UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

MAGISTRSKO DELO

TVEGANJE NASPROTNE STRANKE TIPA 1 V STANDARDNI FORMULI SOLVENTNOSTI 2

Ljubljana, oktober 2017

MAJA ŽUPEC

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisana Maja Župec, študentka Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani, avtorica predloženega dela z naslovom Tveganje nasprotne stranke tipa 1 v standardni formuli Solventnosti 2, pripravljenega v sodelovanju s svetovalcem prof. dr. Mihaelom Permanom

IZJAVLJAM

1. da sem predloženo delo pripravila samostojno;

2. da je tiskana oblika predloženega dela istovetna njegovi elektronski obliki;

3. da je besedilo predloženega dela jezikovno korektno in tehnično pripravljeno v skladu z Navodili za izdelavo zaključnih nalog Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani, kar pomeni, da sem poskrbela, da so dela in mnenja drugih avtorjev oziroma avtoric, ki jih uporabljam oziroma navajam v besedilu, citirana oziroma povzeta v skladu z Navodili za izdelavo zaključnih nalog Ekonomske fakultete Univerze v Ljubljani;

4. da se zavedam, da je plagiatorstvo – predstavljanje tujih del (v pisni ali grafični obliki) kot mojih lastnih – kaznivo po Kazenskem zakoniku Republike Slovenije;

5. da se zavedam posledic, ki bi jih na osnovi predloženega dela dokazano plagiatorstvo lahko predstavljalo za status na Ekonomski fakulteti Univerze v Ljubljani v skladu z relevantnim pravilnikom;

6. da sem pridobila vsa potrebna dovoljenja za uporabo podatkov in avtorskih del v predloženem delu in jih v njem jasno označila;

7. da sem pri pripravi predloženega dela ravnala v skladu z etičnimi načeli in, kjer je to potrebno, za raziskavo pridobila soglasje etične komisije;

8. da soglašam, da se elektronska oblika predloženega dela uporabi za preverjanje podobnosti vsebine z drugimi deli s programsko opremo za preverjanje podobnosti vsebine, ki je povezana s študijskim informacijskim sistemom članice;

9. da na Univerzo v Ljubljani neodplačno, neizključno, prostorsko in časovno neomejeno prenašam pravico shranitve predloženega dela v elektronski obliki, pravico reproduciranja ter pravico dajanja predloženega dela na voljo javnosti na svetovnem spletu preko Repozitorija Univerze v Ljubljani;

10. da hkrati z objavo predloženega dela dovoljujem objavo svojih osebnih podatkov, ki so navedeni v njem in v tej izjavi.

V Ljubljani, dne 13.10.2017 Podpis študentke: Maja Župec

KAZALO

KAZALO TABEL

KAZALO SLIK

UVOD

Osnovni namen obvladovanja tveganj v finančni družbi je prepoznavanje tveganj in ustrezno ukrepanje s ciljem zagotavljanja stabilnega dolgoročnega poslovanja in optimizacije finančnega rezultata zavarovalnice v okviru tveganj, ki jim je izpostavljena (Nekrep, 2014). Zavarovatelj mora mnogokrat prevzeti v zavarovanje tudi tveganja, ki po velikosti presegajo njegove zmožnosti, kakor tudi tveganja, kjer so možne masovne škode, ki jih sam ne more kriti oziroma izravnati. S pozavarovanjem zavarovalnica zmanjšuje tveganje nastanka zavarovalnega primera z velikim negativnim finančnim učinkom (veliko škodo) ter zmanjšuje potrebo po kapitalu.

Solventnost 2 je evropska zakonodaja, katere namen je zagotoviti podlago za uporabo kvalitativnih in kvantitativnih orodij oziroma ukrepov za zagotavljanje varnega poslovanja zavarovalnic. Cilj Solventnosti 2 je oblikovanje metod za določanje in nadzor nad kapitalsko ustreznostjo zavarovalnic na podlagi tveganj, ki jih je posamezna zavarovalnica prevzela v kritje oziroma jim je na drug način izpostavljena.

Solventnost 1 je bila prvenstveno osredotočena na kapitalsko ustreznost zavarovalnic in ni vključevala zahtev glede upravljanja tveganj in upravljanja v zavarovalnicah, medtem ko Solventnost 2 vzpostavi bolj celovite zahteve glede kapitalske ustreznosti evropskih zavarovalnic, kjer je višina kapitalskih zahtev v veliki meri odvisna od same zavarovalnice in njenega upravljanja s tveganji. Evropski organ za zavarovanja in poklicne pokojnine (angl. *European Insurance and Occupational Pensions Authority*, v nadaljevanju EIOPA) opredeljuje tri stebre zahtev Solventnosti 2, katerih cilj je spodbuditi dobro upravljanje s tveganji, zagotoviti večjo preglednost pri procesnem odločanju in okrepiti notranji in zunanji nadzor poslovanja zavarovalnic.

V prvem stebru direktive sta definirana algoritma za določanje potrebnega solventnostnega in minimalnega kapitala. Solventnostni kapital je namenjen pokrivanju odklonov od zavarovalno tehničnih rezervacij, ki jih interpretiramo kot pričakovano vrednost izgub zavarovalnice. Zbrane zavarovalne premije predstavljajo rezervni sklad za te pričakovane izgube in predstavljajo zaščito pred pričakovanimi izgubami. Kapital zavarovalnice meri finančni položaj in izraža moč poslovnega subjekta. Koliko kapitala mora zavarovalna finančna institucija najmanj imeti, oziroma koliko tveganja lahko prevzame glede na kapitalsko moč, se izračuna s pomočjo standardne formule ali notranjega modela, ki ga določi zavarovalnica sama glede na določena pravila (EIOPA, 2010).

Ker se zavarovalnice vsakodnevno soočajo z določitvijo potrebnega solventnostnega kapitala, v magistrskem delu opišemo, izpeljemo in raziščemo izračun potrebnega solventnostnega kapitala za tveganje neizpolnitve obveznosti nasprotne stranke, ki se ga po novi direktivi Solventnost 2 določi s pomočjo standardne formule. Osredotočimo se le na modul za tveganje neplačila nasprotne stranke tipa 1. Glavni cilj naloge je ugotoviti, ali nam predlagana standardna formula ustrezno določi višino potrebnega solventnostnega kapitala, ne glede na izbiro parametrov.

Za ta namen v prvem poglavju predstavimo matematični model za izračun kapitalskih zahtev, ki izhajajo iz tveganja neizpolnitve obveznosti nasprotne stranke. Predstavljen matematični model je odvisen od verjetnosti neplačila nasprotne stranke in od velikosti izpostavljenosti do posamezne pozavarovalnice. Znotraj tega definiramo komponente pričakovane in nepričakovane izgube ter predstavimo simulacijo izgub Monte Carlo. Pri simulaciji Monte Carlo izgube simuliramo in prikažemo v obliki histograma, da dobimo empirično porazdelitev izgube danega portfelja. Iz empirične porazdelitve izgube lahko ocenimo kvantile izgube, s pomočjo katerih določimo potreben ekonomski kapital.

V drugem poglavju na kratko predstavimo solventnosti režim, ki določa nova pravila za upravljanje s tveganji in je sestavljena iz treh stebrov. Osredotočimo se na prvi steber, kjer je definiran zahtevani solventnostni kapital. Navedemo kako se kapitalske zahteve določajo po Solventnosti 2 in izpeljemo matematični model, s katerim določimo kapitalske zahteve za tveganje neplačila nasprotne stranke tipa 1.

V tretjem poglavju skušamo izpeljani model uporabiti v praksi. S pomočjo Monte Carlo simulacij izgub določimo empirično portfeljsko porazdelitev izgube, na podlagi te pa določimo velikost kapitalskih zahtev. Pri tem opazimo, da so značilne majhne verjetnosti velikih izgub, ki pa so kritične za varnost oziroma solventnost. Poleg tega pokažemo, da s pozavarovanjem zavarovalnica zmanjšuje tveganje nastanka zavarovalnega primera z velikim negativnim finančnim učinkom ter tako zmanjšuje potrebo po kapitalu.

S simulacijo porazdelitve izgub v skladu z modelom za tveganje neizpolnitve obveznosti nasprotne stranke znotraj standardne formule določimo kapitalske zahteve, te pa primerjamo z aproksimacijami porazdelitve določene v zakonodaji in drugi literaturi. Trdimo pa, da simulacije izgub dajo bolj zanesljive ocene potrebnega kapitala v primerjavi s potrebnim kapitalom, ki ga lahko določimo s pomočjo algoritma za določanje kapitalskih zahtev znotraj standardne formule.

1 PREDSTAVITEV MODELA TVEGANJA NEPLAČILA NASPROTNE STRANKE

Osnovna vloga zavarovalnice je zagotovitev finančne zaščite zavarovancev, ki s predhodnim finančnim vplačilom prenese riziko na zavarovalnico. S sprejemom zavarovančevega rizika postane prvi in osnovni namen zavarovalnice ravno plačilo zavarovalnine ali odškodnine v primeru nastanka nenapovedanega, nepredvidljivega in v zavarovalni pogodbi navedenega škodnega dogodka.

Zavarovalnica lahko plačuje škode, ki izhajajo iz običajnih škodnih primerov, velikokrat pa prevzema riziko, ki po velikosti presega njene zmožnosti ali pa lahko pride do dogodkov, ki povzročijo neobičajno visoko število škod, ki jih sama ne more kriti. Riziko zavarovalnica s porazdelitvijo prenese na eno ali več pozavarovalnic in tako zmanjša tveganje. Bolj ko se riziko porazdeli, večja je verjetnost izplačila škode oškodovancu (Komelj & Dolničar, 2007).

Če hočemo pozavarovanje predstaviti na enostaven način, lahko trdimo, da je pozavarovanje zavarovanje zavarovalnic, s katerim zavarovalnica odstrani oziroma zmanjša vpliv redkih velikih škod in si tako zagotovi gospodarsko varnost. Zavarovalnice s pozavarovanjem še bolj izkoristijo zakon velikih števil. Slika 1 prikazuje prenos dela nevarnosti ali rizika, prevzetega z zavarovalno pogodbo s strani neposrednega zavarovatelja, ki nima neposredne pogodbene povezave z zavarovancem (Šker, 2010).

Slika 1: Prenos rizika od zavarovancev do pozavarovalnice

Vir: T. Šker, Osnove zavarovalništva, 2010, str. 24, slika 3.

Kot alternative pozavarovanju lahko zavarovalnice nekoliko zmanjšajo vpliv rizika tako, da:

- povečajo svoj kapital do višine, ki zadošča zakonskim zahtevam po kritju rizikov;
- znižajo obseg prevzetih rizikov in ne sprejemajo novih; ali
- koristijo sozavarovanje.

Tipični učinek prenosa tveganja brez pozavarovanja ali z njim, ki vpliva tudi na kapitalske zahteve in donosnost kapitala, lahko ponazorimo z verjetnostno porazdelitvijo tveganja. Na Sliki 2 opazujemo dve porazdelitvi tveganja. Zavarovalnica, ki nima sklenjenega pozavarovanja, mora imeti kapital, ki je namenjen za kritje rizikov. Ko zavarovalnica sklene pozavarovanje, se kapital namenjen za kritje rizikov sprosti in količina razpoložljivega kapitala se poveča. Poleg tega je verjetnost za učinkovito poslovanje z zagotovljenim velikim številom storitev večja za zavarovalnico s sklenjenim pozavarovanjem (Koliševski, b.l.). Matematično ponazorimo, zakaj pozavarovanje sploh deluje.

Zavarovalnica za opravljanje svojih poslov prevzemanja tveganj potrebuje kapital. Predpostavimo, da lahko celotni zavarovalni portfelj P zapišemo kot večkratnik standardnega odklona višine škodnih dogodkov. Izračun je po enačbi (1):

$$K_P = k \cdot \sigma_P \tag{1}$$

K_P predstavlja kapital, ki ga zavarovalnica potrebuje, da izpolni mejo solventnosti, σ_P standardni odklon škodnih dogodkov in k ustrezen večkratnik. K_P je v večini primerov znatno večji od višine kapitala, ki jo je zavarovalnica še pripravljena izpostaviti tveganju. S pozavarovanjem se zmanjša variabilnost in kapitalska ustreznost.

S pozavarovanjem zavarovalni portfelj P razdelimo na zadržani del N in pozavarovani del R in tako spremenimo povezavo med kapitalom in variabilnostjo. Potreben kapital zavarovalnice in pozavarovalnice lahko zapišemo kot

$$K_N = k \cdot \sigma_N$$
$$K_R = k \cdot \sigma_R$$

Ko tveganje razdelimo med zavarovatelja in pozavarovatelja, se potreben kapital poveča, saj velja

$$\sigma_N + \sigma_R \geq \sigma_P \tag{2}$$

Če pa pozavarovalnica svoje tveganje še nadalje pozavaruje, se s tem zmanjšuje relativna variabilnost pozavarovalnega portfelja. Predpostavimo, da pozavarovalnica v svoj portfelj sprejme n neodvisnih, enako porazdeljenih portfeljev. Potem je skupen potreben kapital pozavarovalnice enak

$$K_{nR} = k \cdot \sigma_{nR} = k \cdot \sqrt{n} \cdot \sigma_R$$

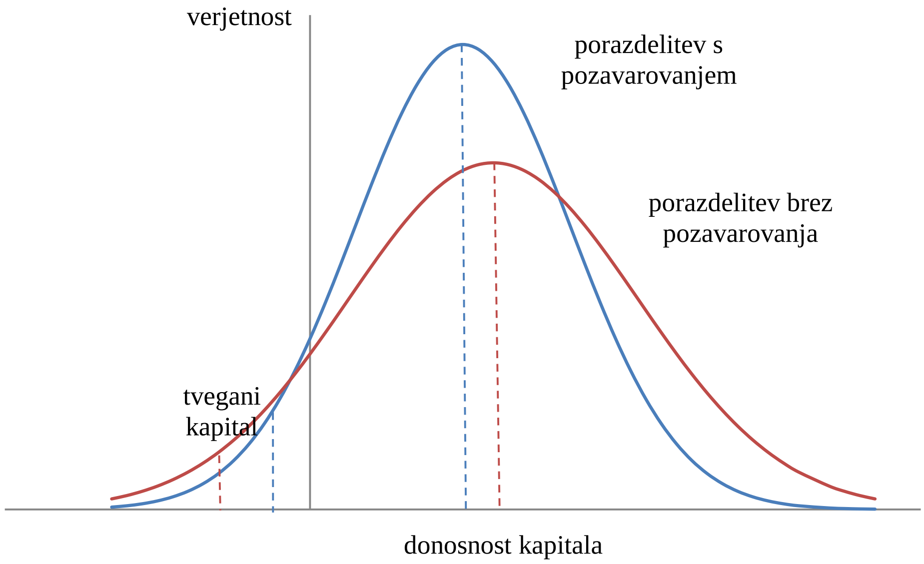
in tako delež kapitala, ki odpade na pozavarovalni portfelj R

$$K_R = \frac{k \cdot \sigma_R}{\sqrt{n}} \tag{3}$$

Ko je n velik, je potreben kapital zavarovalnice skupaj z deležem portfelja v pozavarovateljevem kapitalu lahko manjši, kot pa samo zadosten kapital za pokrivanje zavarovalnega portfelja brez uporabe pozavarovanja.

Pozavarovalnica sicer prevzame neposredno breme zavarovalnega kritja, vendar pa se s tem zavarovalnici poveča tveganje neplačila, saj vedno obstaja tudi najmanjša možnost, da pozavarovalnica propade in tako ni zmožna povrniti nastalih stroškov (Baur & Enz, 2003). Ravno zato se morajo zavarovalnice odločati med pozavarovalnicami z ugodno bonitetno oceno. Pozavarovalnice pa potrebujejo za enaka tveganja manj kapitala zaradi diverzifikacije tveganj (Kapun, 2007).

Slika 2: Prenos tveganja s pozavarovanjem



Vir: J. Dvoršak Bugarija, Filipič, D., & Bobek, D., Obvladovanje tveganj v zavarovalnih finančnih institucijah, 2005, str. 138, zgled 13.

Bolj podrobno se posvetimo tveganjem neplačila, s katerim se soočajo udeleženci na finančnih trgih. Predstavimo model tveganja neplačila, ki ga opredelimo s pomočjo treh komponent: verjetnost neizpolnitve obveznosti, izguba ob neplačilu in izpostavljenost ob neplačilu. Pridobljeno znanje skušamo uporabiti v Poglavju 2 in izpeljati model tveganja neplačila uporabljen v direktivi Solventnost 2.

1.1 Tveganje neplačila nasprotne stranke

Kreditno tveganje (angl. *credit risk*) je eno izmed pomembnejših finančnih tveganj, ki ga ne moremo zlahka izmeriti, vrednotiti in upravljati. Če kredit opredelimo kot vračilo pričakovanih sredstev v določenem obdobju, kreditno tveganje predstavlja verjetnost, da zaradi morebitnega stečaja, insolventnosti ali ostalih finančnih slabitev, finančne obveznosti ne bodo v celoti izpolnjene (Harrington, 2004).

Glavni vir kreditnega tveganja zavarovalnic se nanaša na terjatve iz zavarovalnih poslov, na finančne naložbe in pozavarovalna sredstva. Gre predvsem za tveganje neplačila nasprotne stranke (angl. *counterparty risk*) in pomeni tveganje na strani zavarovalnice, da nasprotna stranka tj. pozavarovalnica ne bo zmožna izplačati škode, ki je pozavarovana.

Z merjenjem tveganja neplačila skušamo določiti verjetnost neplačila nasprotne stranke, le-ta pa je določena z verjetnostno porazdelitvijo tveganja. Porazdelitev tveganja neplačila je odvisna od treh komponent (Škorjanc, 2003):

- verjetnosti neplačila (angl. *probability of default*, v nadaljevanju PD);
- izpostavljenosti ob neplačilu (angl. *exposure at default*, v nadaljevanju EAD);

- dejanske izgube ob neplačilu (angl. *loss given default*, v nadaljevanju LGD).

Komponente podrobneje opišemo v nadaljevanju.

1.2 Merjenje tveganja neplačila nasprotne stranke

S pomočjo ocene tveganja neplačila določimo verjetnost, da bo nasprotna stranka v prihodnosti zmožna poravnati svoje obveznosti. Oceno pridobimo z informacijami o nasprotni stranki iz zunanjih virov ali pa neposredno od nasprotne stranke. Z merjenjem tveganja lahko določimo pozavarovalno premijo, vrsto in način pozavarovanja ter se tako na podlagi vsega odločimo o morebitnem prenosu tveganja ter se tako zavarovati pred izgubo.

Osnova vseh modelov merjenja tveganja neplačila je ugotavljanje potencialne izgube kreditnega portfelja. Z vidika predstavitve modela lahko potencialno izgubo razdelimo na pričakovano, nepričakovano in izjemno izgubo. Pričakovana izguba je produkt med verjetnostjo neplačila dolžnika, verjetno višino terjatve ob nastanku neplačila in stopnje poplačila terjatev (Zavodnik, 2002). Nepričakovana izguba je izguba, ki presega pričakovano, medtem ko izjemna izguba predstavlja tisto izgubo, ki preseže nepričakovano izgubo. Ker je verjetnost nastanka izjemne izgubo zelo nizka, je ne moremo ovrednotiti s pomočjo statističnih zakonitosti in jo v magistrskem delu le bežno omenimo. Nepričakovano izgubo ocenimo s pomočjo stres testov, ki pokažejo, kakšna izguba bi nastala v predvidenih ekstremnih okoliščinah. Če bi bila izjemna izguba vključena v nepričakovano izgubo, bi lahko hitro presegli predpisane limite.

Potencialno izgubo lahko določimo iz oblike verjetnostne porazdelitve. Hipotetična potencialna izguba portfelja je prikazana kasneje na Sliki 5.

1.2.1 Pričakovana izguba

Osnovni namen zavarovanja je zaščita premoženja in oseb pred različnimi nevarnostmi oziroma nepredvidljivimi dogodki, ki lahko povzročijo škodo. Človek nikoli ni mogel popolnoma odstraniti morebitnih nevarnosti, zato se s plačano zavarovalno premijo pri zavarovalnici tveganje prerazporedi na skupino posameznikov. Za zavarovalnico predstavlja zbrana zavarovalna premija glavni vir prihodkov. Pretežni del zavarovalne premije je namenjen tekočemu kritju obveznosti zavarovalnice ob nastanku zavarovalnega primera, preostali del pa zavarovalnica zbira za pokrivanje tekočih in bodočih obveznosti, ki še niso bile poravnane (Panza Frece, 2011).

Zbrane zavarovalne premije predstavljajo rezervni sklad za pričakovane izgube (angl. *expected loss reserve*), ki ustvarijo kapitalsko rezervo, namenjeno pokrivanju odklonov od povprečja in predstavlja zaščito pred nepričakovanimi izgubami. Kapitalske zahteve se oblikujejo na podlagi tveganj, ki jih je posamezna zavarovalnica prevzela v kritje oziroma jim je na drug način izpostavljena.

V nadaljevanju povzamemo model, ki je opisan v knjigi »*An introduction to credit risk modeling*« (Bluhm & Overbeck & Wagner, 2003). Vpeljimo verjetnostni prostor (Ω, F, P), kjer je Ω prostor dogodkov, F je σ-algebra in P verjetnostna mera. Elementi σ-algebre F so merljivi dogodki, zato je smiselno zahtevati merljivost izostanka odplačila dolga. Navadno F identificiramo z dostopnimi informacijami, zato naj bi bila informacija o tem, ali pozavarovalnica propade ali preživi, vključena v množico merljivih dogodkov.

Zavarovalnica vsaki pozavarovalnici pripiše verjetnost neplačila PD. Matematično gledano to pomeni diskretno porazdeljeno Bernoullijevo slučajno spremenljivko D, ki opisuje sposobnost poplačila dolga opazovane pozavarovalnice

$$D \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ PD & 1\text{-}PD \end{pmatrix}$$

Za opazovano pozavarovalnico prav tako vemo, kolikšna je izpostavljenost na dan neplačila. Izpostavljenost ob neplačilu označimo z EAD. V najbolj enostavnem modelu pričakujemo, da v primeru stečaja izgubimo celotno vrednost izpostavljenosti in zato izgubo terjatve do posamezne pozavarovalnice definiramo s slučajno spremenljivko L kot

$$L = EAD \cdot D \tag{4}$$

V primeru, da se preostala sredstva iz stečaja razdelijo med upnike, se ne izgubi več celotna izpostavljena terjatev, vendar le še nek del te celotne izgube. Zato v model vpeljemo še tretjo komponento, izgubo ob neplačilu LGD, ki predstavlja delež vrednosti, za katerega se pričakuje, da bo izgubljen v primeru nesposobnosti poplačila dolga. Zato sedaj izgubo do opazovane pozavarovalnice definiramo kot

$$L = EAD \cdot LGD \cdot D \tag{5}$$

Če predpostavimo, da sta EAD in LGD konstantni vrednosti, lahko pričakovano izgubo (angl. *expected loss*, v nadaljevanju EL) posamezne zavarovalnice definiramo kot pričakovano vrednost pripadajoče slučajne spremenljivke L

$$EL = E(L) = EAD \cdot LGD \cdot E(D) = EAD \cdot LGD \cdot PD \tag{6}$$

Če to ni res, moramo privzeti, da so slučajne spremenljivke EAD, LGD in D neodvisne. Vendar je tudi predpostavka o neodvisnosti vprašljiva in v splošnem zelo poenostavljajoča. Pravzaprav lahko rečemo, da je enakost (6) najbolj enostavna formula pričakovane vrednosti.

Oglejmo si posamezne komponente pričakovane izgube.

1.2.1.1 Verjetnost neplačila

Verjetnost neplačila se izračuna na podlagi stopenj neplačil v posameznem bonitetnem razredu. Bonitetne ocene opisujejo kreditno sposobnost stranke. To je tako imenovani rating, ki lahko temelji na kvalitativni oceni kreditnih analitikov ali pa na kvantitativnem modelu za razvrščanje v bonitetne razrede. V praksi ocenjevalni postopek temelji na izkušnjah bonitetnega analitika kot na čistih matematičnih postopkih s strogo določenimi rezultati.

Skozi zgodovino so se razvili različni modeli izračuna bonitetnih ocen od začetnih, ki izhajajo le iz podatkov bilance poslovnega subjekta, do sodobnih, dinamičnih, ki vključujejo tudi drugo dinamiko poslovnega okolja. Pri določanju bonitetne ocene ne moremo govoriti o enotnem pravilu. Obstajajo različni pristopi in modeli, ki se razlikujejo po obsežnosti in zahtevnosti in jih je potrebno tudi ustrezno različno interpretirati (Carey, 2000).

Naloga pripisovanja verjetnosti neplačila posamezni pozavarovalnici še zdaleč ni lahka. Ni dovolj le oceniti kreditne sposobnosti nasprotne stranke in jo na podlagi te ocene razvrstiti v ustrezni bonitetni razred. Za vsako nasprotno stranko v portfelju moramo poznati celotno časovno strukturo verjetnosti neplačila

$$(PD_t)_{t \geq 0}$$

in je s t označen čas.

Verjetnosti neplačila pozavarovalnicam lahko določimo s pomočjo kalibracije ali umeritve. Kalibracija je proces pripisovanja verjetnosti neplačila dolga posameznemu bonitetnemu razredu s pomočjo historičnih stopenj neplačil. Če množico vseh bonitetnih razredov označimo z R, lahko definiramo preslikavo

$$R \mapsto PD, \text{ kot na primer } \{\text{AAA, AA, …, C}\} \mapsto [0,1],\ R \mapsto PD(R).$$

Pokažimo, da lahko poiščemo tako preslikavo R, s pomočjo katere se bonitetnemu razredu pripiše verjetnost neplačila.

S $h_i(R)$ označimo povprečno frekvenco izostanka odplačila dolga bonitetnega razreda R v letu i, za $i = 1, …, n$. Potem lahko izračunamo povprečno vrednost in standardno deviacijo teh frekvenc v vseh letih za posamezni bonitetni razred R

$$m(R) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} h_i(R) \tag{7}$$

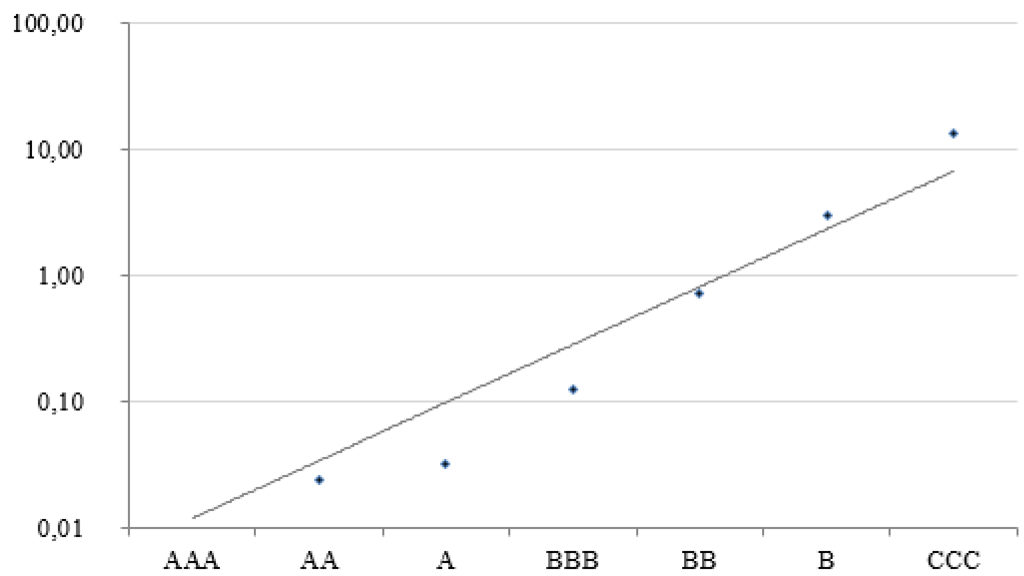
in

$$s(R) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (h_i(R)\text{-}m(R))^2} \quad (8)$$

Povprečna vrednost *m(R)* je približek za verjetnost neplačila dolga, ki jo lahko pripišemo bonitetnemu razredu *R*. Standardni odklon *s(R)* pomeni odstopanje in nam pove napako, ki jo naredimo, če upoštevamo, da je *m(R)* verjetnost neplačila dolga nasprotne stranke iz bonitetnega razreda *R*. Dobljene povprečne vrednosti *m(R)* nanesemo v koordinatni sistem, v katerem x-os predstavlja bonitetne razrede.

