

UNIVERZA V LJUBLJANI  
EKONOMSKA FAKULTETA

**DIPLOMSKO DELO**

**ROK GORENJEK**



UNIVERZA V LJUBLJANI  
EKONOMSKA FAKULTETA

DIPLOMSKO DELO

**OCENJEVANJE KVANTITATIVNE KOMPONENTE  
VERJETNOSTI STEČAJA V OKVIRU SPORAZUMA  
BASEL II**

Ljubljana, september 2007

**ROK GORENJEČ**

## **IZJAVA**

Študent **ROK GORENJEČ** izjavljam, da sem avtor tega diplomskega dela, ki sem ga napisal pod mentorstvom **doc. dr. IGORJA MASTENA** in dovolim objavo diplomskega dela na fakultetnih spletnih straneh.

V Ljubljani, dne 10.9.2007

Podpis:

# Kazalo

1	Uvod .....	1
2	Basel II.....	1
2.1	Minimalne kapitalske zahteve .....	2
2.2	Standardiziran pristop.....	3
2.2.1	Zunanje bonitetne ocene.....	4
2.3	IRB pristop .....	4
2.3.1	Osnovni IRB pristop.....	5
2.3.2	Napredni IRB pristop .....	7
2.3.3	Izračun kapitalske zahteve in tveganju prilagojenih sredstev .....	8
3	Učinki Basla II.....	9
4	Razvoj modelov.....	11
4.1	Nestrukturni modeli.....	11
4.1.1	Altmanov model .....	11
4.2	Strukturni modeli.....	13
5	Statistične osnove ocenjevanja kvantitativne komponente verjetnosti neplačila .....	15
5.1	Linearni verjetnostni model.....	15
5.2	Linearna diskriminantna funkcija.....	15
5.3	Logit model .....	17
5.3.1	Metoda največjega verjetja.....	19
5.3.2	Test logaritem kvocienta verjetij .....	21
5.3.3	Wald Test.....	21
5.3.4	Hosmer in Lemeshow test .....	22
5.4	Probit .....	22
5.5	Razlika med diskriminantno analizo, logistično in probit regresijo.....	24
6	Statistične osnove ocenjevanja razločevalne moči modelov.....	24
6.1	Maksimalna distanca .....	25
6.2	ROC krivulja .....	26
7	Model za določanje verjetnosti stečaja.....	28
7.1	Podatki.....	28
7.2	Kazalniki.....	29
7.3	Univariatna analiza.....	30
7.4	Multivariatna analiza .....	31
7.5	Vrednotenje modela.....	32
7.6	Kalibracija modela.....	33
7.7	Oblikovanje bonitetnih razredov .....	34
7.8	Omejitve uporabe in morebitne nevarnosti .....	35
8	Sklep.....	36
	Literatura .....	37
	Viri.....	38

# Slovarček

## Angleški izraz

accuracy ratio  
area under curve  
backtesting  
Bank for International Settlements  
Basel Committee on Banking Supervision  
discriminant analysis estimator  
expected loss  
exposure at default  
external credit assessment institution  
internal rating based approach  
loss given default  
loglikelihood ratio  
maturity  
multiple discriminant analysis  
maximum likelihood estimation  
ordinary least squares  
probability of default  
recovery rate  
risk-weighted assets  
small and medium sized enterprises  
step-wise  
unexpected loss

## Slovenski prevod

koeficient natančnosti  
površina pod krivuljo  
povratno testiranje  
Banka za mednarodne primerjave  
Baselski odbor za nadzor bank  
cenilka diskriminantne analize  
pričakovana izguba  
izpostavljenost ob neplačilu  
zunanja kreditna institucija  
pristop z notranjim razvrščanjem  
izguba ob neplačilu  
logaritem kvocienta verjetij  
zapadlost  
multipla diskriminantna analiza  
metoda največjega verjetja  
metoda najmanjših kvadratov  
verjetnost neplačila  
stopnja povračila  
tveganju prilagojena sredstva  
majhna in srednje velika podjetja  
koračen  
nepričakovana izguba

## Kratice

AR	accuracy ratio
AUC	area under curve
BIS	Bank for International Settlements
CAP	cumulative accuracy profile
DAE	discriminant analysis estimator
EAD	exposure at default
ECAI	external credit assessment institution
IRB	internal rating based
LGD	loss given default
LR	loglikelihood ratio
LRT	likelihood ratio test
M	maturity
MDA	multiple discriminant analysis
MLE	maximum likelihood estimation, maximum likelihood estimator
OLS	ordinary least squares
PD	probability of default
ROC	receiver operating characteristic
RR	recovery rate
RWA	risk-weighted assets
SME	small and medium sized enterprises





