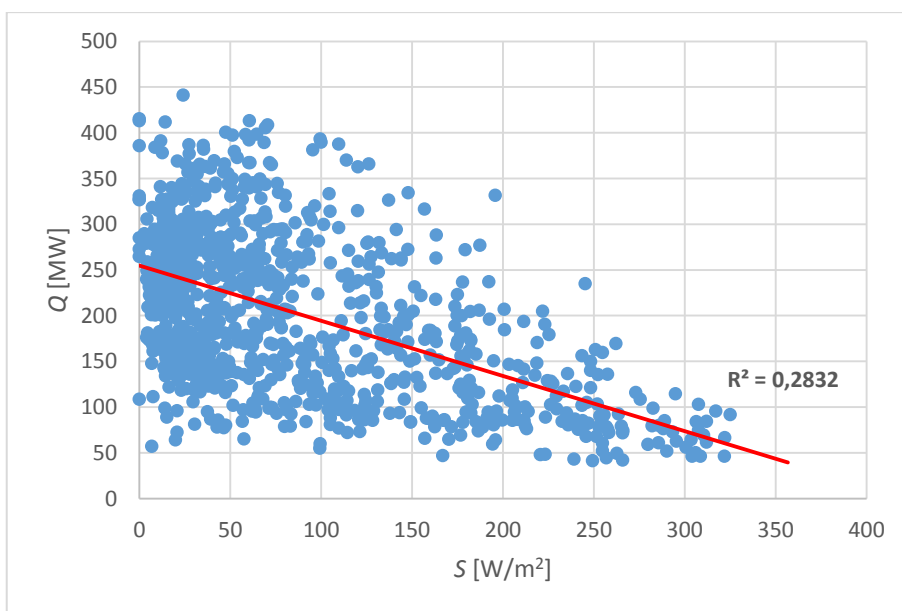
$$R_{xy} = \frac{Cov_{xy}}{S_x S_y} \quad (1)$$

pri čemer Cov_{xy} označuje merilo povezanosti dveh naključnih spremenljivk (v našem primeru Q in T), S_x in S_y pa standardna odklona posameznih spremenljivk. Korelacijski koeficient izraža linearno povezanost dveh spremenljivk in lahko zavzame vrednosti od -1 do 1 . Kadar je vrednost korelacijskega koeficienta blizu -1 , govorimo o močni negativni linearni povezanosti. Nasprotno velja, kadar je vrednost blizu 1 . Takrat imamo opravka z močno pozitivno linearno povezanostjo spremenljivk. Absolutna vrednost korelacijskega koeficienta blizu nič nam pove, da med spremenljivkama ne obstaja nobene linearne povezanosti.

Vrednost izračunanega korelacijskega koeficienta med odjemom toplote in temperaturo ozračja v zimski sezoni je znašala $-0,978$, kar je pomenilo močno negativno linearno povezanost med spremenljivkama. Negativen predznak pomeni, da se odjem toplote pri povišanju temperature zmanjšuje. Velja tudi obratna relacija. Kadar zimski dnevi postajajo hladnejši, se odjem toplote povečuje. Na osnovi visoke absolutne vrednosti korelacijskega koeficienta (vrednost blizu 1) lahko sklepamo, da pri napovedovanju odjema toplote Q v zimski sezoni uspemo pojasniti večji del variabilnosti odjema Q z odvisnostjo od temperature ozračja T .

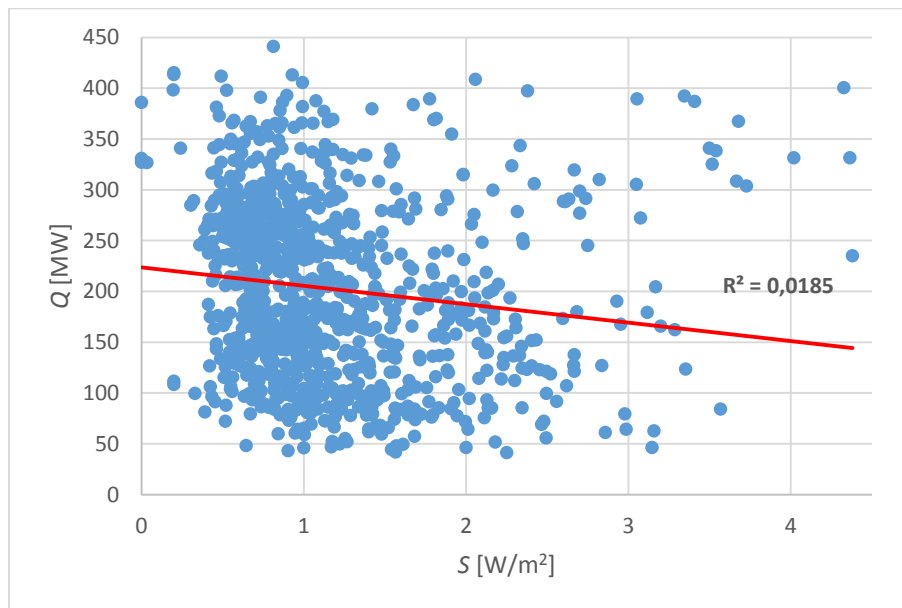
Preverili smo tudi vrednosti nekaterih ostalih korelacijskih koeficientov. V nadaljevanju bomo predstavili linearno povezanost odjema toplote z ostalimi fizikalnimi količinami (sončno sevanostjo S , hitrostjo vetra W in relativno vlažnostjo H). Na podlagi izračunov smo ugotovili, da sta odjem toplote in sončna sevanost srednje močno povezani, kajti njun korelacijski koeficient je znašal $R = -0,532$. Negativna linearna povezanost je bila pričakovana, kajti odjem toplote je pričakovano manjši pri večji sončni sevanosti (slika 5).

Slika 5: Odjem toplote Q v odvisnosti od sončne sevanosti S



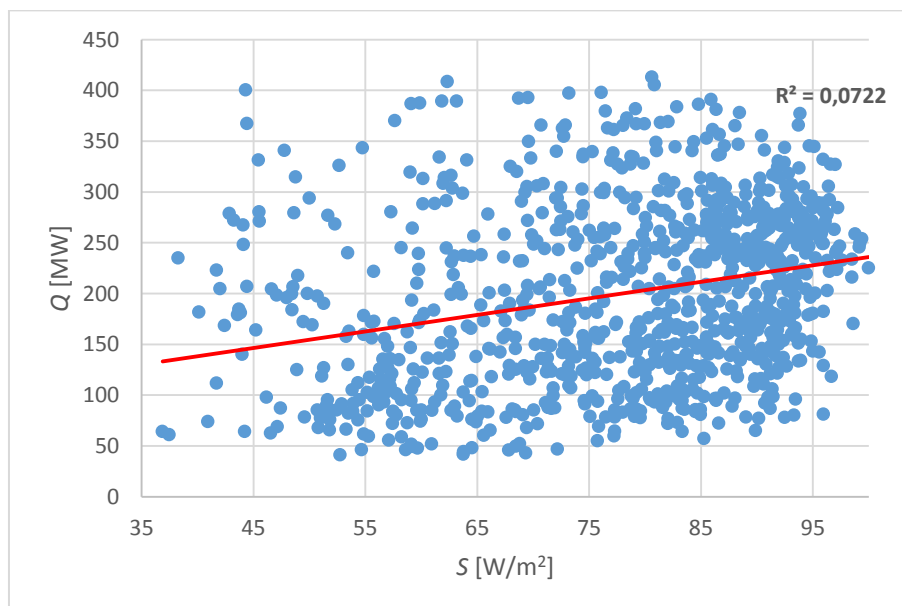
Negativno linearno povezanost smo odkrili tudi pri izračunu korelacijskega koeficienta med odjemom toplote in hitrostjo vetra (slika 6). Vrednost korelacijskega koeficienta je znašala zgolj $R = -0,136$, kar izkazuje majhen vpliv hitrosti vetra na odjem toplote.

Slika 6: Odjem toplote Q v odvisnosti od hitrosti vetra W



Prav tako zelo majhen vpliv na odjem toplote smo odkrili pri analizi linearne povezanosti med odjemom toplote in relativno vlažnostjo (slika 7). Korelacijski koeficient je znašal $R=0,269$, kar s statističnega vidika predstavlja relativno šibko linearno povezanost.

Slika 7: Odjem toplote Q v odvisnosti od relativne vlažnosti H



Rezultate analiz linearne povezanosti odjema toplote z drugimi spremenljivkami in izbranimi zamaknjenimi časovnimi vrstami želimo predstaviti na osnovi izračunov vrednosti korelacijskih koeficientov, ki so zbrani v tabeli 3. Ugotovili smo, da je prihodnji odjem toplote najbolj odvisen od napovedanih zunanjih temperatur in preteklega odjema toplote, sledijo sončna sevanost in relativna vlažnost ter vpliv hitrosti vetra.

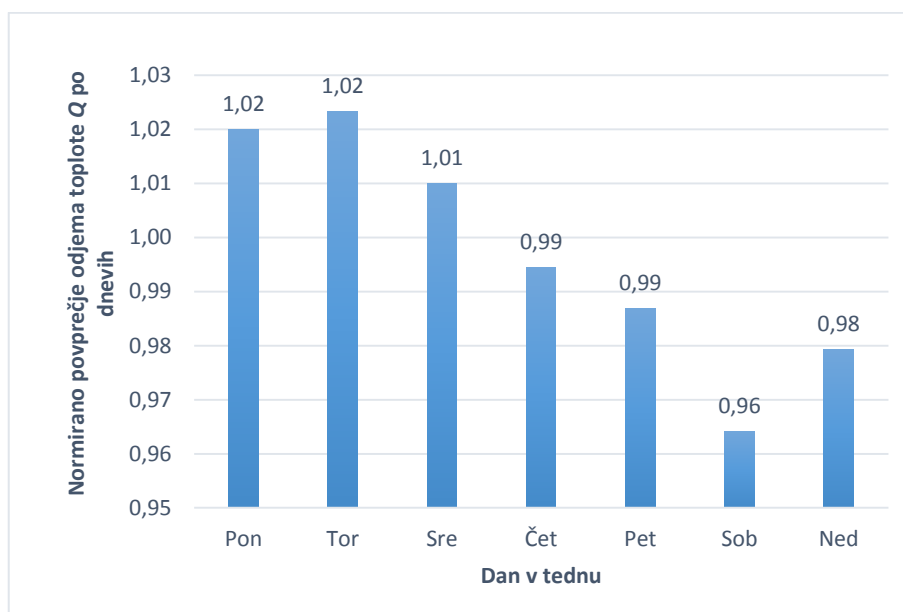
Tabela 3: Linearna povezanost prihodnjega odjema toplote $Q(t+1)$ in ostalih dejavnikov

	$T(t+1)$	$T(t)$	$T(t-1)$	$Q(t)$	$Q(t-1)$	$S(t+1)$	$S(t)$	$W(t+1)$	$H(t+1)$
$Q(t+1)$	-0,98	-0,95	-0,90	0,97	0,93	-0,53	-0,54	-0,10	0,26

1.2.4 Tedenski profil odjema toplote

Pri analizi prvotnih podatkov smo ugotovili, da se odjem toplote razlikuje po dnevih, kar je posledica obnašanja družbe in posebnosti določenih dni. Ugotovili smo, da je odjem toplote večji sredi tedna, medtem ko je nekoliko manjši ob koncu tedna in še posebej izrazito majhen v soboto, kot je prikazano na grafu (slika 8). Vzrok za povečan odjem sredi tedna se skriva v večji aktivnosti prebivalstva in industrije sredi tedna.

Slika 8: Tedenski profil odjema toplote Q



2 UREJANJE PODATKOV ZIMSKIH SEZON

V magistrskem delu smo analizirali pridobljene podatke od leta 2008 do 2013. Pri napovedovanju odjema toplote Q smo uporabili zgolj podatke o odjemu toplote v zimskih sezonah. Te so veliko bolj dinamične in pomembne za stroškovno optimizacijo podjetja kot poletne sezone. Zimske sezone smo označili na sledeč način:

- ZS1 (2008/2009)
- ZS2 (2009/2010)
- ZS3 (2010/2011)
- ZS4 (2011/2012)
- ZS5 (2012/2013)

Na osnovi pridobljenih podatkov smo se odločili, da vsako sezono razdelimo na 6 enakih obdobj (v nadaljevanju OBD):

- OBD1 (16. oktober-15. november)
- OBD2 (16. november-15. december)
- OBD3 (16. december-15. januar)
- OBD4 (16. januar-15. februar)
- OBD5 (16. februar-15. marec)
- OBD6 (16. marec-15. april z izjemo v ZS4*)

Podrobna razdelitev podatkov je predstavljena v tabeli 4. Prvo obdobje OBD1 v prvi zimski sezoni ZS1 predstavljajo podatki o odjemu toplote od 16. oktobra 2008 do 15. novembra 2008, medtem ko podatke zadnjega obdobja OBD6 v prvi zimski sezoni ZS1 predstavljajo podatki o odjemu toplote od 16. marca 2009 do 15. aprila 2009.

Tabela 4: Razdelitev podatkov na obdobja

	ZS1	ZS2	ZS3	ZS4	ZS5
OBD1	16. 10.-15. 11. 2008	16. 10.-15. 11. 2009	16. 10.-15. 11. 2010	16. 10.-15. 11. 2011	16. 10.-15. 11. 2012
OBD2	16. 11.-15. 12. 2008	16. 11.-15. 12. 2009	16. 11.-15. 12. 2010	16. 11.-15. 12. 2011	16. 11.-15. 12. 2012
OBD3	16. 12.-15. 1. 2009	16. 12.-15. 1. 2010	16. 12.-15. 1. 2011	16. 12.-15. 1. 2012	16. 12.-15. 1. 2013
OBD4	16. 1.-15. 2. 2009	16. 1.-15. 2. 2010	16. 1.-15. 2. 2011	16. 1.-15. 2. 2012	16. 1.-15. 2. 2013
OBD5	16. 2.-15. 3. 2009	16. 2.-15. 3. 2010	16. 2.-15. 3. 2011	16. 2.-14. 3. 2012	/
OBD6	16. 3.-15. 4. 2009	16. 3.-15. 4. 2010	16. 3.-15. 4. 2011	15. 3.-14. 4. 2012*	/

V tabeli 4 izstopa celica ZS4/OBD6, iz katere je razvidno, da se je v 4. zimski sezoni (ZS4) šesto obdobje (OBD6) končalo 14. aprila 2012. V letih 2009, 2010 in 2011 je imel mesec februar 28 dni, medtem ko je bilo leto 2012 prestopno leto, kar pomeni, da je imel februar v tem primeru 29 dni. Ker smo želeli zagotoviti enako dolga obdobja za posamezne mesece v posameznih letih, smo zato OBD6 v ZS4 skrajšali za en dan. Vse sezone so se začele 16. oktobra in končale 15. aprila (oz. 14. aprila v letu 2012, ki je bilo prestopno leto). Grafični prikaz odjema toplote na dnevnem nivoju v posamezni sezoni je prikazan na sliki 9.

V grafu (slika 9) lahko opazimo številne fluktuacije odjema toplote. V vseh zimskih sezonah je največji odjem toplote sredi zimske sezone in manjši na začetku ter koncu vsake zimske sezone. V magistrskem delu smo analizirali podatke na dnevnem, tedenskem in mesečnem nivoju, kar pomeni, da smo pri izračunih napovedi uporabili dnevna, tedenska in mesečna povprečja posameznih fizikalnih količin (npr. Q ali T), kot je prikazano v tabeli 5.

Slika 9: Odjem toplote Q v posamezni zimski sezoni

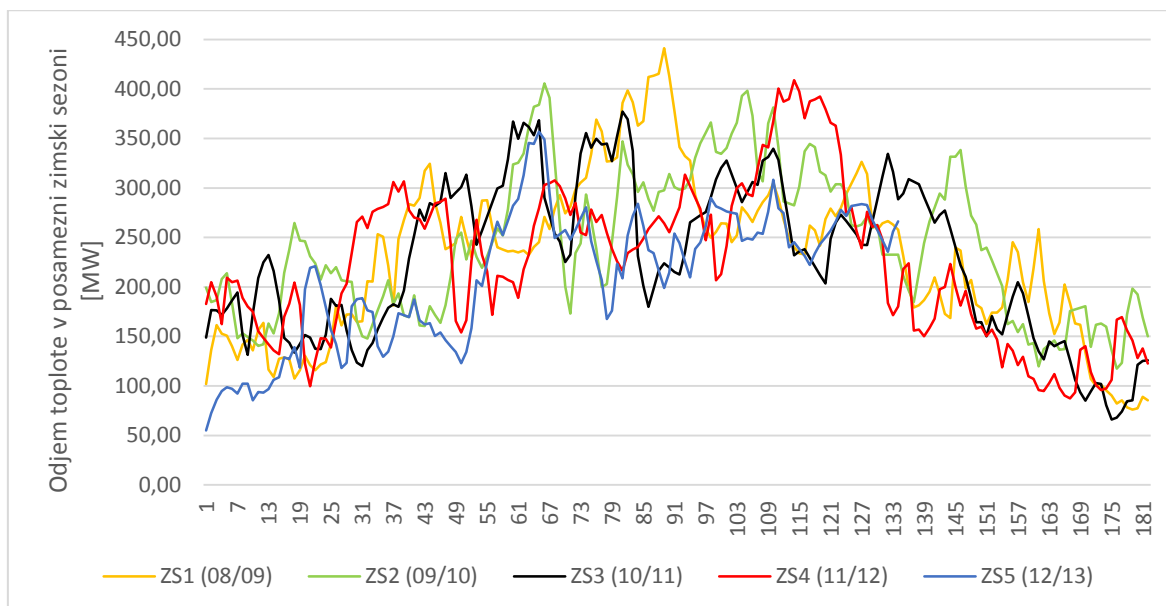


Tabela 5: Terminološka pojasnila analize podatkov na treh nivojih

Obravnavan nivo	Obravnavana enota
Dnevni nivo	Dnevno povprečje
Tedenski nivo	Tedensko povprečje
Mesečni nivo	Mesečno povprečje

2.1 Delež manjkajočih vrednosti

Pri analizi podatkov zimske sezone smo ugotovili prisotnost manjkajočih vrednosti (tabela 6). V povprečju je bilo največ manjkajočih podatkov prisotnih pri meritvah odjema toplote Q in temperature ozračja T . Manj kot 1 % manjkajočih vrednosti smo zabeležili pri meritvah sončne sevanosti S , hitrosti vetra W in relativni vlažnosti H .

Tabela 6: Delež manjkajočih vrednosti za posamezne fizikalne veličine

	Q	T	S	W	H
ZS1	1,3	5,1	0,4	0,0	6,8
ZS2	8,0	1,3	1,8	0,0	1,3
ZS3	11,8	0,4	1,3	0,0	0,4
ZS4	2,4	0,0	0,0	0,0	0,0
ZS5	6,0	2,2	0,7	0,7	0,7
Povprečje	5,9	1,8	0,84	0,14	1,84

2.2 Nadomeščanje manjkajočih vrednosti

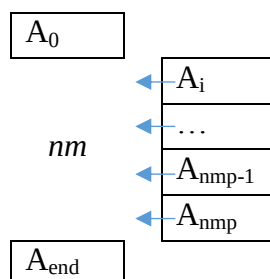
Za nadomestitev manjkajočih vrednosti smo se odločili zato, da bi se izognili kasnejšim problemom pri tehnični izvedbi napovedovanja z drsečimi sredinami in eksponentnim glajenjem. Manjkajoče vrednosti posameznih časovnih vrst smo nadomestili z vrednostmi,

ki smo jih dobili z linearno interpolacijo s pomočjo sosednjih vrednosti. Manjkajoče vrednosti smo izračunali po sledeči formuli:

$$A_i = A_0 + (A_{end} - A_0) \frac{i}{nm + 1}, \quad (2)$$

pri čemer je bila A_i oznaka za manjkajočo vrednost, kateri smo želeli pripisati interpolirano vrednost, A_0 oznaka za prvo predhodno znano vrednost, A_{end} oznaka za prvo naslednjo znano vrednost in nm oznaka za število zaporednih manjkajočih podatkov. Za lažjo predstavitev izračunavanja in nadomeščanja manjkajočih vrednosti želimo predstaviti shemo nadomeščanja manjkajočih vrednosti, kar je prikazano na sliki 10:

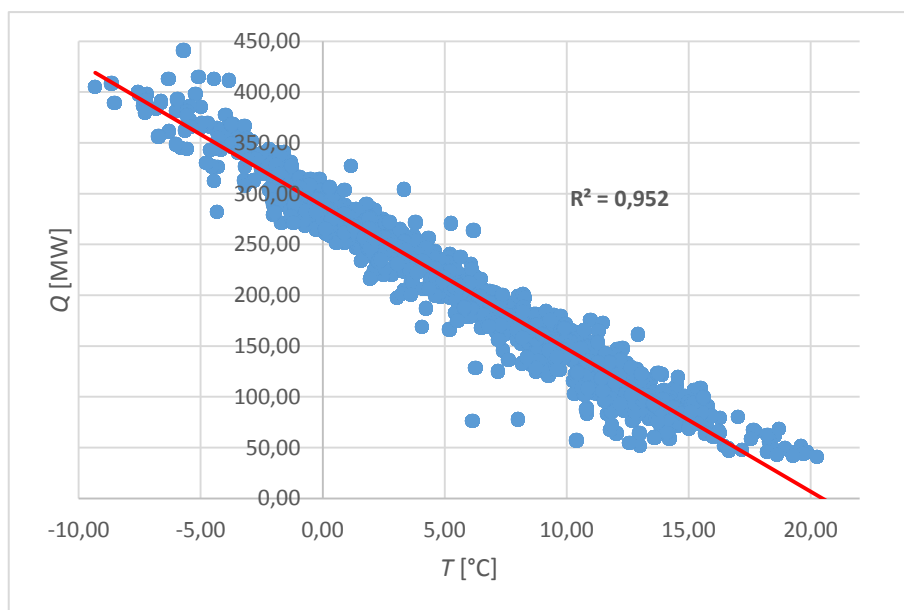
Slika 10: Shema nadomeščanja manjkajočih vrednosti.