Slika 3 prikazuje naravni logaritem verjetnosti neplačila glede na historične podatke bonitetne hiše Moody's (Ou & Chlu & Metz, 2011). Verjetnost dogodkov neplačila eksponentno narašča z nižanjem bonitetne ocene.

Slika 3: Kalibracija verjetnosti neplačila (v %)



Logaritemski prikaz izberemo predvsem zaradi lažje izračunljivosti manjkajočih podatkov o dogodkih neplačila za najvišje bonitetne razrede. Manjkajoče bonitetne ocene določimo s pomočjo standardne regresijske teorije, na podlagi katere lahko poiščemo funkcijo, ki se najbolje prilega danim podatkom, pri čemer ne smemo pozabiti, da imajo tudi najboljše ocenjene nasprotne stranke majhno pozitivno verjetnost neplačila. Vrednosti regresijske funkcije uporabimo za oceno verjetnosti neplačila *PD*, predpisano posameznemu bonitetnemu razredu. V našem primeru je *PD*

$$PD(x) = 4 \cdot 10^{-5} e^{1,0562x} \qquad (x = 1, \ldots, 7)$$

Tabela 1: Izračunane verjetnosti neplačila posameznemu bonitetnemu razredu

Bonitetna ocena	**Povprečna vrednost (v %)**	**Standardni odklon (v %)**	**Verjetnost neplačila (v %)**
AAA	ne moremo določiti	ne moremo določiti	0,012
AA	0,02	0,09	0,033
A	0,03	0,07	0,095
BBB	0,13	0,19	0,273
BB	0,73	0,72	0,786
B	0,03	0,02	2,261
CCC	13,7	11,1	6,501

Tabela 1 prikazuje povprečne vrednosti, standardni odklon in ocenjene verjetnosti neplačila glede na določeno regresijsko funkcijo. Tudi najboljše bonitetno ocenjene pozavarovalnice imajo glede na našo regresijsko funkcijo majhno pozitivno verjetnost neplačila.

1.2.1.2 Izpostavljenost ob neplačilu

Izpostavljenost ob neplačilu predstavlja celotni znesek izpostavljenosti zavarovalnice v trenutku neplačila. Izpostavljenost ob neplačilu lahko obravnavamo kot dve tveganji (Baesens & Van Gestel., 2009):

- tveganje izpostavljenosti (angl. *exposure risk*) predstavlja tveganje, ki mu je zavarovalnica izpostavljena zaradi negotovosti glede natančne vrednosti izpostavljenosti ob neplačilu;
- tveganje nasprotne stranke (angl. *counterparty credit risk*) predstavlja tveganje, ki ga ima zavarovalnica kot kupec zaščite, tj. pozavarovanja, ko pozavarovalnica ne izpolni svoje pogodbene obveznosti.

V splošnem znesek izpostavljenosti izračunamo s pomočjo bilančne izpostavljenosti in zunajbilančne izpostavljenosti. Zato lahko pričakovano izpostavljenost k neplačilu definiramo kot

$$EAD = \textit{bilančna izpostavljenost} + \gamma \cdot \textit{zunajbilančna izpostavljenost} \tag{9}$$

kjer je γ konverzijski količnik, katerega vloga je preračunati pravo vrednost zunajbilančne izpostavljenosti. Med zunajbilančne izpostavljenosti štejemo garancije in kreditne linije, ki niso v celoti črpane. Del, ki ni črpan, ne predstavlja enake tveganosti kot del, ki je bil. Opredeljen je kot razmerje med neizkoriščenim zneskom prevzete obveznosti po stanju ob izdelavi ocene, ki bo po oceni črpan in ne bo poravnan ob nastanku neplačila, in celotnim zneskom prevzete obveznosti po stanju ob izdelavi ocene, ki ni bil črpan.

1.2.1.3 Izguba ob neplačilu

Tveganje neplačila nasprotne stranke je odvisno tudi od izgube ob neplačilu, ki predstavlja delež izgube, ki jo bo zavarovalnica v primeru neplačila utrpela. Izguba ob neplačilu je dinamičen parameter, ki se spreminja v času in je odvisen od velikosti dolga in njegove oblike. Če poznamo stopnjo vračila (angl. *recovery rate*), lahko izgubo ob neplačilu enostavno določimo kot

$$LGD = 1 - RR \tag{10}$$

Z *RR* označimo stopnjo vračila in predstavlja delež dolga, ki je izterjan v primeru neplačila, največkrat pa le tega ne poznamo, saj je odvisen od mnogih faktorjev (Jorion, 2007):

- **statusa ali prednosti dolžnika.** Terjatve z večjo prednostjo imajo tudi višjo stopnjo vračila. V splošnem to pomeni, da imajo nasprotne stranke z večjimi kapitalskimi rezervami, višjo stopnjo vračilo.
- **gospodarskega stanja.** Stopnja vračila je višja (nižja) v obdobju gospodarske rasti (recesije).
- **značilnosti dolžnika.** Nasprotne stranke z več opredmetenimi osnovnimi sredstvi in boljšo bonitetno oceno, imajo višjo stopnjo vračila.
- **tipa neplačila.** Izmenjava v težavah v nasprotju s stečajnim postopkom, zvišuje stopnjo vračila.

Izgubo ob neplačilu lahko določimo na različne načine, vsekakor pa ocenjevanje tega deleža ni lahka naloga. Dejanska velikost izgube ob neplačilu se lahko močno razlikuje od tiste, ki jo finančna institucija predvidi na začetku. Razlika med predvideno in dejansko izgubo zaradi neplačila je odvisna od samega vzroka neplačila. Ogledamo si lahko tri možne situacije, ki vplivajo na dejansko vrednost izgube ob neplačilu (Baesens & Van Gestel, 2009):

- izboljšanje finančnega položaja dolžnika kmalu po dogodku neplačila. V tem primeru lahko dolžnik poravna svoje pogodbene obveznosti ter sam tako ne utrpi večje izgube;
- prestrukturiranje dolga s podaljšanjem zapadlosti ali odpisom dela dolga omogoča dolžniku, da poplača svojo obveznost. Upnik po navadi utrpi srednjo izgubo, se pa na ta način izogne izgubi, ki bi jo utrpel v stečajnem ali likvidacijskem postopku;
- s stečajem ali likvidacijo dolžnika upnik zaseže zastavo oziroma uveljavi garancije. Upnik utrpi veliko izgubo, ki se poveča še za sodne in administrativne stroške.

Izgubo ob neplačilu izračunavajo tudi bonitetne agencije, saj poleg verjetnosti neplačila predstavlja najpomembnejšo informacijo za odločitev glede investicije.

1.2.2 Nepričakovana izguba

Nepričakovana izguba (angl. *unexpected loss*) je znesek, ki prekorači povprečno pričakovano izgubo. Definiramo jo kot standardno deviacijo slučajne spremenljivke *L*

$$UL = \sqrt{V(L)} = \sqrt{V(EAD \cdot LGD \cdot D)} \tag{11}$$

Če predpostavimo, da sta izostanek odplačila dolga D in izguba ob nastopu izostanka plačila dolga LGD neodvisna[1], velja

$$UL = EAD \cdot \sqrt{V(LGD) \cdot PD + LGD^2 \cdot PD \cdot (1 - PD)} \tag{12}$$

Dokaz enačbe (12).

$$\begin{aligned} UL &= EAD \cdot \sqrt{V(LGD \cdot D)} \\ &= EAD \cdot \sqrt{E((LGD \cdot D)^2) - E(LGD \cdot D)^2} \\ &= EAD \cdot \sqrt{E\left(LGD^2\right) \cdot E\left(D^2\right) - E(LGD)^2 \cdot E(D)^2} \\ &= EAD \cdot \sqrt{(V(LGD) + E(LGD)^2) \cdot PD - LGD^2 \cdot PD^2} \\ &= EAD \cdot \sqrt{V(LGD) \cdot PD + LGD^2 \cdot PD - LGD^2 \cdot PD^2} \\ &= EAD \cdot \sqrt{V(LGD) \cdot PD + LGD^2 \cdot PD \cdot (1 - PD)} \end{aligned}$$

1.2.3 Izguba portfelja

Ogledali smo si primer določitve tveganja neplačila portfelja z eno pozavarovalnico. Sedaj si poglejmo še modeliranje izgube portfelja, ki vsebuje m pozavarovalnic. Kot prej definiramo izgubo terjatve do posamezne pozavarovalnice

$$L_i = EAD_i \cdot LGD_i \cdot D_i \tag{13}$$

s $P(D_i = 1) = PD_i$ in je $i = 1, \ldots, m$.

Portfeljska izguba je tedaj definirana kot slučajna spremenljivka

$$L_{PF} = \sum_{i=1}^{m} L_i = \sum_{i=1}^{m} EAD_i \cdot LGD_i \cdot D_i \tag{14}$$

Potrebujemo še količini EL_{PF} in UL_{PF}, ki sta analogni EL in UL in pomenita pričakovano vrednost oz. standardni odklon portfeljske izgube. Za EL_{PF} z uporabo aditivnosti pričakovane izgube dobimo

---

[1] Privzetek o neodvisnosti izostanka plačila dolga in velikosti izgube ni realističen. Prvo aproksimacijo uporabimo za pravo nepričakovano izgubo. Pravzaprav je precej verjetno, da v povprečju stopnja poplačil pade, če slabe ekonomske razmere inducirajo porast frekvenc izostanka odplačila dolga.

$$EL_{PF} = \sum_{i=1}^{m} EL_i = \sum_{i=1}^{m} EAD_i \cdot LGD_i \cdot PD_i \tag{15}$$

Za UL_{PF} aditivnost velja, če so slučajne spremenljivke L_i paroma nekorelirane. Žal to ni res, korelacija je namreč glavna lastnost tveganja neplačila nasprotne stranke. Nepričakovana izguba portfelja UL_{PF} je prva količina, kjer korelacije oz. kovariance igrajo glavno vlogo

$$UL_{PF} = \sqrt{V(L_{PF})} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} EAD_i \cdot EAD_j \cdot Cov\,(LGD_i \cdot D_i, LGD_j \cdot D_j)} \tag{16}$$

V posebnem primeru, ko so velikost izgube LGD_i konstantne, lahko nepričakovano izgubo portfelja UL_{PF} izrazimo s pomočjo korelacij med izostanki odplačila.

Za portfelj s konstantnimi velikostmi izgube S_i velja

$$UL_{PF}^2 = \sum_{i=1}^{m} EAD_i \cdot EAD_j \cdot LGD_i \cdot LGD_j \cdot \sqrt{PD_i \cdot (1 - PD_i) \cdot PD_j \cdot (1 - PD_j) \cdot \rho_{i,j}} \tag{17}$$

kjer je $\rho_{i,j} = \frac{Cov(D_i, D_j)}{\sqrt{V(D_i) V(D_j)}}$ korelacijski koeficient med izostankoma odplačil i-te in j-te pozavarovalnice.

Razmislimo kaj nam korelacijski koeficient pove o sami izgubi. Za začetek vzemimo portfelj dveh pozavarovanj z LGD = 100 % in EAD = 1. Opravka imamo torej samo z D_i za i = 1, 2. Označimo še $\rho = \mathrm{Corr}(D_i, D_j)$ in $PD_i = \mathrm{P}(D_i = 1)$. Tedaj velja

$$UL_{PF}^2 = PD_1 \cdot (1 - PD_1) + PD_2 \cdot (1 - PD_2) + 2\rho \cdot \sqrt{PD_1 \cdot (1 - PD_1)} \cdot \sqrt{PD_2 \cdot (1 - PD_2)} \tag{18}$$

Ločimo tri primere glede na korelacijski koeficient izostankov odplačil ρ:

- $\rho = 0$ pomeni popolno razpršenost. V tem primeru je tretji izraz v enakosti (18) enak 0. Koncept lahko razložimo z investiranjem v veliko različnih sredstev, kar v splošnem zmanjša portfeljsko tveganje, saj obstaja le majhna verjetnost, da bodo vse pozavarovalnice hkrati odstopile od obveznosti. Manj, kot imajo pozavarovalnice v portfelju skupnega, manjša je verjetnost, da izostanek odplačila dolga ene pozavarovalnice bistveno vpliva na ekonomsko prihodnost ostalih pozavarovanj v portfelju. Primer $\rho = 0$ se nanaša na situacijo, ko so pozavarovanja v portfelju popolnoma nepovezana. Če interpretiramo UL_{PF} kot mero portfeljskega tveganja, vidimo, da ta primer minimizira tveganje skupne nesposobnosti poplačila.

- Če je $\rho > 0$ sta pozavarovalnici povezani. To pomeni, da nesposobnost poplačila dolga ene pozavarovalnice poveča verjetnost neplačila druge. Izračunajmo pogojno verjetnost neplačila druge pozavarovalnice pod pogojem, da je prva pozavarovalnica nezmožna poravnati svoje obveznosti

$$
\begin{aligned}
P(D_1=1|D_1=1) &= \frac{P(D_1=1,D_2=1)}{P(D_1=1)} \\
&= \frac{E(D_1 \cdot D_2)}{PD_1} \\
&= \frac{PD_1 \cdot PD_2 + Cov(D_1,D_2)}{PD_1} \\
&= PD_2 + \frac{Cov(D_1,D_2)}{PD_1}
\end{aligned}
$$

  Opazimo lahko, da pozitivna korelacija oz. kovarianca pomeni večjo pogojno verjetnost neplačila, kot je nepogojna verjetnost neplačila PD_2 druge pozavarovalnice. Z drugimi besedami, v primeru pozitivne korelacije, vsak izostanek od plačila dolga vpliva na ostala pozavarovanja v portfelju, poveča se namreč število izgub. Robni primer je primer popolne korelacije ($\rho = 1$). Naj velja $PD = PD_1 = PD_2$. Tedaj enakost (18) postane $UL_{PF}=2\sqrt{p \cdot (1 - PD)}$. To pomeni, da je portfeljsko tveganje odvisno samo od ene pozavarovalnice, vendar z dvojno jakostjo (govorimo o koncentraciji tveganja). Izostanek odplačila ene pozavarovalnice skoraj gotovo vodi k izostanku odplačila druge pozavarovalnice.
- Ko je $\rho < 0$, opazujemo le zrcalno situacijo primera $\rho > 0$. Oglejmo si le robni primer negativne korelacije $\rho = -1$. Če se značilnosti obeh pozavarovanj ujemajo, lahko na pozavarovanje pri prvi pozavarovalnici gledamo kot na skoraj popolno zaščito pred pozavarovanjem pri drugi pozavarovalnici. Iz enakosti (18) sledi, da v primeru popolne zaščite nepričakovana izguba portfelja UL_{PF} popolnoma izgine ($UL_{PF} = 0$). To pomeni, da popolna zaščita (pozavarovanje pri drugi pozavarovalnici pri korelaciji $\rho = -1$) v celoti izniči tveganje zaradi pozavarovanja pri prvi pozavarovalnici.

1.2.4 Razpršenost tveganja neplačila nasprotne stranke

Splošno znano je, da je portfelj posojil manj tvegan kot eno samo posojilo enake vrednosti. Ekonomski subjekti skušajo imeti razpršene naložbe, da se tako zavarujejo pred preveliko izgubo. S pomočjo razpršitve zmanjšamo tveganja pred neplačilom nasprotne stranke.

Predpostavimo *EAD*, ki ga med nasprotnimi strankami razpršimo na N enakih deležev z enako verjetnostjo *PD*, ki so med seboj neodvisni. V primeru neplačila, je stopnja poplačila enaka nič. Pričakovana izguba portfelja je po (15) enaka

$$EL_{PF} = \frac{EAD}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} PD_i = \frac{EAD}{N} \cdot N \cdot PD = EAD \cdot PD \tag{19}$$

Opazimo, da je pričakovana izguba portfelja odvisna le od izpostavljenosti ob neplačilu in verjetnosti neplačila. Podobno po (16) določimo standardni odklon, ki predstavlja mero za razpršenost porazdelitve vrednosti. Ko N narašča, se standardni odklon manjša in se približuje nič.

$$\begin{aligned} UL_{PF} = \sqrt{V(L_{PF})} &= \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{EAD}{N}\right)^2 \cdot Cov(D_i, D_i)} \\ &= \sqrt{\left(\frac{EAD}{N}\right)^2 \cdot \sum_{i=1}^{N} V(D_i)} \\ &= \sqrt{\left(\frac{EAD}{N}\right)^2 \cdot N \cdot PD \cdot (1 - PD)} \\ &= \frac{EAD}{\sqrt{N}} \cdot \sqrt{PD \cdot (1 - PD)} \end{aligned}$$

V primeru odvisnih vrednosti bi porazdelitev slučajne spremenljivke ostala asimetrična dlje časa. Tudi z velikim N se standardni odklon ne bi približal nič.

1.3 Upravljanje s tveganjem neplačila nasprotnih strank

Upravljanje tveganj je ugotavljanje, merjenje oziroma ocenjevanje, obvladovanje in spremljanje tveganj na vseh ravneh, vključno s poročanjem o tveganjih, ki jim zavarovalnica je ali bi jim lahko bila izpostavljena pri svojem poslovanju. Upravljanje s tveganji je bistveno pri skrbnem in varnem poslovanju in predstavlja eno izmed najpomembnejših nalog zavarovalnic, s katerim lahko zmanjšamo verjetnost nastanka nepredvidljivih dogodkov Saunders & Allen, 1999).

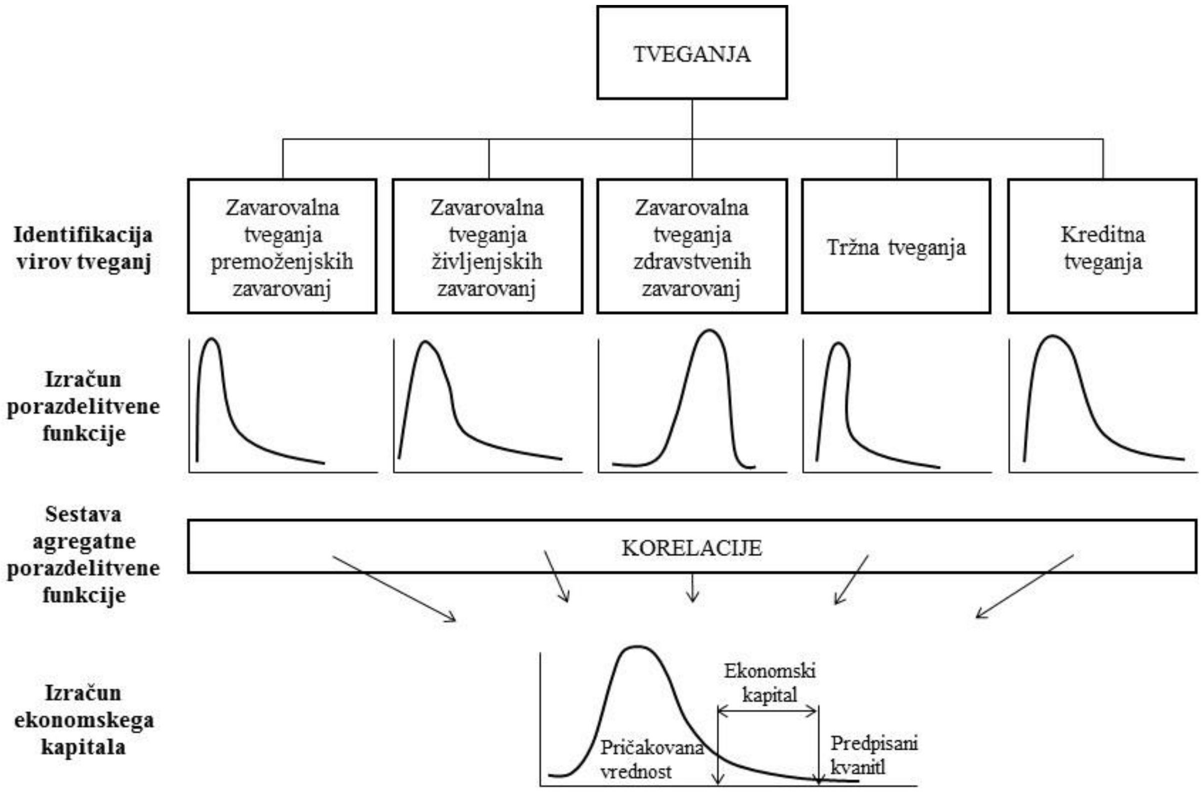
Država želi zagotoviti trdnost in zanesljivost zavarovalniškega trga, saj je zavarovalništvo pomemben del finančnega sistema države. Zato je zavarovalniška panoga močno urejena z državnimi predpisi. Eden izmed pomembnejših je verjetno predpis, ki zahteva sprotno spremljanje kapitalske ustreznosti zavarovalnice. Zavarovalnica mora zagotoviti, da vedno razpolaga z ustreznim kapitalom, glede na obseg in vrste zavarovalnih poslov, ki jih opravlja, ter tveganja, ki jim je izpostavljena pri opravljanju teh poslov (kapitalska ustreznost). Poslovati mora tako, da je v vsakem trenutku sposobna pravočasno izpolnjevati zapadle obveznosti (likvidnost) ter da je trajno sposobna izpolniti vse svoje obveznosti (solventnosti) (Pentikäinen, 1967).

Poznamo več načinov za določanje višine potrebnega kapitala. Ureditev Solventnost 1 je zahtevani kapital določala z metodami, ki temeljijo na analizi raznih količnikov. V večini primerov se je minimalni kapital določal kot odstotek neke druge količine, denimo premije. Lahko pa se je solventnostna pozicija zavarovalnice presojala na osnovi raznih količnikov. Trenutno veljavna ureditev Solventnost 2 zahtevani kapital določa z metodo na osnovi kompleksnih modelov, ki upoštevajo variabilnost obveznosti kot tudi sredstev na podlagi tveganj, katerim je zavarovalnica izpostavljena.

1.3.1 Ekonomski kapital

Kapitalska ustreznost temelji na ekonomskem kapitalu. Ekonomski kapital je kapital, ki je potreben za absorpcijo nepričakovanih izgub oziroma kapital, ki je potreben za nemoteno poslovanje zavarovalnice. Slika 4 ponazarja izračun ekonomskega kapitala. Proces se začne s kvalifikacijo tveganj, s katerimi se zavarovalnica srečuje v nekem časovnem obdobju. Z določitvijo porazdelitvenih funkcij posameznih tveganj in z upoštevanjem korelacij med njimi, lahko izračunamo ekonomski kapital.

Slika 4: Izračun ekonomskega kapitala



Vir: J. Komelj, Aktuarsko modeliranje vsot koreliranih zavarovalnih tveganj, 2012, str. 186, slika 8.1.

Izračunani ekonomski kapital je potrebno primerjati z dejanskim kapitalom in tako ugotoviti ali slednji ustreza obsegu kvalificiranih tveganj. Eno je namreč, koliko najmanj kapitala mora zavarovalnica imeti, drugo pa, koliko razpoložljivega kapitala dejansko ima. Z ekonomskim kapitalom se srečamo tudi v poglavju 2, ko skušamo ekonomski kapital smiselno povezati z regulatornim kapitalom, ki ga predpisuje direktiva Solventnost 2.

Ustrezno velikost kapitala, s katerim bi bila zavarovalnica sposobna pokriti potencialno izgubo, določimo z merami tveganja. Merjenje tveganja lahko izvajamo, če imamo določeno neko mero tveganja. Mera tveganja je mera, ki določi tveganje v obliki neke vrednosti, metrika oziroma nauk o meri tveganja pa to mero interpretira. Metrika tveganja lahko zavzame tri oblike, in sicer tako, ki (Torkar, 2010):

- količinsko opredeli izpostavljenost;
- količinsko opredeli negotovost;
- opredeli izpostavljenost in negotovost v njuni določeni kombinaciji.

Matematično mero tveganja definiramo kot funkcijo R: $x \to \mathbb{R}$, ki omogoča preslikave iz množice naključnih spremenljivk v množico ne-negativnih realnih števil. Skalarne mere tveganja omogočajo njihovo razvrščanje in tako medsebojno primerjanje glede na njihovo tvegano vrednost. Da je mera tveganja R zadovoljiva mera tveganja, mora imeti določene lastnosti, saj lahko vsaka mera, ki teh lastnosti nima, vodi do nekonsistentnosti. Vsaka mera tveganja R mora zato biti (Szegö, 2002):

- **pozitivno homogena:** $R(\lambda x) = \lambda R(x)$ velja za vse naključne spremenljivke x in za vsa pozitivna realna števila λ.
- **subaditivna:** $R(x + y) \leq R(x) + R(y)$ velja za vse naključne spremenljivke x in y. Če mera ni subaditivna bi veljalo $R(x) + R(y) < R(x + y)$, kar pomeni, da bi bilo za zmanjšanje tveganja primerneje, da bi se neko podjetje razdelilo na manjše enote, oziroma, da bi se zmanjšal njegov kapital, kar pa je z vidika regulatorja lahko sporno.
- **monotna:** če velja $x \leq y$, potem tudi velja $R(x) \leq R(y)$ za vse naključne spremenljivke x in y.
- **tranzitivno invariantna:** velja $R(x + \alpha r_0) = R(x) - \alpha$ za vse naključne spremenljivke x in realna števila α ter netvegano stopnjo r_0. Tranzitivna invariantnost pomeni, da se v primeru dodatnega gotovega donosa αr_0 k naključnemu donosu x, skupno tveganje zmanjša za α.

Najpogostejša mera tveganja, ki se uporablja za določitev verjetnostne porazdelitve izgub, je tvegana vrednost (angl. *value at risk*, v nadaljevanju VaR), čeprav je deležna tudi veliko kritik. VaR izpolnjujejo pogoje za mero tveganja v primeru eliptičnih porazdelitev. Eliptične porazdelitve so tiste, katerih ravninski prerezi so elipsoidi. Take porazdelitve so na primer normalne porazdelitve. V primeru ne-eliptičnih porazdelitev, VaR ni subaditiven. Taka lastnost bi pomenila, da bi namesto razpršitve tveganja preko različnih naložb v portfelju, bilo bolj primerno naložiti vse premoženje v eno samo naložbo, kar pa vemo, da temu ni tako. Ker se v nadaljevanju naslanjamo na standardno formulo, zanjo pa je predpostavljena normalna porazdelitev, VaR izpolnjuje vse pogoje za mero tveganja.

Splošna definicija predstavlja VaR kot največjo možno izgubo v določenem obdobju z neko stopnjo zaupanja. Časovno obdobje za merjenje tveganja neplačila nasprotne stranke je lahko določeno s preostalo zapadlostjo obstoječih postavk ali pa kot čas, ki je potreben za zbiranje dodatnega kapitala, medtem ko je stopnja zaupanja odvisna od namena ocene tvegane vrednosti ter od naklonjenosti tveganju. Večja naklonjenost zahteva uporabo višje stopnje zaupanja in obratno (Choudhry, 2013).

Formalno VaR predstavlja kvantil določene porazdelitve dobičkov in izgub v nekem obdobju. Če je na primer α izbran interval zaupanja, potem VaR ustreza intervalu na spodnjem delu porazdelitve, in sicer $1 - \alpha$. Tako, na primer, če je VaR naveden kot 100 evrov (v nadaljevanju EUR) pri 95 % stopnji zaupanja, potem obstaja 5 % verjetnost, da bo izguba večja kot 100 EUR.

Za neko naključno spremenljivko izgub portfelja L_{PF} zapišemo VaR s kumulativno porazdelitveno funkcijo F_L kot (IAA, 2010)

$$VaR_{\alpha}(L) = F_L^{-1}(1 - \alpha) \tag{20}$$

Ker je funkcija F v večini modelov neomejena, je maksimalna možna izguba enaka $\inf\{q: F(q) = 1\}$. Za vsak α, kjer velja $0 < \alpha < 1$, je VaR dan za največje število q, tako da α ne preseže $P(L_{PF} \leq q)$.