# 1 Uvod

Ljudje so že v zelo zgodnji zgodovini posojali denar. Obstajajo zapisi, da so že Sumerci leta 3000 pred Kristusom posojali denar z obrestnimi merami med 15 % in 33 % (Moody's RiskCalc, 2000, str. 10). V primeru posojila nastane med posojilojemalcem in upnikom pogodbeno razmerje, v katerem se posojilojemalec zaveže, da bo upniku v dogovorjenem času plačal vse obveznosti iz naslova glavnice in obresti. Ker prihodnost ni gotova, obstaja tveganje, da posojilojemalec ne bo nikoli v celoti poplačal upnika. Temu tveganju pravimo kreditno tveganje, ki ga največkrat v celoti nosi upnik.

Banke so finančne institucije, katerih pomembna dejavnost je posojanje denarja. Kreditno tveganje zato bankam pomeni pretežen del tveganj, katerim so izpostavljene pri svojem delu. Za uspešno poslovanje morajo učinkovito obvladovati in upravljati s kreditnim tveganjem, sicer jim lahko grozi bankrot. V diplomskem delu želim predstaviti sodobno obvladovanje kreditnega tveganja v bankah.

Ker igrajo banke pomembno družbeno vlogo in propad posamezne banke povzroči velike negativne eksternalije na finančni sistem in s tem na celotno gospodarstvo, je tudi v interesu države, da banke učinkovito upravljajo z vsemi vrstami tveganj. V delu želim predstaviti v svetu prevladujoč okvir za usmeritev državam, kako regulirati bančni sistem. Poznamo ga pod imenom Basel II in je v veljavi v večini razvitega sveta.

Podrobneje bom predstavil za banke najpomembnejšo izmed komponent kreditnega tveganja, in sicer verjetnost stečaja upnika, ki ima terjatve do banke. V diplomskem delu želim pokazati teoretične možnosti, ki jih imajo banke pri statističnem modeliranju za ocenjevanje te komponente ter kratek pregled zgodovine ocenjevanja verjetnosti stečaja.

Po eni izmed možnih metodologij sem izpeljal lasten model za ocenjevanje verjetnosti stečaja, ki ga v delu tudi podrobno predstavljam. Omenjen model temelji na logistični regresiji, ki je v nadaljevanju tudi razložena.

Najpomembnejša determinanta poslovanja bank pod Baslom II, ki temelji na ocenah komponent kreditnega tveganja, je kapitalska zahteva za kreditno tveganje, ki jo morajo banke izpolnjevati. Kapital za banko pomeni zadnje sredstvo za izplačilo upnikom pred bankrotom. Pokazati želim, kakšne posledice na višino kapitalske zahteve za kreditno tveganje ima uvedba Basla II v prakso.

## 2 Basel II

Baselski odbor za nadzor bank (Basel Committee on Banking Supervision) pri Banki za mednarodne poravnave (Bank for International Settlements – BIS) je junija 2004 sprejel kapitalski sporazum, znan pod imenom Basel II z uradnim poimenovanjem *International*

*Convergence of Capital Measurement and Capital Standards*. Ta dokument nadomešča star sporazum iz leta 1988, ki ga danes poznamo pod imenom Basel I. Namen Basla II je poenotenje zakonodaj za kapitalsko ustreznost mednarodno aktivnih bank. Podprlo ga je vseh deset držav članic skupine G-10.

Implementacija vsebine dokumenta v zakonodajo držav članic se bo zaključila do konca leta 2007. Po mnenju odbora se povečuje stabilnost mednarodnega finančnega sistema, ne da bi se obenem ustvarjale dodatne konkurenčne prednosti posameznih akterjev na trgu. Z uvajanjem dokumenta v prakso se tudi izboljšuje upravljanje s tveganji v bankah.

Basel II je sestavljen iz treh stebrov:

- minimalne kapitalne zahteve,
- regulativni nadzor,
- tržna disciplina.

Diplomsko delo se osredotoča na prvi steber omenjenega dokumenta. Nov sporazum vsebuje ključne elemente prejšnjega sporazuma o kapitalski ustreznosti iz leta 1988, med drugim tudi splošno zahtevo najmanj 8 % kapitala za tveganju prilagojena sredstva (risk-weighted assets – RWA). Gre za minimalno zahtevo, ki jo postavlja Basel II, države pa lahko določijo tudi višjo in dodajo dodatne zahteve, v primeru, če je bančni trg v državi bolj tvegan.