2.3 Linearna povezanost Q in T po nadomestitvi manjkajočih vrednosti

Manjkajoče vrednosti so bile prisotne tako pri meritvah odjema toplote Q kot tudi pri meritvah temperature ozračja T . Če izhajamo iz grafa na sliki 3 in ga primerjamo z grafom na sliki 11, opazimo, da se je vrednost korelacijskega koeficienta po nadomestitvi manjkajočih vrednosti z interpoliranimi vrednosti relativno malo spremenila. Pred nadomestitvijo manjkajočih vrednosti je vrednost korelacijskega koeficienta znašala $R = 0,957$, po nadomestitvi pa je bil korelacijski koeficient $R = 0,952$.

Slika 11: Linearna povezanost Q in T urejenih podatkov



2.4 Avtokorelacijska analiza vrednosti odjema toplote Q

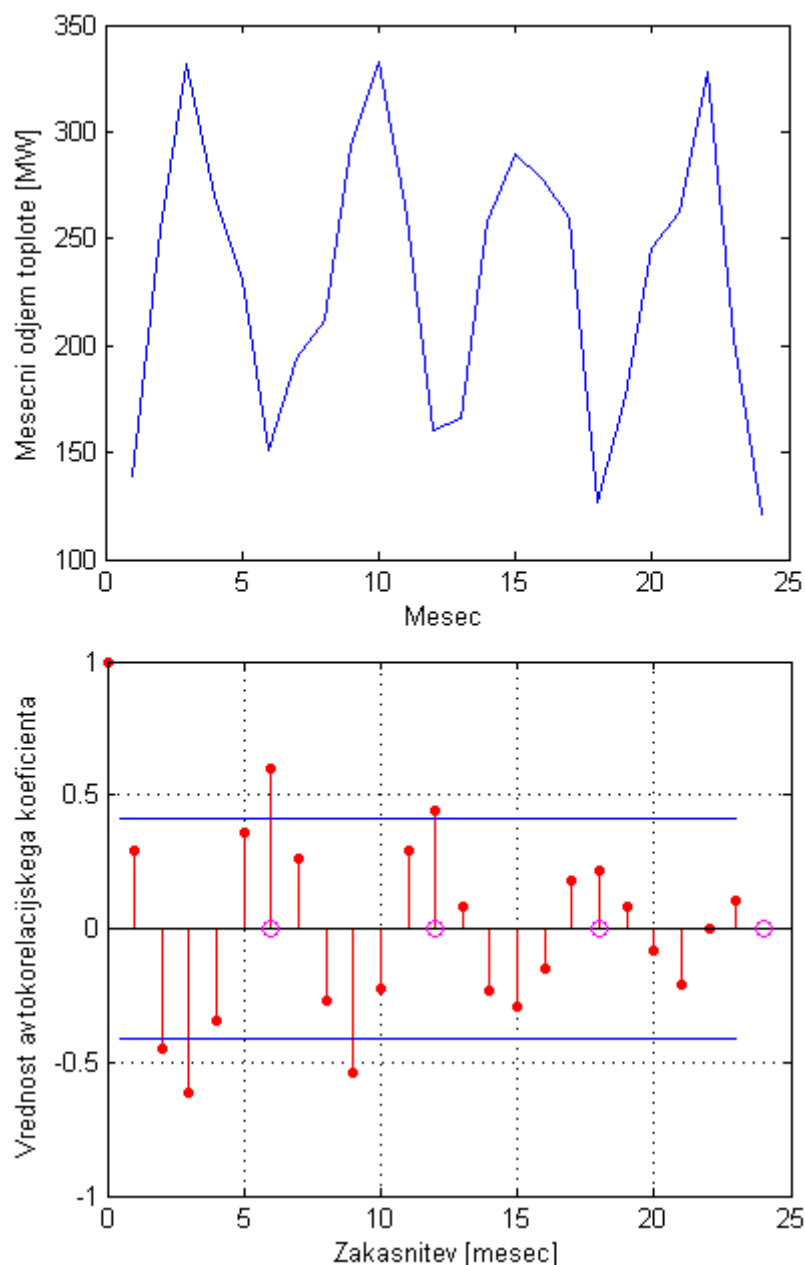
Avtokorelacijska analiza (Box & Jenkins, 1976) je analiza povezanosti časovne vrste Y_i in zakasnitvami iste časovne vrste Y_{i+j} , pri čemer i označuje tekoči indeks, j pa je oznaka za zakasnitev časovne vrste. Rezultat avtokorelacijske analize predstavljajo izračunani avtokorelacijski koeficienti r_j :

$$r_j = \frac{\sum_{i=1}^{N_d-j} (Y_i - \bar{Y})(Y_{i+j} - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^{N_d} (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (3)$$

pri čemer N_d označuje število elementov časovne vrste, Y_i opazovani odjem toplote in $\bar{Y}$ povprečni odjem toplote opazovane časovne vrste. Večja kot je vrednost avtokorelacijskega odjema r_j , bolj povezana je zamaknjena časovna vrsta Y_{i+j} z originalno časovno vrsto Y_i . Avtokorelacijska analiza služi za identifikacijo lastnosti časovne vrste in je primerna za analizo nenaključnih časovnih vrst.

Rezultati avtokorelacijskih analiz mesečnega, tedenskega in dnevnega odjema toplote so potrdili sezonskost, kar se je na grafih avtokorelacijske funkcije izrazilo preko jasne kosinusne funkcije. Če se osredotočimo na avtokorelacijsko analizo mesečnega odjema toplote (slika 12), opazimo lokalne maksimume kosinusne funkcije, ki so se pojavili na vsakih šest period (vsakih šest mesecev).

Slika 12: Avtokorelacijska analiza mesečnega odjema toplote



Na tem mestu želimo poudariti, da je časovna vrsta mesečnega odjema toplote vsebovala pet zaporednih zimskih sezon. Vsaka izmed prvih štirih sezon je vsebovala šest povprečnih mesečnih vrednosti odjema toplote, medtem ko je zadnja sezona vsebovala zgolj štiri.

$$\text{Časovna vrsta mesečnega odjema toplote } Q = [ZS1, ZS2, ZS3, ZS4, ZS5] \quad (4)$$

Izvedli smo tudi avtokorelacijsko analizo za tedenski in dnevni odjem toplote. Vrhovi kosinusne funkcije pri tedenskem odjemu so se pojavili na vsakih 25 period (ena zimska perioda sezona je vsebovala približno 25 tednov). Pri dnevnem napovedovanju je bil razmik med vrhovi kosinusne funkcije približno 180 period, kar ustreza približnemu številu dni v eni polovici leta. Grafični prikaz rezultatov avtokorelacijskih analiz je

prikazan v prilogah (Priloga 3, Priloga 4). Na osnovi ugotovljene sezonečnosti smo pričakovali, da bodo ravno Holt-Wintersove metode (v nadaljevanju HW-metode) najprimernejše metode za napovedovanje vrednosti časovnih vrst z izrazito sezonsko komponento. Spomnimo, HW-metode so bile razvite ravno z razlogom napovedovanja vrednosti časovnih vrst s prisotno sezonečnostjo. V prilogah 5 in 6 so prikazani rezultati avtokorelacijskih analiz vrednosti odjema toplote po obdobjih.

3 METODOLOGIJA NAPOVEDOVANJA ODJEMA TOPLOTE Q

3.1 Formulacija problema

Pri napovedovanju odjema toplote z različnimi metodami smo predpostavili, da je odjem toplote enak količini proizvedene toplote vroče vode na izvoru. Različne metode napovedovanja imajo različne omejitve napovedovanja. Odločili smo se za napovedovanje kratkoročnih in dolgoročnih vrednosti odjema toplote.

Pri kratkoročnem napovedovanju smo napovedovali vrednosti zgolj za eno periodo vnaprej:

$$Q(t + m), m = 1 \quad (5)$$

Ker nas običajno zanimajo trendi za prihodnost, smo se odločili, da naredimo tudi analizo dolgoročnega napovedovanja, ki je definirano kot napovedovanje vrednosti odjema toplote za več period vnaprej:

$$Q(t + m), m = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Dolgoročnega napovedovanja nismo mogli izvesti na vseh metodah (npr. na metodi drsečih sredin in metodah enostavnega eksponentnega glajenja) zaradi njihovih tehničnih omejitev napovedovanja. Za kratkoročno in dolgoročno napovedovanje smo se odločili, ker smo želeli preveriti, kako se kakovost napovedi posameznih metod spremeni glede na način (kratkoročni, dolgoročni) napovedovanja. Zanimalo nas je, ali lahko na osnovi kratkoročnega napovedovanja napovemo, katera metoda bo najboljše delovala tudi pri dolgoročnem napovedovanju.

Možnosti napovedovanja odjema toplote smo raziskali na treh različnih nivojih:

- Dnevni nivo (povprečni dnevni odjem toplote)
- Tedenski nivo (povprečni tedenski odjem toplote)
- Mesečni nivo (povprečni mesečni odjem toplote)

Izvedli smo dve vrsti napovedovanja glede na razdelitev podatkov. Prvi način napovedovanja smo poimenovali sezonsko napovedovanje, drugega pa napovedovanje po obdobjih. Podrobnosti o obeh načinih napovedovanja so prikazane v tabeli 7:

Tabela 7: Predstavitev razdelitve podatkov pri “Sezonskem” napovedovanju in napovedovanju “Po obdobjih”

Način napovedovanja	Podatki (učna množica)	Napoved (testna množica)	Nivo
Sezonsko	[ZS1, ZS2, ZS3, ZS4]	[ZS5]	Mesečni Tedenski Dnevni
Po obdobjih	[OBD1(ZS1), OBD1(ZS2), OBD1(ZS3), OBD1(ZS4)]	OBD1(ZS5)	Tedenski Dnevni
	[OBD2(ZS1), OBD2(ZS2), OBD2(ZS3), OBD2(ZS4)]	OBD2(ZS5)	
	[OBD3(ZS1), OBD3(ZS2), OBD3(ZS3), OBD3(ZS4)]	OBD3(ZS5)	
	[OBD4(ZS1), OBD4(ZS2), OBD4(ZS3), OBD4(ZS4)]	OBD4(ZS5)	
	[OBD5(ZS1), OBD5(ZS2), OBD5(ZS3), OBD5(ZS4)]	OBD5(ZS5)	

3.2 Statistične mere za vrednotenje metod napovedovanja

Kakovost napovedi različnih metod za napovedovanje odjema toplote Q smo ocenili s pomočjo izbranih statističnih mer za oceno napak napovedi, ki so podrobneje predstavljene v monografiji Makridakisa, Hyndmana in Koehlerja (1998) ter v članku Leeja in Koja (2013).

3.2.1 Absolutna napaka $e(t)$

Eno izmed najenostavnejših mer za oceno napovedi predstavlja absolutna napaka, ki jo izračunamo kot razliko med dejansko $Y(t)$ in napovedano $F(t)$ vrednostjo odjema toplote. Ker bomo vse napake definirali v vektorski obliki, je absolutno napako smiselno zapisati na sledeč način:

$$e(t) = Y(t) - F(t), \quad t = 1, 2, 3, \dots, N_d \quad (7)$$

pri čemer t predstavlja tekoči indeks, N_d pa število opazovanih elementov časovne vrste.

3.2.2 Relativna napaka $PE(t)$

Če je pri oceni kakovosti napovedi pomembno tudi razmerje med absolutno napako $e(t)$ in dejanskim odjemom toplote, pri katerem primerjamo dejanske in napovedane vrednosti, je za oceno kakovosti napovedi bolj primerno uporabiti relativno napako (v nadaljevanju PE, ang. *Percentage error*), ki je odstotkovna mera, kot je prikazano v spodnji enačbi:

$$PE(t) = 100 \frac{e(t)}{Y(t)} [\%], \quad t = 1, 2, 3, \dots, N_d \quad (8)$$

3.2.3 Napaka MSE

Ena izmed najpogostejše uporabljenih napak v strokovni literaturi in znanstvenih člankih je povprečna kvadratna napaka (v nadaljevanju MSE, ang. *Mean squared error*), ki jo izračunamo kot povprečje kvadratov absolutnih napak:

$$MSE = \frac{1}{N_d} \sum_{t=1}^{N_d} e(t)^2, \quad t = 1, 2, 3, \dots, N_d \quad (9)$$

Napaka MSE je primerna za identificiranje izstopajočih vrednosti, vendar je problematična s stališča primerjave njenih vrednosti, kadar primerjamo med sabo različne časovne vrste oz. različne časovne intervale znotraj iste časovne vrste. Vrednosti napake MSE so odvisne od velikosti vrednosti spremenljivke časovne vrste, zato moramo biti pri obravnavi rezultatov zelo pazljivi.

3.2.4 Napaka MAPE

Zelo pogosto uporabljena statistična mera za oceno kakovosti napovedi je povprečna absolutna relativna napaka (v nadaljevanju MAPE, ang. *Mean absolute percentage error*). Izračunamo jo kot povprečje absolutnih relativnih napak $PE(t)$:

$$MAPE = \frac{1}{N_d} \sum_{t=1}^{N_d} |PE(t)| \quad [\%], \quad t = 1, 2, 3, \dots, N_d \quad (10)$$

Problem napake MAPE lahko nastane, kadar je katera izmed vrednosti spremenljivke časovne vrste enaka vrednosti 0, saj se v tem primeru izvede deljenje s številom nič, ki je z matematičnega stališča nedefinirano. Problemi nastanejo tudi pri vrednostih časovne vrste, ki so blizu 0, kar se odraža v nestabilnosti in divergenci napake. Obširne analize napake MAPE sta naredila Hyndman in Koehler (2006).

3.2.5 Napaka MARNE

Da bi se izognili problemom, s katerimi bi se lahko srečali pri ocenjevanju kakovosti napovedi odjema toplote vroče vode v primeru zgoraj izbranih napak, smo se odločili za izpeljavo lastne statistične mere po vzoru, kot so to naredili Potočnik (2012) in Bacher, Madsen, Aalborg Nielsen, & Perers (2013). Na osnovi poznavanja problematike in analize podatkov smo uvedli statistično mero MARNE (ang. *Mean absolute range normalized error*), ki predstavlja srednjo absolutno napako, normalizirano glede na maksimalno prenosno kapaciteto Q_{max} in jo izračunamo po sledeči formuli:

$$MARNE = 100 \frac{\frac{1}{N_d} \sum_{t=1}^{N_d} |e(t)|}{Q_{max}} \quad [\%], \quad t = 1, 2, 3, \dots, N_d \quad (11)$$

Napaka MARNE nam omogoča kakovostno primerjavo med dejanskimi in napovedanimi vrednostmi na celotnem definicijskem območju časovne vrste, hkrati pa je tudi primerna mera z interpretacijskega vidika v poslovnem okolju. Na podlagi napake MARNE lahko jasno povemo, kolikšna je srednja absolutna napaka napovedanega odjema toplote.

Na tem mestu želimo poudariti, da manjše vrednosti vseh zgoraj opisanih napak pomenijo kakovostnejše napovedi odjema toplote.

3.3 Theilova U-statistika

Za dodatno oceno kakovosti napovedi se pogosto uporablja Theilova U-statistika, ki je relativna statistična mera za oceno kakovosti napovedi. Izračunamo jo s pomočjo vektorja odstopanj napovedanih F_{t+1} in dejanskih vrednosti odjema toplote Y_{t+1} in ustreznimi časovnimi zamiki dejanskih vrednosti odjema toplote:

$$U = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{F_{t+1} - Y_{t+1}}{Y_t} \right)^2}{\sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} \right)^2}} \quad (12)$$

Theilovo U-statistiko uporabljamo kot statistično mero, ki omogoča primerjavo kakovosti obravnavane napovedi in napovedi naivne metode. Če je vrednost U-statistike večja od 1, pomeni, da so napovedi slabše od napovedi naivnega napovedovanja. Če je U-statistika manjša od 1, pomeni, da so napovedi boljše od napovedi naivnega napovedovanja.

3.4 Definiranje učne in testne množice podatkov

Za določitev ocene kakovosti modelov je bilo nujno potrebno, da smo množico razpoložljivih podatkov razdelili na učno in testno množico (tabela 8). Učna množica je bila tista, na kateri se je metoda učila. Testna množica je predstavljala neodvisne podatke, ki jih metoda pri učenju ni upoštevala. S testno množico podatkov smo preverili, kako dobro se je metoda naučila napovedovati. Kakovost napovedi posamezne metode smo ocenili na osnovi odstopanj dejanskih in napovedanih vrednosti odjema toplote testnih podatkov. Na ta način smo dobili oceno posplošitvenih sposobnosti modela.

Tabela 8: Definiranje učne in testne množice podatkov petih zimskih sezon (ZS1, ZS2, ZS3, ZS4, ZS5)

Učna množica				Testna množica
ZS1	ZS2	ZS3	ZS4	ZS5

3.5 Ocena kakovosti napovedi

Pri izbiri najboljše metode na posameznem nivoju napovedovanja smo uporabili dve statistični meri. To sta bili napaka MARNE in Theilova U-statistika. Prvotne izbire najprimernejših metod so bile narejene na osnovi učne napake MARNE. Ker smo problem definirali tako, da smo poznali tudi prihodnje podatke (testna množica), smo najprimernejše metode izbrali tudi na podlagi testne napake MARNE. Manjša kot je bila vrednost napake MARNE napovedi določene metode, primernejša je bila metoda za

napovedovanje na določenem nivoju. Naše predloge o najprimernejši metodi smo preverili tudi z vrednostmi Theilove U-statistike, ki nam pove, koliko so naše napovedi kakovostnejše od napovedovanja z najenostavnejšo metodo, metodo naivnega napovedovanja. Manjša kot je bila njena vrednost, kakovostnejše napovedi smo dobili z določeno metodo.

3.6 Tehnična izvedba napovedovanja

Pretežni del rezultatov napovedovanj smo dobili s pomočjo programskega paketa Microsoft Excel. Pri optimizaciji parametrov glajenja smo uporabili dve vrsti metod. To sta *GRG Nonlinear solving method* in *Evolutionary solving method*. *GRG Nonlinear solving method* sta razvila Leon Lasdon z univerze *University Texas at Austin* in Alan Waren z univerze *Cleveland State University*. Nelinearni reševalec GRG od uporabnika zahteva definiranje kriterijske funkcije, proste parametre – spremenljivke, in nastavitve cilja (v našem primeru iskanje minimuma za določen tip napake: MSE ali MAPE). *Evolutionary solving method* temelji na uporabi genetskih algoritmov, ki za razliko od *GRG Nonlinear solving method* zahteva jasno določene robne pogoje za proste parametre.

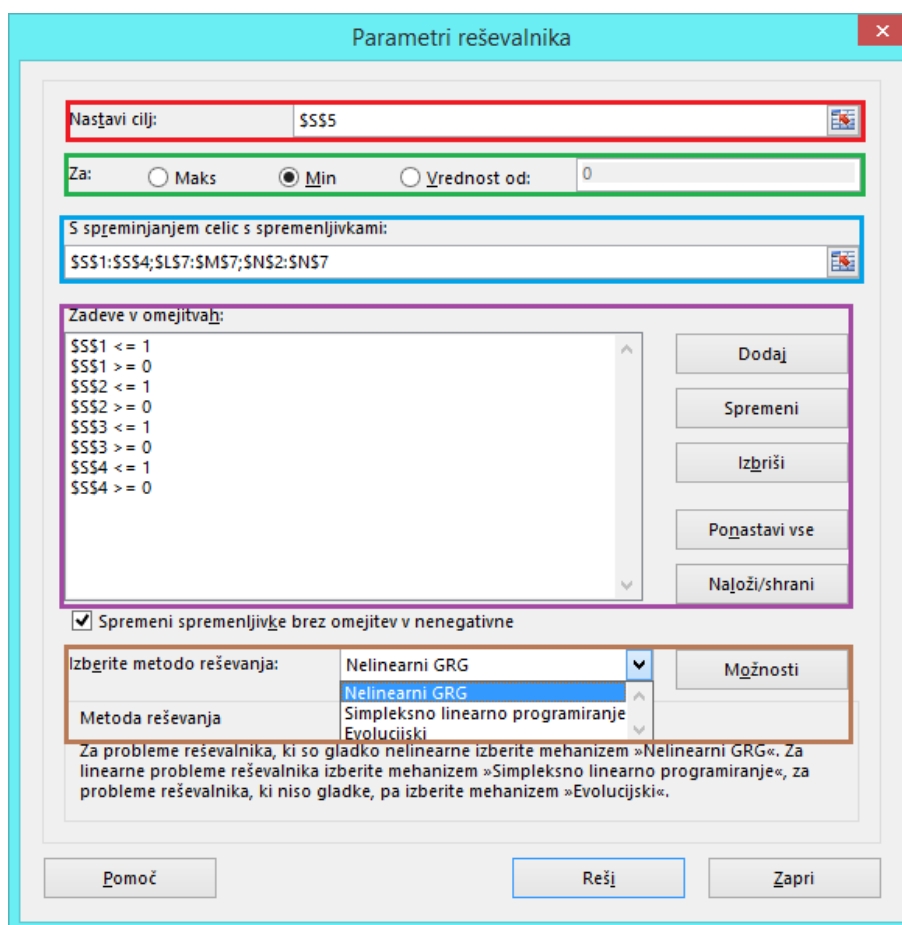
3.6.1 Predstavitev Excelovega reševalnika

Grafični vmesnik Excelovega reševalnika je uporabniku prijazno orodje in ponuja interaktivno izbiranje možnosti ter enostavno prehajanje med posameznimi delovnimi listi. Vmesnik je zgrajen iz petih modulov (slika 13), ki so poimenovani na sledeč način:

- “Nastavi cilj”, v rdečem pravokotniku:
Na tem mestu izberemo celico, ki eksplicitno predstavlja vrednost, ki jo želimo optimizirati, implicitno pa našo izbrano kriterijsko funkcijo;
- “Za”, v zelenem pravokotniku:
Znotraj tega modula določimo, kakšno vrednost kriterijske funkcije želimo poiskati (maksimum, minimum ali vrednost znotraj jasno določene zaloge vrednosti);
- “S spreminjanjem celic s spremenljivkami”, v modrem pravokotniku:
Na stopnji izbire spremenljivk izberemo tiste parametre, ki se pri izračunu vrednosti kriterijske funkcije lahko spreminjajo. Na ta način pa se tudi vrednost kriterijske funkcije približuje zahtevanemu cilju.
- “Zadeve v omejitvah” – v vijoličnem pravokotniku
Vse robne pogoje parametrov lahko interaktivno določimo v modul “Zadeve o omejitvah”
- “Izberite metodo reševanja” – v rjavem pravokotniku

Excelov reševalnik ponuja tri metode reševanja. To so “Nelinearni GRG”, “Simpleksno linearno programiranje” in “Evolucijski”. Pri našem raziskovalnem delu smo uporabili zgolj prvo in tretjo omenjeno metodo. Izkazalo se je, da je bila “Nelinearni GRG” metoda hitrejša od metode “Evolucijski”.