Metode za izračun VaR-a lahko razdelimo v tri skupine:

- parametrične linearne metode;
- metode zgodovinske simulacije;
- Monte Carlo simulacije.

Razlika med njimi je v pristopu, s katerim obravnavajo porazdelitev donosov. Parametrične linearne metode predpostavijo vrsto porazdelitve, zgodovinske simulacije izračunajo VaR neposredno na opazovani porazdelitvi, Monte Carlo metode pa simulirajo porazdelitev glede na njeno predpostavljeno obliko.

Tako torej s pomočjo slučajne spremenljivke EL_{PF}, ki predstavlja pričakovano izgubo portfelja in izračunanim VaR_{α}, določimo ekonomski kapital pri dani stopnji zaupanja α

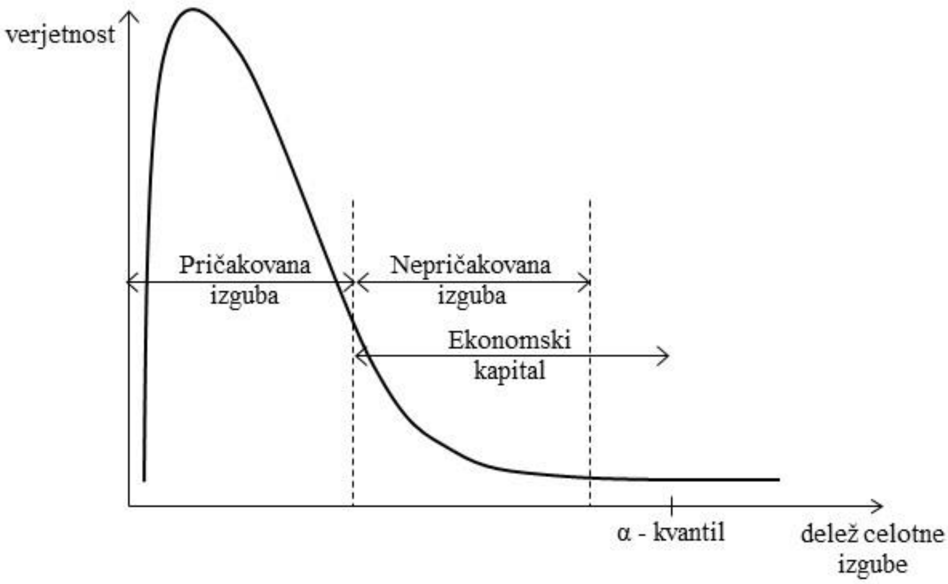
$$EC_{\alpha} = VaR_{\alpha} - EL_{PF} \tag{21}$$

Finančne institucije se lahko pred tveganji zavarujejo na različne načine, katere rezultat je varnejše in manj variabilno poslovanje. Ker pa je tovrstna zaščita lahko draga, dajejo finančne institucije večji poudarek upravljanju tveganja neplačila nasprotne stranke. Zato v nadaljevanju podrobneje opišemo verjetnostno porazdelitev pričakovanih izgub celotnega portfelja. Z matematično statističnimi metoda določimo VaR in izgubo določimo s pomočjo površine pod krivuljo na določnem intervalu stopnje zaupanja.

1.3.2 Porazdelitev izgube

Porazdelitev izgube portfelja igra glavno vlogo pri ravnanju s tveganji neplačila nasprotne stranke. Na Sliki 5 lahko vidimo, da je porazdelitev ukrivljena v levo, katere značilnosti so predvsem majhne verjetnosti velikih izgub, ki pa so kritične za varnost oziroma solventnost. Največja izguba pri neki stopnji zaupanja je enaka vsoti pričakovane in nepričakovane izgube. Kot že omenjeno, se pričakovane izgube krijejo iz predhodno oblikovanih rezervacij, medtem ko kapital zagotavlja zaščito pred nepričakovanimi izgubami. Izgube, ki presegajo zgornjo mejo intervala zaupanja, so izjemne izgube, katerih pa kapital krije. Stopnja zaupanja tako predstavlja verjetnost stečaja zavarovalnice (Kercheval & Goldberg & Breger, 2003).

Slika 5: Porazdelitev izgube portfelja



Vir: C. Bluhm, L Overbeck., & C. Wagner, An introduction to credit risk modeling, 2003, str. 29, slika 1.2

V knjigi (Bluhm et al., 2003) sta opisana dva načina, s katerima generiramo porazdelitev izgube: prva metoda temelji na analitični aproksimaciji, druga na simulaciji Monte Carlo.

1.3.2.1 Analitična aproksimacija

Portfelj z neznano porazdelitvijo izgube preslikamo v ekvivalenten portfelj z znano porazdelitvijo izgube, ki postane nadomestilo za dejansko porazdelitev izgube originalnega portfelja. V praksi izberemo družino porazdelitev, določenih s prvim in drugim momentom, ki so tipično ukrivljene in imajo debel rep. Iz znanih značilnosti originalnega portfelja izračunamo prvi in drugi moment. Prvi moment originalnega portfelja lahko dobimo iz informacij o ratingu, kreditni izpostavljenosti in porazdelitvi izgube ob nastopu izostanka plačila dolga. Drugega momenta pa ne moremo izračunati brez nekaterih privzetkov v zvezi s korelacijo med izostanki plačila v portfelju. Medsebojno odvisnost naložb lahko pogosto uganemo in tako iz nje izračunamo pripadajočo korelacijo med izostanki odplačila. Glede na določeni prvi in drugi moment lahko iz parametrizirane družine porazdelitev izgub izberemo tisto, ki originalnemu portfelju najbolje ustreza. Izbrano porazdelitev interpretiramo kot porazdelitev izgube ekvivalentnega portfelja, ki je bila izbrana s postopkom ujemanja momentov.

Postopek si oglejmo na primeru. Porazdelitev izgube originalnega portfelja želimo aproksimirati z beta porazdelitvijo, ki se ujema z originalnim portfeljem v prvem in drugem momentu. Iščemo torej tako slučajno spremenljivko

$$X \backsim Beta(\alpha,\beta),$$

ki predstavlja portfeljsko izgubo, tako da parametra α in β rešita enačbi

$$E(X)=\frac{\alpha}{\alpha+\beta} \tag{22}$$

$$V(X)=\frac{\alpha \cdot \beta}{(\alpha+\beta)^2 \cdot (\alpha+\beta+1)} \tag{23}$$

Izračuni prvega in drugega momenta so natančneje opisani v Prilogi 1.

Pri analitični aproksimaciji vzamemo slučajno spremenljivko X kot približek za neznano porazdelitev izgube portfelja, s katerim smo začeli. Če sledimo temu privzetku, lahko vse količine originalnega portfelja, ki so povezane s tveganjem, aproksimiramo z ustreznimi količinami slučajne spremenljivke X. Ker pravo porazdelitev izgube nadomestimo z neko znano porazdelitvijo, so vsi potrebni izračuni močno odvisni od izbire modela. Podvrženost vseh izračunov močnemu modelskemu tveganju. Porazdelitev izgube ima obliko beta porazdelitve. Toda obstaja več različnih dvoparametrskih družin gostot, ki ustrezajo tipični obliki porazdelitve izgube, npr. nekatere gama porazdelitve, *F*-porazdelitev in ostale. Žal se razlikujejo v repih, tako da, če bi ena od njih res dobro aproksimirala neznano porazdelitev izgube, bi bile vse ostale napačna izbira. Zato je izbira primerne družine porazdelitev za analitično aproksimacijo pomemben vir modelskega tveganja.

Tehnike analitične aproksimacije se da uspešno uporabljati pri t.i. homogenih portfeljih (to so portfelji, v katerih imajo vse transakcije primerljive značilnosti tveganja, npr. ni koncentracije sredstev, verjetnost neplačila dolga v razredu z zmerno širino, ena sama država in vrsta industrije).

1.3.2.2 Simulacija izgub Monte Carlo

Medtem ko metode zgodovinskih simulacij predpostavljajo, da pretekli podatki in porazdelitev lahko napovejo prihodnjo porazdelitev, metoda simulacij Monte Carlo temelji na naključnih številih. Statistična tehnika modeliranja se uporablja za obravnavanje kompleksnih sistemov, ko klasične deterministične metode ne vodijo do rezultatov (Saita, 2007).

Osnovna ideja Monte Carla je proučevanje obnašanja naključnih spremenljivk s pomočjo ponavljanja naključnega generiranja števil, tako da se naključno vsakemu elementu iz nabora vseh elementov, določi vrednost, ki pove, ali je dotični element izbran ali ne. S povečevanjem števila simulacij, se vedno bolj približujemo »pravemu« rezultatu. Približevanje je počasnejše z višjo ravnijo zanesljivosti ocen izgub v krajšem obdobju za določitev ekonomskega kapitala in z višje ocenjenim portfeljem z zelo nizko stopnjo verjetnosti neplačila.

Zanimivo je, da je bil postopek Monte Carlo prvič uporabljen pri razvoju jedrskega orožja. Z metodo so namreč simulirali stohastične pojave vezane na razprševanje nevtronov v materialu ob jedrski fuziji. Na področju finančnih analiz pa se je postopek začel uporabljati šele z razvojem računalniške tehnologije. Finančni modeli so lahko zelo kompleksni in so zato simulacije teh modelov računsko zelo zahtevne. Z boljšimi računalniki je postala priprava modela lažja in izvedba simulacije hitrejša (Saita, 2007).

Implementacija postopka Monte Carlo se za različne primere uporabe med seboj razlikujejo, vseeno pa vse sledijo podobnemu vzorcu (Bohdalova, 2007):

- **opredelitev možnih vhodnih spremenljivk in njihovi medsebojni odnosi.** Med ključne spremenljivke sodijo tiste, ki imajo z minimalno spremembo vrednosti pomemben vpliv na končni rezultat modela. Vendar pa spremenljivka, na spremembo katere je model sicer zelo občutljiv, verjetnost, da bo ta spremenljivka spremenila svojo vrednost, pa je minimalna, ne more biti ključna. Uvrstitev le ključnih spremenljivk je pomembno, saj večje število spremenljivk, za katere se generirajo naključne vrednosti, povečuje verjetnost nekonsistentnega scenarija, hkrati pa je za opredelitev verjetnosti potrebno dodeliti več časa in sredstev.
- **generiranje naključnih vrednosti za vhodne spremenljivke glede na njihovo porazdelitev.** Porazdelitev verjetnosti se uporablja za kvantitativni opis pričakovanj strokovnjakov o možnih izidih prihodnjih dogodkov. Porazdelitev verjetnosti opisuje interval, v katerem se slučajna spremenljivka pojavlja, ter verjetnost, da je vrednost spremenljivke na tem intervalu.
- **izvajanje simulacije.** V procesu simulacije se generirajo naključna števila za med seboj odvisne vhodne spremenljivke, ki imajo predhodno določeno verjetnostno porazdelitev. Dobljene rezultate vsake ponovitve se zapišejo, da jih je na koncu mogoče primerjati z rezultati ostalih simulacij.

- **analiza in ovrednotenje rezultatov.** S pomočjo statistične analize lahko razložimo končne rezultate Monte Carlo simulacije. Vrednosti izhodnih spremenljivk prikazujemo z verjetnostno porazdelitvijo, definiramo pa jih s pomočjo statističnih parametrov. Grafično jih lahko prikažemo s pomočjo krivulje gostote verjetnosti in porazdelitveno funkcijo.

Pri simulaciji Monte Carlo izgube simuliramo in prikažemo v obliki histograma, da dobimo empirično porazdelitev izgube danega portfelja. Za določitev empirične porazdelitve privzemimo, da smo simulirali *n* potencialnih portfeljskih izgub $L_{PF}^{(1)}, \ldots, L_{PF}^{(n)}$, upoštevajoč porazdelitve posameznih slučajnih spremenljivk izgube in korelacije med njimi. Tedaj je empirična porazdelitev izgube enaka

$$F(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} 1_{[0,x]} \cdot (L_{PF}^{(j)}) \tag{24}$$

Iz empirične porazdelitve izgube lahko izpeljemo α-kvantil izgube, ki ga dobimo neposredno iz simulacijskih rezultatov $L_{PF}^{(1)}, \ldots, L_{PF}^{(n)}$, tako da poiščemo vrstilne statistike slučajnih spremenljivk $L_{PF}^{(1)}, \ldots, L_{PF}^{(n)}$. Za ranžirno vrsto

$$L_{PF}^{(i_1)} \leq L_{PF}^{(i_2)} \leq \ldots \leq L_{PF}^{(i_n)}$$

velja, da je α-kvantil empirične porazdelitve izgub enak

$$VaR_{\alpha} = \begin{cases} \alpha L_{PF}^{(i_{[n\alpha]})} + (1 - \alpha) \cdot L_{PF}^{(i_{[n\alpha]+1})}; \; n\alpha \in N \\ L_{PF}^{(i_{[n\alpha]})}; \; n\alpha \notin N \end{cases} \tag{25}$$

in je $[n\alpha] = min\{k \in \{1, \ldots, n\} \mid n\alpha \leq k\}$.

Ekonomski kapital portfelja izračunamo po formuli (21)

$$EC_{\alpha} = VaR_{\alpha} - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} L_{PF}^{(j)}$$

Simulacija Monte Carlo je v primerjavi z analitično aproksimacijo zelo dolgotrajna (pri velikih portfeljih lahko traja več ur), a je zato zanesljivejša, saj ne naredi toliko privzetkov in natančno upošteva korelacije znotraj portfelja. Celo več, simulacija Monte Carlo upošteva vse različne karakteristike tveganja neplačila v portfelju.

2 SOLVENTNOST 2

Že v sedemdesetih letih prejšnjega stoletja so nastali prvi okviri sistema, s katerim se je izboljšal nadzor zavarovalnic. Tako se je oblikovala Solventnost 1, prva direktiva, katere temelj je bila preprosta povezava premij, škod in zavarovalno-tehničnih rezervacij. S spoznavanjem novih tveganj, ki jih Solventnost 1 ni vključevala v izračun kapitalskih zahtev, se je pod okriljem Evropske komisije pričel razvoj nove direktive, Solventnosti 2.

Razvoj nove direktive je potekal skladno z Lamfalussyjevo arhitekturo, kjer aktivno sodeluje več udeležencev (Stanič, 2008):

- Evropski parlament;
- Evropski svet;
- Evropska komisija;
- Odbor evropskih nadzornikov za zavarovanja in poklicne pokojnine (angl. *Committee of Insurance and Occupational Pensions Supervisors*, v nadaljevanju CEIOPS);
- Evropski organ za zavarovanja in poklicne pokojnine;
- Evropski odbor za zavarovalništvo (angl. *European Insurance Committee*, v nadaljevanju CEA).

Tabela 2 prikazuje štiri ravni Lamfalussyjevega procesa, kjer lahko opazimo koordinirano sodelovanje udeležencev na nacionalni in evropski ravni, ki zagotavlja kvalitetno in skladno vpeljavo evropske zakonodaje v zakonodaje držav članic.

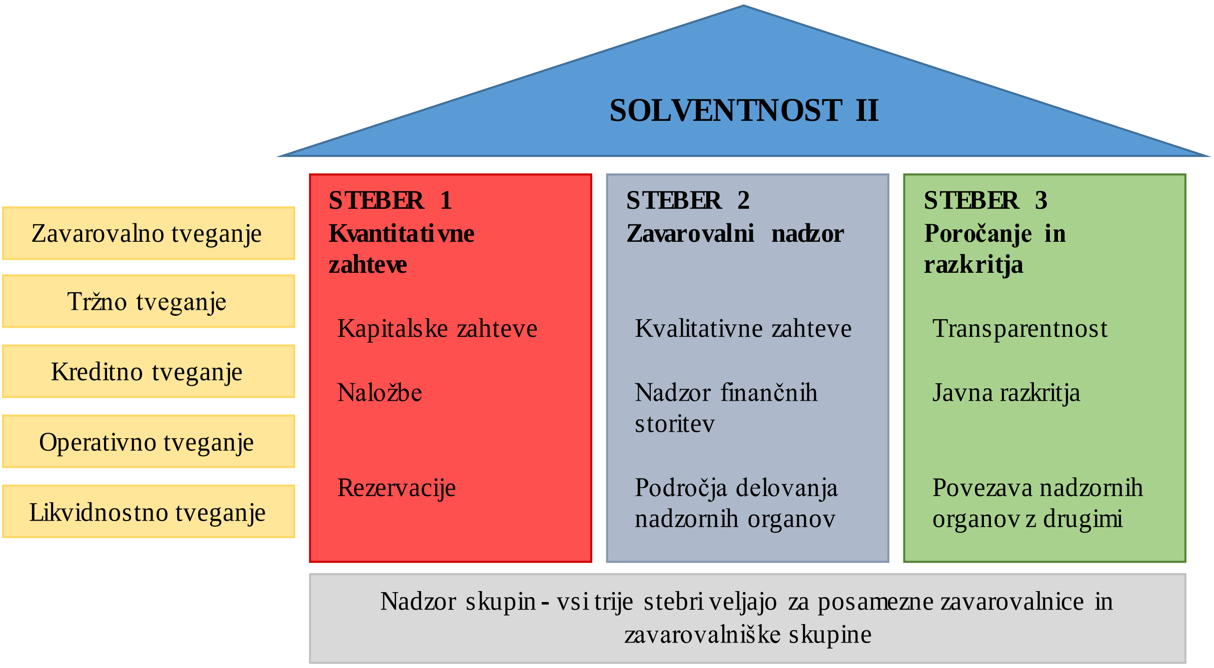
Tabela 2: Lamfalussyjev proces za Solventnost 2

		Kaj vsebuje	**Kdo pripravi**	**Kdo sprejme**
Raven 1	Direktiva Solventnost 2	Okvir splošnih načel	Evropska komisija	Evropski parlament, Evropski Svet
Raven 2	Vpeljava ukrepov	Vpeljava podrobnih ukrepov	Evropska komisija	EIOPA
Raven 3	Nadzorni standardi	Navodila za izboljšanje nadzora	CEIOPS	CEIOPS
Raven 4	Vrednotenje	Spremljanje skladnosti vpeljave in izvrševanja	Evropska komisija	Evropska komisija

Vir: CEA, Solvency II – Understanding the Process, 2007a, str.5, tabela 1.

Solventnost 2 je postala temeljna direktiva, s katero se poenostavi opravljanje dejavnosti zavarovanja ter tako odpravi največje razlike med zakoni, ki veljajo za zavarovalnice držav članic Evropske Unije. Njen glavni namen je vzpostaviti sistem obvladovanja solventnosti, ki bi ustrezal resničnim tveganjem, katerim so zavarovalnice najbolj izpostavljene in jih usmerjal k obvladovanju tveganj v prihodnosti. Poleg tega naj bi se tudi izboljšala konkurenčnost zavarovalnic ter jim omogočila boljše razporejanje kapitalskih virov (The European Parliment and the Council of the European Union, 2009).

Slika 6: Stebri direktive Solventnosti 2



Vir: Analitica d.o.o., Solvency II, 2016.

EIOPA opredeljuje tri stebre kot način za združevanje zahtev Solventnosti 2, katerih cilj je spodbuditi pravočasno uvedbo ustrezne in kvalitetne informacijske podpore, zagotavljanje kapitalske ustreznosti, zagotoviti večjo preglednost pri procesnem odločanju in okrepiti nadzorni pregled procesov, vse v imenu dobrega upravljanja s tveganji in zaščite zavarovancev. Strukturo Solventnosti 2 z upoštevanimi tveganji predstavlja Slika 6.

V magistrskem delu se osredotočimo na izračun kapitalskih zahtev glede na določeno izpostavljenost tveganjem. Večja kot je izpostavljenost tveganjem, večja je kapitalska zahteva. Skušali bomo razložiti, da je največkrat težava v neprimerno razporejenem kapitalu glede na različne vrste tveganj in je kapitalska zahteva zato še višja kot bi bila, če bi zavarovalnica ustrezno razpršila svoj kapital v različne naložbe. Torej če je v portfelju zavarovalnice prevelika koncentracija določene vrste kapitala, je potrebna diverzifikacija, ki izboljša varnost celotnega sistema.

V nadaljevanju predstavimo kategorijo kapitalskih zahtev in postopek izračuna zahtevanega solventnostnega kapitala.

2.1 Kapitalske zahteve

Znani ekonomist Adam Smith je v svoji knjigi »*Wealth of Nations*« kapital definiral kot del človekovega imetja za katerega se pričakuje, da mu priskrbi nek dohodek. Količina kapitala je znak finančne stabilnosti in moči posameznika, organizacije ali nacije. Več kapitala pomeni večjo stabilnosti in moč ter sposobnost ustvarjanja dobička. Ravno zato postaja določanje kapitalske ustreznosti temeljna naloga vsake zavarovalnice, saj le-to odloča o njenem preživetju.

V prvem stebru direktive je določeno, katera tveganja je potrebno upoštevati pri izračunu kapitala. Ta tveganja je potrebno kvantitativno oceniti in izmeriti, pri čemer je potrebno upoštevati tudi medsebojne odvisnosti oz. korelacije med temi tveganji. Izračun kapitalskih zahtev temelji na oceni tveganja, tako na strani sredstev kot na strani obveznosti (Komelj & Dolničar, 2007).

Zavarovalnica se s kapitalom zavaruje pred pričakovanimi kot tudi nepričakovanimi tveganji in tako izpolnjuje obveznosti do zavarovancev. Obsega vseh tveganj ni možno dovolj zanesljivo predvideti, zato višina kapitala za zavarovalnico predstavlja varnostno rezervo, ki jo zavaruje pred insolventnostjo (Čerpnjak, 2012). Z drugimi besedami lahko rečemo, da so kapitalske zahteve na nek način kot strošek zavarovanja pred tveganji, ki zavarovalnico ščiti pred propadom in ji zagotavlja solventnost. Svoj kapital namenijo za (Holzheu, 2000):

- varnostno blazino za zaščito pred višjimi plačili glede na pričakovana plačila;
- absorpcijo ostalih nepričakovanih tveganj;
- financiranje prihodnje rasti zavarovalnice;
- izboljšanje verodostojnosti pri svojih strankah.

Določanje kapitalskih zahtev temelji na ideji ekonomskega kapitala. Ekonomski kapital je definiran kot presežek, ki je potreben za pokritje pričakovanih in nepričakovanih izgub z določeno stopnjo zaupanja. To pomeni, da če razpoložljivi kapital[2] presega ekonomskega, lahko zavarovalnica prebrodi tudi hude ekonomske šoke (De Weert, 2011).

Ekonomski kapital temelji na dejanskih tveganjih in se razlikuje od regulatornega kapitala, ki je splošno opredeljen za vse zavarovalnice. Regulatorni kapital zajema tudi stroške, ki bi jih imeli tudi drugi deli finančnega sektorja. Zato je regulatorni kapital vedno nekoliko večji od ekonomskega (Matten, 2000).

Tudi zavarovalnice potrebujejo za svoje delovanje določeno količino lastnega kapitala. Le-ta je potreben, da se nadomestijo izgube, ki jih povzročijo nepričakovane škode. Kapitalska zahteva lahko predstavlja minimalni znesek, ki ga zavarovalnica zahteva za nadaljnje poslovanje, lahko pa predstavlja cilj ali zgodnji opozorilni signal za morebitno insolventnost. Za zavarovalnico to pomeni, da lahko nadaljuje z dejavnostjo, če ima razpoložljivi minimalni kapital nad teoretično postavljenimi kapitalskimi zahtevami in je zato v stanju solventnosti. Ideja ekonomskega kapitala torej predstavlja temelj za minimalne kapitalske zahteve (angl. *minimal capital requirement*, v nadaljevanju MCR), kakor tudi za zahtevani

[2] Razpoložljivi kapital je presežek skupne tržne vrednosti sredstev nad tržno vrednostjo obveznosti, ki ga zavarovalnica potrebuje, da bi zmanjšala tveganje neizpolnjevanja obveznosti do določene mere tveganja, v določenem časovnem obdobju (CEA, 2007b).

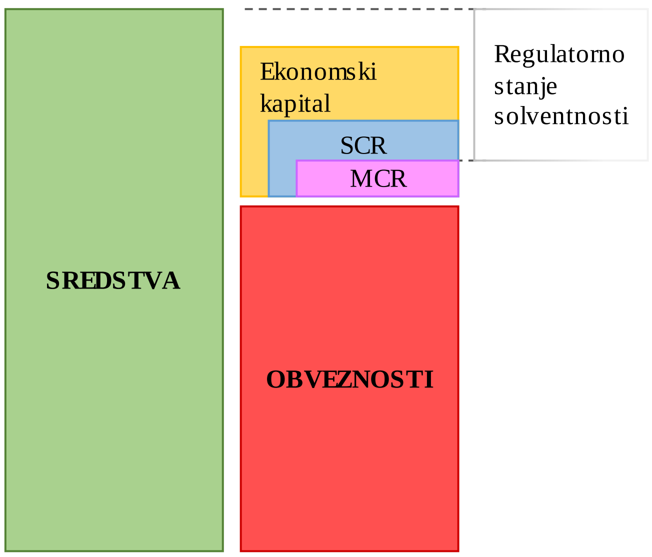
solventnostni kapital (angl. *solvency capital requirement*, v nadaljevanju SCR). V primeru upoštevanja pravil in zahtev v prvem stebru se, ob 99,5 % ravni zaupanja zagotavlja, da bodo sredstva skozi celo poslovno leto presegala obveznosti (Merhar, 2007).

V nasprotju s prejšnjo ureditvijo, SCR in MCR predstavljata tisti kapital, ki bo namenjen pokrivanju izpostavljenosti vseh tveganj, s katerimi se zavarovalnica sooča med poslovanjem. To pomeni, da nove kapitalske zahteve odražajo tudi kreditna, tržna, likvidnostna in operativna tveganja. V preteklosti je za različne družbe v isti panogi z različnimi poslovnimi strategijami veljalo, da imajo enake kapitalske potrebe. SCR in MCR pa sta po novi direktivi izračunana glede na profil tveganja posamezne zavarovalnice[3], zato se bodo izračuni med zavarovalnicami razlikovali in bosta služila predvsem za zaščito zavarovalcev pred ostalimi nepredvidenimi izgubami, kot so na primer nepričakovana zgostitev škodnih primerov oziroma slave finančne naložbe, namenjene kritju rezervacij.

Ustrezno velik kapital torej zavarovalnico zavaruje pred nepričakovanimi tveganji in omogoča izpolnjevanje obveznosti do zavarovancev. Po drugi strani pa pomeni manjšo profitnost in zato tudi vrednost zavarovalnice (Štiblar & Šramel, b.l.).

Slika 7 grafično prikazuje razliko med ekonomskim, regulatornim, minimalnim in solventnostim kapitalom. Ustrezno velik kapital torej zavarovalnico zavaruje pred nepričakovanimi tveganji in omogoča izpolnjevanje obveznosti do zavarovancev. Po drugi strani pa pomeni manjšo profitnost in zato tudi vrednost zavarovalnice.

Slika 7: Stanja solventnosti



Vir: A.Sandstörm, Handbook of Solvency for Actuaries and Risk Managers, 2010, str. 5, slika 1.1.