Največji poudarek v novem sporazumu je namenjen ocenjevanju tveganj znotraj banke, kot osnova za izračun kapitalne ustreznosti. Sporazum postavlja minimalne standarde za zagotavljanje ustreznosti omenjenih postopkov, kar naj bi preverjali nadzorni organi v posameznih državah, na primer centralne banke.

Basel II omogoča bankam vrsto možnosti za določanje kapitalne zahteve. Banke same pa imajo možnost, da izberejo tisto, ki jim najbolj ustreza (*International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards*, 2004, str. 1-6).

## **2.1 Minimalne kapitalne zahteve**

Minimalne kapitalne zahteve tvori več komponent, in sicer kapitalne zahteve za tržno tveganje, kapitalne zahteve za operativno tveganje in kapitalne zahteve za kreditno tveganje. Minimalne kapitalne zahteve se izračunajo z vsoto posameznih komponent. Obstaja natančna definicija kapitala, ki ga nadzorniki bankam priznajo kot regulativni kapital, in sicer se deli na temeljni (Tier I) in dodatni (Tier II) kapital. Temeljni kapital je sestavljen iz nominalnega delniškega kapitala (Share Capital) in vidnih rezerv (Disclosed Reserves), ki se oblikujejo iz nerazporejenega, zadržanega dobička in iz presežka vplačanega kapitala. Dodatni kapital sestavljajo poleg ostalega tudi skrite rezerve, revalorizacijske rezerve in splošne rezervacije. Kapitalni količnik je razmerje med

regulatornim kapitalom in RWA. Zahteva Basla II je, da ima banka kapitalski količnik večji od 8 %. Dodatna zahteva je, da dodatni kapital ne sme presežati 100 % temeljnega kapitala. Da lahko banka določi kapitalsko zahtevo za kreditno tveganje, torej potrebuje izračun RWA (Saunders, 2003, str. 524).

Banke imajo na voljo dva možna pristopa za izračunavanje kapitalskih zahtev za kreditno tveganje, in sicer standardiziran pristop in pristop na podlagi notranjega razvrščanja (Internal Rating Based Approach – IRB).

## 2.2 Standardiziran pristop

Za izračun RWA v okviru standardiziranega pristopa banka uporabi zunanje bonitetne ocene, ki jih pridobi od zunanje bonitetne institucije, ki jo mora regulator priznati. Regulator določi tveganjem prilagojene uteži posameznim vrstam terjatev, ki jih morajo upoštevati pri izračunu RWA. V Tabeli 1 in v Tabeli 2 so prikazane uteži za posamezne vrste terjatev. Pri bankah je prikazan zgolj eden izmed dveh možnih pristopov. Nacionalni regulator sam določi, katerega bodo banke uporabljale.

Tabela 1: Tveganju prilagojene uteži za izpostavljenosti do držav in bank

kreditna ocena	AAA do	AA+	BBB+	BB+		
	AA-	do A-	do BBB-	do B-	pod B-	neocenjeno
države	0 %	20 %	50 %	100 %	150 %	100 %
dolgoročne terjatve pri bankah	20 %	50 %	50 %	100 %	150 %	50 %
kratkoročne terjatve pri bankah	20 %	20 %	20 %	50 %	150 %	20 %

Vir: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, 2004, str. 15 in 18.

Tabela 2: Tveganju prilagojene uteži za izpostavljenosti do podjetij

kreditna ocena	AAA do		BBB+ do		neocenjeno
	AA-	A+ do A-	BB-	pod BB-	
podjetje	20 %	50 %	100 %	150 %	100 %

Vir: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, 2004, str. 19.

Poleg navedenih izpostav Basel II klasificira tudi terjatve iz naslova bančništva na drobno, ki imajo tveganju prilagojeno utež 75 %. Da se določena izpostavljenost šteje v to skupino, morajo biti izpolnjeni naslednji pogoji (International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, 2004, str. 19):

- izpostavljenost do oseb ali do majhnega podjetja,

- dovolj velika razpršenost portfelja iz naslova bančništva na drobno,
- nizka vrednost absolutnega zneska posamezne izpostavljenosti,
- samo določeni bančni produkti se lahko klasificirajo za izpostavljenosti iz naslova bančništva na drobno.