Slika 13: Grafični vmesnik Excelovega reševalnika

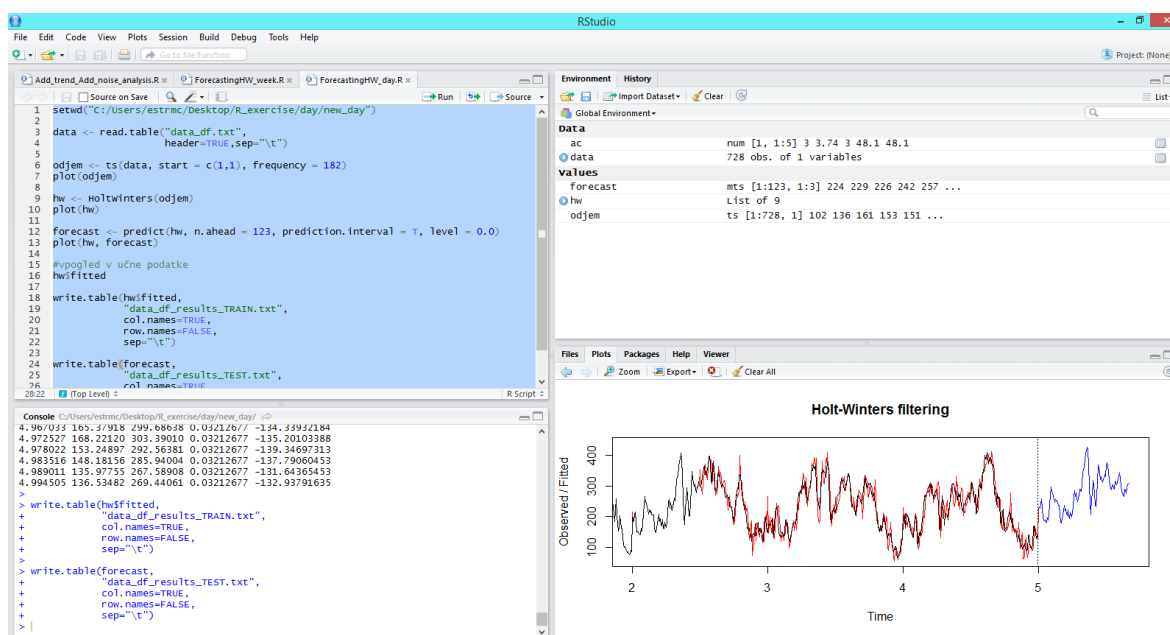


3.6.2 Predstavitev programskega jezika R

Ker smo želeli preizkusiti čim širši spekter raznovrstnih možnosti za napovedovanje, smo nekatere napovedi izvedli tudi s pomočjo programskega jezika *R*. Odprto kodni programski jezik *R* je bil razvit sredi sedemdesetih let 20. stoletja na novozelandski univerzi *University of Auckland*. V prvi vrsti je namenjen vsem, ki se ukvarjajo s statističnim računanjem ter grafičnim prikazovanjem podatkov. Omogoča obdelavo podatkov na osnovi široke palete statističnih orodij, kot so klasični statistični testi, analize časovnih vrst, orodja za linearno in nelinearno programiranje. Poleg že vgrajenih knjižnic ponuja možnosti za dodajanje lastnih programskih rešitev. Grafični vmesnik programskega jezika *R* je sestavljen iz štirih elementov (slika 14):

- Urejevalnika kode, levo zgoraj
- Prikazovalnika rezultatov, levo spodaj
- Prikazovalnika spremenljivk in zgodovine, desno zgoraj
- Grafičnega prikazovalnika, desno spodaj

Slika 14: Grafični vmesnik programskega jezika R



4 METODE NAPOVEDOVANJA

Pri raziskovanju možnosti napovedovanja odjema toplote smo raziskali širok spekter metod napovedovanja. Za referenčno metodo smo izbrali metodo naivnega napovedovanja – tako imenovano naivno metodo. Ker smo ugotovili, da obstaja med odjemom toplote Q in temperaturo ozračja T velika linearna povezanost, smo preizkusili možnosti napovedovanja zgolj z upoštevanjem korelacije zgoraj omenjenih spremenljivk – TK-metoda. Več zunanjih dejavnikov smo upoštevali pri napovedovanju odjema toplote z metodami multiple regresije. Od srednje kompleksnih metod za napovedovanje smo preizkusili metodo drsečih sredin in tehtanih drsečih sredin. Nadaljnje raziskave so bile usmerjene v metode eksponentnega glajenja. Najenostavnejšo metodo je predstavljala metoda enostavnega eksponentnega glajenja. Pri tej metodi smo za napovedovanje uporabili zgolj en parameter glajenja. Težišče raziskav so predstavljale Holt-Wintersove metode s tremi parametri glajenja, od katerih smo obravnavali tako aditivne kot multiplikativne metode. V raziskovalno delo smo vključili tudi dve napredni metodi. To sta bili modificirana HW-aditivna metoda in razširjena HW-aditivna metoda, ki je pri napovedovanju upoštevala štiri parametre glajenja (Ferbar Tratar, 2014).

4.1 Naivna metoda

Naivna metoda ali metoda naivnega napovedovanja je ena izmed najenostavnejših metod napovedovanja, ki jo običajno uporabljena kot referenčna metoda. Njene napovedi

predstavljajo osnovo za primerjavo z napovedmi drugih metod. Napovedovanje z naivno metodo ne zahteva nobenega posebnega znanja s področja tehnik napovedovanja. Zadostuje zgolj poznavanje preteklih podatkov.

Količina odjema toplote za naslednjo periodo F_{t+1} , ki jo napovedujemo, je odvisna od predhodne vrednosti Y_t in napake e_{t+1} :

$$F_{t+1} = Y_t + e_{t+1}, \quad (13)$$

Najboljšo napoved dobimo tako, da vrednosti $F_{(t+1)}$ priredimo vrednost $Y_{(t)}$. Povprečna vrednost napovedanih vrednosti $F_{(t+1)}$ je konstanta, medtem ko varianca s časom t narašča. Vektor napak e_{t+1} predstavlja beli šum, kar pomeni, da so napake normalno porazdeljene s povprečjem 0 in varianco 1.

4.2 Enostavna regresija

Pri analizi podatkov smo ugotovili, da obstaja močna negativna linearna povezanost med odjemom toplote Q in temperaturo ozračja T . Koeficient korelacije je znašal $R = -0,98$. Te ugotovitve so nas privedle do ideje o napovedovanju odjema toplote s pomočjo enostavne regresije, pri čemer bi kot odvisno spremenljivko upoštevali zgolj zunanjo temperaturo ozračja. Zaradi enostavnejšega sklicevanja na celoten postopek napovedovanja smo metodo za napovedovanje na osnovi poznavanja povezanosti med odjemom toplote Q in temperature ozračja T poimenovali TK-metoda (metoda temperaturne korelacije). Metodo napovedovanja odjema toplote z enostavno regresijo smo matematično zapisali na sledeč način:

$$F_{t+1} = \kappa + \lambda T_{t+1}$$

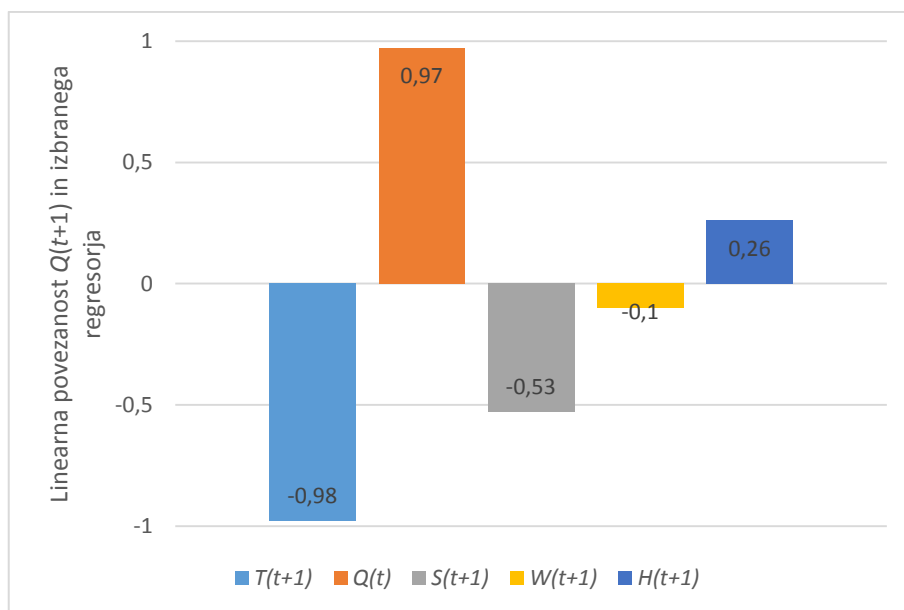
pri čemer F_{t+1} predstavlja napovedano količino odjema toplote za naslednjo periodo, T_{t+1} napovedano temperaturo ozračja, κ in λ pa sta prosta parametra, ki smo ju identificirali na podlagi sistema linearnih enačb. Prosti člen κ nam pove, kolikšen je bil povprečen odjem toplote pri temperaturi ozračja 0°C . Koeficient λ pa nam pove, za koliko se je v povprečju spremenila količina odjema toplote, če se je temperatura ozračja spremenila za 1°C .

4.3 Multipla regresija

Na idejo o napovedovanju z multiplo regresijo smo prišli pri analizi linearne povezanosti dnevnega odjema toplote in ostalih spremenljivk, kot so na primer: prihodnja temperatura ozračja, pretekli odjem toplote, hitrost vetra, sončna sevanost in vlažnost. Kot vidimo iz grafa na sliki 15, glede na vrednost izračunanega korelacijskega koeficienta izstopata linearni povezavi med:

- prihodnjim odjemom toplote $Q(t+1)$ in prihodnjo temperaturo ozračja $T(t+1)$
- prihodnjim odjemom toplote $Q(t+1)$ in preteklim odjemom toplote $Q(t)$

Slika 15: Linearna povezanost spremenljivk na dnevnem nivoju



Metode napovedovanja na osnovi multiple regresije smo poimenovali na sledeč način:

- MR1 (metoda multiple regresije 1)
- MR2
- MR3
- MR4

Številka poleg oznake “MR” označuje, koliko zunanjih dejavnikov smo upoštevali pri napovedovanju odjema toplote. Oznaka MR4 predstavlja metodo napovedovanja, pri kateri smo poleg avtoregresijskega člena (preteklega odjema toplote) upoštevali tudi vpliv zunanje temperature T , sončne sevanosti S , hitrosti vetra W in relativne vlažnosti H . Matematični model napovedovanja z multiplo regresijo smo zapisali na sledeč način:

$$F(t + m) = \eta_0 + \eta_1 T(t + 1) + \eta_2 Q(t) + \eta_3 S(t + 1) + \eta_4 W(t + 1) + \eta_5 H(t + 1) \quad (14)$$

pri čemer parametri η_i , $i=1:5$ označujejo vrednosti za posamezne regresijske koeficiente. Pri napovedovanju z multiplo regresijo smo napovedane vrednosti spremenljivk nadomestili z dejansko izmerjenimi vrednostmi. Raziskave na področju napovedovanja odjema toplote so bile opravljene v magistrskem delu Strmčnika (2014). Analize so bile narejene zgolj za napovedovanje na dnevnem nivoju. Regresijski modeli so poleg najbolj vplivnih dejavnikov vključevali tudi dodatne spremenljivke (kot so npr. dnevi v tednu). Za najboljši regresijski model se je izkazal model, ki je vključeval podatke o zunanji

temperaturi, preteklemu odjemu toplote, sončni sevanosti in nekaj dodatno uvedenih spremenljivk.

4.4 Metoda drsečih sredin

Metoda drsečih sredin je ena izmed enostavnejših metod v smislu razumevanja in izvedbe napovedovanja (Wisner, Tan, & Leong, 2009). Pri napovedovanju vrednosti odjema toplote Q (v našem primeru spremenljivke F_{t+1}) v časovnem trenutku t se moramo odločiti, koliko zaporednih preteklih period k bomo vključili v izračun napovedi. Pri izbiri reda drseče sredine k moramo premisliti, kako pomembni so za prihodnje napovedi najstarejši pretekli podatki o odjemu toplote Q in kakšno odzivnost metode si želimo. Večje kot je izbrano število period k , manj odzivne so naše napovedi:

$$F_{t+1} = \frac{1}{k} \sum_{i=t-k+1}^t Y_i \quad (15)$$

Za metodo drsečih sredin je značilna počasna odzivnost na spremembe, zato je uporaba metode vprašljiva, kadar imamo opravka s časovno vrsto, ki vsebuje trend, periodičnost ali cikličnost.

4.5 Metoda tehtanih drsečih sredin

Napovedovanje z metodo tehtanih drsečih sredin je v osnovi zelo podobno kot napovedovanje z metodo drsečih sredin. Metoda tehtanih drsečih sredin se razlikuje v tem, da nam omogoča definiranje uteži preteklih podatkov, kar pomeni, da lahko prosto izbiramo, kako pomembni so starejši podatki v primerjavi z novejšimi:

$$F_{t+1} = \alpha_1 Y_1 + \alpha_2 Y_2 + \alpha_3 Y_3 + \dots + \alpha_k Y_{t-k+1} \quad (16)$$

Vrednosti uteži lahko zavzamejo vrednost od 0 do 1, pri čemer moramo upoštevati, da vsota uteži ne sme presegati števila 1. Običajno pripišemo večjo utež novejšim podatkom, kar nam zagotavlja kakovostnejše napovedi.

4.6 Metoda enostavnega eksponentnega glajenja

Pri napovedovanju z metodo enostavnega eksponentnega glajenja implicitno upoštevamo vse pretekle podatke. Napovedana vrednost odjema toplote za naslednjo periodo F_{t+1} je funkcija napovedane vrednosti tekoče periode F_t , opazovane vrednosti Y_t in parametra glajenja α :

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(Y_t - F_t) \quad (17)$$

pri čemer lahko vrednost α zavzame vrednosti od 0 do 1. Večji kot je parameter glajenja α , bolj odzivne so naše napovedi na spremembe. Večja vrednost parametra α pomeni, da imajo večjo težo pri napovedovanju novejši podatki.

4.7 Holt-Wintersove metode

V sledečih poglavjih so poleg teoretičnih izhodišč prikazani postopki izračunov napovedi odjema toplote s Holt-Wintersovimi (HW) metodami. Osredotočili se bomo na mesečno napovedovanje in skušali preko izračunov pojasniti razlike med obravnavanimi HW-metodami. Pri razlagi izračunov začetnih in napovedanih vrednosti bomo uporabili vrednosti prvih dveh sezon oz. prvih dvanajstih period. Zaradi zaokroževanja je pri predstavitvi rezultatov na nekaterih mestih prišlo do manjših nezaželenih odstopanj.

Določitev vrednosti parametrov glajenja

Pri izračunu vrednosti napovedi odjema toplote smo uporabili programski paket Excel. Optimalne parametre glajenja smo izračunali s pomočjo vgrajenega orodja "Reševalnik". Začetne vrednosti parametrov glajenja so pri vseh metodah znašale 0,5. Z dodatnimi nastavitvami smo določili zalogo vrednosti [0,1] za parametre glajenja. Po optimizaciji so parametri glajenja dobili optimalne vrednosti, ki so bile določene na osnovi upoštevanja minimalne vrednosti kriterijske funkcije.

Sprostitev omejitev za vrednosti parametrov glajenja

Ena izmed možnosti izboljšanja kakovosti napovedi je sprostitve omejitev za vrednosti parametrov glajenja (Chatfield, Koehler, Ord, & Snyder, 2001). Kot so raziskali Hyndman, Akram in Archibald (2008), so priporočene vrednosti omejitev odvisne od lastnosti časovne vrste, torej prisotnosti napak, trenda oz. sezonskosti. Analizo vpliva sprostitve omejitev za parametre glajenja na kakovost napovedi odjema toplote smo opravili pri mesečnem dolgoročnem napovedovanju s HW-metodami. Prvotno zalogo vrednosti [0,1] smo v prvem koraku razširili na interval [0,2], v drugem koraku pa na interval [-2,2].

4.7.1 HW-aditivna metoda (AHW)

Prva obravnavana Holt-Wintersova metoda je bila aditivna Holt-Wintersova metoda, ki smo jo poimenovali AHW-metoda. Kot je razvidno iz tabele 9, smo se pri razlagi postopkov izračunov napovedi omejili na prvi dve sezoni oz. prvih dvanajst period.