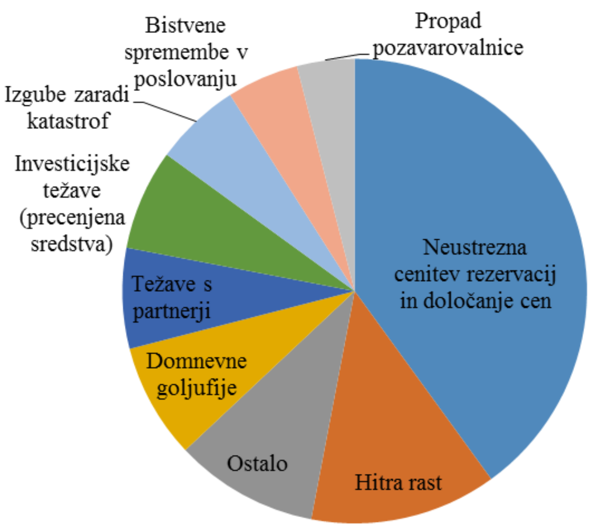
---

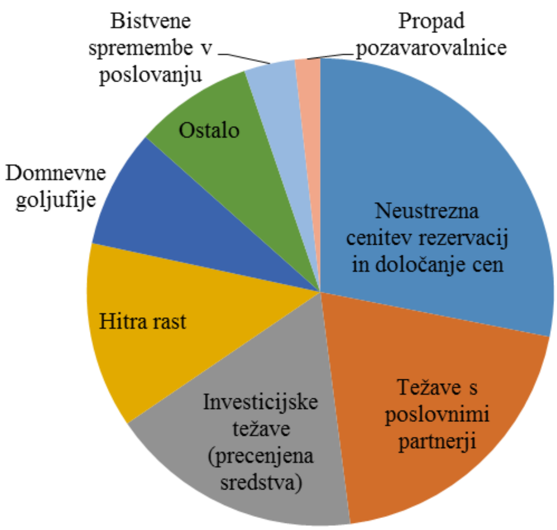
[3] Na primer specializirana življenjska zavarovalnica je izpostavljena povsem drugačnim tveganjem kakor pa zavarovalnica, ki se ukvarja z vsemi zavarovalnimi posli.

Kot zanimivost omenimo še najpogostejše razloge, ki so povzročile finančne težave neživljenjskih (na Sliki 8 levo) in življenjskih (na Sliki 8 desno) zavarovalnic iz Združenih držav Amerike (v nadaljevanju ZDA) v zadnjih 40 letih. Raziskava, ki jo je izvedlo podjetje A.M Best, je pokazala, da na donosnost najbolj vplivajo neustrezne oziroma prenizke zavarovalne premije in previsoke odškodnine. Kadar so zavarovalne premije prenizke, se običajno zniža del premije za izvajanje zavarovanj, ki posledično ne pokriva dejanskih stroškov. Previsoke odškodnine so lahko posledica trenutnih neugodnih škodnih nihanj ali pa neustrezno izravnanega portfelja zavarovalnice. Ostali najpogostejši razlogi za insolventnost zavarovalnic v ZDA so (Examination resources LLC, 2009):

- hitra rast;
- zunanje izvajanje dejavnosti;
- vstop na nova področja;
- izplačila nepredvidenih odškodnin;
- katastrofe;
- pozavarovanje (nezadostna razpršitev tveganj ali propad pozavarovalnice);
- goljufije, nepremišljeno upravljanje in pohlep;
- lažnivo poročanje;
- investicijski neuspehi;
- regulativni neuspehi.

Slika 8: Razlogi za finančno oslabljenost neživljenjskih zavarovalnic (1969 – 2009) in življenjskih zavarovalnic (1976 – 2009) v ZDA





Vir: Examination resources LLC, Stress testing, diversification benefits and key future risks, 2009, str. 31-32, slika 21 in slika 26.

Še vedno pa se postavlja vprašanje koliko kapitala naj ima zavarovalna finančna institucija? Ali koliko tveganja lahko prevzame glede na svojo kapitalsko moč? V ta namen morajo zavarovalnice z novo direktivo Solventnosti 2 določati MCR, ki je izračunan s pomočjo linearne formule in SCR, ki se izračuna s standardnim pristopom ali internim modelom.

2.1.1 Minimalni zahtevani kapital

MCR predstavlja raven kapitala, pod katero bi bili interesi zavarovalcev resno ogroženi, če bi zavarovalnica še naprej nemoteno poslovala. V primeru, da se zavarovalnica sooči s prenizkim MCR, se sproži nadzorni ukrep in, če zavarovalnica ni sposobna pravočasno zagotoviti ustreznega kapitala, se le-tej odvzame dovoljenje (Evropska Komisija, 2016).

MCR je potrebno izračunavati vsako četrtletje na podlagi linearne formule kot funkcija skupine ali podskupine oblikovanih zavarovalno-tehničnih rezervacij, obračunanih zavarovalnih premij, tveganega kapital, odloženih davkov in administrativnih stroškov. Ne glede ali zavarovalnica izračunava SCR po standardni formuli ali po internem modelu, MCR ne sme pasti pod 25 % ter ne sme preseči 45 % SCR zavarovalnice.

2.1.2 Zahtevani solventnostni kapital

SCR je namenjen zaščiti pred nepričakovanimi in nenačrtovanimi škodnimi dogodki ali tveganji. S povečanjem zaščite pred nepričakovanimi škodnimi dogodki se poveča tudi varnost zavarovancev. Višina SCR je določena tako, da odraža dejanski profil tveganj zavarovalnice ob upoštevanju vseh tveganj, ki jih lahko zavarovalnica ovrednoti in jim je izpostavljena. To pomeni, da mora imeti zavarovalnica z bolj tveganim portfeljem več kapitala, kot zavarovalnica z manj tveganimi naložbami (Kirn, 2014).

SCR je potrebno izračunavati vsaj enkrat letno in ga ponovno preračunati takoj, ko se profil tveganj močno spremeni. Izračuna se z uporabo z tvegane vrednosti, v skladu s standardno formulo ali z uporabo internega modela. Oba pristopa imata svoje prednosti kot tudi slabosti, ki so zbrane v Tabeli 3 in Tabeli 4 (Harley, 2011).

Tabela 3: Prednosti in slabosti internega modela

Interni model	
Prednosti	**Slabosti**
• boljše upravljanje s tveganji; • boljše upravljanje s kapitalom; • preglednješe odločitve; • potencialno nižje kapitalske zahteve; • boljše upravljanje z bilanco.	• zahteven razvoj; • velika administrativna obremenitev; • drag razvoj; • potrebno strokovno znanje in izkušnje; • potrebna odobritev zavarovalnega nadzornika.

Ni dvoma, da ima standardna formula prednosti, ki so bolj oprijemljive kot prednosti internega modela. S standardno formulo smo bolj prepričani v rezultate, ki jih izmerimo in dosežemo lažje. Vendar pa je uporaba internega modela dolgoročneje ugodnejša rešitev, ki lahko zavarovalnici predstavlja konkurenčno prednost.

Uporaba standardne formule je enostavnejša in zanjo potrebujemo manj dela in izkušenj. Stroški razvoja internega modela so zato večji, saj potrebujemo za njegov razvoj nadgraditi informacijski sistem, različno znanje strokovnjakov in usposabljanje delavcev. To so tudi razlogi za dolgotrajnejši razvoj internega modela. Če zavarovalnica razvije svoj interni model, ga mora odobriti zavarovalni nadzornik. Interni model lahko predstavlja konkurenčno prednost zavarovalnice, če z izračunom pridobimo manjšo vrednost potrebnega kapitala. Manj potrebnega kapitala za poslovanje zavarovalnice pomeni, da lažje dosega zahtevano donosnost vloženega kapitala, ki jo zahtevajo lastniki kapitala. Posledično se to kaže v nižjih premijah, ki jih postavi zavarovalnica (Stoilkovič, 2009).

Tabela 4: Prednosti in slabosti standardne formule

Standardna formula	
Prednosti	**Slabosti**
• lažje izvedljiva; • časovno ugodnejša; • cenovno ugodnejša (potrebno manj dela in strokovnjakov); • preizkušena in potrjena s strani regulative.	• zahteve zadoščajo za povprečno evropsko zavarovalnico; • neproporcionalnim pozavarovalnicam niso dane popolne kapitalske ugodnosti; • potencialno višje kapitalske zahteve.

Pri izračunu kapitala moramo torej upoštevati tveganja, ki jih znamo meriti. Pri tem je potrebno upoštevati tudi korelacije med tveganji. V nadaljevanju opišemo izračun SCR s pomočjo standardne formule. Ker se osredotočamo na tveganja nasprotnih strank, natančneje opišemo modul tveganja neplačila nasprotne stranke.

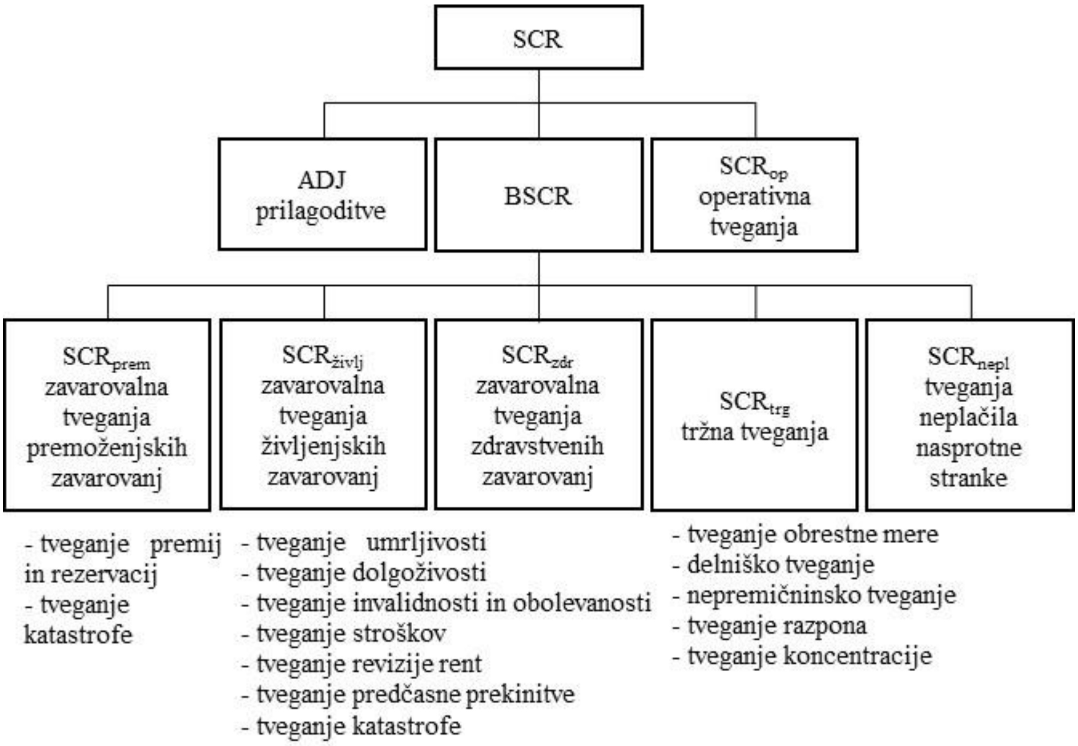
2.2 Standardna formula

V okviru Solventnosti 2 se višina kapitalskih zahtev določi z SCR. Le-ta predstavlja najmanjšo višino lastnih sredstev, ki jih mora imeti zavarovalnica na dan vrednotenja, da bo z 99,5 % verjetnostjo poravnala vse obveznosti poslovanja v obdobju enega leta. V praksi je določanje višine SCR izjemno zahtevna naloga, saj zahteva poznavanje verjetnostne porazdelitve celotnega nabora tveganj in vpliv le-tega na višino lastnih sredstev zavarovalnice. Zaradi tega je bila razvita standardna formula za določanje kapitalskih zahtev.

Temelj standardne formule je predpostavka o normalni porazdelitvi posameznega tveganja in poznavanje korelacij med različnimi tveganji. Ta predpostavka omogoča, da se vpliv določenega tveganja obravnava posamično, končni rezultat pa se določi z združevanjem posameznih rezultatov ob upoštevanju ustreznih korelacij (EIOPA, 2014b).

Standardna formula upošteva posamezne module za posamezne kategorije tveganj, ki se naprej delijo v podmodule. Posamezne elemente prikazuje Slika 9. Pri seštevanju izpostavljenosti tveganju posameznih podmodulov se uporabljajo korelacijski faktorji, s katerimi pride do izraza efekt razpršenosti poslovanja.

Slika 9: Struktura standardne formule



Povzeto in prirejeno po EIOPA, QIS5 Technical Specifications, 2010, str. 90, slika 1.1.

SCR, izračunan na podlagi standardne formule, je vsota (EIOPA, 2010):

- osnovnega zahtevanega solventnostnega kapitala (angl. *basic solvency capital requirement*, v nadaljevanju BSCR);
- zahtevanega kapitala za operativno tveganje (angl. *operational risk*, v nadaljevanju SCR_{op});
- prilagoditev zaradi absorpcijske zmožnosti zavarovalno-tehničnih rezervacij in odloženih davkov (v nadaljevanju Adj).

Za vse zavarovalnice in pozavarovalnice se uporablja enaka oblika in enake specifikacija za module tveganja tako glede BSCR kot tudi kakršnih koli poenostavljenih izračunov. MCR izračunamo podobno kot SCR, le da so možne določene poenostavitve in ni potrebno upoštevati operativnih tveganj.

2.2.1 Osnovni zahtevani solventnostni kapital

Izračun BSCR je po standardnem modelu sestavljen iz več različnih modulov in z povezanih tveganj in se izračuna po formuli (26), kjer je $Corr_{i,j}$ korelacijski koeficient in predstavlja velikost linearne povezanosti zahtevanega kapitala za posamezna tveganja.

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} \tag{26}$$

Dokaz enačbe (26). SCR faktorja tveganja X glede na določeno mero tveganja R je definiran kot nepričakovana izguba. Podobno kot že v poglavju 1.3.1 matematično zapišemo SCR kot

$$SCR(X) = R(X) - EL(X)$$

Naj bo $X_0 = X_1 + \ldots + X_n$ normalno porazdeljena slučajna spremenljivka. Takrat obstaja $r \in \mathbb{R}$, tako da za vsak $i = 0, \ldots, n$ velja

$$r = R\left(\frac{X_i - E(X_i)}{\sqrt{V(X_i)}}\right)$$

Zaradi pozitivne homogenosti in tranzitivnosti mere tveganja R lahko zapišemo

$$SCR(X_i) = R(X_i) - E(X_i) = R\left(\frac{X_i - E(X_i)}{\sqrt{V(X_i)}}\right) \cdot \sqrt{V(X_i)} = r \cdot \sqrt{V(X_i)}$$

Če so faktorji tveganja $X_1, \ldots, X_n$ multivariantne normalne spremenljivke s korelacijami

$$Corr(X_i, X_j) = \frac{Cov(X_i, X_j)}{\sqrt{V(X_i)} \cdot \sqrt{V(X_j)}}$$

potem je

$$\begin{aligned}
\mathrm{SCR}(\mathrm{X}_0)^2 &= r^2 \cdot V(X_0) \\
&= r^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} Cov(X_i, X_j) \\
&= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} Cov(X_i, X_j) \cdot \frac{SCR(X_i)}{\sqrt{V(X_i)}} \cdot \frac{SCR(X_j)}{\sqrt{V(X_j)}} \\
&= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} Corr(X_i, X_j) \cdot SCR(X_i) \cdot SCR(X_j)
\end{aligned}$$

Pri združevanju različnih modulov oziroma podmodulov moramo biti pozorni na medsebojno odvisnost opazovanih tveganj. Opazovani tveganji sta lahko neodvisni, lahko se hkrati večata ali manjšata ali pa se z večanjem prvega, drugo tveganje zmanjšuje in obratno.

Standardni pristop, pri združevanju različnih modulov oziroma podmodulov, predlaga uporabo korelacijske matrike (Tabela 5). S korelacijo predstavimo linearno povezanost dveh različnih tveganj in jih je razmeroma enostavno razumeti in uporabiti. Korelacijo je moč meriti z različnimi koeficienti, med njimi pa je najbolj poznan Pearsonov korelacijski koeficient, ki je računan na podlagi kovariance in standardnih odklonov obeh tveganj. Je zelo pogosto uporabljena mera odvisnosti v prostoru eliptično porazdeljenih slučajnih spremenljivk.

Tabela 5: Korelacija med moduli za izračun BSCR

i \ j	**Tržno tveganje**	**Neizpolnitev obveznosti**	**Življenjsko tveganje**	**Zdravstveno tveganje**	**Premoženjsko tveganje**
Tržno tveganje	1				
Neizpolnitev obveznosti	0,25	1			
Življenjsko tveganje	0,25	0,25	1		
Zdravstveno tveganje	0,25	0,25	0,25	1	
Premoženjsko tveganje	0,25	0,5	0	0	1

Vir: EIOPA, QIS 5 Technical Specifications, 2010, str. 96, tabela 1.32.

V splošnem primeru zunaj okolja eliptičnih porazdelitev slučajnih vektorjev lahko z uporabo korelacije pri seštevanju zavarovalnih tveganj, zanemarimo pomembne informacije, ki zadevajo rep porazdelitve. Zato se v zadnjih letih pri določanju medsebojne odvisnosti tveganj vedno bolj uporabljajo kopule, ki nam zagotavljajo celovite informacije o odvisnosti med posameznimi tveganji.

2.2.2 Zahtevani kapital za operativno tveganje

Operativna tveganja so tveganja izgube zaradi nepravilnosti ali napake v notranjih procesih, kadrih, sistemih ali zunanjih dogodkih. V operativnih tveganjih so zajeta pravna tveganja, medtem ko tveganje zmanjšanja ugleda in tveganja, ki izhajajo iz strateških odločitev, niso upoštevana kot operativna tveganja. Modul za operativna tveganja je sestavljen tako, da krije operativna tveganja v obsegu, da pokrije izpostavljenosti, ki niso bile eksplicitno pokrite z drugimi moduli tveganja.

2.2.3 Prilagoditev zaradi absorpcijske zmožnosti zavarovalno-tehničnih rezervacij in odloženih davkov

Prilagoditev zaradi absorpcijske zmožnosti zavarovalno-tehničnih rezervacij in odloženih davkov predstavlja možno poravnavo nepričakovanih izgub s hkratnim zmanjšanjem zavarovalno-tehničnih rezervacij oziroma odloženih davkov ali kombinacijo obeh. Določimo jo kot vsoto prilagoditve zaradi absorpcijske zmožnosti zavarovalno-tehničnih rezervacij in prilagoditve zaradi absorpcijske zmožnosti odloženih davkov.

Prilagoditev upošteva učinek blažitve tveganja zaradi prihodnjih diskrecijskih upravičenj iz pogodb zavarovanja, v obsegu v katerem lahko zavarovalnice in pozavarovalnice dokažejo, da se lahko zmanjšanje takšnih upravičenj uporabi za kritje nepričakovanih izgub, ko nastanejo. Učinek ublažitve tveganja zaradi prihodnjih diskrecijskih upravičenj ne bo večji od vsote zavarovalno-tehničnih rezervacij in odloženih davkov, ki se nanašajo na ta prihodnja diskrecijska izplačila.

2.3 Tveganje neplačila nasprotne stranke v standardni formuli

Modul kreditnega tveganja ali modul tveganja neplačila nasprotne stranke (angl. *counterparty default risk modul*) zajema tveganje znižanja vrednosti sredstev zavarovalnice zaradi nepričakovanega neplačila ali poslabšanja kreditnega položaja nasprotnih strank in dolžnikov zavarovalnice. Modul tveganja neplačila za vsako nasprotno stranko upošteva splošno izpostavljenost tveganju nasprotne stranke zadevne zavarovalnice ali pozavarovalnice do te nasprotne stranke (Stanič, 2009).

Kreditno tveganje je razdeljeno na tveganje nasprotne stranke, tveganje razpona in koncentracij tržnega tveganja. Slednji sta v standardni formuli zajeti v okviru tržnega tveganja in ju zato v magistrskem delu ne bomo posebej obravnavali.

Ločimo dva tipa izpostavljenosti. Tip izpostavljenosti 1 pokriva tiste izpostavljenosti, ki se ne morejo diverzificirati, nasprotna stranka pa ima pripisano neko bonitetno oceno. Izpostavljenost tipa 2 pa vključujejo vse kreditne izpostavljenosti, ki jih ne zajema podmodul tveganja razpona in niso izpostavljenosti tipa 1 (EIOPA, 2010).

Kapitalske zahteve tako izračunamo po formuli

$$SCR_{def} = \sqrt{SCR_{def,1}^2 + 2 \cdot \rho_{1,2} \cdot SCR_{def,1} \cdot SCR_{def,2} + SCR_{def,2}^2} \tag{27}$$

z upoštevanjem učinkom razpršenosti $\rho_{1,2} = 0{,}75$ in kjer $SCR_{def,1}$ ter $SCR_{def,2}$ označujeta kapitalske zahteve za tveganje nasprotne stranke pri izpostavljenostih tipa 1 in tipa 2.

Ker izpostavljenosti tipa 1 vključujejo izpostavljenosti v zvezi s pogodbami za zmanjševanje tveganj, vključno z dogovori o pozavarovanju, podrobneje opredelimo strukturo modela in tveganje neplačila nasprotne stranke tipa 1.

Glavna vhodna parametra pri izračunu zahtevanega kapitala za tveganje neplačila sta ocenjena višina izgube v primeru neplačila LGD[4] in verjetnost neizpolnitve nasprotne

[4] Na tej točki moramo omeniti, da oznaka LGD za višino izpostavljenosti, kot se uporablja v Tehničnih specifikacijah, ne pomeni enako kot LGD, ki smo ga definirali v poglavju 1. V delu smo namreč LGD

stranke PD. Kapitalske zahteve izpostavljenosti tipa 1 izračunamo s pomočjo predpisane formule

$$SCR_{def,1} = \begin{cases} 3\sqrt{V} \quad \textit{če je } \sqrt{V} \leq 0{,}07 \cdot \sum_i LGD_i \\ 5\sqrt{V} \quad \textit{če je } 0{,}07 \cdot \sum_i LGD_i < \sqrt{V} \leq 0{,}2 \cdot \sum_i LGD_i \\ \sum_i LGD_i \quad \textit{če je } 0{,}2 \cdot \sum_i LGD_i \leq \sqrt{V} \end{cases} \tag{28}$$

kjer je vsota po vseh *i* neodvisnih nasprotnih strank z izpostavljenostjo tipa 1 in je:

- LGD_i višina izpostavljenosti nasprotne stranke *i* z izpostavljenostjo tipa 1;
- V varianca porazdelitve izgube z izpostavljenostjo tipa 1;
- $\sqrt{V}$ standardni odklon porazdelitve izgube z izpostavljenostjo tipa 1.

Konceptualno je LGD opredeljen kot višina lastnih sredstev, ki bi jih zavarovalnica izgubila v primeru neplačila nasprotne stranke. Višina lastnih sredstev zavarovalnice je določena kot razlika med tržno vrednostjo sredstev in tržno vrednostjo obveznosti. Medtem ko lahko tržno vrednost sredstev določimo dokaj enostavno, je določitev tržne vrednosti obveznosti bistveno bolj zapleteno. Vrednost obveznosti se v okviru Solventnosti 2 oceni z zavarovalno-tehničnimi rezervacijami, ki pa so sestavljene iz najboljše ocene (angl. *best estimate*) in dodatka za tveganje (angl. *risk margin*).

Najboljšo oceno obveznosti se določi z uporabo aktuarskih modelov, s pomočjo predpostavk, ki morajo biti usklajene z informacijami s finančnih trgov. Višina najboljše ocene obveznosti ustreza tehtanemu povprečju bodočih denarnih prilivov in odlivov, ki so potrebni za poravnavo obveznosti upravičencev iz naslova zavarovalnih pogodb.

Dodatek za tveganje zagotovi, da je znesek tehničnih rezervacij enakovreden znesku, ki bi ga za prevzem in izpolnitev obveznosti do upravičencev iz zavarovalnih polic zahtevale druge zavarovalnice. Višino dodatka za tveganje se določi s pristopom, ki upošteva strošek kapitala za tiste kapitalske zahteve, ki izhajajo iz tveganja, za katera se ni mogoče zavarovati.

Postopek izračuna LGD se določi glede na vrsto prenosa tveganja in vrsto združevanja. Tako so posebej v Tehničnih specifikacijah navedene različice določitve LGD za zavarovalnico, ki ima dogovorjene (EIOPA, 2014a):

- sporazumne združitve (angl. *pooling arrangements*);

---

predstavili kot delež izgube, ki jo zavarovalnica v primeru neplačila utrpi, tehnične specifikacije pa LGD definirajo kot (1–*RR*) · *EAD*.

- pogodbe za zmanjševanje tveganja (angl. *risk-mitigating contracts*);
- ostale pogodbe z izpostavljenostjo tipa 1, ki ne sodijo pod skupino pogodb za zmanjševanje tveganja.

V delu obravnavamo le del izračuna LGD, ki se nanaša na pozavarovalne posle. Sklenjene pozavarovalne pogodbe, skupaj z izvedenimi finančnimi instrumenti in posojili, ki so zavarovana s hipoteko, sodijo v skupino pogodb za zmanjševanje tveganj. Tako se LGD_i za sklenjeno pozavarovalno pogodbo i določi kot

$$LGD = max \{50\% \cdot (Recoverables + 50\ \% \cdot RM_{re}) - F \cdot Collateral; 0\} \qquad (29)$$

kjer:

- *Recoverables* označuje najboljšo oceno izterljivih zneskov iz naslova dogovora o pozavarovanju od ustreznih dolžnikov;
- RM_{re} označuje učinek dogovora o pozavarovanju na zmanjševanje zavarovalnega tveganja;
- *Collateral* označuje tveganju prilagojeno vrednost zavarovalna s premoženjem v zvezi z dogovorom o pozavarovanju;
- F označuje faktor, s katerim se upošteva ekonomski učinek dogovora o zavarovanju s premoženjem v zvezi z dogovorom o pozavarovanju v primeru kreditnega dogodka, povezanega z nasprotno stranko.

Verjetnost neizpolnitve obveznosti za posamezno izpostavljenost je enaka povprečju verjetnosti neizpolnitve obveznosti za vsako od izpostavljenosti do nasprotnih strank, ki pripadajo posamezni izpostavljenosti, ponderiranemu z izgubo ob neplačilu v zvezi z navedenimi izpostavljenostmi. Posamezni izpostavljenosti i, za katero je na voljo bonitetna ocena, se dodeli verjetnost neizpolnitve obveznosti PD_i v skladu s Tabelo 6.

Tabela 6: Verjetnost neizpolnitve obveznosti glede na bonitetno oceno

Bonitetna ocena	**AAA**	**AA**	**A**	**BBB**	**BB**	**B**	**CCC**
PD_i (v %)	0,002	0,01	0,05	0,24	1,2	4,2	4,2

Vir: EIOPA, Technical Specifications for the preparatory phase, 2014a, str. 181, tabela 6.22.

Nasprotnim strankam, ki niso bonitetno ocenjene, se dodeli verjetnost neizpolnitve obveznosti PD_i v skladu s Tabelo, če izpolnjujejo naslednje zahteve:

- so zavarovalnice ali pozavarovalnice;
- izpolnjujejo svoje minimalne kapitalske zahteve;
- stopnja solventnosti se določi v skladu z zahtevami, določenimi v razpisni dokumentaciji;

- stopnja solventnosti se določi v skladu z obravnavanim scenarijem.

Tabela 7: Verjetnost neizpolnitve obveznosti nasprotne stranke, ki ni bonitetno ocenjena

Stopnja solventnosti PD_i (v%)	**196 in višje**	**175**	**150**	**125**	**122**	**100**	**95**	**75 in nižje**
PD_i (v %)	0,01	0,05	0,1	0,2	0,24	0,5	1,2	4,2

Vir: EIOPA, Technical Specifications for the preparatory phase, 2014a, str. 182, tabela 6.24.

V primeru, ko je nasprotna stranka zavarovalnica ali pozavarovalnica in le-ta ne dosega predpisanega minimalnega zahtevanega kapitala, je verjetnost neizpolnitve obveznosti PD_i enak 4,2 %.

V naslednjem poglavju postopoma izpeljemo varianco, ki je ključna za določitev kapitalske zahteve za izpostavljenosti tipa 1.

2.4 Struktura modela in tveganje nasprotne stranke tipa I

Dejavnike tveganja, s katerimi določimo tveganje neplačila nasprotne stranke, so v kvantitativnih študijah 3 (v nadaljevanju QIS 3) in kvantitativnih študijah 4 (v nadaljevanju QIS 4) opisani z Vasičkovim modelom. Model služi za določanje kapitala, ki ga je potrebno načrtno razdeliti za kritje portfelja posojil, če želi posojevalec doseči, oziroma ohraniti bonitetno oceno. Prav ta model se uporablja za modeliranje tveganja neplačila v direktivi Basel 2. Kljub temu pa dotičen model ni povsem ustrezen za modeliranje tveganja neplačila iz naslova pozavarovalnih pogodb, saj zadevni pristop zahteva realizacijo homogene populacije[5]. Pravzaprav je kar nekaj uporabnikov tega pristopa poročalo o nedoslednostih v odnosu med razpršenostjo in številom nasprotnih strank za kapitalske zahteve za različne portfelje z enako bonitetno oceno. V primeru, ko obstaja več kot le ena nasprotna stranka, se kapitalska zahteva povečuje s številom strank z visokimi vrednostmi bonitetnih razredov, kar spodbuja koncentracijo nasprotnih strank. Pozavarovalnice torej tvorijo heterogeno populacijo, saj so dogodki, da pozavarovalnice niso sposobne izpolniti svojih obveznosti veliko bolj redki.