### **2.2.1 Zunanje bonitetne ocene**

Basel II navaja naslednje zahteve, ki jih mora zunanja bonitetna institucija (external credit assessment institution - ECAI) izpolnjevati, da nacionalni regulator bankam dovoli uporabo ECAI ocen pri izračunu RWA (International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, 2004, str. 23-26):

- **Objektivnost.**  
Metoda ocenjevanja mora biti sistematična in mora temeljiti na zgodovinskih izkušnjah. Ocene se morajo nenehno prilagajati finančnim spremembam ocenjevanega objekta. Ocenjevanje mora vključevati tudi povratno testiranje (back testing).
- **Neodvisnost.**  
ECAI mora biti neodvisna od političnih in ekonomskih pritiskov.
- **Transparentnost (mednarodna dostopnost)**  
Posamezne ocene morajo biti dostopne zainteresiranim institucijam pod enakimi pogoji, ne glede na to, ali gre za domače ali tuje institucije.
- **Razkritje.**  
ECAI mora razkriti metodologijo ocenjevanja, definicijo neplačila in vse druge relevantne informacije.
- **Sredstva.**  
ECAI mora imeti na voljo dovolj sredstev za izvedbo kvalitetnih bonitetnih ocen, ki morajo temeljiti na kombinaciji kvantitativnih in kvalitativnih dejavnikov.
- **Kredibilnost.**

Banke morajo uporabljati ocene izbranega ECAI konsistentno in vedno, kadar so te na voljo. V primeru, da banka razpolaga z ocenami več ECAI, obstajajo natančna pravila, po katerih se določijo relevantne ocene in posledično uteži za izračun RWA.

### **2.3 IRB pristop**

Banke lahko pri izračunu kapitalskih zahtev za kreditno tveganje namesto standardiziranega pristopa uporabijo tudi IRB pristop, pri čemer podjetja uporabljajo svoje lastne ocene za komponente kreditnega tveganja. Te komponente so (Jovan, B.I.):

- verjetnost neplačila (Probability of default – PD),
- izguba ob neplačilu (Loss given default – LGD),
- izpostavljenost ob neplačilu (Exposure at default – EAD),

- zapadlost (Effective maturity – M).

PD in LGD se merijo v odstotkih, EAD pa v valuti, na primer v EUR.

Banka mora razvrstiti izpostavljenosti v različne terjatvene razrede z različnimi karakteristikami tveganj, na primer države, banke, podjetja, iz naslova bančništva na drobno ... Za večino terjatvenih razredov obstajata dva IRB pristopa: osnovni in napredni. Pri osnovnem pristopu banke uporabijo svojo oceno PD, ostale komponente kreditnega tveganja pa predpiše regulator. Pri naprednem pristopu pa banke uporabijo svoje ocene vseh zgoraj naštetih komponent tveganja.

Banke, ki regulatorju dokažejo, da so sposobne pravilno napovedovati PD, lahko uporabljajo osnovni IRB pristop. Tistim, ki uspe dokazati, da znajo učinkovito napovedovati tudi ostale komponente kreditnega tveganja, regulator dovoli uporabo naprednega IRB pristopa. Ko banka uvede IRB pristop, ga mora uvesti za vse terjatvene razrede, vendar pa lahko to stori postopoma. Regulator banki ne sme dovoliti, da uvede različne pristope za različne terjatvene razrede zgolj z namenom čim nižje kapitalske zahteve (Internal risk rating systems for banks, 2002).

Basel II od bank zahteva, da ocenjene komponente kreditnega tveganja uporabljajo tudi za drugo interno uporabo, posebej na naslednjih področjih: strategija in planiranje, upravljanje izpostavljenosti ter poročanje. Če bi banke komponente kreditnega tveganja uporabljene zgolj za izračunavanje kapitalske zahteve, bi imele spodbudo, da jih prilagajajo tako, da je izračun zahteve čim nižji. Uporaba komponent tudi za odločanje in ostala področja banke prisili, da so uporabljeni podatki točni in posodobljeni ter postopki dovolj robustni, da producirajo kvalitetne ocene komponent. Ključen namen preverjanja uporabe komponent kreditnega tveganja v bankah s strani nadzornikov je torej stalni pritisk znotraj banke za kvalitetne ocene (The IRB Use Test, 2006, str. 2-3).