Tabela 9: Prikaz mesečnega napovedovanja AHW-metode

	Perioda	Y_t	L_t	b_t	S_t	F_t	E^2		alpha =	0,5
1	1	139,2			-90,2				beta =	0,5
	2	254,3			24,8				gama =	0,5
	3	331,8			102,3					
	4	270,0			40,5				MSE (7-24)=	3657,104
	5	230,3			0,8					
	6	151,3	229,5	2,1	-78,2					
2	7	193,7	257,8	15,2	-77,2	141,4	2738,2			
	8	212,1	230,1	-6,2	3,4	297,8	7349,6			
	9	293,6	207,6	-14,4	94,1	326,2	1067,8			
	10	333,0	242,9	10,4	65,3	233,7	9862,9			
	11	260,7	256,6	12,1	2,5	254,1	42,9			
	12	160,8	253,8	4,7	-85,6	190,5	881,3			

V prvem koraku smo izračunali povprečno vrednost spremenljivke L_s prve sezone. V našem primeru je bil to povprečni odjem toplote Q prve zimske sezone ZS1, ki je vsebovala 6 povprečnih mesečnih odjemov toplote ($s=6$). Pri označbi spremenljivk smo v fazi tehnične izvedbe napovedovanja namesto oznake Q uporabili oznako Y :

$$L_s = \frac{1}{s}(Y_1 + Y_2 + \dots + Y_s)$$

$$L_6 = \frac{1}{6}(139,2 + 254,3 + 331,8 + 270,0 + 230,3 + 151,3) \quad (18)$$

$$L_6 = 229,5$$

V drugem koraku smo izračunali oceno trenda b_s po enačbi:

$$b_s = \frac{1}{s} \left(\frac{Y_{s+1} - Y_1}{s} + \frac{Y_{s+2} - Y_2}{s} + \dots + \frac{Y_{s+s} - Y_s}{s} \right)$$

$$b_6 = \frac{1}{6} \left(\frac{193,7 - 139,2}{6} + \frac{212,1 - 254,3}{6} + \dots + \frac{160,8 - 151,3}{6} \right) \quad (19)$$

$$b_6 = 2,1$$

Sezonske indekse S_i smo izračunali s pomočjo razlik vrednosti dejanskih odjemov Y_t in povprečja opazovane sezone L_s :

$$S_1 = Y_1 - L_s, S_2 = Y_2 - L_s, \dots, S_s = Y_s - L_s$$

$$S_1 = 139,2 - 229,5 \quad S_2 = 254,3 - 229,5, \dots, S_6 = 151,3 - 229,5 \quad (20)$$

$$S_1 = -90,2 \quad S_2 = 24,8, \dots, S_6 = -78,2$$

Prvi parameter glajenja α smo uporabili pri oceni povprečne vrednosti odjema toplote L_t . Indeks 7, pri oznaki L_7 , se nanaša na periodo, kateri smo priredili povprečno vrednost odjema toplote:

$$L_t = \alpha(Y_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$L_7 = 0,5(193,7 - (-90,2)) + (1 - 0,5)(229,5 + 2,1) \quad (21)$$

$$L_7 = 257,8$$

Drugi parameter glajenja β smo uporabili pri izračunu ocene trenda b_t , kjer smo poleg povprečnih vrednosti odjema toplote L_t upoštevali tudi vpliv trenda pretekle periode b_{t-1} :

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$$

$$b_7 = 0,5(257,8 - 229,5) + (1 - 0,5)2,1 \quad (22)$$

$$b_7 = 15,2$$

AHW-metoda pri napovedovanju operira s tremi parametri glajenja. Tretji parameter γ smo uporabili pri izračunu sezonskega indeksa opazovane periode S_t :

$$S_t = \gamma(Y_t - L_t) + (1 - \gamma)(S_{t-s})$$

$$S_7 = 0,5(193,7 - 257,8) + (1 - 0,5)(-90,2) \quad (23)$$

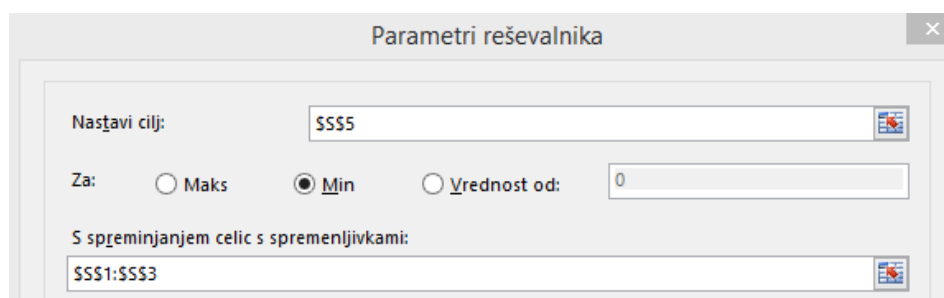
$$S_7 = -77,2$$

Pri izračunu napovedi F_{t+m} smo uporabili informacijo o povprečni vrednosti odjema toplote L_t , trendu b_t in sezonskem indeksu S_{t-s+m} . Oznaka m v spodnji enačbi nam pove, za katero periodo vnaprej smo napovedovali vrednost odjema toplote. Izračun napovedi za eno periodo smo izvedli na sledeč način:

$$\begin{aligned} F_{t+m} &= L_t + b_t m + S_{t-s+m} \\ F_{6+1} &= 229,5 + (2,1)1 + (-90,2) \\ F_7 &= 141,4 \end{aligned} \quad (24)$$

Za določitev vrednosti parametrov glajenja α , β in γ smo uporabili Excelovo orodje "Reševalnik". Odprte parametre, ki smo jih nastavili v modulu "S spreminjanjem celic s spremenljivkami", so pri AHW-metodi predstavljali zgolj parametri glajenja (slika 16). Kot kriterijsko funkcijo smo v večini primerov uporabili povprečno napako MSE učne množice, kar v spodnjem grafu prikazuje modul "Nastavi cilj". To ni bila edina izbira, kajti v sklopu raziskav smo preverili tudi rezultate, če smo za kriterijsko funkcijo izbrali napako MAPE.

Slika 16: Pogovorno okno "parametri reševalnika" pri uporabi AHW-metode



Vrednosti parametrov glajenja po optimizaciji pri napovedovanju z AHW-metodo so bili: $\alpha = 0,05$, $\beta = 1,00$ in $\gamma = 0,50$.

4.7.1.1 HW-aditivna metoda – dodatna optimizacija začetnih vrednosti (AHW_init)

AHW_init je v osnovi popolnoma enaka metoda kot AHW, vendar smo jo drugače poimenovali zaradi drugačne optimizacije. Vse enačbe so ostale nespremenjene. Pri AHW_init metodi smo izvedli dodatno optimizacijo začetnih vrednosti, kar pomeni, da smo namesto treh izbrali enajst odprtih parametrov:

- α , β in γ
- L_6
- B_6
- S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 in S_6

4.7.2 HW-multiplikativna metoda (MHW)

Multiplikativna Holt-Wintersova metoda (v nadaljevanju MHW) je v načinu uporabe zelo podobna AHW-metodi. Metodi se medseboj razlikujeta zgolj v nekaterih enačbah, kar opazimo pri primerjavi vrednosti posameznih spremenljivk (tabela 9, tabela 10).

Tabela 10: Prikaz mesečnega napovedovanja MHW-metode

	Perioda	Y_t	L_t	b_t	S_t	F_t	E^2		$\alpha =$	0,5
1	1	139,2			0,6				$\beta =$	0,5
	2	254,3			1,1				$\gamma =$	0,5
	3	331,8			1,4					
	4	270,0			1,2			MSE (7-24)=	4.674,53	
	5	230,3			1,0					
	6	151,3	229,5	2,1	0,7					
2	7	193,7	275,4	24,0	0,7	140,5	2826,8			
	8	212,1	245,4	-3,0	1,0	331,8	14342,6			
	9	293,6	222,7	-12,8	1,4	350,5	3247,3			
	10	333,0	246,5	5,5	1,3	247,0	7406,0			
	11	260,7	255,8	7,4	1,0	252,8	61,4			
	12	160,8	253,6	2,6	0,6	173,6	163,1			

Povprečno vrednost spremenljivke L_s in oceno trenda b_s smo izračunali na popolnoma enak način kot pri AHW-metodi. Prvo razliko, ki se je pojavila v postopku napovedovanja med AHW in MHW-metodo, so predstavljali izračuni sezonskih indeksov. Sezonske indekse S_i smo izračunali s pomočjo kvocientov vrednosti dejanskih odjemov Y_t in povprečja opazovane sezone L_s :

$$S_1 = \frac{Y_1}{L_s}, S_2 = \frac{Y_2}{L_s}, \dots, S_s = \frac{Y_s}{L_s}$$

$$S_1 = \frac{139,2}{229,5}, S_2 = \frac{254,3}{229,5}, \dots, S_6 = \frac{151,3}{229,5} \quad (25)$$

$$S_1 = 0,6, S_2 = 1,1, \dots, S_6 = 0,7$$

Pri izračunu ocene povprečne vrednosti odjema toplote L_t pri MHW-metodi smo uporabili kvocient opazovane vrednosti Y_t in sezonskega indeksa S_{t-s} in ne njune razlike, kot pri metodi AHW:

$$L_t = \alpha \frac{Y_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$L_7 = 0,5 \frac{193,7}{0,6} + (1 - 0,5)(229,5 + 2,1) \quad (26)$$

$$L_7 = 275,4$$

Oceno trenda smo izračunali na enak način kot pri metodi AHW. Tako kot smo pri izračunu ocene povprečne vrednosti odjema toplote L_t upoštevali kvocient namesto razlike, smo to storili tudi pri izračunu sezonskega indeksa pri MHW-metodi. Namesto

razlike med opazovano vrednostjo Y_t in povprečne vrednosti odjema toplote L_t smo upoštevali njun kvocient:

$$S_t = \gamma \frac{Y_t}{L_t} + (1 - \gamma)(S_{t-s})$$

$$S_7 = 0,5 \frac{193,7}{275,4} + (1 - 0,5)(0,6)$$

$$S_7 = 0,7$$
(27)

Vrednosti napovedi odjema toplote smo dobili tako, da smo vsoto povprečne vrednosti odjema toplote L_t in zmnožka trenda b_t ter periode m pomnožili s sezonskim indeksom S_{t-s+m} , medtem ko smo ga pri AHW-metodi prišteli in ne pomnožili:

$$F_{t+m} = (L_t + b_t m) S_{t-s+m}$$

$$F_{6+1} = (229,5 + (2,1)1)0,6$$

$$F_7 = 140,5$$
(28)

Vrednosti parametrov glajenja po optimizaciji parametrov gajenja pri napovedovanju z MHW-metodo so bili: $\alpha = 0,04$, $\beta = 1,00$ in $\gamma = 0,58$.

4.7.2.1 HW-multiplikativna metoda – dodatna optimizacija začetnih vrednosti (MHW_init)

Tako kot pri AHW-metodi, smo tudi pri MHW-metodi izvedli dodatno optimizacijo. Hkrati smo izvedli optimizacijo vrednosti parametrov glajenja in začetnih vrednosti, kar pomeni, da smo namesto treh izbrali enajst odprtih parametrov:

- α , β in γ
- L_6
- B_6
- S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 in S_6

V naslednjih poglavjih bomo predstavili napredne HW-metode in pojasnili, v čem se razlikujejo od zgoraj opisanih HW-metod (poglavji 4.7.1 in 4.7.1). V sklopu napovedovanja odjema toplote z naprednimi metodami smo obravnavali štiri različne metode. Pri raziskovalnem delu smo uporabili modificirano HW-aditivno metodo in razširjeno HW-aditivno metodo. Pri obeh metodah smo izvedli tudi dodatno optimizacijo začetnih vrednosti. Zaradi lažjega sklicevanja na posamezne metode smo jih poimenovali na sledeč način:

- MoHW (Modificirana HW-aditivna metoda)
- MoHW_init (Modificirana HW-aditivna metoda – dodatna optimizacija začetnih vrednosti)
- EHW (Razširjena HW-aditivna metoda)

- EHW_init (Razširjena HW-aditivna metoda – dodatna optimizacija začetnih vrednosti)

4.7.3 Modificirana HW-aditivna metoda (MoHW)

Modificirana HW-aditivna metoda je izpeljana iz AHW-metode, kar bomo videli pri pregledu enačb za izračun napovedi pri MoHW-metodi (tabela 11). Omenjena metoda je primerna za napovedovanje, kadar podatki časovne vrste vsebujejo multiplikativni šum, ki s časom narašča (Ferbar Tratar, 2015).

Tabela 11: Prikaz mesečnega napovedovanja MoHW-metode

	Perioda	Y_t	L_t	b_t	S_t	F_t	E^2		alpha =	0,5
1	1	139,2			-90,2				beta =	0,5
	2	254,3			24,8				gamma =	0,5
	3	331,8			102,3					
	4	270,0			40,5				MSE (7-24)=	11027,56
	5	230,3			0,8					
	6	151,3	229,5	2,1	-78,2					
2	7	193,7	302,9	37,8	-99,7	141,4	2738,2			
	8	212,1	251,6	-6,8	-7,4	365,5	23534,2			
	9	293,6	166,9	-45,7	114,5	347,1	2869,2			
	10	333,0	186,6	-13,0	93,5	161,7	29369,6			
	11	260,7	216,3	8,3	22,6	174,4	7448,8			
	12	160,8	270,9	31,5	-94,1	146,5	205,4			

Povprečno vrednost spremenljivke L_s , oceno trenda b_s in sezonske indekse S_i izračunamo na popolnoma enak način kot pri metodi AHW (tabela 9). Razlika med MoHW in AHW-metodo je le v izračunu ocene povprečne vrednosti odjema toplote L_t , saj tudi enačbe za oceno trenda b_t , izračun sezonskega indeksa S_t in napovedi F_{t+m} ostanejo enake kot pri AHW-metodi.

Če primerjamo prva dva člena pri izračunu ocene povprečne vrednosti odjema toplote L_t pri AHW-metodi in pri MoHW-metodi, lahko opazimo, da je pri MoHW-metodi parameter glajenja alfa pomnožen zgolj z opazovano vrednostjo Y_t , ne pa tudi s sezonskim indeksom:

$$L_t = \alpha Y_t - S_{t-s} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$L_7 = 0,5(193,7) - (-90,2) + (1 - 0,5)(229,5 + 2,1) \quad (29)$$

$$L_7 = 302,9$$

Vrednosti parametrov glajenja po optimizaciji so znašali: $\alpha = 0,97$, $\beta = 0,00$ in $\gamma = 1,00$.

4.7.3.1 Modificirana HW-aditivna metoda – dodatna optimizacija začetnih vrednosti (MoHW_init)

Dodatno optimizacijo po začetnih vrednostih pri MoHW-metodi smo izvedli na enak način kot pri AHW in MHW-metodi. Poleg treh parametrov glajenja smo kot proste parametre

definirali tudi povprečno vrednost L_6 , oceno trenda B_6 in sezonske indekse prve sezone S_1 , S_2 , S_3 , S_4 , S_5 in S_6 .

4.7.4 Razširjena HW-aditivna metoda (EHW)

Razširjena Holt-Wintersova aditivna metoda je izpeljana iz osnovne HW-aditivne metode. Med njima lahko najdemo veliko podobnosti, saj se metodi med seboj razlikujeta zgolj v izračunu ocene povprečne vrednosti odjema toplote L_t . Oznaka EHW za razširjeno HW-aditivno metodo izhaja iz angleške terminologije ("Extended Holt-Winters additive method"). Razširjena jo imenujemo zato, ker metoda pri izračunu napovedi upošteva dodatni četrti parameter glajenja δ (tabela 12).

Tabela 12: Prikaz mesečnega napovedovanja EHW-metode

	Perioda	Y_t	L_t	b_t	S_t	F_t	E^2		alpha =	0,5
1	1	139,2			-90,2				beta =	0,5
	2	254,3			24,8				gamma =	0,5
	3	331,8			102,3				delta =	0,5
	4	270,0			40,5				MSE (7-24)=	3657,1
	5	230,3			0,8					
	6	151,3	229,5	2,1	-78,2					
2	7	193,7	257,8	15,2	-77,2	141,4	2738,2			
	8	212,1	230,1	-6,2	3,4	297,8	7349,6			
	9	293,6	207,6	-14,4	94,1	326,2	1067,8			
	10	333,0	242,9	10,4	65,3	233,7	9862,9			
	11	260,7	256,6	12,1	2,5	254,1	42,9			
	12	160,8	253,8	4,7	-85,6	190,5	881,3			

Oceno povprečne vrednosti odjema toplote L_t izračunamo z upoštevanjem dodatnega parametra glajenja δ , ki ga uporabimo pri glajenju sezonskega indeksa S_{t-s} :

$$L_t = \alpha Y_t - \delta S_{t-s} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$L_7 = 0,5(193,7) - 0,5(-90,2) + (1 - 0,5)(229,5 + 2,1) \quad (30)$$

$$L_7 = 257,8$$

Pri določitvi vrednosti parametrov glajenja s pomočjo "Reševalnika" smo pri nastavitvi parametrov morali poleg parametrov α , β in γ dodati še četrti parameter δ . Začetne vrednosti vseh parametrov glajenja so znašale 0,5. Po optimizaciji so bile vrednosti $\alpha = 0,13$, $\beta = 0,32$, $\gamma = 0,48$ in $\delta = 0,00$.

4.7.4.1 Razširjena Holt-Wintersova aditivna metoda – dodatna optimizacija začetnih vrednosti (EHW_init)

EHW_init metoda je v osnovi enaka metoda kot EHW, le da gre za dodatno optimizacijo začetnih vrednosti. Ker smo pri mesečnem napovedovanju predpostavili šest period v eni sezoni ($s=6$), smo tako pri metodi EHW_init določili 12 prostih parametrov. Poleg štirih parametrov glajenja še 8 parametrov začetnih vrednosti:

- α, β, γ in δ
- L_6
- B_6
- S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 in S_6

4.8 ODPRTOKODNA ORODJA ZA NAPOVEDOVANJE

Pri raziskovanju smo uporabili dva dodatna načina napovedovanja. S programskim jezikom *R* smo preverili funkcijo “*HoltWinters*”, ki jo je razvil David Meyer, in funkcijo “*ETS*”, ki jo je razvil prof. Hyndman s sodelavci.

4.8.1 Funkcija *HoltWinters*

Funkcijo *HoltWinters* za izračun napovedi po Holt-Wintersovi metodi, ki je vgrajena v programski jezik *R*, je napisal David Meyer (*Vienna University of Economics and Business*). Glavna vhodna spremenljivka je časovna vrsta. Dodatno lahko nastavimo še druge vhodne parametre, ki jih funkcija upošteva pri izračunu napovedi. Nastavimo lahko začetne vrednosti parametrov glajenja, tip sezonskosti, začetek minimizacije kriterijske funkcije. Parametri glajenja α , β in γ so izračunani na osnovi minimizacije povprečne kvadratne napake. Z ustreznim definiranjem argumentov lahko funkcijo *HoltWinters* uporabimo tudi za napovedovanje po metodi enostavnega eksponentnega glajenja ali za napovedovanje časovne vrste, ki ne vsebuje sezonske komponente (tabela 13).

Tabela 13: Nastavitev argumentov funkcije *HoltWinters*

Vrsta metode napovedovanja, ki jo podpira funkcija <i>HoltWinters</i>	Nastavitev argumentov funkcije
<i>Seasonal Holt-Winters</i>	<i>HoltWinters</i> (co2)
<i>Non-Seasonal Holt-Winters</i>	<i>HoltWinters</i> (x,gamma = FALSE)
<i>Exponential Smoothing</i>	<i>HoltWinters</i> (x,gamma = FALSE,beta = FALSE)

4.8.2 Funkcija *ETS*

Funkcija *ETS* je bila implementirana na osnovi raziskav, ki so jih opravili Hyndman, Koehler, Snyder, & Grose, (2002) in Hyndman, Akram, & Archibald, (2008). Ime funkcije je sestavljeno iz treh črk, ki označujejo: E-Error, T-Trend, S-Seasonality. Metodologija izračuna vrednosti napovedi je popolnoma avtonomna in od uporabnika zahteva zgolj razumevanje nastavitve vhodnih parametrov. Kot vhodni parameter za izračun napovedi je dovolj že zgolj časovna vrsta. Glavna posebnost funkcije *ETS* je v tem, da nam pomaga identificirati temeljne lastnosti časovne vrste kot so vrsta šuma, trenda in sezonskosti časovne vrste. Omenjene lastnosti po izvedbi funkcije lahko dobijo vrednosti:

- N (*None*)
- A (*Additive*)
- M (*Multiplicative*)

Rezultat funkcije so napovedi in tri črkovne oznake modela, kot na primer “NAM”, kar pomeni, da naša časovna vrsta nima prisotnega šuma, je pa zanjo značilen aditivni trend in multiplikativna sezonskost. Tako kot Meyerjeva funkcija *HoltWinters* nam tudi *ETS* funkcija omogoča številne nastavitve argumentov. Pred izvedbo funkcije lahko nastavimo željene vrednosti parametrov glajenja, tip modela, dušenje, zalogo vrednosti parametrov glajenja, kriterijsko funkcijo in še mnoge druge.

4.9 Pregled obravnavanih metod napovedovanja odjema toplote

Pri raziskovalnem delu smo analizirali 7 različnih skupin metod (tabela 14) napovedovanja, kar pomeni 23 različnih metod napovedovanja odjema toplote. Na osnovi predhodnih raziskav smo se še posebej osredotočili na metode multiple regresije in Holt-Wintersove metode.

Tabela 14: Pregled obravnavanih metod za napovedovanje odjema toplote

SKUPINA METOD	OZNAKA METODE	DODATNO POJASNILO
Naivno napovedovanje	1. NAIVNA	Naivno napovedovanje
Metode multiple regresije (MR)	2. TK (Temperaturna korelacija)	Napovedovanje na osnovi linearne povezanosti med odjemom toplote in temperature ozračja
	3. MR1	Upoštevana temperatura ozračja in preteklega odjema toplote
	4. MR2	Upoštevana temperatura ozračja, pretekli odjem toplote in sončna sevanost
	5. MR3	Upoštevana temperatura ozračja, pretekli odjem toplote, sončna sevanost in hitrost vetra.
	6. MR4	Upoštevana temperatura ozračja, pretekli odjem toplote, sončna sevanost, hitrost vetra in relativna vlažnost
Metode drsečih sredin (DS)	7. DS3	Drseča sredina 3. reda
	8. DS4	Drseča sredina 4. reda
	9. DS5	Drseča sredina 5. reda
Metode tehtanih drsečih sredin (TDS)	10. TDS3	Tehtana drseča sredina 3. reda
	11. TDS4	Tehtana drseča sredina 4. reda
	12. TDS5	Tehtana drseča sredina 5. reda
Metoda enostavnega eksponentnega glajenja (EEG)	13. EEG	Upoštevan optimalni faktor glajenja glede na minimalno MSE-napako
Holt-Wintersove metode (HW)	14. AHW	Aditivna HW-metoda
	15. AHW_init	Aditivna HW-metoda, dodatna optimizacija začetnih vrednosti
	16. MoHW	Modificirana HW-metoda

	17. MoHW_init	Modificirana HW-metoda, dodatna optimizacija začetnih vrednosti
	18. EHW	Razširjena HW-metoda
	19. EHW_init	Razširjena HW-metoda, dodatna optimizacija začetnih vrednosti
	20. MHW	Multiplikativna HW-metoda
	21. MHW_init	Multiplikativna HW-metoda, dodatna optimizacija začetnih vrednosti
Odprtokodna orodja za napovedovanje	22. ETS_Hyndman	Funkcija programskega jezika R
	23. HoltWinters_Meyer	Funkcija programskega jezika R

5 REZULTATI

Pri raziskovanju napovedovanja odjema toplote smo preverili širok spekter metod in prišli do številnih ugotovitev. Rezultate bomo predstavili v treh podpoglavjih:

- Mesečno napovedovanje
- Tedensko napovedovanje
- Dnevno napovedovanje

Pri raziskovalnem delu smo se posvetili napovedovanju odjema toplote na treh različnih nivojih: mesečnemu, tedenskemu in dnevnemu. Na nekaterih mestih pri predstavitvi rezultatov bomo uporabili dodatni oznaki "s" in "F", ki nosita informacijo o izvedbi napovedovanja na določenem nivoju. Oznaka "s" označuje število period, ki smo jih upoštevali pri inicializaciji začetnih vrednosti pri HW-metodah, medtem ko oznaka "F" označuje število period napovedi, ki tvorijo testno množico (primer: $s=6$, $F=1$ nam pove, da smo za inicializacijo začetnih vrednosti uporabili 6 period in da je bila napoved izračunana zgolj za eno prihodnjo periodo).