Alternativni pristop je opisal Peter Ter Berg v članku »*Portfolio modelling of counterparty reinsurance default risk*«, kjer privzame, da je *PD* funkcija latentne slučajne spremenljivke[6] *S*, ki predstavlja skupni šok. Ta neopazovana slučajna spremenljivka generira korelacije med pozavarovalnicami in tako odraža neko oceno. Obravnavamo in opredelimo:

[5] Populacija je homogena, ko je sestavljena iz enot, ki so si glede na določene lastnosti podobne.
[6] Latentna spremenljivka je spremenljivka, ki v realnosti ne obstaja. Z njeno pomočjo si razlagamo odnose med pojavi.

- model za spremenljivko skupnega šoka *S*;
- model za verjetnost neplačila *PD* pogojno na skupni šok $S = s$ in tako ocenimo *PD(s)* za vsako nasprotno stranko;
- osnovno verjetnost neplačila *b*, ki jo zapišemo kot funkcijo neplačila *PD*, zagotovljeno s strani bonitetne hiše in je neodvisna od *S* ter predstavlja minimalno verjetnost neplačila nasprotne stranke;
- množico pozavarovalnic (nasprotnih strank), pri katerih se zavarovalnica pozavaruje. S pomočjo te množice definiramo novo slučajno spremenljivko *Z*, ki predstavlja izgubo zavarovalnice. Z uporabo tvegane vrednosti VaR slučajne spremenljivke *Z* bomo izrazili formulo, s katero določimo kapitalsko zahtevo.

2.4.1 Model skupnega šoka

Poslanstvo zavarovalnice je, da ustvarja gospodarsko varnost posameznika in družbe, katere rezultati so odvisni od slučajnih množičnih kot tudi posameznih pojavov. Morda bi mislili, da so slednji tako majhni in jih zato lahko zanemarimo. Vendar pa tudi ti lahko počasi vplivajo na pogoje, ki so povezani s poslovanjem in demografijo ali pa z nenadnimi vplivi naravnih katastrof. Še posebej so ti posamezni pojavi v pozavarovalništvu pomembni, saj lahko v velikem številu škodijo enako ali celo bolj kot en sam množični pojav. Predstavljajmo si, da lahko tak pojav ali šok zajamemo v letno slučajno spremenljivko *S* z vrednostmi na enotskem intervalu (0, 1). Vrednosti blizu vrednosti nič imajo majhen vpliv na industrijo, medtem ko mora biti vrednost slučajne spremenljivke *S* za svetovno katastrofo blizu vrednosti ena. Zato je dogodek neplačila bolj verjeten za pozavarovalnice z velikim *S*.

Šok *S* modeliramo s pomočjo porazdelitve beta, definirane na enotskem intervalu (0, 1). Porazdelitev beta je družina zveznih verjetnostnih porazdelitev z dvema parametroma oblike α in β. Pripravo modela začnemo tako kot Peter Ter Berg, ki za funkcijo gostote verjetnosti beta porazdelitve določi

$$f(s;\alpha) = \alpha \cdot s^{\alpha-1} \tag{30}$$

kjer sta $0 \leq s \leq 1$ in $0 < \alpha < 1$.

Dokaz enačbe (30). Formulo izpeljemo s pomočjo definicije funkcije gostote verjetnosti beta porazdelitve, ki je enaka

$$f(s;\alpha,\beta)=\frac{1}{B(\alpha,\beta)} \cdot s^{\alpha-1} \cdot (1-s)^{\beta-1} \tag{31}$$

kjer je $B(\alpha,\beta)$ funkcija beta.

Z vedenjem, da je $B(\alpha,\beta)$ normalizirana konstanta, ki zagotavlja, da je ploščina pod nenegativno funkcijo enaka 1 ter z izbranim $\beta = 1$, lahko izpeljemo poseben primer funkcije, s katero zagotovimo monotono padajoče verjetnosti za latentno spremenljivko šoka *S*.

$$\int_0^1 \frac{1}{B(\alpha,1)} \cdot s^{\alpha-1} ds = \frac{1}{B(\alpha,1)} \cdot \frac{1}{\alpha} = 1$$

Rešimo za $B(\alpha, \beta)$ in dobimo, da je $B(\alpha, 1) = \alpha^{-1}$ ter vstavimo v (31), da dobimo (30).

2.4.2 Verjetnost neplačila pogojno na skupni šok

Izračun kapitalskih zahtev za tveganja neplačila nasprotne stanke tipa 1 temelji na modelu, ki razdeli povprečno privzeto verjetnost neplačila nasprotne stranke v izhodiščno privzeto verjetnost neplačila b (angl. *baseline*) in komponento šoka. Komponente šoka so med seboj korelirane in enako porazdeljene. Korelacijo opišemo z relacijo parametrov $\alpha\tau^{-1}$. Uporabimo monotono naraščajočo funkcijo $PD(s)$ kot je predstavljena v članku (Ter Berg, 2008):

$$PD(s) = b + (1 - b)s^{\tau b^{-1}} \tag{32}$$

kjer je b z vrednostmi med 0 in 1 ter τ pozitiven parameter. Če je $\tau > b$, je krivulja, ki jo določa funkcija $PD(s)$ konveksna in vrednosti izhodiščna verjetnost neplačila so nizke. Obratno velja za $\tau < b$: krivulja funkcije $PD(s)$ je konkavna in vrednosti osnove za verjetnost neplačila so visoke. V primeru ko je $\tau = b$, lahko opazujemo premico.

Konkavnost in konveksnost pokažemo z drugim odvodom funkcije $PD(s)$ po s:

$$PD''(s) = (1 - b) \cdot \tau b^{-1} \cdot \left(\tau b^{-1} - 1 \right) \cdot s^{\tau b^{-1} - 2}$$

Če je $p''(s) > 0$, je krivulja $PD(s)$ konveksna, drugače je konkavna.

1. $\tau > b$: $(1 - b) > 0$, $\tau b^{-1} > 1$, $(\tau b^{-1} - 1) > 0$, $s^{\tau b^{-1} - 2} > 0$ in je zato zgornji produkt pozitiven.
2. $\tau < b$: $(1 - b) < 0$, $\tau b^{-1} < 1$, $(\tau b^{-1} - 1) < 0$, $s^{\tau b^{-1} - 2} > 0$ in je zato zgornji produkt negativen.

Eksponent funkcije z velikostjo b pada in tako velja, da so pozavarovalnice z nižjo vrednostjo b manj občutljive na šoke (dokler le ti niso ekstremni), medtem ko so pozavarovalnice z visoko vrednostjo b občutljivejše na katerikoli šok, tudi če je šibek.

2.4.3 Izhodiščna verjetnost neplačila

Z uporabo dveh določenih funkcij v (30) in (32) lahko izračunamo pričakovano vrednost *PD* od verjetnosti neplačila, kar lahko zapišemo

$$PD = E\big(PD(s)\big) = \frac{(\alpha + \tau) \cdot b}{\alpha \cdot b + \tau} \tag{33}$$

Dokaz enačbe (33). Izpeljava je enostavna. Vstavimo *PD(s)* kot definirano v (32) in po definiciji pričakovane vrednosti izračunamo *PD*.

$$\begin{aligned} PD &= E\left(b + (1 - b) \cdot s^{\tau b^{-1}}\right) \\ &= \int_0^1 \left(b + (1 - b) \cdot s^{\tau b^{-1}}\right) \cdot \alpha \cdot s^{\alpha - 1} \\ &= \frac{(\alpha + \tau) \cdot b}{\alpha \cdot b + \tau} \end{aligned}$$

Parametra α in τ sta določena globalno, medtem ko je parameter b odvisen od bonitetne ocene, ki je dodeljena posamezni pozavarovalnici.

Vrednost *PD* lahko opazujemo posredno, kot verjetnost neplačila prejeto od bonitetnih agencij. Zato je za vsako pozavarovalnico določena vrednost ocenjene verjetnosti neplačila s strani bonitetne hiše glede na pričakovano vrednost *PD*. Tako lahko iz *PD* izrazimo osnovo za verjetnost neplačila b in dobimo

$$b = \frac{PD}{\alpha\tau^{-1} \cdot (1 - PD) + 1} \tag{34}$$

Glede na to, da je parameter *PD* v enačbi parameter, ki ga poznamo in ga lahko opazujemo, nam naključnost te enačbe povzročata le parametra α in τ.

2.4.4 Skupna izguba ob neplačilu

Do sedaj smo obravnavali verjetnost neplačila kot funkcijo šoka za specifično pozavarovalnico, ki je skupna celi industriji. Vendar pa se lahko zavarovalnica pozavaruje na več različnih pozavarovalnicah in tako razprši tveganje.

Predpostavimo, da se zavarovalnica pozavaruje pri k pozavarovalnicah označenih z indeksom $i = 1, \ldots, k$. Proces neplačila je naveden preko množice Bernoullijevih slučajnih spremenljivk $(D_1, \ldots, D_k)$, kjer je lahko vsaka komponenta vektorja enaka 1 v primeru neplačila pozavarovalnice in 0 v nasprotnem primeru. Pogojno na neplačilo pozavarovalnice i definiramo izgubo ob neplačilu LGD_i. Zaradi razumljivosti, bomo LGD_i obravnavali kot spremenljivko, ki ni slučajna, vendar pa jo lahko vseeno vključimo v varianco.

Definirajmo slučajno spremenljivko Z, ki nam pove, koliko lahko zavarovalnica izgubi v primeru neplačila pozavarovalnic. Slučajna spremenljivka Z je tako vsota ustreznih izgub ob neplačilu LGD_i

$$Z = \sum_{i=1}^{k} D_i \cdot LGD_i \tag{35}$$

kjer s pomočjo Bernoullijeve spremenljivke D_i določimo katera pozavarovalnica ni bila zmožna poravnati svojih obveznosti do zavarovalnice.

2.4.4.1 Pričakovana vrednost in varianca slučajne spremenljivke pogojno na šok

V statistiki nas najpogosteje zanimata pričakovana vrednost in varianca slučajne spremenljivke, zato se bomo v nadaljevanju posvetili z določitvijo le teh. Pokazali bomo, da je

$$E(Z|S=s) = \sum_{i=1}^{k} PD_i(s) \cdot LGD_i \tag{36}$$

$$V(Z/S=s) = \sum_{i=1}^{k} LGD_i^2 \cdot PD_i(s) - \sum_{i=1}^{k} LGD_i^2 \cdot PD_i(s)^2 \tag{37}$$

$$P(Z=0/S=s) = \prod_{i=1}^{k} (1 - PD_i(s)) \tag{38}$$

Dokaz enačbe (36). Najprej bomo določili pričakovano vrednost in varianco pogojne slučajne spremenljivke Z, pri določenem šoku $S = s$. Pri tem vemo, da je pričakovana vrednost vsote slučajnih spremenljivk enaka vsoti pričakovanih vrednosti slučajne spremenljivke, da je LGD_i konstanta in D_i Bernoullijeva slučajna spremenljivka s pričakovano vrednostjo PD_i.

$$\begin{aligned} E(Z/S=s) &= E\left(\sum_{i=1}^{k} D_i \cdot LGD_i|S=s \right) \\ &= \sum_{i=1}^{k} E(D_i \cdot LGD_i|S=s) \\ &= \sum_{i=1}^{k} \mathrm{LGD_i} \cdot \mathrm{E(D_i|S=s)} \\ &= \sum_{i=1}^{k} \mathrm{PD_i(s)} \cdot \mathrm{LGD_i} \end{aligned}$$

Dokaz enačbe (37). Podobno kot pri pričakovani vrednosti, tudi pri varianci pogojne slučajne spremenljivke Z upoštevamo, da je varianca vsote slučajnih spremenljivk enaka vsoti varianc slučajnih spremenljivk, da je varianca konstante enaka konstanta na kvadrat in da je varianca Bernoullijeve slučajne spremenljivke $PD_i \cdot (1 - PD_i)$.

$$
\begin{aligned}
V(Z/S{=}s) &= V\left(\sum_{i=1}^{k} D_i \cdot LGD_i | S{=}s\right) \\
&= \sum_{i=1}^{k} V(D_i \cdot LGD_i | S{=}s) \\
&= \sum_{i=1}^{k} LGD_i^2 \cdot V(D_i | S{=}s) \\
&= \sum_{i=1}^{k} LGD_i^2 \cdot PD_i(s) \cdot \left(1 - PD_i(s)\right) \\
&= \sum_{i=1}^{k} LGD_i^2 \cdot PD_i(s) - \sum_{i=1}^{k} LGD_i^2 \cdot PD_i(s)^2
\end{aligned}
$$

Dokaz enačbe (38). V primeru, ko je šok S enak za vse pozavarovalnice, lahko zelo preprosto določimo tudi verjetnost plačila. Ker poznamo verjetnost neplačila, lahko verjetnost plačila izračunamo s pomočjo nasprotnega dogodka. Množica izidov nasprotnega dogodka je komplement množice izidov v primeru neplačila. Drugače povedano, pogojna slučajna spremenljivka Z je enaka nič le takrat, ko ni primera neplačila, tj. vse vrednosti Bernoullijevih slučajnih spremenljivk $D_1, \ldots, D_k$ so enake 0 z verjetnostjo $(1 – PD_i)$ za $i = 1, \ldots, k$. Verjetnost plačila je torej produkt nasprotnih dogodkov k pozavarovalnic:

$$
P(Z{=}0/S{=}s) = (1 - PD_1(s))(1 - PD_2(s))\cdots(1 - PD_k(s)) = \prod_{i=1}^{k}(1 - PD_i(s))
$$

2.4.4.2 Pričakovana vrednost in varianca slučajne spremenljivke brezpogojno na šok

V primeru brezpogojne slučajne spremenljivke Z pa upoštevamo negotovost univerzalnega šoka S. Zato moramo poznati povprečje vseh možnih šokov $S = s$. Po definiciji pričakovane vrednosti in variance določimo

$$
E(Z) = \sum_{i=1}^{k} PD_i \cdot LGD_i \tag{39}
$$

$$
V(Z) = \sum_{i,j=1}^{k} LGD_i \cdot LGD_j \cdot Cov\left(D_i, D_j\right) \tag{40}
$$

in izpeljemo kovariančno matriko Ω, ki opisuje kako sta dve naključni spremenljivki medsebojno povezani. Pokažemo, da so elementi kovariančne matrike Ω določeni z

$$
Cov(D_i, D_i) = PD_i \cdot (1 - PD_i) \tag{41}
$$

za diagonalne elemente matrike in

$$Cov\left(D_i, D_j\right) = \frac{\alpha\tau^{-1} \cdot (1 - b_i) \cdot \left(1 - b_j\right)}{\alpha\tau^{-1} + b_i^{-1} + b_j^{-1}} - (PD_i - b_i) \cdot \left(PD_j - b_j\right) \tag{42}$$

za ostale elemente matrike, kjer je $i \neq j$ in $i, j = 1, \ldots, k$.

Dokaz enačbe (41). Poseben primer kovariance je varianca, ki opisuje spreminjanje dveh identičnih spremenljivk. To pomeni, da so diagonalni elementi kovariančne matrike Bernoullijevo porazdeljenih slučajnih spremenljivk D_i enaki varianci diagonalnih elementov, kar lahko pokažemo po definiciji

$$Cov\left(D_i, D_i\right) = E(D_i \cdot D_i) - E(D_i) \cdot E(D_i) = E\left(D_i^2\right) - (E(D_i))^2 = V(D_i) = PD_i \cdot (1 - PD_i)$$

Dokaz enačbe (42). Kovarianco i-tega in j-tega člena bomo izpeljali z zakonom skupne kovariance (angl. *law of total covariance*) pogojne slučajne spremenljivke S, ki ga dokažemo s pomočjo zakona skupnega pričakovanja (angl. *law of total expectation*).

Ker sta Bernoullijevi spremenljivki D_i in D_j neodvisni pogojno na S, je prvi člen enak nič, pogojni pričakovani vrednosti slučajnih spremenljivk porazdeljeni po Bernoulliju, pa sta po definiciji enaki $PD_i(s)$ in $PD_j(s)$. Tako lahko z upoštevanjem pravil značilnih za kovarianco nadaljujemo z izračunom, kjer sta $PD_i(s)$ in $PD_j(s)$ verjetnosti neplačila definirani v poglavju 2.4.2.

$$\begin{aligned}
Cov\left(D_i, D_j\right) &= E\left(D_i \cdot D_j\right) - E(D_i) \cdot E(D_j) \\
&= E\left(E\left(D_i \cdot D_j / S\right)\right) - E\left(E(D_i / S)\right) \cdot E\left(E\left(D_j / S\right)\right) \\
&= E\left(Cov\left(D_i, D_j\right) / S\right) + E(D_i / S) \cdot E\left(D_j / S\right) - E\left(E(D_i / S)\right) \cdot E\left(E\left(D_j / S\right)\right) \\
&= E\left(Cov\left(D_i, D_j\right) / S\right) + E\left(E(D_i / S) \cdot E\left(D_j / S\right)\right) - E\left(E(D_i / S)\right) \cdot E\left(E\left(D_j / S\right)\right) \\
&= E\left(Cov\left(D_i, D_j\right) / S\right) + Cov\left(E(D_i / S), E\left(D_j / S\right)\right) \\
&= Cov\left(PD_i(s), PD_j(s)\right) \\
&= Cov\left(\left(b_i + (1 - b_i) \cdot s^{\tau b_i^{-1}}\right), \left(b_j + \left(1 - b_j\right) \cdot s^{\tau b_j^{-1}}\right)\right) \\
&= (1 - b_i) \cdot \left(1 - b_j\right) \cdot Cov\left(s^{\tau b_i^{-1}}, s^{\tau b_j^{-1}}\right) \\
&= (1 - b_i) \cdot \left(1 - b_j\right) \cdot \left(E\left(s^{\tau(b_i^{-1} + b_j^{-1})}\right) - E\left(s^{\tau b_i^{-1}}\right) \cdot E\left(s^{\tau b_j^{-1}}\right)\right) \\
&= (1 - b_i) \cdot \left(1 - b_j\right) \cdot \left(\alpha \int_0^1 s^{\tau(b_i^{-1} + b_j^{-1}) + \alpha - 1} ds - \alpha^2 \int_0^1 s^{\tau b_i^{-1} + \alpha - 1} ds \cdot \int_0^1 s^{\tau b_j^{-1} + \alpha - 1} ds\right)
\end{aligned}$$

$$= \frac{\alpha \cdot (1 - b_i) \cdot (1 - b_j)}{\alpha + \tau b_i^{-1} + \tau b_j^{-1}} - \frac{\alpha \cdot b_i \cdot (1 - b_i)}{(\alpha b_i + \tau)} \cdot \frac{\alpha \cdot b_j \cdot (1 - b_j)}{(\alpha b_j + \tau)}$$

$$= \frac{\alpha \cdot (1 - b_i) \cdot (1 - b_j)}{\alpha + \tau b_i^{-1} + \tau b_j^{-1}} - \frac{\alpha b_i - \alpha b_i^2 + \tau b_i - \tau b_i}{(\alpha b_i + \tau)} \cdot \frac{\alpha b_j - \alpha b_j^2 + \tau b_j - \tau b_j}{(\alpha b_j + \tau)}$$

$$= \frac{\alpha \cdot (1 - b_i) \cdot (1 - b_j)}{\alpha + \tau b_i^{-1} + \tau b_j^{-1}} - \frac{(\alpha + \tau) \cdot b_i - (\alpha b_i + \tau) \cdot b_i}{(\alpha b_i + \tau)} \cdot \frac{(\alpha + \tau) \cdot b_j - (\alpha b_j + \tau) \cdot b_j}{(\alpha b_j + \tau)}$$

$$= \frac{\alpha \tau^{-1} \cdot (1 - b_i) \cdot (1 - b_j)}{\alpha \tau^{-1} + b_i^{-1} + b_j^{-1}} - (PD_i - b_i) \cdot (PD_j - b_j)$$

2.4.5 Razdelitev v bonitetne ocene

Naj bo n število bonitetnih razredov R_n, v katere se glede na bonitetno oceno razvrstijo pozavarovalnice. α in τ sta parametra določena s strani nadzornika. Iz enačbe (34) lahko opazimo, da je osnova za verjetnost neplačila b odvisna le od verjetnosti neplačila PD, ki je določena s strani bonitetne hiše in je odvisna od bonitetnega razreda v katerega sodi pozavarovalnica. Zato lahko zaključimo, da je tudi $\mathrm{Cov}(D_i, D_j)$, $i, j = 1, \ldots, k$ odvisna od bonitetnih razredov, saj je odvisna od verjetnosti neplačila PD. To pomeni, da imajo pozavarovalnice z isto bonitetno oceno enako verjetnost neplačila PD in zato tudi kovarianco.

Za zelo velike k je reševanje sistema k enačb s k neznankami časovno zelo zamudno. Čas lahko bistveno skrajšamo, če pozavarovalnice razdelimo po bonitetnih razredih glede na neko končno število verjetnosti neplačila PD. Torej, če so pozavarovalnice ocenjene z A, B ali C, imajo pozavarovalnice, ki so ocenjene z A verjetnost neplačila PD_A, pozavarovalnice v bonitetnem razredu B verjetnost neplačila PD_B in enako za pozavarovalnice ocenjene z bonitetno oceno C. Dosedanje slučajne spremenljivke smo, glede na bonitetni razred v katerega sodi pozavarovalnica i, »stisnili« v nove slučajne spremenljivke in tako določili

- y_l kot vsoto izgub ob neplačilu vseh pozavarovalnic, ki sodijo v isti bonitetni razred

$$y_l = \sum_{i \in R_n} LGD_i \tag{43}$$

- z_l kot vsoto kvadratov izgub ob neplačilu pozavarovalnic, ki sodijo v isti bonitetni razred

$$z_l = \sum_{i \in R_n} LGD_i^2 \tag{44}$$

Pričakovano vrednost in varianco slučajne spremenljivke Z določeni z enačbama (39) in (40) preoblikujemo v (CEIOPS, 2009)

$$E(Z) = \sum_{l=1}^{n} PD_l \cdot y_l \tag{45}$$

in

$$\begin{aligned} V(Z) &= y^T Uy + v^T z - (t^T y)^2 \\ &= \sum_{l=1}^{n} \sum_{m=l}^{n} u_{lm} \cdot y_l \cdot y_m + \sum_{l=1}^{n} v_l \cdot z_l - \left(\sum_{l=1}^{n} t_l \cdot y_l \right)^2 \end{aligned} \tag{46}$$

kjer je U matrika

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & \cdots & u_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & \cdots & u_{nn} \end{bmatrix} \qquad u_{lm} = \frac{\alpha(1 - b_l)(1 - b_m)}{\alpha + \tau b_l^{-1} + \tau b_m^{-1}} \quad \text{za } l, m = 1, \ldots, n$$

v in t pa sta vektorja

$$v = \begin{bmatrix} PD_1(1 - PD_1) + (PD_1 - b_1)^2 - \dfrac{\alpha(1 - b_1)^2}{\alpha + 2\tau b_1^{-1}} \\ \vdots \\ PD_n(1 - PD_n) + (PD_n - b_n)^2 - \dfrac{\alpha(1 - b_n)^2}{\alpha + 2\tau b_n^{-1}} \end{bmatrix} \quad \text{ter} \quad t = \begin{bmatrix} PD_1 - b_1 \\ \vdots \\ PD_n - b_n \end{bmatrix}$$

Dokaz enačbe (45). Ker v množici realnih števil R za operacijo seštevanja velja distributivnost, lahko z uporabo zgornjih ugotovitev pričakovano vrednost slučajne spremenljivke Z enostavno preoblikujemo v

$$E(Z) = \sum_{i=1}^{n} PD_i \cdot LGD_i = \sum_{l=1}^{n} PD_l \cdot \sum_{i \in R_n} LGD = \sum_{l=1}^{n} PD_l \cdot y_l$$

Dokaz enačbe (46). Varianci slučajne spremenljivke Z, definirani v (44), v prvem koraku izpeljave prištejemo in odštejemo isti člen. Tako enačbe vrednostno ne spremenimo. Nato z upoštevanjem dejstva, da sta varianca in kovarianca enaki za vsako pozavarovalnico v istem bonitetnem razredu in po definiciji iz (43) in (44), izračunamo tretjo in četrto vrstico. Ko uporabimo še definicijo kovariance iz (42), dobimo rezultat, predstavljen v (CEIOPS, 2009)

$$\begin{aligned} V(Z) &= \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} LGD_i \cdot LGD_j \cdot Cov(D_i, D_j) \\ &= \sum_{i=1}^{k} \left(V(D_i) - Cov(D_i, D_i) \right) \cdot LGD_i^2 + \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} LGD_i \cdot LGD_j \cdot Cov(D_i, D_j) \end{aligned}$$

$$= \sum_{l=1}^{n} \left(V(D_l) - Cov(D_l, D_l) \right) \cdot \sum_{i \in R_n} LGD_i^2 + \sum_{l=1}^{n} \sum_{m=1}^{n} Cov(D_l, D_m) \cdot \sum_{i \in R_n} LGD_i \cdot \sum_{j \in R_n} LGD_j$$

$$= \sum_{l=1}^{n} v_l z_l + \sum_{l=1}^{n} \sum_{m=1}^{n} y_l y_m Cov(D_l, D_m)$$

$$= \sum_{l=1}^{n} v_l z_l + \sum_{l=1}^{n} \sum_{m=1}^{n} y_l y_m \left(\frac{\alpha(1 - b_l)(1 - b_m)}{\alpha + \tau b_i^{-1} + \tau b_j^{-1}} - (PD_l - b_l)(PD_m - b_m) \right)$$

$$= \sum_{l=1}^{n} v_l z_l + \sum_{l=1}^{n} \sum_{m=1}^{n} y_l y_m (u_{lm} - t_l t_m)$$

$$= \sum_{l=1}^{n} \sum_{m=1}^{n} y_l y_m u_{lm} + \sum_{l=1}^{n} z_l v_l - \left(\sum_{l=1}^{n} y_l t_l \right)^2$$

2.5 Interpretacija parametrov

V nadaljevanju tega razdelka primerjamo formuli za določitev variance, ki je predstavljena v QIS 4 in nekoliko drugače zapisana v kvantitativnih študijah 5 (v nadaljevanju QIS 5) ter predstavimo parametre, ki so potrebni za določitev porazdelitve izgub s pomočjo standardne formule. Obravnavamo naslednje parametre:

- parametra α in τ porazdelitve izgube;
- raven zaupanja pri kateri je zagotovljena solventnost skozi celo poslovno leto in je ocenjena na 99,5 %;
- stopnja vračila;
- verjetnosti neplačila, ki jih upoštevamo v skladu s predpisi.

2.5.1 Primerjava različnih zapisov variance iz QIS 4 in QIS 5

Nekoliko drugače je varianca slučajne spremenljivke Z predstavljena v QIS 5

$$V(Z) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{m=1}^{n} y_l y_m u_{lm}^* + \sum_{l=1}^{n} z_l v_l^* \tag{47}$$

kjer je $u_{lm}^* = \frac{PD_l \cdot (1 - PD_l) \cdot PD_m \cdot (1 - PD_m)}{(1 + \gamma) \cdot (PD_l + PD_m) - PD_l \cdot PD_m}$ in $v_l^* = \frac{(1+2\gamma) \cdot PD_l \cdot (1 - PD_l)}{2 + 2\gamma - PD_l}$.