### **2.3.1 Osnovni IRB pristop**

Sistem ocenjevanja mora biti ustrezno in obširno dokumentiran, kar mora predstavljati dovolj trden okvir. Poleg tega mora dopuščati dovolj manevrskega prostora za kombiniranje kvantitativnih in kvalitativnih dejavnikov kreditnega tveganja. Banke lahko za posamezne terjatvene razrede ocenijo hibridne modele, sestavljene iz statističnega in ekspertnega modela. Ekspertni model temelji na znanju eksperta in ne na zgodovinskih statističnih podatkih. Praviloma ima ekspert na voljo dodatne informacije, ki ne morejo biti vključene v bazo podatkov za statistični model. Popolna odvisnost bank od statističnega modela ni potrebna. Ekspertni model lahko celo prevlada nad statističnim. Banke morajo imeti jasno napisana pravila, kako in do katere mere se kvalitativni dejavniki vključijo v model (Medema, Koning, Lensing, 2007, str. 6; Internal risk rating systems for banks, 2002).

Pri izračunavanju PD se po Baslu kot neplačilo upošteva široka definicija, in sicer pride do neplačila, če se zgodi najmanj eden izmed naslednjih dogodkov (International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, 2004, str. 100):

- banka meni, da obstaja majhna verjetnost, da bo dolžnik poravnal svoje obveznosti,
- dolžnik zaostaja s plačilom obveznosti do bančne skupine več kot 90 dni.

Banke lahko razvijejo različne modele ocenjevanja PD za posamezne terjatvene razrede. Dolžnike morajo na podlagi ocen PD razvrščati v najmanj sedem bonitetnih razredov plačnikov in en bonitetni razred neplačnikov. Vsakemu bonitetnemu razredu je v vseh terjatvenih razredih potrebno določiti verjetnost neplačila (Medema, Koning, Lensing, 2007, str. 4, 7).

Da banke prepričajo nadzorno institucijo, da se njihov model za ocenjevanje PD odreže dovolj dobro, potrebujejo trdno in splošno sprejeto metodo validiranja. Validacija ni zgolj statistična metoda, ampak je tudi kvalitativna ocena. Preverjati je potrebno natančnost in konsistentnost ocenjevalnega sistema, procesov in ocen relevantnih komponent tveganja (Medema, Koning, Lensing, 2007, str. 2, 8).

Validiranje pomeni, v kakšnem obsegu model dosega minimalne Baselske predpise. Validiranje delimo na tri področja (Medema, Koning, Lensing, 2007, str. 9):

- teoretično validiranje,
- podatkovno validiranje,
- statistično validiranje.

Teoretično validiranje zahteva oceno teorij in predpostavk, ki stojijo za modelom. Basel II zahteva natančen opis vseh predpostavk, ki so bile sprejete ob izdelavi modela.

Banke imajo na voljo interne in eksterne podatke. V primeru, da se pri razvijanju modela odločijo za uporabo eksternih podatkov, morajo regulatorju dokazati, da so ti podatki reprezentativni za njihov portfelj (Medema, Koning, Lensing, 2007, str. 9).

Pri gradnji modela za PD je potrebno uporabiti podatke za najmanj pet let. V primeru, da ima banka na voljo podatke za daljše časovno obdobje, je banka zavezana uporabiti daljše obdobje. Ob uvajanju Basla II v prakso banke ne bodo imele na voljo podatkov za dovolj dolgo obdobje. Kot rešitev problema bo banka podatke zbirala sproti, da bo čez nekaj let lahko uporabila dovolj dolgo časovno vrsto. Nepopolnost podatkov je lahko tudi posledica slabih ali nepopolnih bilanc podjetij. Posameznim podjetjem je zaradi pomanjkljivosti v bilancah nemogoče izračunati vse potrebne finančne koeficiente (Medema, Koning, Lensing, 2007, str. 10; International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, 2004, str. 95).

Pri statističnem validiranju gre za testiranje razločevanja, kalibracije, ponovljivosti raziskave, stabilnosti parametrov in izbire funkcijske oblike. Razločevanje pomeni sposobnost modela pravilno ločevati podjetja na dobra in slaba. Model je kalibriran, kadar je sposoben dati nepristranske ocene PD. Ponovljivost raziskave pa pomeni, da na istih podatkih in istih pogojih ob ponovnem modeliranju dobimo enak model. Da lahko to dosežemo, potrebujemo natančno dokumentacijo o razvoju modela in bazo podatkov iz prvega modeliranja. V primeru, da dobimo drugačen rezultat, je napaka v prvem ali v drugem postopku razvoja modela (Medema, Koning, Lensing, 2007, str. 12-13).