Pri prikazu rezultatov bomo v večini primerov uporabili napako MARNE, ki je najprimernejša statistična mera za prikaz in oceno kakovosti napovedi posameznih metod. Napaka MARNE, ki predstavlja srednjo absolutno napako, normalizirano glede na maksimalno prenosno kapaciteto Q_{max} , je izražena v [%] in nam olajša primerjavo kakovosti napovedi posameznih metod. Na tem mestu želimo opozoriti, da je MSE manj primerna napaka za prikaz rezultatov, kajti napake se lahko med seboj razlikujejo za več velikostnih razredov. Rezultate bomo prikazali tudi s pomočjo vrednosti Theilove U-statistike. Na vseh nivojih napovedovanja (tabela 15) bomo na osnovi napake MARNE in Theilove U-statistike izbrali najprimernejšo metodo za napovedovanje odjema toplote na določenem nivoju.

Tabela 15: Predstavitev skupin rezultatov napovedovanja odjema toplote glede na način in nivo napovedovanja

Napovedovanje	Kratkoročno napovedovanje	Dolgoročno napovedovanje	Dolgoročno napovedovanje po obdobjih
Mesečno	$F=1$	$F=4$	/
Tedensko	$F=1$	$F=18$	$F=4$
Dnevno	$F=1$	$F=123$	$F=31$

Rezultati so pokazali, da se kakovost napovedi posameznih metod razlikuje glede na nivo in način napovedovanja. Najustreznejše napovedi na dnevnem nivoju smo dobili z metodami multiple regresije, medtem ko so se pri mesečnem napovedovanju za relativno dobre izkazale Holt-Wintersove metode. Po pričakovanjih smo pri kratkoročnih napovedih dobili v povprečju kvalitetnejše napovedi kot pri dolgoročnih.

5.1 Mesečno napovedovanje

V sklopu rezultatov mesečnega napovedovanja bomo predstavili rezultate kratkoročnega in dolgoročnega napovedovanja posameznih metod in na podlagi izračunanih statističnih mer izbrali najprimernejši metodi za napovedovanje odjema toplote pri obeh načinih.

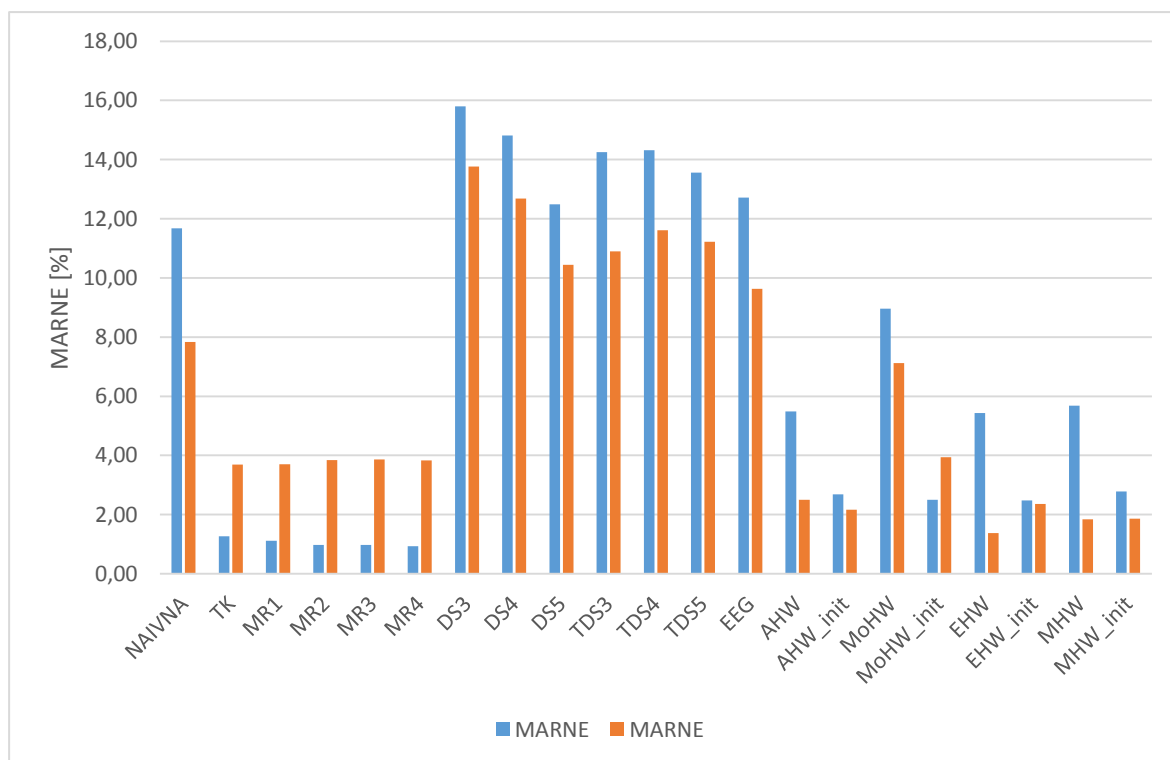
5.1.1 Mesečno kratkoročno napovedovanje

Iz grafa (slika 17) je razvidno, da smo pri kratkoročnem mesečnem napovedovanju raziskali 21 metod napovedovanja. V prvih dveh stolpcih sta prikazani učna ter testna napaka MARNE naivnega napovedovanja. Sledijo rezultati metod multiple regresije (TK, MR1, MR2, MR3 in MR4), drsečih sredin (DS; na tem mestu želimo pojasniti, da oznaka DS4 označuje drsečo sredino četrtega reda), tehtanih drsečih sredin (TDS), enostavnega eksponentnega glajenja (EEG) in rezultati Holt-Wintersovih metod (HW).

Glede na učno napako MARNE se je za najboljšo metodo izkazala metoda multiple regresije MR4. Vrednost najmanjše učne napake je bila 0,94 % in je bila zgolj za odtenek manjša od učnih napak preostalih metod multiple regresije. Ker odločevalec izbira metodo zgolj na podlagi preteklih podatkov (učna množica), bi za napovedovanje izbral metodo MR4. Če bi odločevalec imel na voljo tudi testne podatke, bi se odločil za EHW-metodo. Njena testna napaka MARNE je bila najmanjša in je znašala 1,37 %.

Testna napaka napovedi najboljših metod je bila za 80 % manjša kakor testna napaka napovedovanja z naivno metodo. Na grafu (slika 17) je jasno vidno, da so se za najprimernejše metode izkazale metode iz družine HW-metod, medtem ko so se za veliko manj primerne metode izkazale metode napovedovanja na osnovi drsečih sredin in enostavnega eksponentnega glajenja.

Slika 17: Napaka MARNE pri mesečnem kratkoročnem napovedovanju



Če se osredotočimo na najboljše rezultate glede na testno napako MARNE, ugotovimo, da smo najboljše rezultate pri mesečnem napovedovanju dobili z metodami iz družine Holt-Wintersovih metod. Najbolj točne napovedi smo dobili z razširjeno EHW-metodo. Sledili sta ji multiplikativni metodi MHW in MHW_init ter aditivni metodi AHW_init in EHW_init. Rezultati so prikazani v tabeli 16.

Tabela 16: Testna napaka MARNE, mesečno napovedovanje ($s=6$, $F=1$)

Metoda	Testna napaka MARNE [%]
EHW	1,37
MHW	1,84
MHW_init	1,85
AHW_init	2,15
EHW_init	2,24

Pri napovedovanju se moramo zavedati, da manjša učna napaka še ne zagotavlja manjše testne napake. Majhna učna napaka pomeni, da se je metoda zelo dobro naučila na učnih podatkih. Šele na osnovi testne napake pa lahko ocenimo, ali je uporaba metode primerna in dovolj robustna za njeno uporabo v realnih aplikacijah.

5.1.2 Mesečno dolgoročno napovedovanje

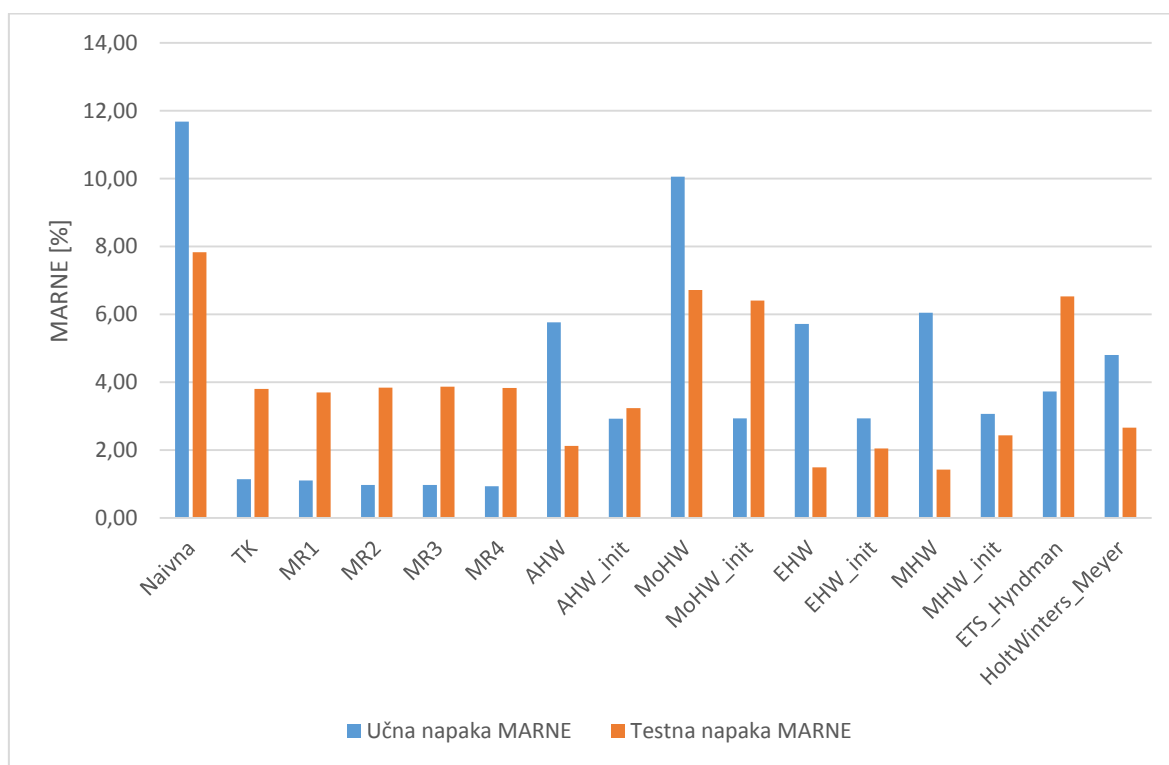
Do podobnih sklepov kot pri mesečnem kratkoročnem napovedovanju smo prišli tudi pri mesečnem dolgoročnem napovedovanju. Glede na učno napako MARNE bi se odločili za

eno izmed metod multiple regresije (MR1, MR2 ali MR3), medtem ko testna napaka MARNE pokaže, da bi bila najprimernejša uporaba ene izmed Holt-Wintersovih metod.

Pri mesečnem dolgoročnem napovedovanju smo napovedovali vrednosti odjema toplote za štiri periode vnaprej. Za 4 periode ($F=4$) smo se odločili, ker smo imeli v zimski sezoni ZS5 (2012/2013) na voljo podatke zgolj o štirih mesečnih odjemih toplote Q in ne za vseh šest mesecev, kakor v preteklih štirih zimskih sezonah ZS1, ZS2, ZS3, ZS4. Zaradi metodoloških omejitev pri raziskovanju različnih metod napovedovanja smo v primeru napovedovanja za več period vnaprej (npr. $F=4$) izpustili obravnavo metod drsečih sredin in enostavnega eksponentnega glajenja.

Najmanjšo učno napako je imela metoda MR4, ki je znašala 0,94 % (slika 18). Glede na testno napako MARNE smo najboljše napovedi dobili z MHW-metodo. Njena vrednost je znašala 1,43 %.

Slika 18: Napaka MARNE pri mesečnem dolgoročnem napovedovanju



Rezultati so pokazali, da smo zopet dobili najboljše rezultate glede na testno napako MARNE z metodami iz družine HW-metod, zato smo se tudi pri predstavitvi rezultatov v tem podpoglavju osredotočil zgolj na njihove rezultate. Najboljše napovedi smo dobili z metodo MHW (tabela 17).

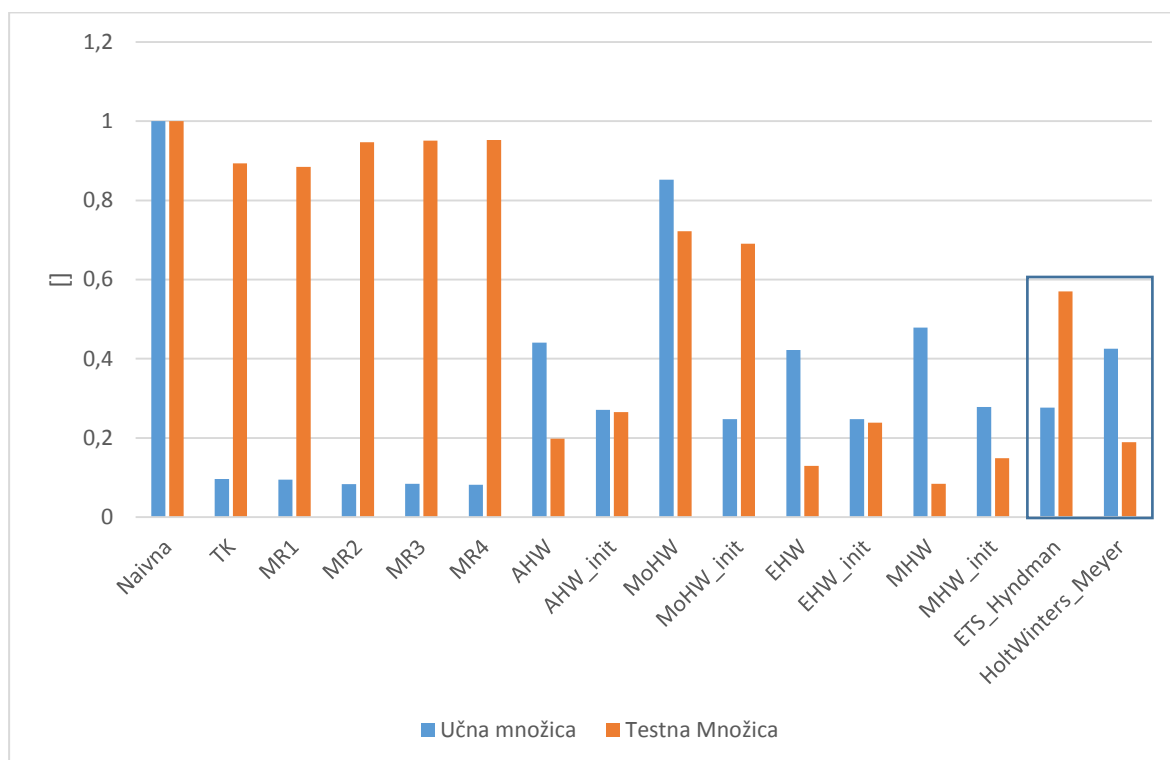
Tabela 17: Testna napaka MARNE, mesečno napovedovanje ($s=6$, $F=4$)

Metoda	Testna napaka MARNE [%]
MHW	1,43
EHW	1,50
EHW_init	2,05
AHW	2,13
MHW_init	2,44

Testna napaka MARNE najboljše MHW-metode je znašala 1,43 % in je bila le nekoliko manjša od testne napake EHW-metode, ki je znašala 1,50 %. Ti dve metodi sta se izkazali za najustreznejši metodi za mesečno napovedovanje odjema toplote. Metode, ki so sledile najboljšima dvema, so EHW_init, AHW in MHW_init. Iz grafa (slika 18) lahko vidimo, kakšne so posledice optimizacije začetnih vrednosti. Dodatna optimizacija začetnih vrednosti povzroči zmanjšanje učnih napak MARNE pri osnovnih HW-metodah.

Da je metoda MHW najprimernejša za mesečno napovedovanje odjema toplote, je pokazala tudi vrednost njene Theilove U-statistike, ki je bila izmed vseh metod najmanjša. Njena vrednost je znašala 0,08 (slika 19) in je bila veliko manjša od 1, kar nam zagotavlja kakovostne napovedi odjema toplote.

Slika 19: Vrednosti Theilove U-statistike pri mesečnem dolgoročnem napovedovanju



Kot vidimo iz grafa na sliki 19, dolgoročnega napovedovanja nismo izvedli z metodami drsečih sredin, tehtanih drsečih sredin in z metodami enostavnega eksponentnega glajenja

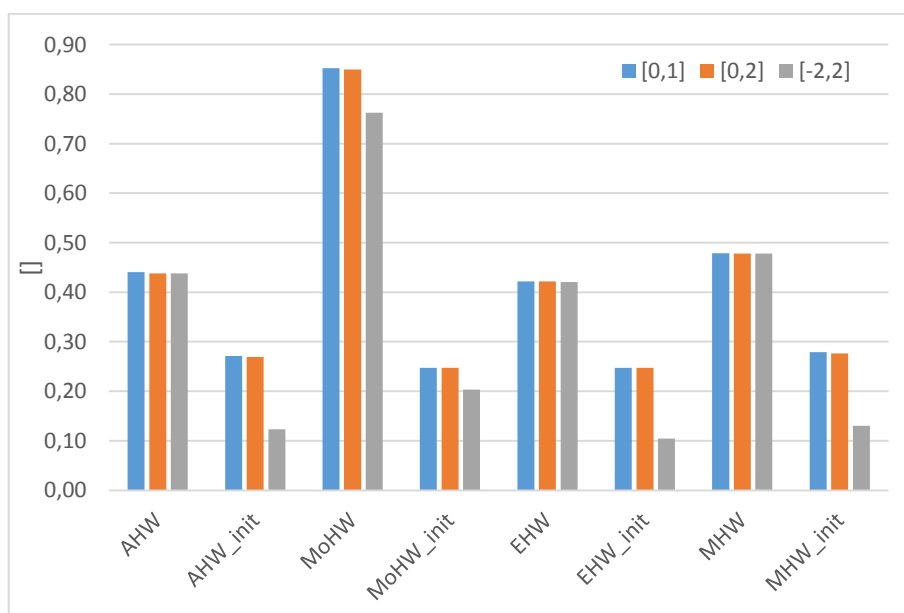
zaradi tehničnih omejitev napovedovanja. Dolgoročno napovedovanje smo izvedli tudi z *R*-ovima funkcijama *ETS_Hyndman* in *HoltWinters_Meyer*. Napovedovanje z omenjenima odprtokodnima orodjema ni doprineslo bistveno boljših rezultatov v primerjavi z napovedmi najboljših metod, kar je razvidno iz zadnjih štirih stolpcev v grafu na sliki 19.

5.1.3 Vpliv sprostitve omejitev parametrov glajenja na vrednosti Theilove U-statistike

Iz rezultatov mesečnega napovedovanja je razvidno, da so se za najprimernejše metode za napovedovanje odjema toplote izkazale Holt-Wintersove metode. Izboljšanje kakovosti napovedi HW-metod lahko dosežemo s sprostitvijo omejitev parametrov glajenja, kar lahko potrdimo na nivoju mesečnega napovedovanja. Podrobnejša analiza sprostitve parametrov na vseh nivojih bi presegla obseg magistrskega dela.

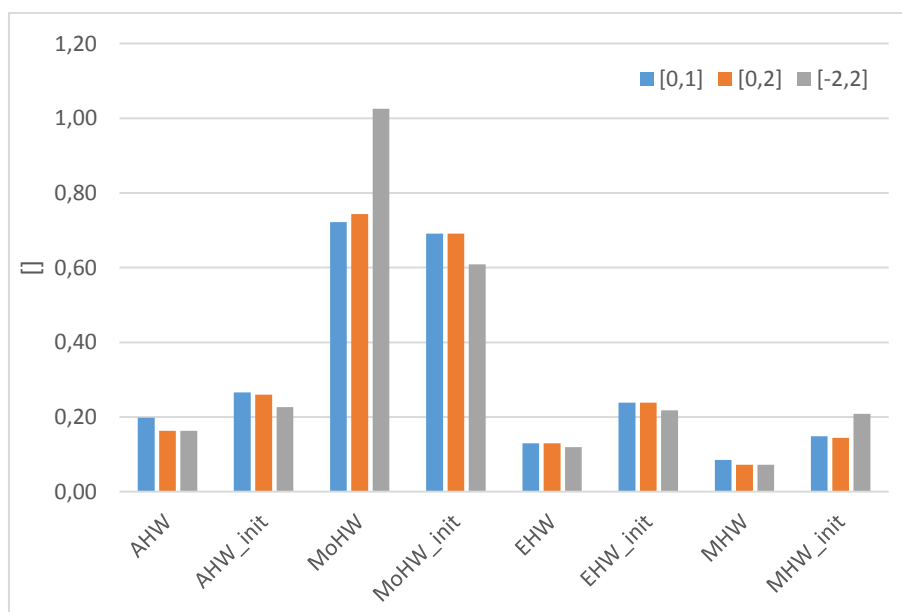
Analizirali smo tri različne nastavitve omejitev zaloge vrednosti parametrov glajenja: $[0,1]$, $[0,2]$ in $[-2,2]$. Kot vidimo iz grafa na sliki 20, so se vrednosti Theilove U-statistike (učne množice) po sprostitvi omejitev za parametre glajenja vedno zmanjšale. Največje izboljšave kakovosti napovedi smo opazili pri sprostitvi omejitev za parametre v drugem koraku oz. pri spremembi intervala zaloge vrednosti $[0,2]$ na $[-2,2]$.