Želeli bi pokazati, da sta formuli za varianco, predstavljeni v QIS 4 in QIS 5 ekvivalentni, torej da velja

$$\sum_{l=1}^{n} \sum_{m=1}^{n} y_l y_m u_{lm}^* + \sum_{l=1}^{n} z_l v_l^* = \sum_{l=1}^{n} \sum_{m=1}^{n} y_l y_m u_{lm} + \sum_{l=1}^{n} z_l v_l - \left(\sum_{l=1}^{n} y_l t_l \right)^2 \tag{48}$$

Dokaz enačbe (48). Za potrebe dokaza si zamislimo dve različno ocenjeni pozavarovalnici. Vstavimo v enačbo (46) in zapišemo kot

$$\begin{aligned} V(Z) &= \sum_{l=1}^{2}\sum_{m=1}^{2} u_{lm} y_l y_m + \sum_{l=1}^{2} v_l z_l - \left(\sum_{l=1}^{2} t_l y_l\right)^2 \\ &= u_{11} y_1^2 + 2u_{12} y_1 y_2 + u_{22} y_2^2 + v_1 z_1 + v_2 z_2 - t y_1^2 - 2 t_1 t_2 y_1 y_2 - t_2^2 y_2^2 \\ &= y_1^2 \left(u_{11} - t_1^2\right) + 2 y_1 y_2 \left(u_{12} - t_1 t_2\right) + y_2^2 \left(u_{22} - t_2^2\right) + v_1 z_1 + v_2 z_2 \end{aligned}$$

V splošnem lahko zapišimo za n poljubnih pozavarovalnic

$$V(Z) = \sum_{l=1}^{n}\sum_{m=1}^{n} y_l y_m (u_{lm} - t_l t_m) + \sum_{l=1}^{n} z_l v_l$$

Opazimo lahko podobnosti z enačbo (47). Pokažimo, da je $u_{lm} - w_l w_m = u_{lm}^*$ in $v_l = v_l^*$ in ugotovimo razmerje med parametrom γ iz QIS 5 ter parametroma α in τ iz QIS 4.

$$\begin{aligned} u_{lm} - t_l t_m &= \frac{\alpha(1 - b_l)(1 - b_m)}{\alpha + \tau b_l^{-1} + \tau b_m^{-1}} - (PD_l - b_l)(PD_m - b_m) \\ &= \frac{(1 - b_l)(1 - b_m)}{1 + \tau(\alpha b_l)^{-1} + \tau(\alpha b_m)^{-1}} - (PD_l - b_l)(PD_m - b_m) \\ &= \frac{\left((1 + \tau\alpha^{-1}) - PD_l\right)\left((1 + \tau\alpha^{-1}) - PD\right)(1 - PD_l)(1 - PD_m) PD_l\, PD_m}{\left((1 + \tau\alpha^{-1}) - PD_l\right)\left((1 + \tau\alpha^{-1}) - PD_l\right)\left((1 + \tau\alpha^{-1})(PD_l + PD_m) - PD_l\, PD_m\right)} \\ &= \frac{(1 - PD_l)(1 - PD_m) PD_l\, PD_m}{(1 + \tau\alpha^{-1})(PD_l + PD_m) - PD_l\, PD_m} = u_{lm}^* \end{aligned}$$

Enakost velja, če je parameter $\gamma = \tau\alpha^{-1}$.

Podobno pokažemo tudi enakost med v_l in v_l^*.

$$\begin{aligned} v_l &= PD_l(1 - PD_l) + (PD_l - b_l)^2 - \frac{\alpha(1 - b_l)^2}{\alpha + 2\tau b_l^{-1}} \\ &= \frac{PD_l(1\text{-}PD_l)}{2+2\tau\alpha^{-1}\text{-}PD_l}\left(2+2\tau\alpha^{-1}\text{-}PD_l + \frac{PD_l(1\text{-}PD_l)(2+2\tau\alpha^{-1}\text{-}PD_l)\text{-}(1\text{-}PD_l)(1+\tau\alpha^{-1})^2}{(1+\tau\alpha^{-1}\text{-}PD_l)^2}\right) \\ &= \frac{PD_l\,(1 - PD_l)}{2 + 2\tau\alpha^{-1} - PD_l}(2 + 2\tau\alpha^{-1} - PD_l - 1 + PD_l) \\ &= \frac{(1 + 2\tau\alpha^{-1})\, PD_l\,(1 - PD_l)}{2 + 2\tau\alpha^{-1} - PD_l} = v_l^* \end{aligned}$$

Opazimo, da ko je $\gamma = \tau\alpha^{-1}$, velja enakost med v_l in v_l^*.

Kaj nam torej parametra α in τ povesta o sami porazdelitvi izgube?

2.5.2 Parameter α in τ porazdelitve izgube

Parametra α in τ vplivata na obliko porazdelitve izgub. Kapitalske zahteve določimo s pomočjo variance porazdelitve, ki pa je odvisna le od kvocienta $\alpha\tau^{-1}$.

Izračun SCR izpostavljenosti tipa 1 temelji na modelu, ki povprečno verjetnost neplačila PD_i nasprotne stranke i razdeli na izhodiščno verjetnost neplačila b_i, ki predstavlja najmanjšo verjetnost neplačila nasprotne stranke, na primer v primeru ugodnih gospodarskih razmer, ter na komponento šoka. Komponenta šoka je korelirana s porazdelitvijo izgube. Korelacijo opišemo z razmerjem parametrov α in τ. Dinamiko modela lahko opišemo z enačbama (34) in (42).

Z upoštevanjem, da je $\frac{db_i}{d(\alpha\tau^{-1})} < 0$ in $\frac{dCov(D_i,D_j)}{d(\alpha\tau^{-1})} > 0$, lahko rečemo, da večji kot je kvocient $\alpha\tau^{-1}$, večja je komponenta šoka verjetnosti neplačila PD_i . Ker pa so verjetnosti neplačila posameznih nasprotnih strank povezana le preko te komponente, je korelacija komponente šoka in verjetnostjo neplačila zato večja. Z drugimi besedami lahko rečemo, da višji kot je kvocient $\alpha\tau^{-1}$, bolj se PD_i razlikuje od b_i. Če upoštevamo, da je $\lim_{p_i \to 0} \frac{PD_i}{b_i} = \alpha\tau^{-1} + 1$, dobimo še nekoliko boljši vtis o učinku $\alpha\tau^{-1}$.

Podobno velja za kovariance med neplačili nasprotnih strank. S povečevanjem kvocienta $\alpha\tau^{-1}$ je odvisnost med neplačili nasprotnih strank večja.

Pokažimo še, da veljata naslednji neenakosti:

$$\frac{db_i}{d(\alpha\tau^{-1})} < 0 \tag{49}$$

$$\frac{dCov(D_i,D_j)}{d(\alpha\tau^{-1})} > 0 \tag{50}$$

Dokaz neenačbe (49). Parcialni odvod izhodiščne privzete vrednosti neplačila po kvocientu $\frac{\alpha}{\tau}$

$$\frac{db_i}{d(\alpha\tau^{-1})} = -\frac{PD_i \cdot (1 - PD_i)}{(\alpha\tau^{-1}(1 - PD_i) + 1)^2}$$

je negativen, saj sta tako števec kot tudi imenovalec ulomka vedno pozitivna, glede na to, da je $PD_i \in (0,1)$.

Podobno lahko dokažemo neenakost (50).

Dokaz neenačbe (50). Parcialni odvod kovariance po kvocientu $\alpha\tau^{-1}$

$$\frac{dCov(D_i,D_j)}{d(\alpha\tau^{-1})} = \frac{(1-b_i)\cdot(1-b_j)\cdot(\alpha\tau^{-1}+b_i^{-1}+b_j^{-1}) - \alpha\tau^{-1}(1-b_i)\cdot(1-b_j)}{(\alpha\tau^{-1}+b_i^{-1}+b_j^{-1})^2}$$

$$= \frac{(1-b_i)\cdot(1-b_j)\cdot(b_i^{-1}+b_j^{-1})}{(\alpha\tau^{-1}+b_i^{-1}+b_j^{-1})^2}$$

je pozitiven, ker verjetnosti b_i in b_j zavzemata vrednosti na intervalu (0,1) ter sta zato števec in imenovalec vedno pozitiva.

Empiričnih podatkov za oceno variance ali kovariance pozavarovalnic je malo. Kljub temu vemo, da je volatilnost stopnje neplačil na trgu visoka. Povprečna verjetnost neplačila je v tem primeru večkratnik izhodiščne verjetnosti neplačila. Na podlagi teh ugotovitev in mnenja strokovnjakov je v Tehničnih specifikacijah kvocient $\alpha\tau^{-1}$ enak 4.

2.5.3 Kvantilni faktor

Izpeljani model predlaga porazdelitev izgube za tveganje neizpolnitve nasprotne stranke izpostavljenosti tipa 1. Kljub kompleksnosti porazdelitve, lahko enostavno določimo pričakovano vrednost in varianco porazdelitve. 99,5 % kvantil se oceni tako, da se standardni odklon porazdelitve pomnoži s kvantilnim faktorjem q.

Določitev kvantilnega faktorja ni ravno lahko naloga. Oblika porazdelitve je namreč odvisna tako od verjetnosti neplačila nasprotnih strank, kot tudi od samega števila nasprotnih strank v portfelju. Če predpostavljamo visoko razpršenost ali visoko kreditno kakovost portfelja, se zdi smiselno upoštevati logaritmično normalno porazdelitev in je v tem primeru q enak 3.

V primeru, da v portfelju prevladuje majhno število izpostavljenosti z visoko verjetnostjo neplačila, je dobljena porazdelitev precej bolj asimetrična kot logaritemsko normalna porazdelitev. Takrat je potrebno izbrati višji kvantilni faktor. Če je standardni odklon porazdelitve višji od 7 % in nižji od 20 % vseh izgub ob neplačilu, je q enak 5. Višji kvantilni faktor se uporabi za portfelje s kreditno oceno slabšo od BBB.

2.5.4 Stopnja vračila

Stopnja vračila mora odražati skrbno ocenjene relativne deleže, ki ob neki kreditni izpostavljenosti, v primeru neplačila nasprotne stranke, ne bodo izgubljeni. V tehničnih specifikacijah je stopnja vračila za pozavarovalnice določena v vrednosti 50 % in temelji na strokovnem mnenju, saj je empiričnih podatkov premalo, da bi lahko natančneje določili odstotek. V primeru, da ima nasprotna stranka zavarovanje v višini 60 % bilančnih sredstev, je stopnja vračila 10 %.

2.5.5 Verjetnosti neplačila

Za izračun kapitalskih zahtev za izpostavljenosti tipa 1 je vsaki nasprotni stranki potrebno dodeliti verjetnost neplačila. Model, na katerem predlagani pristop temelji, upošteva tudi možnost, da se verjetnost neplačila nasprotnih strank s časom lahko spremeni. Verjetnosti neplačila, ki se zahtevajo kot vhodni podatek za izračun je dolgoročno povprečje naključne spremenljivke, ki pa jih določajo bonitetne agencije.

3 SIMULACIJA IN PORAZDELITEV IZGUB

V nadaljevanju tega razdelka je predstavljen postopek za določanje porazdelitve izgub. Orodje za določanje porazdelitve predstavlja stohastični matematični model, ki temelji na simulaciji Monte Carlo. Iz dobljene porazdelitve določimo SCR, ki ga primerjamo z višino predpisanega šoka v okviru standardne formule za izračun SCR tveganja neplačila nasprotne stranke.

S simulacijo posnemamo procese, ki so lahko naravni ali taki, ki jih je povzročil človek. Verjetno najpogostejši razlog za izvajanje simulacij je dejstvo, da je simulacija cenejša, kot če bi želeli procese proučevati direktno. Na podlagi izpeljanih matematičnih enačb in s pomočjo programskega jezika Pyhton simuliramo izgube na naboru pozavarovalnic, ki so porazdeljene v sedem bonitetnih razredov. Skripta s programsko kodo najdemo v Prilogi 2.

Izgube simuliramo na dva načina na naboru *k* nasprotnih strank, ki so porazdeljene med *N* bonitetnih razredov. Prvič simuliramo na naboru portfelja zavarovalnice Sava Re, kjer ima vsaka nasprotna stranka podano vrednost izgube ob neplačilu in verjetnost neplačila. Drugič pa portfelj generiramo povsem naključno. Določimo število nasprotnih strank in z log-normalno porazdelitvijo generiramo izgube ob neplačilu. Verjetnosti neplačila enakomerno pripišemo generiranim izgubam ob neplačilu.

V vsako simulacijo vstopimo z generiranjem skupnega šoka *S*, določenega s porazdelitvijo, opisano z enačbo (30). Z danim PD_i vsake pozavarovalnice po formuli (34) izračunamo osnovno verjetnost neplačila b_i. Glede na generiran skupni šok *S* in izračunan b_i, določimo verjetnost neplačila pogojno na skupni šok $PD_i(S)$. Nato se generira vektor Bernoullijevih slučajnih spremenljivk D_i, tako da velja $P(D_i=1) = PD_i(S)$. Nastale izgube vseh pozavarovalnic v portfelju seštejemo in dobimo celotno izgubo portfelja. Ko postopek 100.000 krat ponovimo, dobimo empirično porazdelitev tveganja neplačila nasprotne stranke. S pomočjo histogramov grafično ponazorimo simulirano porazdelitev izgub.

Vsaki dobljeni porazdelitvi tveganja neplačila nasprotne stranke določimo še pričakovano izgubo, varianco in kapitalsko ustreznost, ter dobljene vrednosti primerjamo z rezultati izračunov po formulah, ki so izpeljane v poglavju 2.4 . Rezultate simulacij predstavimo v tabelah z naslednjimi podatki:

- **izpostavljenost do posameznega bonitetnega razreda:** vsota izgub ob neplačilu po posameznih bonitetnih razredih. Poleg je naveden tudi delež tega zneska v skupni izpostavljenosti.
- **pričakovana izguba:** povprečna vrednost porazdelitve izgube.
- **standardni odklon simulacije:** $\sqrt{V}$, kjer je V varianca porazdelitve izgube. S standardnim odklonom je moč izmeriti, kako razpršene so vrednosti, vsebovane v populaciji.
- **standardni odklon po standardni formuli:** $\sqrt{V}$, kjer je V varianca, ki jo izračunamo po formuli (40).
- **SCR simulacije:** kapitalska ustreznost določena glede na podatke pridobljene s simulacijo.
- **SCR po standardni formuli:** kapitalska ustreznost določena s standardno formulo (28).
- **odstopanje:** odstopanje SCR po standardni formuli od SCR simulacije.

Poleg srednjih vrednosti in mer variabilnosti, omenimo še mere asimetrije in sploščenosti. Že v Poglavju 1 omenimo, da je porazdelitev izgube ukrivljena v levo. Če bi bila spremenljivka približno normalno porazdeljena, potem jo že aritmetična sredina in standardni odklon zelo dobro opišeta. V primeru unimodalne porazdelitve spremenljivke, pa je potrebno izračunavati še stopnjo asimetrije in sploščenosti (Kraner Šumenjak, b.l.).

Koeficient asimetrije (angl. *skewness*) izračunamo iz srednjih vrednosti. S tem koeficientom preverimo porazdelitev spremenljivke, ki je lahko simetrična ali asimetrična. Če se vrednosti enako odklanjajo od srednje vrednosti navzdol in navzgor, je porazdelitev simetrična, koeficient pa je enak nič. Porazdelitev je asimetrična v levo oziroma negativno asimetrična, če se rep porazdelitve vleče v levo stran. Večina enot ima visoke vrednosti in malo enot ima ekstremno nizke vrednosti. Koeficient je v primeru leve asimetričnosti negativen. Nasprotno velja za spremenljivko, ki je asimetrično porazdeljena v desno. V tem primeru je spremenljivka porazdeljena pozitivno asimetrično, koeficient pa je pozitiven. Večina enot pozitivno asimetrično porazdeljene spremenljivke ima majhne vrednosti in malo enot ima ekstremno visoke vrednosti.

Koeficient asimetrije izračunamo s pomočjo formule (51), kjer je N število pozavarovalnic v portfelju

$$\vartheta = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{LGD_i - EL}{\sqrt{V}} \right)^3 \tag{51}$$

S koeficientom sploščenosti (angl. *kurtosis*) preverimo ali je spremenljivka koničasta, normalna ali sploščena. Za koničasto porazdelitev sta značilna daljša repa in ožji osrednji del. Z naraščanjem vrednosti frekvenca zelo počasi narašča do določene vrednosti, ko začne naenkrat hitro naraščati in hitro doseže vrh. Z nadaljnjimi vrednostmi pa frekvenca najprej hitro upade in nato počasi upada do ekstremno visokih vrednosti. Nasprotno velja za sploščeno porazdelitev, za katero sta značilna krajša repa in debelejši osrednji del. Frekvenca začne naraščati že pri nižjih vrednostih in z višjimi vrednostmi enakomerno narašča, dokler ne doseže vrha. Nato pa z višjimi vrednostmi počasi enakomerno upada.

Koeficient sploščenosti določimo kot

$$\omega = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{LGD_i - EL}{\sqrt{V}} \right)^4 \tag{52}$$

Zelo ekstremne vrednosti ali vrednosti čisto na sredini se pojavljajo pri koničasti porazdelitvi pogosteje kot pri sploščeni. Vrednosti med sredino in ekstremnimi vrednostmi pa se pogosteje pojavljajo pri sploščeni porazdelitvi. Lahko tudi rečemo, da je variabilnost pri sploščeni porazdelitvi predvsem posledica velikega števila srednje velikih razlik med vrednostmi, pri koničasti pa manjšega števila zelo velikih razlik.

3.1 Simulacija na portfelju zavarovalnice Sava Re

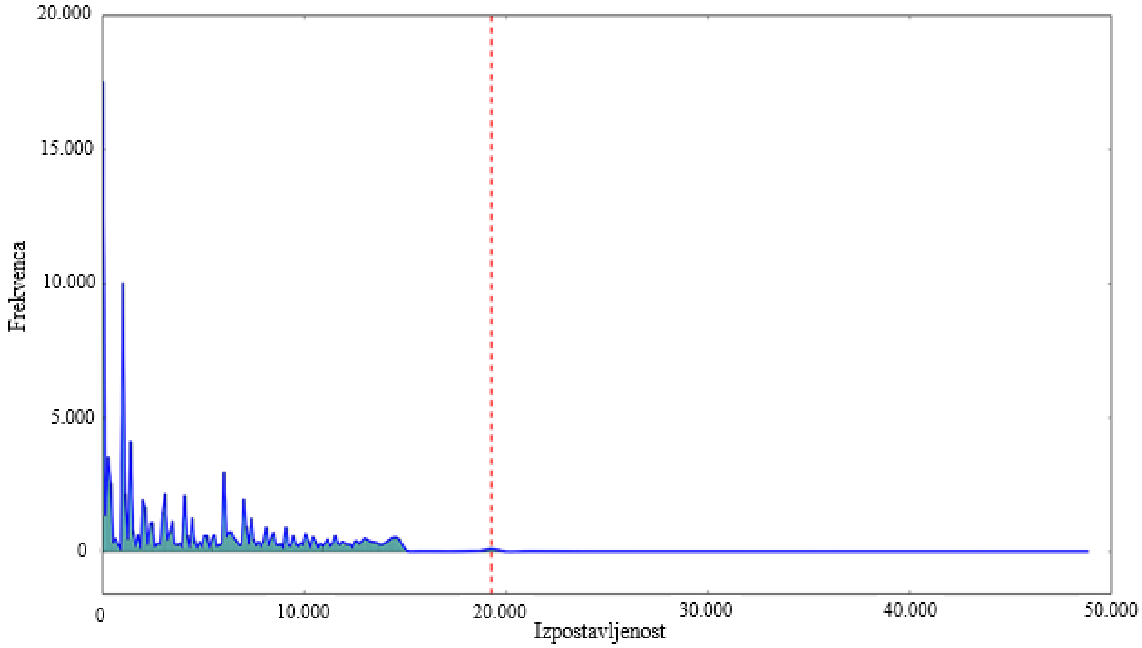
Najprej simulacijo poženemo na portfelju zavarovalnice Sava Re, ki sestoji iz 144 pozavarovalnic, tako kot je predstavljeno v Tabeli 8. Opazimo lahko, da portfelj vsebuje tako bonitetno ocenjene pozavarovalnice kot tudi tiste pozavarovalnice, ki bonitetne ocene nimajo.

Tabela 8: Portfelj pozavarovalnic zavarovalnice Sava Re

Portfelj pozavarovalnic	**Število**	**Delež (v %)**
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda AAA:	2	1,39
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda AA:	16	11,11
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda A:	80	55,56
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda BBB:	11	7,64
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda BB:	4	2,78
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda B:	1	0,69
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda CCC:	9	6,25
Število pozavarovalnic, ki niso razvrščene v bonitetni razred:	21	14,58
Število vseh pozavarovalnic:	**128**	**100,00**

Glede na določeno bonitetno oceno se vsaki izgubi ob neplačilu LGD_i pripiše ustrezna verjetnost neplačila PD_i, kot je predpisano s Tabelo 6. Največji del izpostavljenosti opazimo pri pozavarovalnicah ocenjenih z bonitetno oceno A. Precejšnji delež portfelja sestavljajo tudi pozavarovalnice, ki niso bonitetno ocenjene. Takim nasprotnim strankam se glede na izračunano stopnjo solventnosti pripiše verjetnost neplačila PD_i iz Tabele 7.

Slika 10: Porazdelitev izgub portfelja pozavarovalnic zavarovalnice Sava Re



Porazdelitev izgub prve simulacije prikazuje Slika 10. Opazimo, da je porazdelitev izgube desno asimetrična, kot smo predvideli že v Poglavju 1. Zanjo so značilne zelo majhne verjetnosti velikih izgub. Če bi imeli v portfelju le pozavarovalnice z visokimi bonitetnimi ocenami, ki le redko bankrotirajo, bi bila pričakovana izguba in standardni odklon zelo nizka. Na histogramu bi se pokazal le en stolpec na skrajni levi strani, kar bi pomenilo zelo majhno verjetnost neplačila tudi pri velikem šoku *S*.

Čim pa bi obravnavali portfelj s pogodbami sklenjenimi s pozavarovalnicami, ki so občutljive že na majhne šoke, bi lahko opazovali primer, ko bi bil znesek zahtevanega solventnostnega kapitala enak kar celotnemu znesku izpostavljenosti. Takrat se povečata tako pričakovana izguba kot tudi standardni odklon.

V Tabeli 9 so prikazani rezultati simulacije portfelja 144 pozavarovalnic zavarovalnice Sava Re. Izpostavljenosti so največje do pozavarovalnic, ki so ocenjene z bonitetno oceno A, BBB in CCC ter skupaj predstavljajo kar 83 % celotne izpostavljenosti. Pričakovana izguba opazovanega portfelja je 4.416,70 tisoč EUR s standardnim odklonom simulacije 4.686,17 tisoč EUR oziroma s standardnim odklonom, določenim po standardni formuli v višini 4.693,54 tisoč EUR. Opazimo lahko, da je SCR simulacije nižji kot SCR določen po standardni formuli za 4.245,63 tisoč EUR. To bi lahko pomenilo, da če zavarovalnica Sava Re izračunava solventnostni kapital v skladu s standardno formulo, se v višini solventnostnega kapitala odražajo tudi tveganja, katerim zavarovalnica sama morda ni izpostavljena.

Tabela 9: Rezultati simulacije portfelja pozavarovalnic zavarovalnice Sava Re

Rezultati simulacije na portfelju zavarovalnice Sava Re	**Znesek v 1.000 EUR**
Kreditna izpostavljenost	
Izpostavljenost do bonitetnega razreda AAA:	346,04
Izpostavljenost do bonitetnega razreda AA:	2.616,01
Izpostavljenost do bonitetnega razreda A:	16.651,00
Izpostavljenost do bonitetnega razreda BBB:	10.358,77
Izpostavljenost do bonitetnega razreda BB:	4.629,90
Izpostavljenost do bonitetnega razreda B:	3,34
Izpostavljenost do bonitetnega razreda CCC:	13.934,91
Izpostavljenost do ostalih pozavarovalnic:	898,82
Statistične vrednosti porazdelitve izgub	
Pričakovana izguba:	4.416,70
Standardni odklon po standardni formuli:	4.693,54
Standardni odklon simulacije:	4.686,17
Koeficient asimetrije:	1,24
Koeficient sploščenosti:	2,03
SCR po standardni formuli:	23.467,72
SCR simulacije:	19.222,10
Odstopanje (v %):	**22,09**

3.2 Simulacija razširjenega portfelja zavarovalnice Sava Re

Za namene druge simulacije prav tako uporabimo podatke, ki smo jih pridobili od zavarovalnice Sava Re, le da vzorec 144 pozavarovalnic, povečamo na 1.000 pozavarovalnic. Predvidevamo, da se bo s povečanjem razpršenosti, potreben solventnosti kapital zmanjšal. Populacijo pozavarovalnic povečamo tako, da iz danega vzorca naključno izbiramo pare (LGD_i, PD_i) toliko časa, da dobimo nov vzorec tisočih pozavarovalnic. To so naši novi vhodni podatki pri simulaciji.

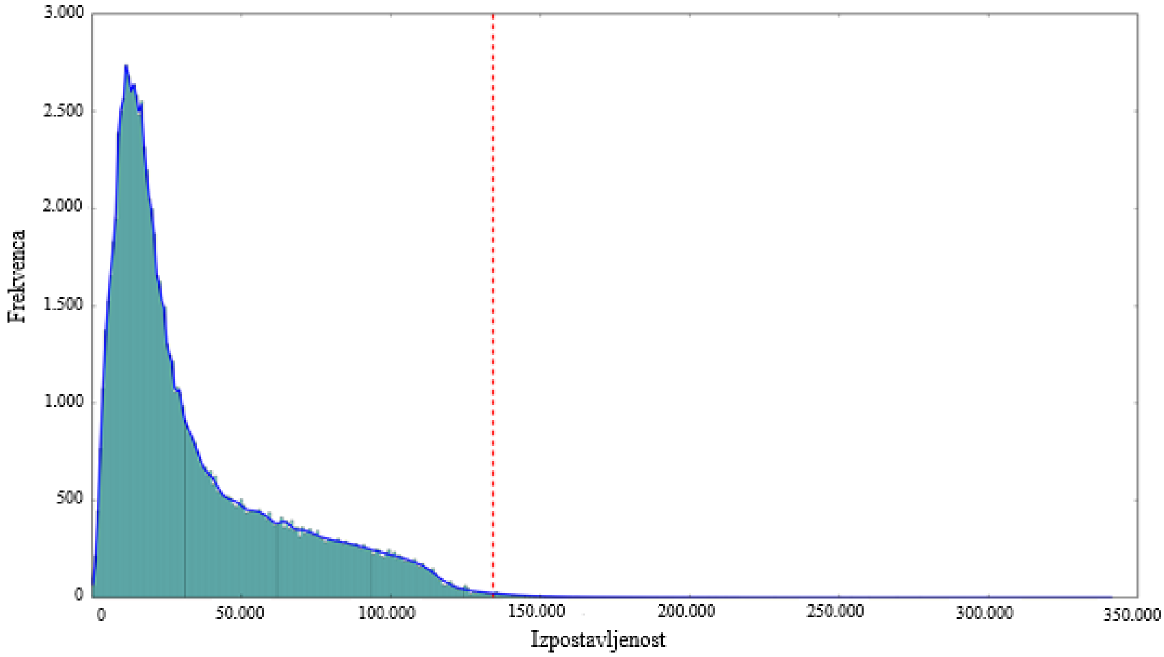
Tabela 10 prikazuje novi portfelj tisočih pozavarovalnic. Opazimo, da so deleži izpostavljenosti do posameznega bonitetnega razreda zelo podobni portfelju iz simulacije 1. Največji delež izpostavljenosti koncentrira na pozavarovalnicah ocenjenih z bonitetno oceno A, ki jim zopet sledijo pozavarovalnice, ki bonitetne ocene nimajo. Kljub temu je histogram simulacije le nekoliko drugačen.