Slika 20: Vrednosti Theilove U-statistike (učna množica) pri mesečnem dolgoročnem napovedovanju v primeru sprostitve omejitev za parametre glajenja



Sprostitve omejitev za parametre glajenja je v večini primerov pozitivno vplivala tudi na vrednosti Theilove U-statistike na testni množici. Do izboljšanja napovedi je prišlo pri šestih od osmih metod (slika 21).

Slika 21: Vrednosti Theilove U-statistike (testna množica) pri mesečnem dolgoročnem napovedovanju v primeru sprostitve omejitev za parametre glajenja



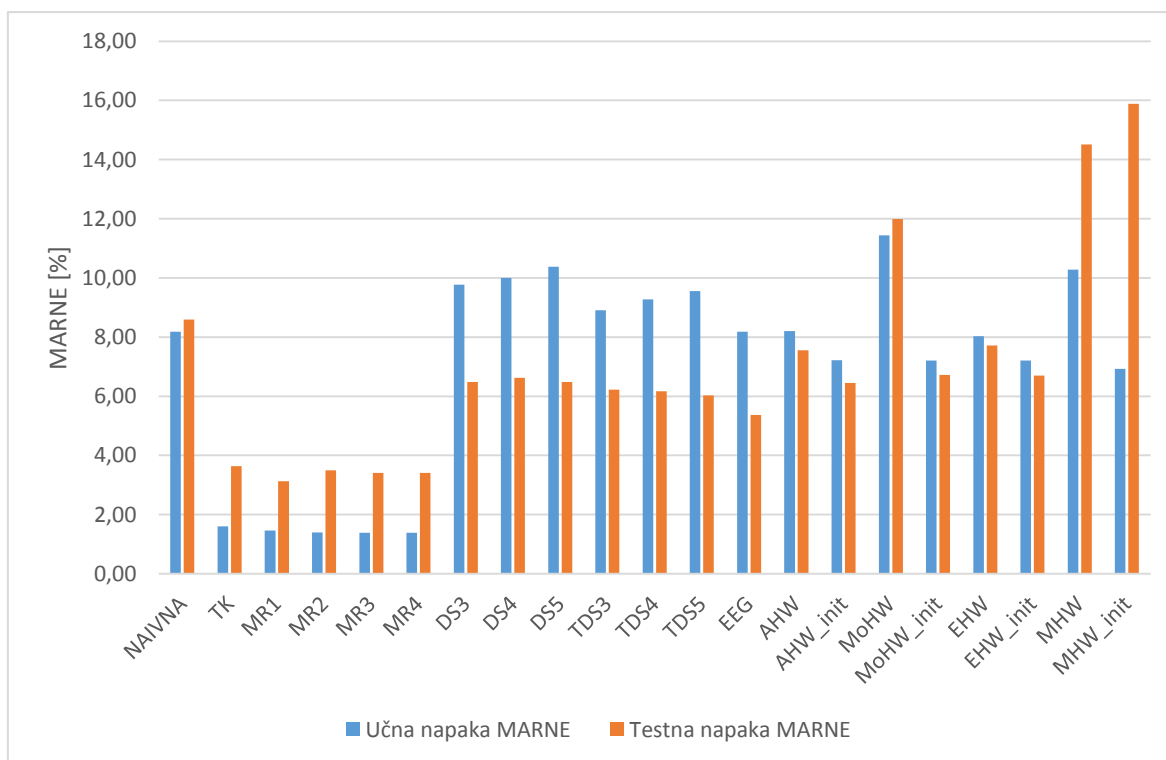
5.2 Tedensko napovedovanje

Pri tedenskem napovedovanju smo v splošnem ugotovili, da je odjem toplote veliko bolj odvisen od zunanjih dejavnikov kot pri mesečnem napovedovanju. Iz rezultatov bomo videli, da smo najboljše napovedi dobili z multiplo regresijo, medtem ko nad rezultati Holt-Wintersovih metod ne moremo biti ravno navdušeni. Na tem mestu velja poudariti, da HW-metode ne vključujejo informacije o zunanjih dejavnikih, ampak so napovedi izračunane zgolj na osnovi preteklega odjema toplote. Pri tedenskem napovedovanju smo poleg kratkoročnega in dolgoročnega napovedovanja preverili tudi napovedovanje po obdobjih, česar pri mesečnem napovedovanju zaradi malega vzorca podatkov nismo izvedli.

5.2.1 Tedensko kratkoročno napovedovanje

Rezultati učnih napak MARNE tedenskega kratkoročnega napovedovanja so pokazali, da bi bila najprimernejša metoda za napovedovanje metoda multiple regresije M4. Njena vrednost je bila 1,38 % (slika 22) in je bila po vrednosti zelo podobna učnim napakam sorodnih metod: MR3 (1,39 %), MR2 (1,40 %), MR1 (1,47 %) in TK (1,60 %).

Slika 22: Napaka MARNE pri tedenskem kratkoročnem napovedovanju



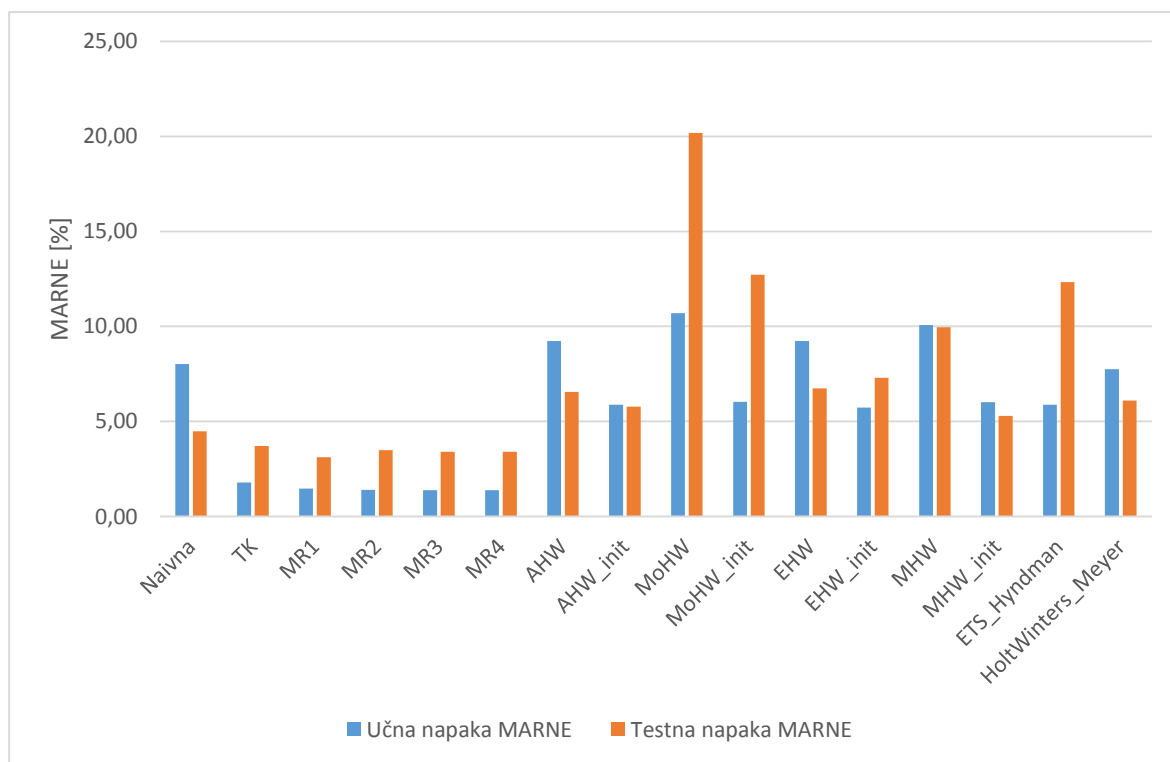
Če bi odločevalec o najustreznejši metodi imel na voljo tudi prihodnje podatke (testna množica), bi se odločil za metodo MR1. Testna napaka je dosegla vrednost 3,13 %, medtem ko so testne napake vseh slabših metod presegale vrednost 3,40 %. Če se osredotočimo na primerjavo metod multiple regresije in HW-metod, opazimo bistvene razlike v kakovosti napovedi. S kvantitativnim ovrednotenjem razlik smo ugotovili, da so bile učne napake najboljših metod v povprečju nižje za 85 %, medtem ko so bile testne napake v povprečju nižje za 65 % glede na HW-metode.

5.2.2 Tedensko dolgoročno napovedovanje

V tem podpoglavju želimo predstaviti rezultate tedenskega napovedovanja. Glede na to, da je vsaka zimska sezona trajala 26 tednov, smo pri izračunih napovedi s HW-metodami upoštevali 26 period v vsaki sezoni ($s=26$). Ker so bili v testno množico vključeni zgolj podatki zimske sezone ZS5, ki ni bila popolna in je trajala zgolj 18 tednov, smo se odločili, da bomo napovedovali za 18 period vnaprej ($F=18$) in tako pri primerjavi dejanskih in napovedanih vrednosti popolnoma izkoristili vse elemente testne množice.

Pri izbiri najboljše metode pri tedenskem dolgoročnem napovedovanju ni prišlo do bistvenih razlik v primerjavi s tedenskim kratkoročnim napovedovanjem. Tako s stališča učne kot testne napake MARNE so se za najprimernejše metode izkazale metode multiple regresije (slika 23). S stališča učne napake MARNE se je za najprimernejšo metodo izkazala MR4 metoda, medtem ko je analiza vrednosti testne napake MARNE pokazala, da je za napovedovanje najprimernejša metoda MR1.

Slika 23: Napaka MARNE pri tedenskem dolgoročnem napovedovanju



Če se ponovno osredotočimo zgolj na HW-metode in na opazovanje vrednosti učnih in testnih napak, ugotovimo, da smo najboljši rezultat dobili z metodo MHW_init (tabela 18). Sledile so ji AHW_init, AHW, EHW in EHW_init.

Tabela 18: Testna napaka MARNE, tedensko dolgoročno napovedovanje ($s=26$, $F=18$)

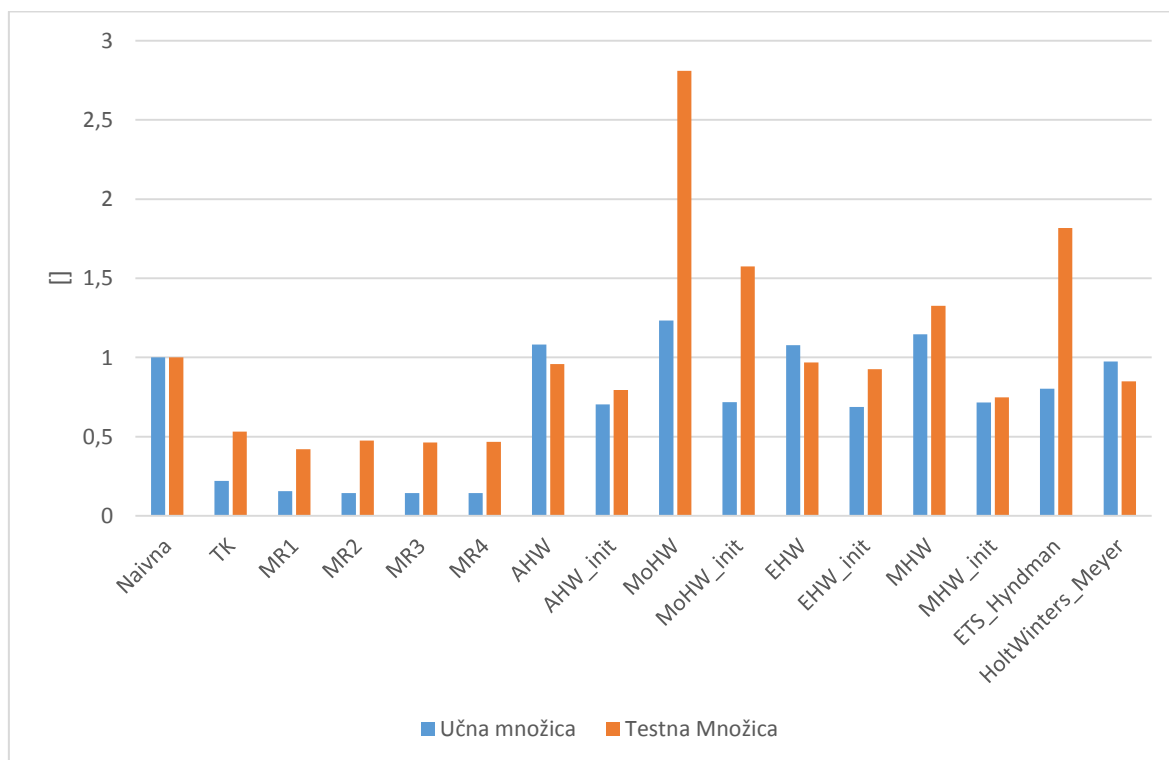
Metoda	Testna napaka MARNE [%]
MHW_init	5,29
AHW_init	5,78
AHW	6,56
EHW	6,74
EHW_init	7,29

Najmanjša testna napaka MARNE od vseh obravnavanih HW-metod je znašala 5,29 %. To vrednost smo dosegli z dodatno optimizacijo začetnih vrednosti multiplikativne HW-metode. Kot bomo videli v nadaljevanju, je tudi Theilova U-statistika pokazala, da je MHW_init boljša od metode naivnega napovedovanja. Iz grafa (slika 23) lahko sklepamo, da je dodatna optimizacija začetnih vrednosti smiselna in koristna, saj so se tako učne kot testne napake po dodatni optimizaciji v večini primerov zmanjšale.

Na osnovi rezultatov Theilove U-statistike lahko upravičeno trdimo, da je zgolj na osnovi poznavanja preteklih podatkov za napovedovanje odjema toplote najbolj primerna metoda

MR4, saj je bila njena vrednost Theilove U-statistike najmanjša (slika 24). Če bi izbirali najprimernejšo metodo na osnovi testne množice, bi izbrali metodo MR1.

Slika 24: Vrednosti Theilove U-statistike pri tedenskem dolgoročnem napovedovanju

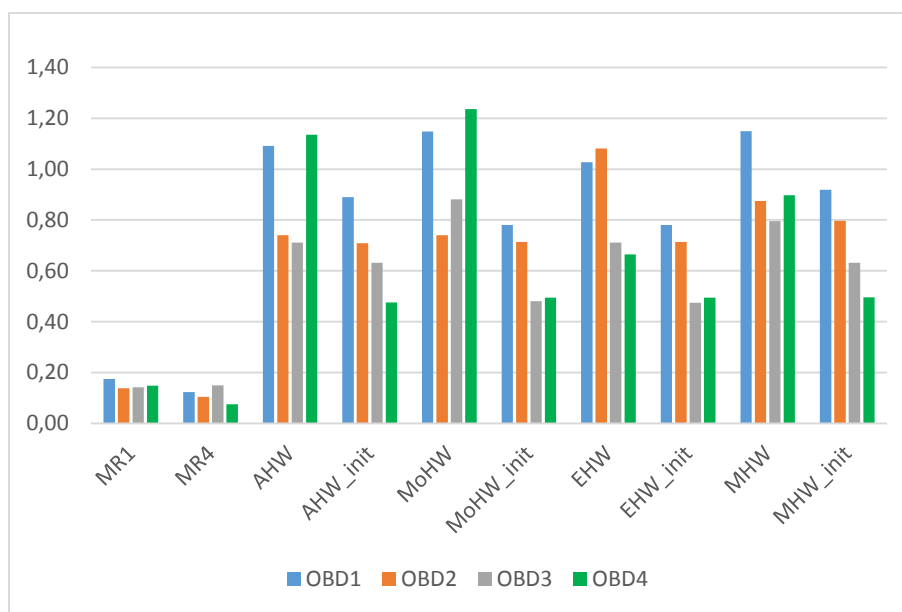


5.2.3 Tedensko dolgoročno napovedovanje po obdobjih

Z analizo tedenskega dolgoročnega napovedovanja po obdobjih smo skušali preveriti, ali smo s tovrstnim napovedovanjem zmožni napovedati bolj točne vrednosti odjema toplote kot s sezonskim napovedovanjem, ki je opisano v prejšnjem podpoglavju. Pri rezultatih Theilove U-statistike smo ugotovili relativno velika odstopanja kakovosti napovedi v posameznih obdobjih..

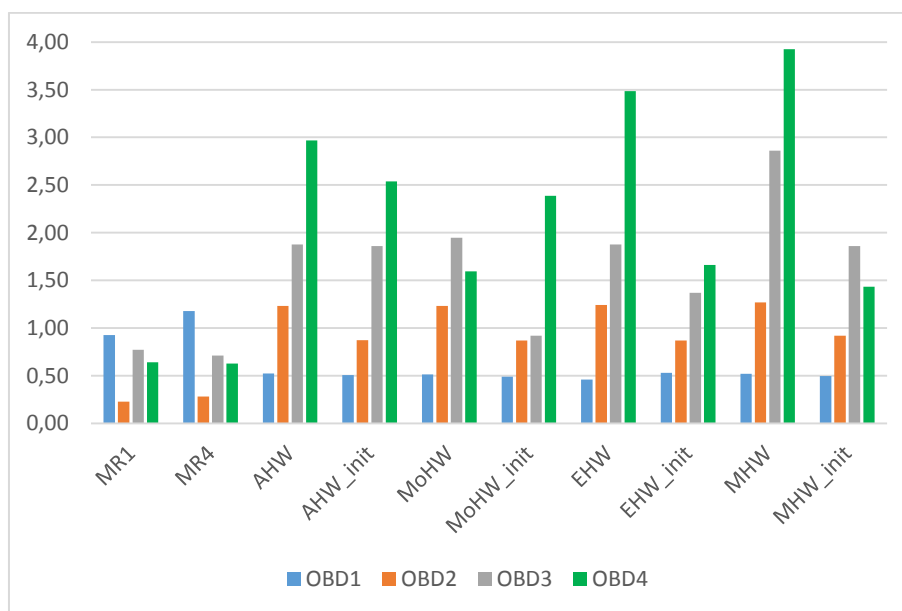
Pri opazovanju rezultatov Theilove U-statistike na učni množici smo ugotovili, da smo najboljše napovedi v povprečju (glede na vse sezone) dobili z MR4-metodo. Povprečna vrednost Theilove U-statistike na učni množici je znašala 0,11 (slika 25).

Slika 25: Vrednosti Theilove U-statistike (učna množica) pri tedenskem dolgoročnem napovedovanju po obdobjih



Če bi odločevalec imel na voljo tudi prihodnje podatke, bi iz množice obravnavanih metod izbral MR1-metodo, saj je povprečna vrednost Theilove U-statistike znašala 0,64 (slika 26) in je bila najmanjša izmed vseh povprečnih vrednosti posameznih metod.

Slika 26: Vrednosti Theilove U-statistike (testna množica) pri tedenskem dolgoročnem napovedovanju po obdobjih



Rezultati so pokazali, da smo z metodami multiple regresije dobili kvalitetnejše napovedi kot s HW-metodami. Pri vseh metodah so se pojavila relativno velika odstopanja kakovosti napovedi posameznih obdobj.

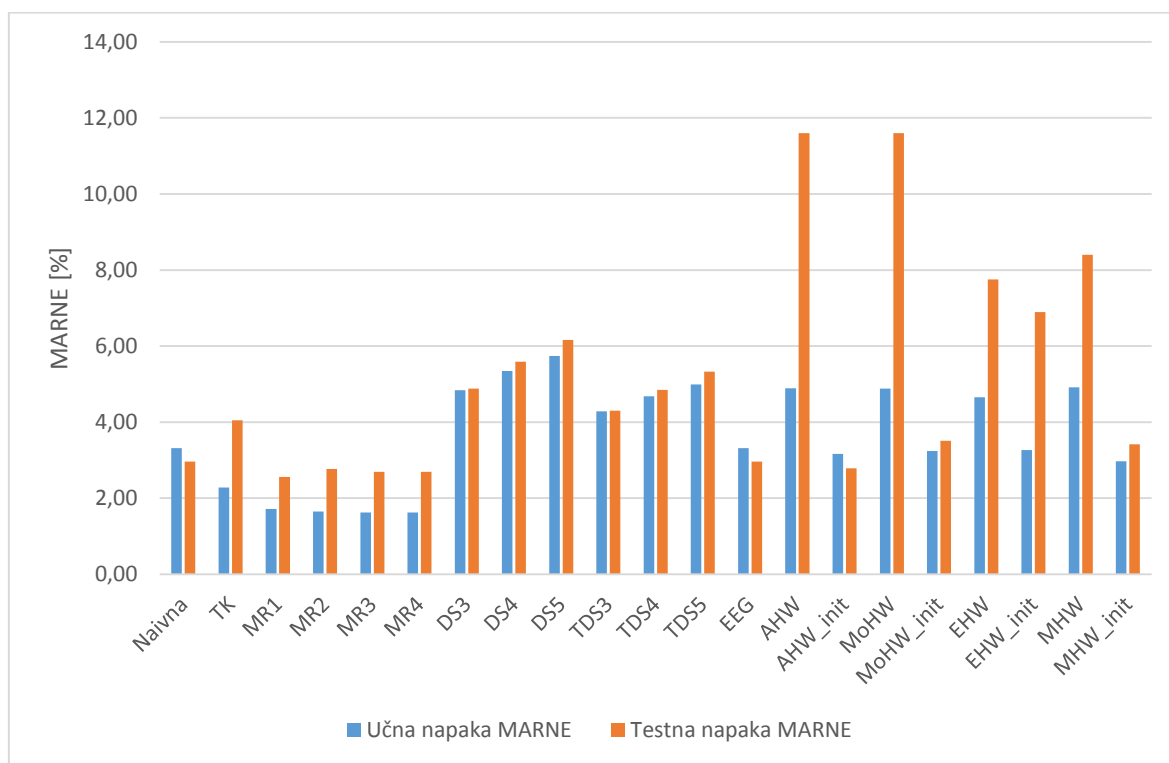
5.3 Dnevno napovedovanje

Rezultati analiz napovedovanja odjema toplote na dnevni ravni so pokazali, da je upoštevanje zunanjih dejavnikov za doseganje kakovostih napovedi nujno potrebno. Kot bomo videli pri predstavitvi rezultatov, je na dnevnem nivoju (dolgoročno napovedovanje) prišlo do še večjih razlik v kakovosti napovedi med napovedmi z metodami multiple regresije in napovedmi HW-metod kot pri tedenskem napovedovanju.

5.3.1 Dnevno kratkoročno napovedovanje

Najmanjše vrednosti učne napake MARNE smo dosegli z metodama MR3 in MR4. Njena vrednost je znašala 1,62 %. Glede na napako MARNE bi za najprimernejši model izbrali MR1 (2,56 %). Na tem mestu velja poudariti, da so bile najmanjše testne napake MARNE HW-metod pri dnevnem kratkoročnem napovedovanju le za odtenek višje kot testne napake MARNE MR-metod (slika 27).

Slika 27: Napaka MARNE pri dnevnem kratkoročnem napovedovanju



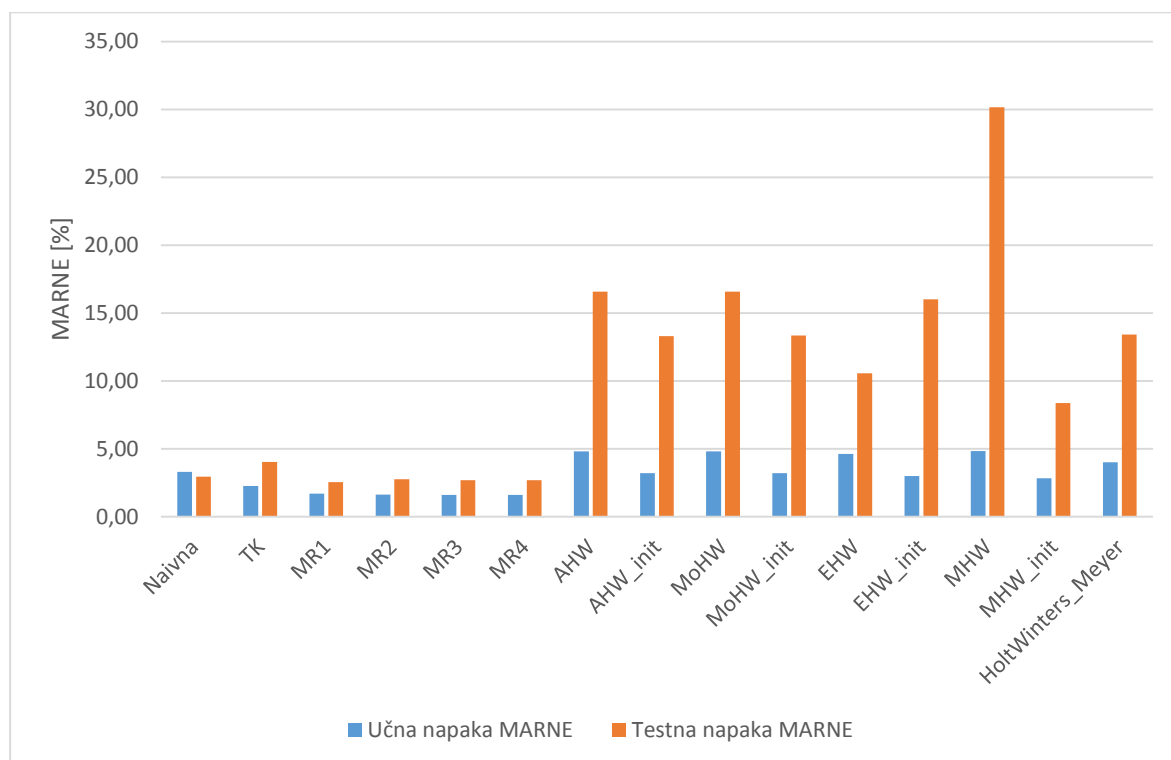
5.3.2 Dnevno dolgoročno napovedovanje

Pri dnevnem dolgoročnem napovedovanju smo ugotovili, da je prišlo do velikih razhajanj v kakovosti med skupinama metod multiple regresije in HW-metodami. Ugotovili smo, da je upoštevanje zgolj avtoregresijskih elementov (HW-metode) premalo za doseganje kakovostnih napovedi. Veliko boljše rezultate smo dobili z metodami multiple regresije, ki so upoštevale tudi zunanje dejavnike. Metoda MR4 je poleg avtoregresijskih elementov

upoštevala kar štiri zunanje dejavnike. Ti so temperatura ozračja, sončna sevanost, hitrost vetra in relativna vlažnost.

Zgolj na osnovi preteklih podatkov bi tako kot pri kratkoročnem napovedovanju za najprimernejšo metodo izbrali metodi MR3 in MR4, ki sta dosegli vrednost 1,62 % (slika 28). Analiza napovedi na testni množici pokaže, da bi bila ustrežnejša metoda MR1, ki je dosegla minimalno testno napako MARNE (2,56 %).

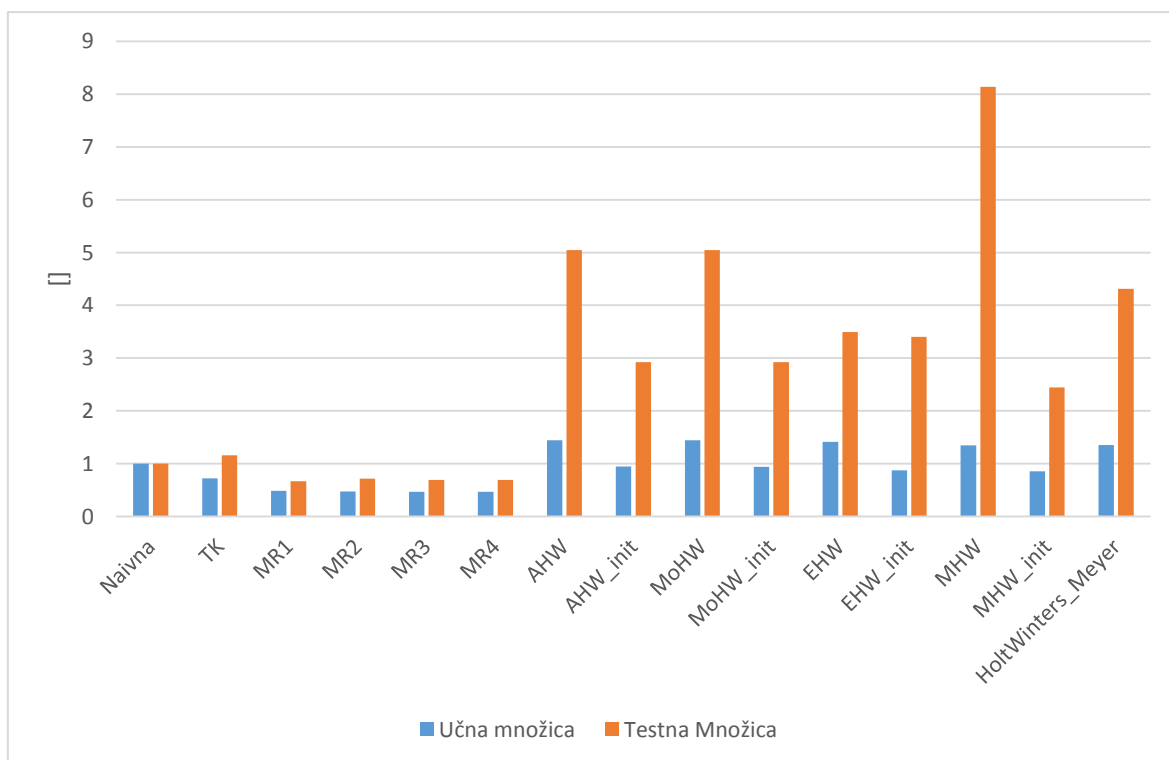
Slika 28: Napaka MARNE pri dnevnem dolgoročnem napovedovanju



Z izračunanimi vrednostmi Theilove U-statistike lahko potrdimo, da so izbire najprimernejših metod za dnevno dolgoročno napovedovanje pravilne in smiselne (slika 29). Najmanjšo vrednost Theilove U-statistike na učni množici sta zavzeli metodi MR3 in MR4. Njuna vrednost je bila 0,47, kar nam pove, da sta omenjeni metodi veliko boljši od naivnega napovedovanja. Najmanjšo vrednost Theilove U-statistike na testni množici smo izračunali pri napovedovanju z metodo MR1. Njena vrednost je znašala 0,67.

Učna napaka MARNE metode M4 glede na metodo M3 ni bila bistveno manjša, ker je bil vpliv relativne vlažnosti pri dnevnem napovedovanju statistično neznačilen. Tudi pri analizi Theilove U-statistike smo odkrili, da ni bilo bistvenih razlik v kakovosti napovedovanja med zgoraj omenjenima metodama.

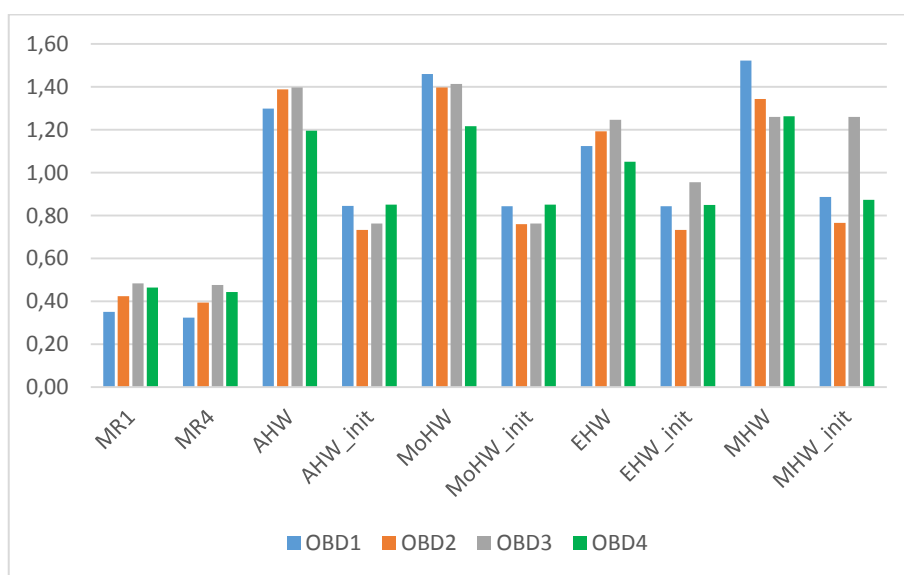
Slika 29: Vrednosti Theilove U-statistike pri dnevnem dolgoročnem napovedovanju



5.3.3 Dnevno dolgoročno napovedovanje po obdobjih

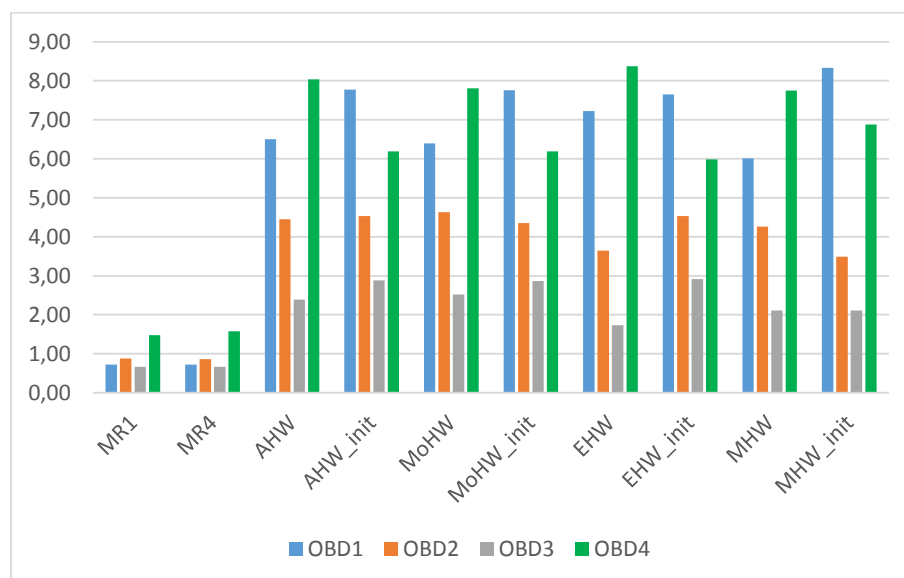
Tako kot pri tedenskem napovedovanju smo tudi pri dnevnem napovedovanju poleg sezonskega napovedovanja preizkusili možnosti dolgoročnega napovedovanja po obdobjih. Najmanjšo povprečno vrednost (povprečje štirih obdobj) Theilove U-statistike na učni množici smo dobili z metodo multiple regresije MR4 (slika 30). Njena vrednost je znašala 0,44.

Slika 30: Vrednosti Theilove U-statistike (učna množica) pri tedenskem dolgoročnem napovedovanju po obdobjih



Če bi odločevalec poznal tudi prihodnje podatke o odjemu toplote (testni podatki), bi se odločil za napovedovanje z metodo MR1, saj je bila njena povprečna vrednost Theilove U-statistike najmanjša od vseh in je znašala 0,94 (slika 31).

Slika 31: Vrednosti Theilove U-statistike (testna množica) pri dnevnem dolgoročnem napovedovanju po obdobjih



5.4 Pregled najprimernejših metod napovedovanja odjema toplote glede na način in nivo napovedovanja

Na osnovi obširne analize napovedi širokega spektra metod smo ugotovili, da so na posameznem nivoju (mesečni, tedenski, dnevni) nekatere metode bolj primerne za napovedovanje odjema toplote kot druge (tabela 19). Na osnovi poznavanja preteklega in prihodnjega odjema toplote se je izkazalo, da je za napovedovanje mesečnega kratkoročnega odjema toplote najbolj primerna EHW-metoda. Za mesečno dolgoročno napovedovanje je najbolj primerna metoda za napovedovanje MHW-metoda. Pri tedenskem in dnevnem napovedovanju je vpliv zunanjih dejavnikov (predvsem temperature ozračja) tako velik, da zgolj na podlagi preteklih vzorcev odjema toplote nismo zmožni zagotoviti kakovostnih napovedi. Za najboljšo metodo pri tedenskem in mesečnem napovedovanju odjema toplote se je izkazala metoda multiple regresije, MR1-metoda, ki je poleg preteklih vzorcev odjema toplote upoštevala tudi vpliv temperature ozračja. Tudi pri tedenskem in dnevnem napovedovanju po obdobjih smo ugotovili, da bi z metodami multiple regresije zagotovili kakovostnejše napovedi kot s Holt-Wintersovimi metodami. Najprimernejša metoda za napovedovanje po obdobjih tako na tedenskem kot dnevnem nivoju bi bila MR1-metoda.

Tabela 19: Izbor najboljših metod napovedovanja na posameznem nivoju

Napovedovanje	Kratkoročno napovedovanje	Dolgoročno napovedovanje	Dolgoročno napovedovanje po obdobjih
Mesečno	EHW ($F=1$)	MHW ($F=4$)	*
Tedensko	MR1 ($F=1$)	MR1 ($F=18$)	MR1 ($F=4$)
Dnevno	MR1 ($F=1$)	MR1 ($F=123$)	MR1 ($F=31$)
*Premalo število elementov v časovnih vrstah posameznih obdobji za oceno kakovosti napovedi			

Na osnovi rezultatov lahko potrdimo obe postavljeni hipotezi:

- Prvo hipotezo “*Družina Holt-Wintersovih metod je najprimernejša skupina metod za napovedovanje mesečnega odjema toplote iz vročevodnega sistema*” lahko potrdimo, ker se je za najprimernejšo metodo za mesečno kratkoročno napovedovanje izkazala razširjena Holt-Wintersova metoda EHW, medtem ko smo najkakovostnejše napovedi pri mesečnem dolgoročnem napovedovanju dobili z multiplikativno Holt-Wintersovo metodo MHW.
- Prav tako lahko potrdimo drugo postavljeno hipotezo, ki se je glasila: “*Multipla regresija je najprimernejša metoda za napovedovanje tedenskega in dnevnega odjema toplote, saj poleg avtoregresijskih elementov upošteva tudi vpliv zunanjih dejavnikov (temperaturo ozračja)*”. Rezultati so pokazali, da se je tako pri kratkoročnem kot pri dolgoročnem napovedovanju na tedenskem in dnevnem nivoju za najprimernejšo metodo napovedovanja odjema toplote vroče vode izkazala metoda multiple regresije, MR1-metoda.

Izbrane najboljše metode za napovedovanje odjema toplote na posameznem nivoju bi bile primerne za takojšnjo uporabo v realnem poslovnem svetu. Zaradi dinamične časovne vrste, kot je odjem toplote, predlagamo ponovno analizo najboljših metod ob pridobitvih novjših podatkov.

SKLEP

Napovedovanje odjema toplote ponuja neslutene možnosti za optimizacijo procesov in lažje sprejemanje operativnih in strateških odločitev v podjetju. Trajnostna energetska oskrba in učinkovita raba energije nista le prioriteti podjetja Energetika Ljubljana, temveč sta del prioritet tako na nacionalnem kot na evropskem nivoju. To dokazujejo številni sprejeti dokumenti in razpoložljiva finančna sredstva, ki so namenjena za raziskave na področju trajnostnega razvoja.

Oskrbno verigo Energetike Ljubljana predstavljajo trije elementi. To so proizvodni viri, distribucijsko omrežje in odjemalci. Namen raziskovanja v okviru magistrskega dela je bila raziskava najprimernejših metod za napovedovanje odjema toplote na preteklih podatkih. Na voljo smo imeli dnevne podatke o preteklem odjemu toplote, temperaturi ozračja, sončni sevanosti, hitrosti vetra in relativni vlažnosti. Časovni interval podatkov je zajemal obdobje od septembra 2008 do februarja 2013. Z metodami smo skušali napovedati odjem toplote odjemalcev in s tem pridobiti informacijo, ki bi nam služila za optimalno izkoriščenost energetskih objektov v prihodnosti in posledično boljše poslovanje podjetja.

Opravili smo analize mesečnega, tedenskega in dnevnega napovedovanja. Napovedi posameznih metod smo ocenjevali na osnovi uveljavljenih statističnih mer, kot so MSE, MAPE in Theilova U-statistika. Rezultate smo primerjali tudi s statistično mero MARNE, ki je bila izpeljana specifično za naš primer. MARNE je predstavljala srednjo absolutno napako, normalizirano glede na maksimalno prenosno kapaciteto Q_{max} vročevodnega omrežja. Napaka MARNE nam je omogočila lažjo primerjavo rezultatov napovedi posameznih metod.

Za referenčno metodo napovedovanja odjema toplote smo izbrali metodo naivnega napovedovanja. Izvedli smo tudi napovedovanje z enostavnejšimi metodami, kot so drseče sredine in tehtane drseče sredine ter eksponentno glajenje. Zanimalo nas je, kako točne napovedi uspemo zagotoviti z zgoraj omenjenimi metodami v primerjavi s kompleksnejšimi metodami. Relativno veliko časa smo posvetili Holt-Wintersovim metodam in analizi njihovih napovedi. Raziskave smo nadaljevali z upoštevanjem zunanjih dejavnikov in se tako posvetili metodam multiple regresije. Preizkusili smo tudi dve funkciji za napovedovanje v okviru programskega paketa *R*, to sta funkciji *ETS* in *HoltWinters*.

Rezultati so pokazali, da smo pri mesečnem napovedovanju odjema toplote najboljše napovedi dobili s Holt-Wintersovimi metodami. Pri kratkoročnem mesečnem napovedovanju se je za najprimernejšo metodo izkazala EHW-metoda, medtem ko je bila za najprimernejšo metodo za dolgoročno mesečno napovedovanje izbrana MHW-metoda. Pri tedenskem in dnevnem napovedovanju smo ugotovili, da je bil vpliv zunanjih dejavnikov prevelik, da bi dobili kakovostne napovedi odjema zgolj na podlagi preteklih

vzorcev odjema. Tako so se za najkakovostnejše metode izkazale metode multiple regresije. Najboljša metoda za kratkoročno in dolgoročno napovedovanje na obeh nivojih se je izkazala metoda multiple regresije, ki je poleg preteklega odjema toplote upoštevala še vpliv temperature ozračja. Pri napovedovanju po obdobjih smo ugotovili, da so metode multiple regresije primernejše za napovedovanje kot Holt-Wintersove metode.