Tabela 10: Razširjeni portfelj pozavarovalnic zavarovalnice Sava Re

Portfelj pozavarovalnic	**Število**	**Delež (v %)**
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda AAA:	18	1,80
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda AA:	131	13,10
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda A:	534	53,40
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda BBB:	61	6,10
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda BB:	29	2,90
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda B:	7	0,70
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda CCC:	66	6,60
Število pozavarovalnic, ki niso razvrščene v bonitetni razred:	154	15,40
Število vseh pozavarovalnic:	**1.000**	**100,00**

Slika 11 prikazuje histogram porazdelitve izgub portfelja tisočih parov (LGD_i, PD_i), ki so bili naključno izbrani iz danih podatkov zavarovalnice Sava Re. Opazimo, da je porazdelitev izgub druge simulacije manj volatilna v primerjavi s porazdelitvijo izgub prve simulacije. Sama oblika verjetnostne porazdelitve pa je že zelo podobna obliki verjetnostni porazdelitvi izgub, prikazani na Sliki 5.

Slika 11: Porazdelitev izgub razširjenega portfelja pozavarovalnic



V Tabeli 11 so prikazani rezultati simulacije portfelja 144 pozavarovalnic zavarovalnice Sava Re, ki smo ga naključno povečali na 1.000 pozavarovalnic. Izpostavljenosti so zopet največje do pozavarovalnic, ki so ocenjene z bonitetno oceno A, BBB in CCC ter skupaj predstavljajo kar 85 % celotne izpostavljenosti. Pričakovana izguba opazovanega portfelja je 39.947,08 tisoč EUR s standardnim odklonom simulacije 34.203,46 tisoč EUR oziroma s standardnim odklonom, določenim po standardni formuli v višini 34.473,13 tisoč EUR. Razlika med standardnim odklonom simulacije in standardnim odklonom določenim s pomočjo standardne formule je skoraj dvakrat manjša kot razlika med standardnima odklonoma pri prvi simulaciji.

Kljub temu, da je razlika med standardnima odklonoma manjša, pa je razlika med solventnostnim kapitalom simulacije in solventnostnim kapitalom po standardni formuli (24.126,79 tisoč EUR) večja v primerjavi s prvo simulacijo. Še vedno pa je SCR simulacije nižji kot SCR določen po standardni formuli.

Tabela 11: Rezultati simulacije razširjenega portfelja pozavarovalnic

Rezultati simulacije razširjenega portfelja zavarovalnice Sava Re	**Znesek v 1.000 EUR**
Kreditna izpostavljenost	
Izpostavljenost do bonitetnega razreda AAA:	3.114,37
Izpostavljenost do bonitetnega razreda AA:	19.099,27
Izpostavljenost do bonitetnega razreda A:	118.213,03
Izpostavljenost do bonitetnega razreda BBB:	56.414,12
Izpostavljenost do bonitetnega razreda BB:	23.897,53
Izpostavljenost do bonitetnega razreda B:	23,41
Izpostavljenost do bonitetnega razreda CCC:	127.426,64
Izpostavljenost do ostalih pozavarovalnic:	7.119,83
Statistične vrednosti porazdelitve izgub	
Pričakovana izguba:	39.947,08
Standardni odklon po standardni formuli:	34.473,13
Standardni odklon simulacije:	34.203,46
Koeficient asimetrije:	1,42
Koeficient sploščenosti:	1,87
SCR po standardni formuli:	172.365,64
SCR simulacije:	148.238,85
Odstopanje (v %):	**16,28**

3.3 Simulacija naključno generiranega portfelja tisočih pozavarovalnic

Nazadnje porazdelitev izgube generiramo s pomočjo naključno določenim vektorjem z izgubami ob neplačilu LGD_i portfelja tisočih pozavarovalnic. Vektor LGD_i generiramo tako, da naključno izberemo vzorec iz log-normalne porazdelitve. Vsakemu generiranemu LGD_i se, prav tako naključno iz Tabele 6 in Tabele 7, določi verjetnost neplačila PD_i. Recimo, da si želimo portfelj z enakomernimi izpostavljenostmi do vseh bonitetnih razredov.

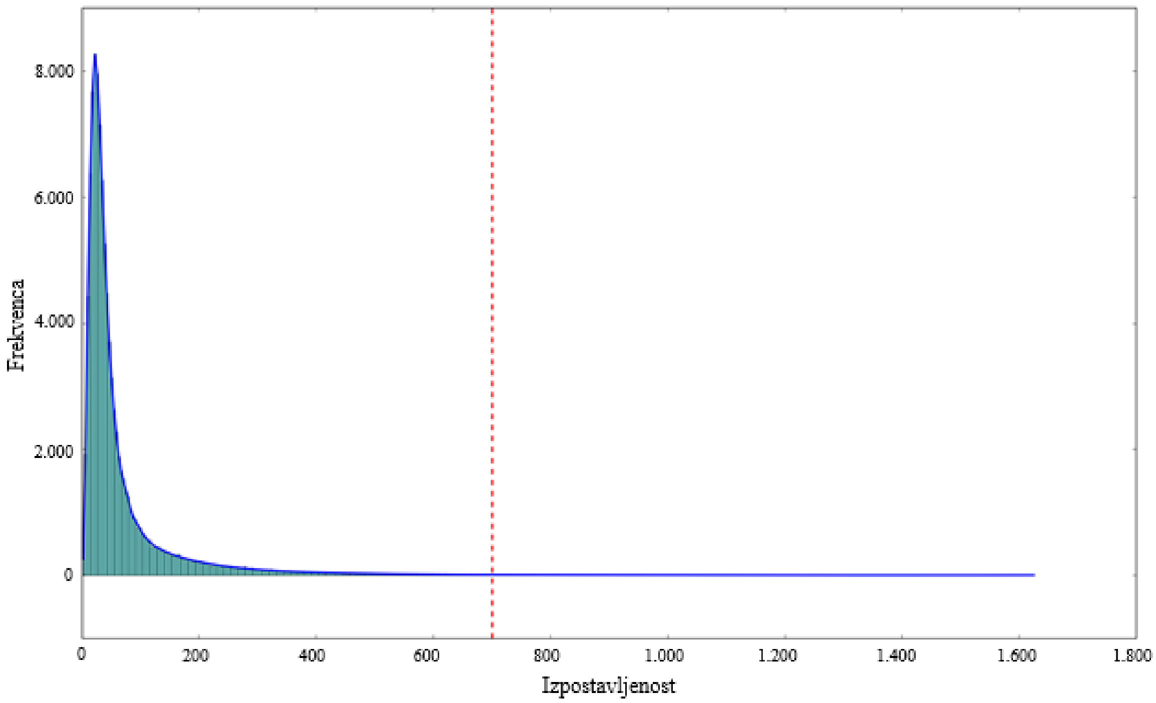
Tabela 12 prikazuje novi portfelj tisočih pozavarovalnic z naključno določeno trojico (LGD_i, PD_i, CR_i). Opazimo, da so pozavarovalnice iz generiranega portfelja približno enakomerno porazdeljene med bonitetne razrede.

Tabela 12: Portfelj pozavarovalnic z naključno generiranimi izgubami ob neplačilu in verjetnostmi neplačila

Portfelj pozavarovalnic	**Število**	**Delež (v %)**
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda AAA:	122	12,20
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda AA:	151	15,10
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda A:	137	13,70
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda BBB:	167	16,70
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda BB:	137	13,70
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda B:	150	15,00
Število pozavarovalnic bonitetnega razreda CCC:	136	13,60
Število vseh pozavarovalnic:	**1.000**	**100,00**

Histogram porazdelitve izgub portfelja tisočih pozavarovalnic, ki so bile naključno generirane s pomočjo log-normalne in enakomerne porazdelitve prikazuje Slika 12. Kot pričakovano, dobimo že opisano obliko porazdelitev izgube. V primerjavi s porazdelitvijo izgub druge simulacije, je tretja simulirana porazdelitev izgub še nekoliko bolj stabilna.

Slika 12: Porazdelitev izgub portfelja pozavarovalnic z naključno generiranimi izgubami ob neplačilu in verjetnostmi neplačila



Rezultati simulacije portfelja naključno generiranih 1.000 pozavarovalnic prikazuje Tabela 13. Tokrat največjo izpostavljenost opazimo pri pozavarovalnicah srednjih bonitetnih razredov (A, BB in B). Skupaj predstavljajo skoraj 50 % celotne izpostavljenosti. Pričakovana izguba opazovanega portfelja je presenetljivo majhna, le 24,02 EUR s standardnim odklonom simulacije 76,41 EUR oziroma s standardnim odklonom, določenim po standardni formuli v višini 76,78 EUR. Razlika med standardnim odklonom simulacije in standardnim odklonom določenim s pomočjo standardne formule je tokrat še manjša kot razlika med standardnima odklonoma pri prvi in drugi simulaciji.

Razlika med solventnostnim kapitalom simulacije in solventnostnim kapitalom po standardni formuli (319,35 EUR) je sicer manjša v primerjavi s prvo kot tudi z drugo simulacijo, vendar pa je sedaj solventnostni kapital izračunan po standardni formuli nižji kot solventnostni kapital simulacije.

Tabela 13: Rezultati simulacije pozavarovalnic z naključno generiranimi izgubami ob neplačilu in verjetnostmi neplačila

Rezultati naključno generiranega portfelja tisočih zavarovalnic	**Znesek v EUR**
Kreditna izpostavljenost	
Izpostavljenost do bonitetnega razreda AAA:	178,06
Izpostavljenost do bonitetnega razreda AA:	222,76
Izpostavljenost do bonitetnega razreda A:	250,37
Izpostavljenost do bonitetnega razreda BBB:	260,55
Izpostavljenost do bonitetnega razreda BB:	225,88
Izpostavljenost do bonitetnega razreda B:	299,25
Izpostavljenost do bonitetnega razreda CCC:	189,74
Statistične vrednosti porazdelitve izgub	
Pričakovana izguba:	24,02
Standardni odklon po standardni formuli:	76,78
Standardni odklon simulacije:	76,41
Koeficient asimetrije:	7,00
Koeficient sploščenosti:	63,65
SCR po standardni formuli:	230,34
SCR simulacije:	549,69
Odstopanje (v %):	**58,10**

3.4 Interpretacija rezultatov simulacij

Z analizo rezultatov simulacij želimo odgovoriti na dve vprašanji:

1. kako sama struktura portfelja vpliva na solventnostna kapitala;
2. katerega izmed izračunanih solventnostnih kapitalov upoštevati, da bi kar se da natančno opisali tveganja, ki jim je zavarovalnica izpostavljena.

Portfelj lahko razlikujemo glede na razpršenost med različne bonitetne razrede in glede na število pozavarovalnic v portfelju. Sprva predstavimo portfelj tisočih zavarovalnic, ki jih z vsako simulacijo različno porazdelimo v bonitetne razrede. Ločimo portfelje s pozavarovalnicami iz najboljših, srednjih ter najnižjih bonitetnih razredov.

Za vsako simulacijo določimo relativno razliko med solventnostnim kapitalom simulacije in solventnostnim kapitalom izračunanim po predlogu standardne formule kot

$$relativna\ razlika = \frac{|SCR_{std.formula} - SCR_{sim}|}{SCR_{sim}} \tag{53}$$

V tabelah relativno razliko prikažemo v odstotkih. Tabela 14 prikazuje rezultate simulacij pet različno sestavljenih portfeljev.

Tabela 14: Odstopanje solventnostnega kapitala določenim s standardno formulo v primerjavi s solventnostnim kapitalom simulacije v odvisnosti od sestave portfelja pozavarovalnic

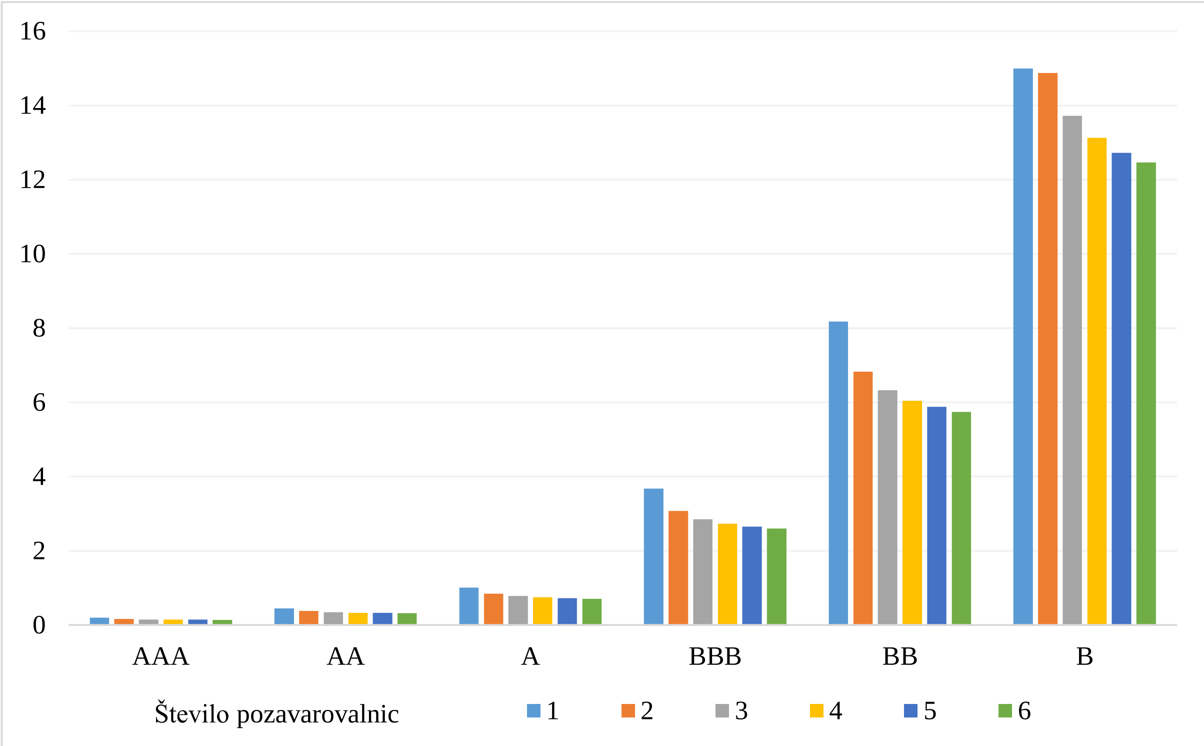
Rezultati simulacij v EUR	**1000 AAA**	**999 AAA, 1 B**	**500 A, 500 BBB**	**1 AAA, 999 B**	**1000 B**
Pričakovana izguba:	0,03	0,09	2,35	69,56	73,13
Standardni odklon po standardni formuli:	5,99	0,01	34,68	197,51	206,79
Standardni odklon simulacije:	4,30	4,39	32,82	196,31	206,35
SCR po standardni formuli:	0,42	1,25	63,67	1.419,05	1.493,05
SCR simulacije:	12,89	13,17	98,47	981,53	1.031,77
Odstopanje (v %):	**96,71**	**90,52**	**35,34**	**44,57**	**44,71**

Iz tabele lahko odčitamo, da se pričakovana izguba in različno določena solventnostna kapitala z naraščanjem izpostavljenosti tveganju neplačila po pričakovanjih povečujejo. Prav tako opazimo, da se s slabšanjem bonitetne vrednosti portfelja, absolutna razlika med standardnim odklonom simulacije in standardnim odklonom po standardni formuli približuje nič.

Zanima nas tudi, kako se solventnostni kapital obnaša v odvisnosti od števila pozavarovalnic v portfelju. Za primer vzemimo 36 različnih portfeljev, ki se med seboj ločijo po bonitetni oceni in številu pozavarovalnic. Tako lahko na primer sestavimo portfelj z eno pozavarovalnico, ki je lahko v najboljšem ali pa najslabšem bonitetnem razredu, dvema pozavarovalnicami, prav tako za različne bonitetne razrede in naprej do največ s šestimi pozavarovalnicami v portfelju po posameznih bonitetnih razredih.

Slika 13 prikazuje odvisnost solventnostnega kapitala od bonitetne ocene pozavarovalnic in števila le-teh v portfelju. Kot predvideno, solventnostni kapital s padanjem bonitetne ocene raste, medtem ko z naraščanjem števila pozavarovalnic v portfelju pada. Tudi razlika med solventnostnim kapitalom portfelja z eno pozavarovalnico in portfelja s šestimi pozavarovalnicami z naraščanjem tveganja neplačila raste.

Slika 13: Solventnostni kapital v odvisnosti od višine bonitetne ocene in števila pozavarovalnic v portfelju



Da bi lahko odgovorili na drugo vprašanje, primerjajmo relativne razlike med solventnostnim kapitalom določenim s standardno formulo in solventnostnim kapitalom simulacije. Relativna razlika med predstavljenima solventnostnima kapitaloma sprva z naraščanjem tveganja neplačila pada, a se pri portfeljih s slabše bonitetno ocenjenimi pozavarovalnicami zopet prične večati (Tabela 14). Lahko bi rekli, da se pri portfelju s srednje bonitetno ocenjenimi nasprotnimi strankami, solventnostni kapital simulacije najbolj približa solventnostnemu kapitalu določenim po standardni formuli. To pomeni, da bi lahko z nekaj sreče poiskali tak portfelj pozavarovalnic iz srednjih bonitetnih razredov, kjer bi bil solventnostni kapital simulacije enak solventnostnemu kapitalu izračunanem s pomočjo standardne formule.

Vendar pa ne moremo zagotovo trditi, kateri solventnostni kapital je pravilnejši oziroma ustreznejši. Da bi lahko to objektivno ocenili, bi morali zelo dobro poznati vsa tveganja, ki jim je zavarovalnica najbolj izpostavljena. Subjektivno gledano, bi zelo verjetno za dober portfelj, bolj ustrezal solventnostni kapital določen s predpisano standardno formulo, medtem ko bi za slabši portfelj raje izbrali solventnostni kapital simulacije. Lahko pa zagotovo trdimo, da standardna formula spodbuja razpršitev v več pozavarovalnic boljših bonitetnih razredov in kaznuje slabše bonitetno ocenjene portfelje.

SKLEP

Osnovni namen obvladovanja tveganj v družbi je prepoznavanje tveganj in ustrezno ukrepanje s ciljem zagotavljanja stabilnega dolgoročnega poslovanja in optimizacije finančnega rezultata zavarovalnice v okviru tveganj, ki jim je le-ta izpostavljena. Zavarovatelj mora mnogokrat prevzeti v zavarovanje tudi tveganja, ki po velikosti presegajo njegove zmožnosti, kakor tudi tveganja, kjer so možne masovne škode, ki jih sam ne more kriti oziroma izravnati. S pozavarovanjem zavarovalnica zmanjšuje tveganje nastanka zavarovalnega primera z velikim negativnim učinkom ter zmanjšuje potrebo po kapitalu.

Tveganje neplačila nasprotne stranke je eno izmed najpomembnejših finančnih tveganj, ki pa ga ne moremo zlahka izmeriti, vrednotiti in upravljati. Tudi zavarovalnice so izpostavljene tveganju neplačila, saj tudi same ščitijo svoj portfelj pri različnih pozavarovalnicah. Ne glede na višino bonitetne ocene posamezne pozavarovalnice obstaja tudi najmanjša verjetnost, da terjatve ne bo možno realizirati zaradi morebitne plačilne nesposobnosti določene pozavarovalnice.

Modul tveganja neizpolnitve nasprotne stranke upošteva mogoče izgube zaradi nepričakovanega neplačila ali poslabšanja kreditnega položaja dolžnikov zavarovalnice. Glavna vhodna parametra pri izračunu zahtevanega kapitala za tveganje neplačila sta višina izpostavljenosti in verjetnost neizpolnitve obveznosti nasprotne stranke. Verjetnost neplačila se določi na podlagi stopenj neplačil v posameznem bonitetnem razredu, ki pa so določene v Tehničnih specifikacijah. Obravnava poslovnih partnerjev brez določene bonitetne ocene vodi k višjim kapitalskih obremenitvam.

V magistrskem delu obravnavamo tri različne Motne Carlo simulacije s parametri, kot so določeni v Tehničnih specifikacijah in s pomočjo katerih določimo porazdelitev izgube. Iz dobljene porazdelitve določimo solventnostni kapital, ki pa ga primerjamo z višino predpisanega šoka v okviru standardne formule za izračun solventnostnega kapitala za tveganja neplačila nasprotne stranke. Na podlagi izpeljanih matematičnih enačb in s pomočjo programa Pyhton simuliramo na naboru pozavarovalnic, ki so porazdeljene med sedem bonitetnih razredov. Za vsako pozavarovalnico iz portfelja moramo poznati izgubo ob neplačilu LGD_i in verjetnost neplačila PD_i.

Prva in druga simulacija temeljita na resničnem portfelju pozavarovalnic, medtem ko želimo s tretjo simulacijo povečati naključnost in s pomočjo log-normalne porazdelitve generiramo izgube ob neplačilu LGD_i, katerim enakomerno in povsem naključno pripišemo še verjetnost neplačila PD_i. S primerjavo histogramov treh simulacij lahko opazimo, da se s povečanjem števila pozavarovalnic v portfelju in upoštevanjem naključnosti, verjetnostna porazdelitev izgube zelo približa teoretični porazdelitvi izgube.

V nadaljnjih simulacijah predpostavimo portfelje s tisočimi pozavarovalnicami, katere porazdelimo med bonitetne razrede tako, da ločimo portfelje z najboljšimi, srednjimi in najnižjimi bonitetnimi ocenami. Opazimo, da se s slabšanjem bonitetne vrednosti portfelja, absolutna razlika med standardnim odklonom simulacije in standardnim odklonom določenim s predpisano standardno formulo, približuje nič. S primerjavo relativne razlike med solventnostnim kapitalom določenim s standardno formulo in solventnostnim kapitalom simulacije, zaključimo, da se pri portfelju s srednje bonitetno ocenjenimi nasprotnimi strankami, solventnostni kapital simulacije najbolj približa solventnostnemu kapitalu določenemu po standardni formuli.

Nato preverimo še odvisnost višine solventnostnega kapitala od števila pozavarovalnic v portfelju. Tako pritrdimo dejstvu, da se z razpršitvijo med različne pozavarovalnice zmanjša tveganje neplačila in zato tudi solventnostni kapital z večanjem števila pozavarovalnic v portfelju pada.

Skozi vse simulacije primerjamo solventnostni kapital simulacije in solventnostni kapital, ki ga določimo s pomočjo standardne formule. Pri vsaki simulaciji opazimo odstopanja med rezultatoma. Postavi se vprašanje, katerega izmed predstavljenih solventnostnih kapitalov upoštevati oziroma kateri najbolje opiše vsa tveganja, ki jim je zavarovalnica izpostavljena. Subjektivno bi se odločali glede na bonitetno oceno portfelja. Za dobro ocenjen portfelj bi se odločili za solventnostni kapital določen s predpisano standardno formulo, medtem ko bi za slabši portfelj najverjetneje izbrali solventnostni kapital simulacije. Ker pa smo primorani izbirati v najboljšo korist zavarovalnice, pa četudi to pomeni nekoliki višji solventnostni kapital, moramo zelo dobro poznati tveganja, ki jim je zavarovalnica dejansko izpostavljena. Le tako lahko objektivno ocenimo, kateri solventnostni kapitalje najbliža dejansko potrebnemu.

LITERATURA IN VIRI

1. Analitica d.o.o. (2016). *Solvency II*. Najdeno 16. marca 2016 na spletnem naslovu http://www.analitica.si/solutions/solvency-ii/
2. Baesens, B., & Van Gestel, T. (2009). *Credit Risk Managament: Basic Concepts*. New York: Oxford University Press.
3. Baur, P., & Enz, R. (2003), *Reinsurance – systemic risk*. Zürich: Re Swiss Reinsurance Company.
4. Bluhm, C., Overbeck, L., & Wagner, C. (2003). *An Introduction to credit risk modeling.* New York: CRC Press.
5. Bohdalova, M. (2007). *A comparison of Value-at-Risk methods for measurement of the financial risk*. Comenius University, Bratislava, Faculty of management.
6. Carey, M. (2000). Parametrizing credit risk model with rating data. *Jorunal of Banking and Finance*, *25*(1), 197–270.
7. CEA – Comité Européen des Assurances. (2007a, februar). *Solvency II Understanding the Process*. Najdeno 1. oktobra 2016 na spletnem naslovu http://www.gdv.de/wp-content/uploads/2007/07/PD36_CEA_Paper_engl.pdf
8. CEA – Comité Européen des Assurances. (2007b, marec). *Solvency II Glossary*. Najdeno 5. avgusta 2015 na spletnem naslovu http://ec.europa.eu/internal_market/insurance/docs/solvency/impactassess/annex-c08d_en.pdf
9. CEIOPS – Committee of Insurance and Occupational Pensions Supervisors. (2009, oktober). *Level 2 Implementation Measures on Solvency II: SCR standard formula – Counterparty default risk module*. Najdeno 5. maja 2014 na spletne naslovu https://eiopa.europa.eu/CEIOPS-Archive/Documents/Advices/CEIOPS-L2-Final-Advice-SCR-SF-Counterparty-default-risk.pdf
10. Choudhry, M. (2013). *An introduction to value-at-risk* (5th ed.). Chichester: John Willey & Sons.
11. Čerpnjak, M. (2012). *Zavarovalništvo v Sloveniji in vpliv nove direktive Solventnosti II* (magistrsko delo). Maribor: Ekonomsko-poslovna fakulteta.+
12. De Weert, F. (2011). *Bank and insurance capital management.* Chichester: John Willey & Sons.
13. Dvoršak Bugarija, J., Filipič, D., & Bobek, D. (2005). *Obladovanje tveganja: v zavarovalnih finančnih institucijah.* Ljubljana: Pegaz International.
14. EIOPA – European Insurance and Occupational Pensions Authority. (2010, 5. julij). *QIS5 Technical Specifications.* Najdeno 23. aprila 2014 na spletnem naslovu https://eiopa.europa.eu/Publications/QIS/QIS5-technical_specifications_20100706.pdf
15. EIOPA – European Insurance and Occupational Pensions Authority. (2014a, 30. april). *Technical Specification for the Preparatory Phase (Part 1).* Najdeno 17. junija 2014 na spletnem naslovu https://eiopa.europa.eu/Publications/Standards/A_-_Technical_Specification_for_the_Preparatory_Phase__Part_I_.pdf
16. EIOPA – European Insurance and Occupational Pensions Authority. (2014b, 25. julij). *The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital*

Requirement calculation. Najdeno 26. maja 2015 na spletnem naslovu https://eiopa.europa.eu/Publications/Standards/EIOPA-14-322_Underlying_Assumptions.pdf

17. Evropska Komisija. (2016). *Delegirana uredba Komisije (EU) o dopolnitvi Direktive 2009/138/ES Evropskega parlamenta in Sveta o začetku opravljanja in opravljanja dejavnosti zavarovanja in pozavarovanja (Solventnost II).* Uradni list Evropske Unije L12/1.
18. Examination resources LLC. (2009). *Stress Testing, Diversification Benefits and Key Future Risks* (interno gradivo). ZDA: Examination resources LLC.
19. Harley, A. (2011). Insights: An insurance conundrum: the Internal Model or the Standard Formula. *Tower Watson*. Najdeno 1. decembra 2015 na spletnem naslovu https://www.towerswatson.com/en-ZA/Insights/IC-Types/Ad-hoc-Point-of-View/2011/Insights-An-insurance-conundrum-the-Internal-Model-or-Standard-Formula
20. Harrington, D. R. (2004). *Corporate Financial Analysis: In a Global Environment.* Quebec: South-Western Pub.
21. Holzheu, T. (2000). Solvency of non-life insurers: Balancing security and profitability expectations. *Sigma*, 1*(2000).*
22. IAA – International Actuarial Association. (2010). *Stochastic Modeling - theory and reality from an actuarial perspective.* Canada: International Actuarial Association.
23. Jorion, P. (2007). *Financial Risk Manager Handbook.* New Jersey: John Wiley & Sons
24. Kapun, T. (2007). *Naložbena politika zavarovalnic* (diplomsko delo). Maribor: Ekonomsko-poslovna fakulteta.
25. Kercheval, A., Goldberg, L. R., & Breger, L. (2003). Modeling credit risk. *The Journal of Portfolio Management, 29*(2), 90–100.
26. Kirn, J. (2014). Vpliv Solventnosti II na upravljanje dolžniških naložb zavarovalnic. *Zavarovalniški horizonti*, *10*(1), 5–23.
27. Koliševski, J. (b.l.). Kaj je pozavarovanje? Najdeno 1. avgusta 2015 na spletnem naslovu http://www.zav-zdruzenje.si/ali-ste-vedeli/
28. Komelj, J. (2012). *Aktuarsko modeliranje vsot koreliranih zavarovalnih tveganj* (doktorska disertacija). Ljubljana: Ekonomska Fakulteta.
29. Komelj, J., & Dolničar, J. (2007). *Izzivi in možnosti v zavarovanju in pozavarovanju s poudarkom na Solventnosti II.* Ljubljana: Pozavarovalnica Sava d.d.
30. Kraner Šumenjak, T. (b.l.). *Statistika 3*. [predavanje]. Maribor: Fakulteta za kmetijstvo in biosistemske vede.
31. Matten, C. (2000). *Managing Bank Capital. Capital Allocation and Performance Measurement.* Chichester: John Wiley & Sons.
32. Merhar, J. (2007). Izračun kapitalskih zahtev – Solventnost II. Najdeno 6. junija 2015 na spletnem naslovu http://www.zav-zdruzenje.si/wp-content/uploads/2013/01/Izracun-kapitalskih-zahtev-solventnost-II.pdf
33. Nekrep, M. (2014). Trenutna in prihodnja tveganja v zavarovalništvu – predstavitev raziskave Swiss Re. *Zavarovalniški horizonti*, 10*(3),* 23–39.

34. Ou, S., Chlu, D., & Metz, A. (2011). Corporate default and recovery rates, 1920–2010. Najdeno 13. maja 2015 na spletnem naslovu http://sbufaculty.tcu.edu/mann/!_AdvInv-Fall2016/Corporate%20Default%20and%20Recovery%20Rates,1920-2010.pdf
35. Panza Frece, T. (2011). *Osnove zavarovalništva.* Ljubljana: Zavod IRC.
36. Pentikäinen, T. (1967). On the solvency of insurance companies. Najdeno 15. avgusta 2016 na spletnem naslovu http://www.actuaries.org/LIBRARY/ASTIN/vol4no3/236.pdf
37. Saita, F. (2007). *Value at risk and bank capital management.* London: Elsevier Academic Press.
38. Sandstörm, A. (2010). *Handbook of solvency for actuaries and risk managers: theory and practice.* New York: CRC Press.
39. Saunders, A., & Allen, L. (1999). *Credit Risk Management.* New York: John Wiley and Sons.
40. Stanič, A. (2008). Solventnost II - direktiva in projekt na Vzajemni. *Zavarovalniški horizonti*, *4*(3), 51–72.
41. Stanič, A. (2009). Povzetek rezultatov Kvantitativne študije vplivov (QIS4). *Zavarovalniški horizonti*, *5*(4), 67–99.
42. Stoilkovič, M. (2009). *Arhitektura informacijskega sistema za upravljanje Solventnosti II v zavarovalnicah* (magistrsko delo). Maribor: Ekonomsko-poslovna fakulteta.
43. Szegö, G. (2002). Measures of risk. *Journal of Banking & Finance, 26*(2002), 1253–1272.
44. Šker, T. (2010). *Osnove zavarovalništva.* Ljubljana: Konzorcij višjih strokovnih šol za izvedbo projekta IMPLETUM.
45. Škorjanc, L. (2003). *Kreditno tveganje in zavarovanje posojil pri zavarovalnici* (magistrsko delo). Ljubljana: Ekonomska fakulteta.
46. Štiblar, F., & Šramel F. (b.l.). Pomen in aplikacija razvoja zakonodaje solventnost-2 in druge zakonodaje EU za zavarovalnice v Sloveniji (Od solventnosti I k solventnosti II). Najdeno 5. januarja 2015 na spletnem naslovu http://www.zav-zdruzenje.si/wp-content/uploads/2013/01/Pomen-in-aplikacija-razvoja-zakonodaje-solventnost-2.pdf
47. Ter Berg, P. (2008, april). Portfolio modelling of counterparty reinsurance default risk. *Life & Pensions*, 29–33.
48. The European Parliment and the Council of the European Union. (2009). *Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council (Solvency II).* Official Journal of the European Union L335/1.
49. Torkar, G. (2010). *Tveganje in mera tveganja.* Ljubljana: Banka Slovenije.
50. Zavodnik, E. (2002). Modeli tveganja kreditnega portfelja. *Bančni vestnik, 9*(2002), 34–39.

PRILOGE

KAZALO PRILOG

PRILOGA 1: Pričakovana vrednost in varianca beta porazdeljene slučajne spremenljivke

Beta porazdelitev je družina zveznih verjetnostnih porazdelitev, ki je definirana na intervalu (0, 1). Porazdelitev ima dva parametra, ki določata njeno obliko in ju označujemo z α in β.

Funkcija gostote verjetnosti za beta porazdelitev je

$$f(x;\, \alpha,\, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(\beta)} \cdot x^{\alpha - 1} \cdot (1 - x)^{\beta - 1} = \frac{1}{B(\alpha,\, \beta)} \cdot x^{\alpha - 1} \cdot (1 - x)^{\beta - 1}$$

kjer je

- $B(x, y) = \int_0^1 u^{1 - \alpha} (1 - u)^{1 - \beta} du$ funkcija beta;
- $\Gamma(x) = \int_0^1 u^{x-1} e^{-u} du$ funkcija gama[7].

S pomočjo definicij le-teh lahko izpeljemo pričakovano vrednost in varianco beta porazdelitve.

Pričakovana vrednost

$$\begin{aligned}
E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) dx \\
&= \int_0^1 \frac{1}{B(\alpha,\beta)} \cdot x^{\alpha} \cdot (1-x)^{\beta - 1} dx \\
&= \frac{1}{B(\alpha,\beta)} \cdot B(\alpha+1,\beta) \\
&= \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)} \cdot \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(\alpha+\beta+1)} \\
&= \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)(\alpha+\beta)} \cdot \frac{\Gamma(\alpha)a}{\Gamma(\alpha)} \\
&= \frac{\alpha}{\alpha+\beta}
\end{aligned}$$

Varianca

Po definiciji je varianca slučajne spremenljivke, ki ima pričakovano vrednost določena kot

$$V(X) = E\left(X^2\right) - E(X)^2$$

Podobno lahko izračunamo $E(X^2)$.

---

[7] Funkcijo gama lahko za pišemo tudi kot $\Gamma(x) = \Gamma(x - 1) \cdot (x - 1)$.

$$
\begin{aligned}
E\left(X^2\right) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f_X(x)dx \\
&= \int_0^1 \frac{1}{B(\alpha,\beta)} \cdot x^{\alpha+1} \cdot (1\text{-}x)^{\beta - 1} dx \\
&= \frac{1}{B(\alpha,\beta)} \cdot B(\alpha+2,\beta) \\
&= \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)} \cdot \frac{\Gamma(\alpha+2)}{\Gamma(\alpha+\beta+2)} \\
&= \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+1)(\alpha+\beta)} \cdot \frac{\Gamma(\alpha)(a+1)a}{\Gamma(\alpha)} \\
&= \frac{(a+1)\alpha}{(\alpha+\beta+1)(\alpha+\beta)}
\end{aligned}
$$

Varianca beta porazdelitve je potem enaka

$$
\begin{aligned}
V(X) &= E\left(X^2\right) - E(X)^2 \\
&= \frac{(a+1)a}{(\alpha+\beta+1)(\alpha+\beta)} - \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)^2 \\
&= \frac{(a+1)a(\alpha+\beta)-\alpha^2(\alpha+\beta+1)}{(\alpha+\beta+1)(\alpha+\beta)^2} \\
&= \frac{\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha^2+\alpha\beta-\alpha^3-\alpha^2\beta-\alpha^2}{(\alpha+\beta+1)(\alpha+\beta)^2} \\
&= \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta+1)(\alpha+\beta)^2}
\end{aligned}
$$

PRILOGA 2: Pyhton programska koda simulacije porazdelitve izgube

```
RE_COMPANIES_DATA = [
    (0.000500, 44.131895, 'A'),
    (0.000500, 90.007225, 'A'),
    (0.000500, 132.636950, 'A'),
    (0.000500, 993.715015, 'A'),
    (0.000500, 51.975875, 'A'),
    (0.000500, 100.708815, 'A'),
    (0.000500, 9.228705, 'A'),
    (0.000500, 9.233930, 'A'),
    (0.000500, 39.338055, 'A'),
    (0.000500, 31.470425, 'A'),
    (0.000500, 16.662565, 'A'),
    (0.000500, 134.901585, 'A'),
    (0.000500, 3.272445, 'A'),
    (0.000500, 2.499775, 'A'),
    (0.000500, 268.328560, 'A'),
    (0.000500, 56.889950, 'A'),
    (0.000500, 360.341065, 'A'),
    (0.000500, 10.541265, 'A'),
    (0.000500, 42.452375, 'A'),
    (0.000500, 83.097615, 'A'),
    (0.000500, 71.905845, 'A'),
    (0.000500, 1586.516915, 'A'),
    (0.000500, 622.705610, 'A'),
    (0.000500, 44.384345, 'A'),
    (0.000500, 89.492985, 'A'),
    (0.000500, 90.690340, 'A'),
    (0.000500, 5.243755, 'A'),
    (0.000500, 75.013910, 'A'),
    (0.000500, 113.734980, 'A'),
    (0.000500, 32.268220, 'A'),
    (0.000500, 33.768950, 'A'),
    (0.000500, 71.670775, 'A'),
    (0.000500, 25.764940, 'A'),
    (0.000500, 2.006865, 'A'),
    (0.000500, 6.020580, 'A'),
    (0.000500, 342.490535, 'A'),
    (0.000500, 21.999520, 'A'),
    (0.000500, 12.750000, 'A'),
    (0.000500, 13.250000, 'A'),
    (0.000500, 119.446015, 'A'),
    (0.000500, 11.802610, 'A'),
    (0.000500, 11.796200, 'A'),
    (0.000500, 35.388595, 'A'),
    (0.000500, 31.481340, 'A'),
    (0.000500, 0.000000, 'A'),
    (0.000500, 0.220265, 'A'),
    (0.000500, 147.225625, 'A'),
    (0.000500, 674.340100, 'A'),
    (0.000500, 1380.558365, 'A'),
```

```
(0.000500, 0.100405, 'A'),
(0.000500, 87.797245, 'A'),
(0.000500, 887.734115, 'A'),
(0.000500, 11.669415, 'A'),
(0.000500, 54.751155, 'A'),
(0.000500, 200.189695, 'A'),
(0.000500, 4.016375, 'A'),
(0.000500, 64.880900, 'A'),
(0.000500, 813.232620, 'A'),
(0.000500, 71.965325, 'A'),
(0.000500, 60.842745, 'A'),
(0.000500, 42.967840, 'A'),
(0.000500, 961.305110, 'A'),
(0.000500, 0.035875, 'A'),
(0.000500, 3.124720, 'A'),
(0.000500, 782.702690, 'A'),
(0.000500, 1348.853975, 'A'),
(0.000500, 3.124720, 'A'),
(0.000500, 0.025555, 'A'),
(0.000500, 6.249430, 'A'),
(0.000500, 51.724815, 'A'),
(0.000500, 31.158170, 'A'),
(0.000500, 3.124720, 'A'),
(0.000500, 90.162390, 'A'),
(0.000500, 55.441625, 'A'),
(0.000500, 40.702805, 'A'),
(0.000500, 1.576035, 'A'),
(0.000500, 342.053470, 'A'),
(0.000500, 0.003670, 'A'),
(0.000500, 51.109410, 'A'),
(0.000500, 2423.000000, 'A'),
(0.000100, 1.414470, 'AA'),
(0.000100, 7.501485, 'AA'),
(0.000100, 7.815460, 'AA'),
(0.000100, 7.813625, 'AA'),
(0.000100, 1.268665, 'AA'),
(0.000100, 534.203970, 'AA'),
(0.000100, 186.829330, 'AA'),
(0.000100, 161.401915, 'AA'),
(0.000100, 0.558665, 'AA'),
(0.000100, 22.065950, 'AA'),
(0.000100, 168.555410, 'AA'),
(0.000100, 32.484815, 'AA'),
(0.000100, 1097.399185, 'AA'),
(0.000100, 202.273675, 'AA'),
(0.000100, 3.925030, 'AA'),
(0.000100, 180.500000, 'AA'),
(0.000020, 15.623580, 'AAA'),
(0.000020, 330.418040, 'AAA'),
(0.060400, 3.344765, 'B'),
(0.012000, 99.864765, 'BB'),
(0.012000, 93.892105, 'BB'),
(0.012000, 68.146110, 'BB'),
```

```
    (0.012000, 4368.000000, 'BB'),
    (0.002400, 3.124720, 'BBB'),
    (0.002400, 0.031820, 'BBB'),
    (0.002400, 15.623580, 'BBB'),
    (0.002400, 37.106325, 'BBB'),
    (0.002400, 252.953375, 'BBB'),
    (0.002400, 234.006410, 'BBB'),
    (0.002400, 25.764940, 'BBB'),
    (0.002400, 141.728270, 'BBB'),
    (0.002400, 38.229415, 'BBB'),
    (0.002400, 6264.000000, 'BBB'),
    (0.002400, 3346.200000, 'BBB'),
    (0.304100, 1001.870000, 'CCC'),
    (0.304100, 5995.000000, 'CCC'),
    (0.304100, 1035.490000, 'CCC'),
    (0.304100, 3054.450000, 'CCC'),
    (0.304100, 352.140000, 'CCC'),
    (0.304100, 1035.080000, 'CCC'),
    (0.304100, 359.490000, 'CCC'),
    (0.304100, 60.390000, 'CCC'),
    (0.304100, 1041.000000, 'CCC'),
    (0.100000, 33.288255, 'unrated'),
    (0.100000, 57.624945, 'unrated'),
    (0.100000, 3.124720, 'unrated'),
    (0.100000, 2.914725, 'unrated'),
    (0.100000, 209.425615, 'unrated'),
    (0.100000, 15.963235, 'unrated'),
    (0.100000, 53.800660, 'unrated'),
    (0.100000, 13.427110, 'unrated'),
    (0.100000, 0.187925, 'unrated'),
    (0.100000, 8.617625, 'unrated'),
    (0.100000, 62.439505, 'unrated'),
    (0.100000, 58.202425, 'unrated'),
    (0.100000, 125.735165, 'unrated'),
    (0.100000, 1.424515, 'unrated'),
    (0.100000, 10.967235, 'unrated'),
    (0.100000, 55.073250, 'unrated'),
    (0.100000, 3.295565, 'unrated'),
    (0.100000, 73.573805, 'unrated'),
    (0.100000, 45.539390, 'unrated'),
    (0.100000, 13.665985, 'unrated'),
    (0.100000, 50.524735, 'unrated'),
]
```

```
# -*- coding: utf-8 -*-

from collections import Counter, defaultdict
from math import sqrt
from random import choice, randint

import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from numpy import percentile
from numpy.random import beta as np_beta
from numpy.random import lognormal
from scipy.interpolate import UnivariateSpline
from scipy.stats import bernoulli
from scipy.stats import stats

# Constants
ALPHA = 2.5
TAO = 1
GAMMA = ALPHA/TAO
B = "p/(GAMMA*(1-p)+1)"

# Default probability for each credit rating
DEFAULT_PROBABILITIES = {
    'AAA': 0.00002,
    'AA': 0.0001,
    'A': 0.0005,
    'BBB': 0.0024,
    'BB': 0.012,
    'B': 0.042,
    'CCC': 0.042,
}

# Override matplotlib default settings
matplotlib.rc('font', family='Times New Roman')


class REInsurance:
    """
    RE Insurance Company:
    - cr = credit rating ['AAA', 'AA', 'A', 'BBB', 'BB', 'B', 'CCC']
    - lgd = Loss given default
    """

    def __init__(self, lgd, p, credit_rating):
        self.lgd = lgd
        self.p = p
        self.credit_rating = credit_rating
        self.b = (TAO * p) / (ALPHA * (1 - p) + TAO)

    def ps(self, shock):
        """
        Default probabibility dependent on shock size.
```

```
        """
        return self.b + (1-self.b)*shock**(TAO/self.b)

    def default(self, shock):
        """
        Return 1 if the RE company defaults, 0 otherwise.

        Example for uniform:
        return 1 if uniform(0, 1) <= self.ps(shock) else 0
        """
        return bernoulli.rvs(self.ps(shock))


class MonteCarloIteration:
    def __init__(self, re_companies):
        self.re_companies = re_companies
        self.shock = np_beta(ALPHA, 1)  # beta = 1

    def run_iteration(self):
        return    sum([re.lgd    for    re    in    self.re_companies    if
re.default(self.shock) == 1])  # noqa

    def print_values(self):
        print "----------------------------------------------------------"
        print "Shock: %f" % self.shock
        print "----------------------------------------------------------"
        print "CR \t b \t\t ps \t default"
        print "----------------------------------------------------------"
        for re in self.re_companies:
            print  "%s  \t  %.5f  \t  %.4f  \t  %.4f"  %  (re.cr,  re.b,
re.ps(self.shock), re.default(self.shock))  # noqa
        print "----------------------------------------------------------"


class Simulator:

    def __init__(self):
        self.re_companies = []
        self.results = []

    def            generate_re_companies(self,            no_of_companies,
custom_distribution):
        raise NotImplemented

    def run_simulation(self, iterations):
        for i in range(iterations):
            mci = MonteCarloIteration(re_companies=self.re_companies)
            sum_lgd = mci.run_iteration()
            self.results.append(sum_lgd)

    def draw_histogram(self, description=""):
        p, x = np.histogram(self.results, bins=400)
        plt.hist(self.results, bins=400, color='c', alpha=0.5)
```

```
        plt.axvline(self.calculate_empirical_scr(),
                    color='red', linestyle='dashed', linewidth=2,
                    label=u'99.5% kvantil')
        plt.xlabel("Izpostavljenost")
        plt.ylabel("Frekvenca")

        if description:
            plt.suptitle(description, fontsize=14, fontweight="bold")

        # density line
        x = x[:-1] + (x[1] - x[0]) / 2
        f = UnivariateSpline(x, p, s=int(len(self.results)/3))
        plt.plot(x, f(x), linewidth=2)

        print "Graph has been drawn."
        plt.show()

    def create_cov_matrix(self):
        # prepare empty 2D array
        dim = len(self.re_companies)
        cov = [[0.0 for _ in range(dim)] for _ in range(dim)]

        for i, re1 in enumerate(self.re_companies):
            for j, re2 in enumerate(self.re_companies):
                if i == j:
                    cov[i][j] = re1.p * (1 - re1.p)
                else:
                    cov[i][j] = (ALPHA * (1-re1.b) * (1-re2.b))/(ALPHA +
(TAO/re1.b) + (TAO/re2.b)) - (re1.p-re1.b)*(re2.p-re2.b)  # noqa

        return np.array(cov)

    def get_lgds(self):
        """ Prepare lgds vector """
        return np.array([re.lgd for re in self.re_companies])

    def get_p(self):
        """ Prepare p vector """
        return np.array([re.p for re in self.re_companies])

    def calculate_variance(self):
        lgds = self.get_lgds()
        cov = self.create_cov_matrix()
        return np.dot(np.dot(lgds, cov), lgds)

    def calculate_mean(self):
        return np.array(self.results).mean()

    def calculate_expected_loss(self):
        return np.dot(self.get_lgds(), self.get_p())

    def calculate_scr(self):
        capital_requirement = 0.0
```

```
        sum_lgds = sum(self.get_lgds())

        sd = sqrt(self.calculate_variance())  # standard deviation

        if sd <= 0.07 * sum_lgds:
            capital_requirement = 3 * sd
        elif 0.07 * sum_lgds < sd <= 0.2 * sum_lgds:
            capital_requirement = 5 * sd
        elif 0.2 * sum_lgds <= sd:
            capital_requirement = sum_lgds

        return capital_requirement

    def calculate_empirical_scr(self):
        return percentile(np.array(self.results), 99.5)

    def credit_rating_stats(self):
        credit_ratings = [re.credit_rating for re in self.re_companies]
        return Counter(credit_ratings)

    def calculate_lgd_exposure_per_credit_rating(self):
        lgds_by_cr = defaultdict(list)
        stats = defaultdict(float)

        for re_company in self.re_companies:
            lgds_by_cr[re_company.credit_rating].append(re_company.lgd)

        for cr, lgds in lgds_by_cr.iteritems():
            stats[cr] = sum(lgds)

        return stats

    def calculate_standard_deviation(self):
        return np.std(np.array(self.results))

    def calculate_skewness(self):
        return stats.skew(np.array(self.results))

    def calculate_kurtosis(self):
        return stats.kurtosis(np.array(self.results))


class SimulatorRealData(Simulator):
    def generate_re_companies(self, no_of_companies, _):
        for p, lgd, credit_rating in RE_COMPANIES_DATA:
            re = REInsurance(lgd, p, credit_rating)
            self.re_companies.append(re)


class SimulatorRandomCompanies(Simulator):
    def generate_re_companies(self, no_of_companies, _):
        for i in range(no_of_companies):
            r = randint(0, 143)
```

```
            p, lgd, credit_rating = RE_COMPANIES_DATA[r]
            re = REInsurance(lgd, p, credit_rating)
            self.re_companies.append(re)


class SimulatorRandomLGDs(Simulator):
    def generate_re_companies(self, no_of_companies, _):
        for i in range(no_of_companies):
            lgd = lognormal()
            credit_rating = choice(DEFAULT_PROBABILITIES.keys())
            p = DEFAULT_PROBABILITIES[credit_rating]
            re = REInsurance(lgd, p, credit_rating)
            self.re_companies.append(re)


class SimulatorRandomLGDsCustomRatingDistribution(Simulator):
    def            generate_re_companies(self,           no_of_companies,
custom_distribution):
        self.re_companies                                              =
self._generate_custom_dist(custom_distribution)
        assert len(self.re_companies) == no_of_companies

    @staticmethod
    def _generate_custom_dist(distribution):
        re_companies = []
        for credit_rating in distribution.keys():
            count = distribution[credit_rating]
            for _ in range(count):
                lgd = lognormal()
                p = DEFAULT_PROBABILITIES[credit_rating]
                re_companies.append(REInsurance(lgd, p, credit_rating))
        return re_companies


class SingleExample(object):

    def   __init__(self,   simulator,   description,   no_of_companies=144,
iterations=10000):  # noqa
        self.simulator = simulator
        self.description = description
        self.no_of_companies = no_of_companies
        self.iterations = iterations

    def start(self, custom_distribution=False):
        print "----- %s -----" % self.description
        s = self.simulator()
        s.generate_re_companies(self.no_of_companies,
custom_distribution)
        print "Alpha: %f" % ALPHA
        print      "LGD      exposure      statistics:      %s"      %
s.calculate_lgd_exposure_per_credit_rating()  # noqa
        print "Credit rating stats: %s" % str(s.credit_rating_stats())
        s.run_simulation(self.iterations)
```

```
        print    "Standard    deviation    (mathematical):    %f"    %
s.calculate_standard_deviation()  # noqa
        print "Iterations: %d" % self.iterations
        print "Count insurances: %d" % len(s.re_companies)
        print "Expected loss: %f" % s.calculate_expected_loss()
        print "Capital requirement (SCR): %f" % s.calculate_scr()
        print  "Capital  requirement  (Empirical  SCR  -  99.5):  %f"  %
s.calculate_empirical_scr()  # noqa
        print  "Variance:  %f  (sqrt:  %f)"  %  (s.calculate_variance(),
sqrt(s.calculate_variance()))  # noqa
        print "Mean: %f" % s.calculate_mean()
        print "Skewness: %f" % s.calculate_skewness()
        print "Kurtosis: %f" % s.calculate_kurtosis()
        s.draw_histogram(self.description)


class MultipleExamples(SingleExample):

    def __init__(self, simulator, description, no_of_companies=144,
                 iterations=10000, examples=10):
        super(MultipleExamples, self).__init__(simulator, description,
                                               no_of_companies,
iterations)
        self.examples = examples
        self.variances = []
        self.expected_losses = []

    def start(self):
        for example in range(self.examples):
            s = self.simulator()
            s.generate_re_companies(self.no_of_companies)

            variance = s.calculate_variance()
            expected_loss = s.calculate_expected_loss()
            self.variances.append(sqrt(variance))
            self.expected_losses.append(expected_loss)

        print "Variances: %s" % str(self.variances)
        print "Expected losses: %s" % str(self.expected_losses)

    def draw_chart(self):
        # calculate min/max variances
        min_variance = min(self.variances)
        min_variance_index = self.variances.index(min_variance)
        print "Min variance (value=%f, index=%d)" % (
            min_variance,
            min_variance_index,
        )
        max_variance = max(self.variances)
        max_variance_index = self.variances.index(max_variance)
        print "Max variance (value=%f, index=%d)" % (
            max_variance,
            max_variance_index,
```

```
        )

        plt.plot(self.variances)
        # min line
        plt.plot(range(len(self.variances)),
                 [min_variance for _ in range(len(self.variances))], 'r--
')
        # max line
        plt.plot(range(len(self.variances)),
                 [max_variance for _ in range(len(self.variances))], 'b--
')
        plt.ylabel('Variances')
        plt.show()

        print "Variance chart has been drawn."

        # calculate min/max expected losses
        min_loss = min(self.expected_losses)
        min_loss_index = self.expected_losses.index(min_loss)
        print "Min expected loss (value=%f, index=%d)" % (
            min_loss,
            min_loss_index,
        )
        max_loss = max(self.expected_losses)
        max_loss_index = self.expected_losses.index(max_loss)
        print "Max loss index (value=%f, index=%d)" % (
            max_loss,
            max_loss_index,
        )

        plt.plot(self.expected_losses)
        # min line
        plt.plot(range(len(self.expected_losses)),
                 [min_loss for _ in range(len(self.expected_losses))], 'r-
-')
        # max line
        plt.plot(range(len(self.expected_losses)),
                 [max_loss for _ in range(len(self.expected_losses))], 'b-
-')
        plt.ylabel('Expected losses')
        plt.show()

        print "Expected losses chart has been drawn."


multiple_example1 = MultipleExamples(
    simulator=SimulatorRandomLGDs,
    description="1000 RE Companies randomly distributed into rating
classes",
    no_of_companies=1000,
    examples=10,
)
```

```
example1 = SingleExample(
    simulator=SimulatorRealData,
    description="All 144 RE Companies (real data)",
    no_of_companies=144,
    iterations=100000,
)

example2 = SingleExample(
    simulator=SimulatorRandomCompanies,
    description="1000 random RE insurances",
    no_of_companies=1000,
    iterations=100000,
)

example3 = SingleExample(
    simulator=SimulatorRandomLGDs,
    description="1000 RE Companies randomly distributed into rating
classes",
    no_of_companies=1000,
    iterations=1000,
)

example4 = SingleExample(
    simulator=SimulatorRandomLGDsCustomRatingDistribution,
    description="1000 RE companies with known rating distribution",
    no_of_companies=1000,
    iterations=100000,
)

multiple_example1.start()
multiple_example1.draw_chart()

example1.start()
example2.start()
example3.start()

# Custom distributions
example4.start(custom_distribution={'AAA': 1000})
example4.start(custom_distribution={'AAA': 999, 'B': 1})
example4.start(custom_distribution={'B': 1000})
example4.start(custom_distribution={'AAA': 1, 'B': 999})
example4.start(custom_distribution={'A': 500, 'BBB': 500})
```

PRILOGA 3: Seznam pogosto uporabljenih kratic

BSCR	Osnovni zahtevani solventnostni kapital
CEIOPS	Odbor evropskih nadzornikov za zavarovanja in poklicne pokojnine
CEA	Evropski odbor za zavarovalništvo
EAD	Izpostavljenost ob neplačilu
EIOPA	Evropski organ za zavarovanja in poklicne pokojnine
EUR	Evro
LGD	Dejanska izguba ob neplačilu
MCR	Minimalni zahtevani kapital
PD	Verjetnost neplačila
QIS	Kvantitativna študija
SCR	Zahtevani solventnostni kapital
VaR	Tvegana vrednost
ZDA	Združene države Amerike