Rezultati analiz dajejo magistrskemu delu še dodatno težo, ker so bile raziskave narejene na realnih podatkih. Ugotovitve in priporočila je možno nemudoma uporabiti v dejanskem poslovnem okolju.

V magistrskem delu je predstavljena obširna analiza napovedovanja odjema toplote s pomočjo številnih metod. Najpomembnejši doprinos magistrskega dela predstavlja določitev najprimernejših metod za napovedovanje odjema toplote na treh različnih nivojih (mesečnem, tedenskem in dnevnem). Izbrane najprimernejše metode je mogoče nemudoma implementirati v realnem poslovnem okolju in na ta način olajšati sprejemanje odločitev tako na operativni kot na strateški ravni v podjetju.

Magistrsko delo poleg raziskovalnih prvin vključuje tudi pedagoški pristop k obravnavanju najrazličnejših metod napovedovanja. Obširna predstavitev metod za napovedovanje daje bralcu možnost temeljitega vpogleda v postopke izračunov napovedi posameznih metod. Zaključno delo predstavlja odlično izhodišče za spoznavanje tako z enostavnimi kot tudi s kompleksnejšimi tehnikami napovedovanja.

Z rezultati raziskovalnih aktivnosti v okviru magistrskega dela smo dobili odgovore na vprašanje, katere metode so najprimernejše za napovedovanje odjema toplote na posameznem nivoju. Možna izhodišča za nadaljnje raziskovalne delo so izboljšave najboljših metod ali celo njihova morebitna integracija:

- Zanimivo bi bilo preveriti, na kakšen način bi še lahko izboljšali napovedi odjema toplote, ki smo jih dobili s Holt-Wintersovimi metodami. Ena izmed možnosti bi bila temeljita analiza vpliva sprostitve omejitev za parametre glajenja na vseh nivojih.
- Pri tedenskem in dnevnem napovedovanju bi bilo zanimivo raziskati, kakšne so možnosti izboljšanja metod multiple regresije. Morebiti bi že z uvedbo dodatnih spremenljivk (kot npr. cene primarnih energentov in upoštevanje potrošniških navad), ki bi jih kasneje vključili v analizo kot zunanje dejavnike, uspeli statistično značilno izboljšati napovedi.
- Glede na to, da smo najboljše napovedi dobili z metodami multiple regresije (tedenski, dnevni nivo) in HW-metodami (mesečni nivo), bi bilo smiselno razmisliti o možnosti integracije omenjenih skupin metod v eno metodo.

VIRI IN LITERATURA

1. Aalborg Nielsen, H. & Madsen, H. (2006). Modeling the heat consumption in district heating systems using a grey-box approach. *Energy and buildings*, 38, 63-71.
2. Bacher, P., Madsen, H., Aalborg Nielsen, H., & Perers B. (2013). Short-term heat load forecasting for single family houses. *Energy and buildings*, 65, 101-112.
3. Box, G. E. P., & Jenkins, G. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control* (2nd ed.). San Francisco: Holden-Day.
4. Brown, R. G. (1956). *Exponential Smoothing for Predicting Demand*. Cambridge, Massachusetts: Arthur D. Little Inc.
5. Chatfield, C., Koehler, A. B., Ord, J. K., & Snyder, R. D. (2001). A New Look at Models for Exponential Smoothing. *Journal of the Royal Statistical Society*, 50(2), 147-159.
6. Dotzauer, E. (2002). Simple model for prediction of loads in district-heating systems. *Applied Energy* 73, 277-284.
7. European Climate Foundation. *Roadmap 2050 – Technical & Economic Analysis: Full Report*. Najdeno 4. marca 2015 na spletnem naslovu <http://www.roadmap2050.eu/reports/>
8. European Commission. *Europe 2020 – A strategy for smart, sustainable and inclusive growth*. Najdeno 10. marca 2015 na spletnem naslovu <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2010:2020:FIN:EN:PDF>
9. European Climate Foundation. *Power Perspectives 2030: Full report*. Najdeno 4. marca 2015 na spletnem naslovu <http://www.roadmap2050.eu/project/power-perspective-2030>
10. Ferbar Tratar, L. (2014). Improved Holt-Winters method: A case of overnight stays of tourists in Republic of Slovenia. *Economics and business review*, 16(1), 5-17.
11. Ferbar Tratar, L. (2015). Forecasting method for noisy demand. *International journal of production economics* 16, 64-73.
12. Gardner, E. S. Jr. (2005). Exponential smoothing: The state of the art – Part II. *International Journal of Forecasting*, 22(4), 637-666.
13. Holt, C. C. (1957). *Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages* 52. Office of Naval Research, Arlington, VA.
14. Hyndman, R. J., Koehler, A. B., Snyder, R. D., & Grose, S. (2002). A state space framework for automatic forecasting using exponential smoothing methods. *International J. Forecasting*, 18(3), 439-454.
15. Hyndman, R. J., & Koehler, A. B. (2006). Another look at measures of forecast accuracy. *International Journal of Forecasting* 22, 679-688.
16. Hyndman, R. J., Akram, Md., & Archibald, B. (2008). The admissible parameter space for exponential smoothing models. *Annals of Statistical Mathematics*, 60(2), 407-426.
17. Kwak, Y., Seo, D., Jang, C., & Huh, J. H. (2013). Feasibility study on a novel methodology for short-term real-time energy demand prediction using weather forecasting data. *Energy and Buildings* 57, 250-260.
18. Lee, C. M., & Ko, C. N. (2011). Short-term load forecasting using lifting scheme and ARIMA models. *Expert System with Applications* 38, 5902-5911.

19. Makridakis, S., C. Wheelwright, S., & Hyndman, R. J. (1998). *Forecasting: Methods and applications* (3rd ed.). New York: John Wiley & Sons.
20. Energetika Ljubljana. (2013). Letno poročilo 2012. Najdeno 7. marca 2015 na spletnem naslovu <http://www.energetika-lj.si/o-druzbi/poslovanje-2>
21. Energetika Ljubljana. (2014). Letno poročilo 2013. Najdeno 6. marca 2015 na spletnem naslovu <http://www.energetika-lj.si/o-druzbi/poslovanje-2>
22. Potočnik, P. (2012). Adaptive one day ahead forecasting of natural gas consumption. *Proceeding of the IASTED International Conference, Applied Simulation and Modelling 2012*, (str. 50-56). Anaheim|Calgary|Zürich: Acta Press.
23. Potočnik, P., Soldo B., Šimunović G., Šarić T., Jeromen A., & Govekar E. (2014). Comparison of static and adaptive models for short-term residential natural gas forecasting in Croatia. *Applied Energy* 129, 94-103.
24. Soldo, B., Potočnik, P., Šimunović, G., Šarić, T., & Govekar, E. (2014). Improving the residential natural gas consumption forecasting models by using solar radiation. *Energy and Buildings* 69, 498-506.
25. Strmčnik, E. (2014). *Raziskava in razvoj empiričnih modelov za napovedovanje odjema toplote v vročevodnem sistemu* (magistrsko delo). Ljubljana: Fakulteta za strojništvo.
26. Strmčnik E., Potočnik P., & Govekar E. (2015). Raziskava in razvoj empiričnih modelov za napovedovanje odjema toplote v vročevodnem sistemu. *Ventil*, 21(1), 50-54.
27. Weron, R., & Misiorek, A. (2008). Forecasting spot electricity prices: A comparison of parametric and semiparametric time series models. *International Journal of Forecasting* 24, 744-763.
28. Willford I. K. (1912). *The Elements of Statistical Method*. London: The Macmillan company.
29. Winters, P. R. (1960). Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages. Najdeno 2. aprila 2015 na spletnem naslovu: <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.6.3.324>
30. Wisner, J. D., Tan, K. C., & Leong, G. K. (2009). *Principles of supply chain management: a balanced approach* (2nd ed.). South-Western: Cengage Learning.

PRILOGE

KAZALO PRILOG

Priloga 1: Seznam uporabljenih simbolov	1
Priloga 2: Seznam uporabljenih okrajšav	2
Priloga 3: Avtokorelacijska analiza tedenskega odjema toplote Q	3
Priloga 4: Avtokorelacijska analiza dnevnega odjema toplote Q	4
Priloga 5: Avtokorelacijska analiza tedenskega odjema toplote Q po obdobjih	5
Priloga 6: Avtokorelacijska analiza dnevnega odjema toplote Q po obdobjih	6

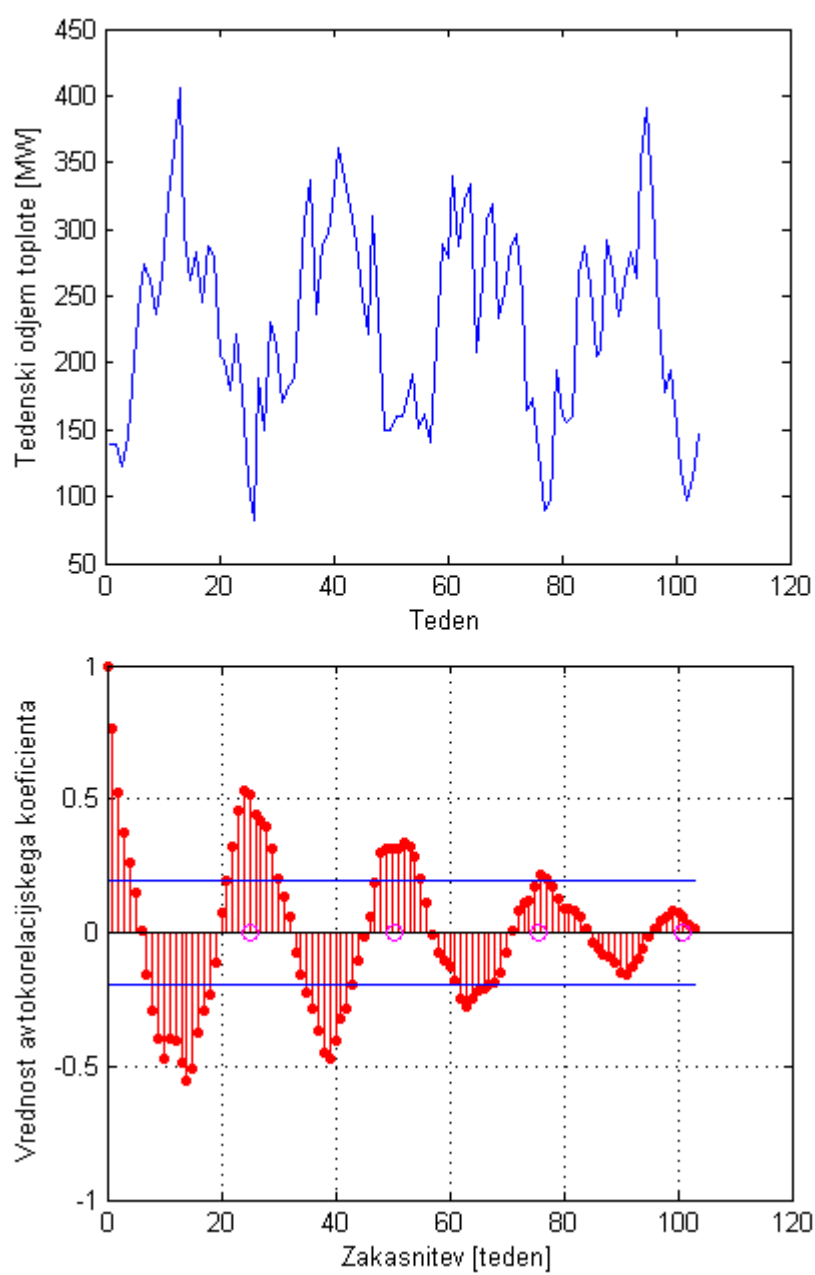
Priloga 1: Seznam uporabljenih simbolov

Oznaka	Enota	Pomen
F_t	MW	Napovedana vrednost spremenljivke v časovnem trenutku t
H	%	Relativna vlažnost
L_t	MW	Ocena vrednosti spremenljivke v časovnem trenutku t
N_d		Število opazovanih elementov časovne vrste
Q	MW	Odjem toplote iz vročevodnega omrežja
S	W/m ²	Sončna sevanost
T	°C	Temperatura ozračja
Y_t	MW	Dejanska vrednost odjema toplote v določenem časovnem trenutku t
W	m/s	Hitrost vetra
b_t	MW	Ocena trenda časovne vrste v časovnem trenutku t
i		Tekoči indeks
j		Zakasnitev časovne vrste
k		Red drseče sredine
m		Število period napovedovanja
p		Perioda
s		Število period v sezoni
t		Čas
$\alpha, \beta, \gamma, \delta$		Parametri glajenja
κ		Prosti člen TK-metode
λ		Vodilni koeficient TK-metode

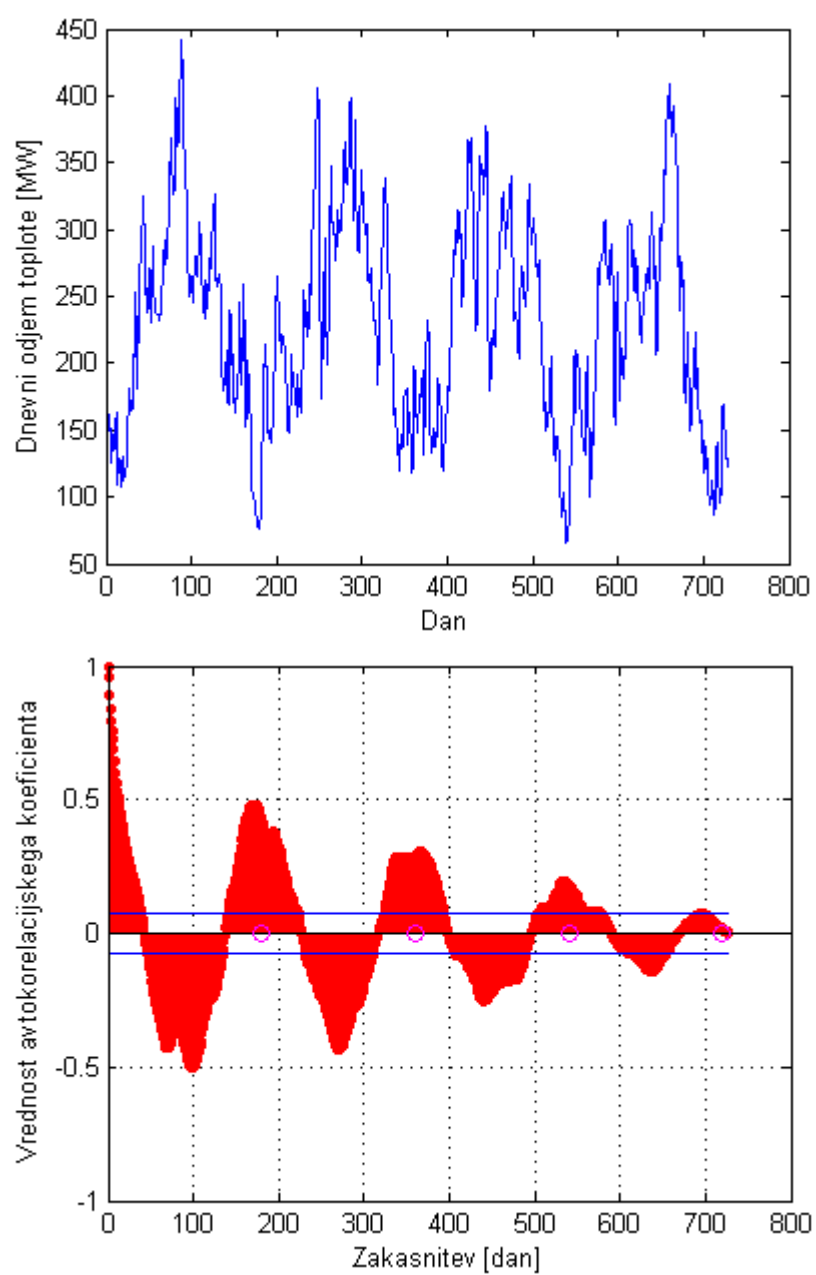
Priloga 2: Seznam uporabljenih okrajšav

Okrajšava	Pomen
AHW	Aditivna Holt-Wintersova metoda
DS	Metoda drsečih sredin
EEG	Metoda enostavnega eksponentnega glajenja
EHW	Razširjena Holt-Wintersova metoda
HW	Holt-Wintersova metoda
MAPE	Povprečna absolutna relativna napaka (ang. <i>Mean absolute percentage error</i>)
MARNE	Povprečna absolutna normalizirana napaka (ang. <i>Mean absolute range normalized error</i>)
MHW	Multiplikativna Holt-Wintersova metoda
MoHW	Modificirana Holt-Wintersova metoda
MR	Metoda multiple regresije
MSE	Povprečna kvadratna napaka (ang. <i>Mean squared error</i>)
nm	Število zaporednih manjkajočih vrednosti
OBD	Obdobje
PE	Relativna napaka (ang. <i>Percentage error</i>)
TDS	Metoda tehtanih drsečih sredin
ZS	Zimska sezona

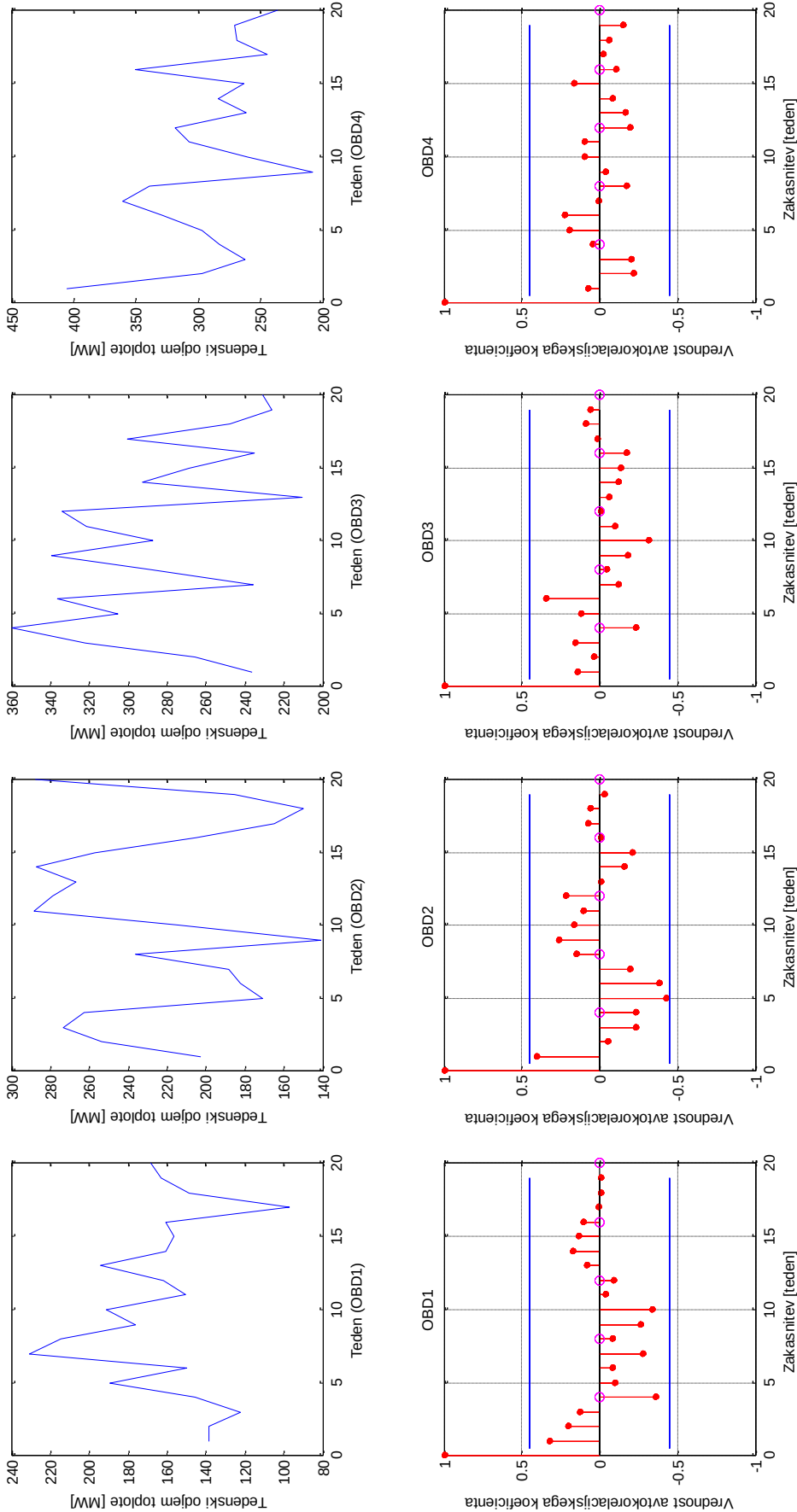
Priloga 3: Avtokorelacijska analiza tedenskega odjema toplote Q



Priloga 4: Avtokorelacijska analiza dnevnega odjema toplote Q



Priloga 5: Avtokorelacijska analiza tedenskega odjema toplote Q po obdobjih



Priloga 6: Avtokorelacijska analiza dnevnega odjema toplote Q po obdobjih