Ko imamo podatke o PD dolžnikov, lahko na podlagi predpisov regulatorja o ostalih komponentah kreditnega tveganja izračunamo pričakovano izgubo (Schuermann, 2004, str. 3; Bluhm, 2003, str. 11):

$$EL = PD \cdot LGD \cdot EAD$$

ali kot delež izpostavljenosti ob neplačilu

$$EL\% = PD \cdot LGD$$

### 2.3.2 Napredni IRB pristop

#### Izguba ob neplačilu – LGD

Fleksibilnost pri določanju izgube ob neplačilu bo ena izmed glavnih prednosti za banke, ki bodo uvedle napredni IRB pristop in bo zato tudi ena izmed glavnih motivacij za uvedbo naprednega IRB pristopa (Schuermann, 2004, str. 3).

LGD je definiran kot delež izgube v EAD. Ko pride do neplačila, LGD vsebuje tri tipe izgub (Schuermann, 2004, str. 6):

- izgubo glavnice,
- stroški ob neizvedbi posojila (obresti),
- stroški terjanja (na primer sodni).

Stopnja povračila (recovery rate – RR) kot odstotek EAD je navadno relativno visok, okoli 75 %, ali pa nizek, okoli 25 %. Velja, da je  $LGD = 1 - RR$ . Posledično je porazdelitev LGD bimodalna, zato je govoriti o povprečnem LGD lahko zavajajoče (Schuermann, 2004, str. 4; Bluhm, 2003, str. 22).

Modeli za določanje LGD temeljijo na historičnih podatkih banke. Primerni za vključitev v model so kazalniki, kot so struktura kapitala podjetja, prisotnost in kvaliteta zavarovanja, panoga, v katerem deluje kreditojemalec, in položaj ekonomije v poslovnem ciklu (Schuermann, 2004, str. 23-24).

### **Izpostavljenost ob neplačilu – EAD**

EAD je količina, ki pove izpostavljenost, ki jo ima banka do kreditojemalca ob neplačilu. V okviru naprednega pristopa banka sama oceni EAD za vsako svojo izpostavljenost. EAD sestavljata dva dela:

- trenutno neplačane obveznosti,
- ocena prihodnjih neplačanih obveznosti.

Ker je neznana spremenljivka zgolj ocena prihodnjih neplačanih obveznosti, ocenjevanje EAD temelji pretežno na tej oceni. Velja prepričanje, da na oceno prihodnjih neplačanih obveznosti vpliva predvsem tip posojila in tip posojilojemalca (Aas, 2005, str. 13).

### **Zapadlost – M**

Kreditni portfelj banke sestavljajo izpostavljenosti z različnimi zapadlostmi. Velja, da so dolgoročna posojila za banko bolj tvegana od kratkoročnih, poleg tega zapadlost bolj vpliva na izpostavljenosti dolžnikov, ki imajo nižjo ocenjeno vrednost PD. Basel II predvideva, da se izvede prilagoditev zapadlosti po spodnjih enačbah

$$m = \frac{1 + (M - 2.5) \cdot b(PD)}{1 - 1.5 \cdot b(PD)}$$

$$b(PD) = (0.11852 - 0.05478 \cdot \ln(PD))^2$$

kjer M pomeni zapadlost. Po Baslu II je M za vse terjatvene razrede enak 2.5. Prilagoditev izpostavljenosti se izvede zgolj pri izpostavljenosti do podjetij (Aas, 2005, str. 10).

### **Korelacija sredstev**

Korelacija sredstev se za razliko od ostalih parametrov ne ocenjuje v bankah, pač pa izračun predpisuje Basel II. Izračuni temeljijo na dveh empiričnih ugotovitvah:

- korelacija sredstev se niža z večanjem PD,
- korelacija sredstev se veča z večanjem velikosti podjetja.

Na podlagi teh ugotovitev Basel II predpisuje izračun korelacij za vsak terjatveni razred po drugačni formuli (Aas, 2005, str. 12).

### **2.3.3 Izračun kapitalne zahteve in tveganju prilagojenih sredstev**

Ko banka oceni vse komponente kreditnega tveganja in izračuna potrebne spremenljivke, lahko izračuna kapitalno zahtevo in tveganju prilagojenih sredstev (RWA). Basel II predpisuje enačbo za izračun kapitalne zahteve, ki temelji na razliki porazdelitve izgub in pričakovanih izgub. Pričakovane izgube pa banka pokriva iz drugih virov, kot so na primer odpisi terjatev. Kapitalne zahteve so zato namenjene zgolj pokrivanju nepričakovanih izgub. Banka o nepričakovanih izgubah ve le, da se občasno zgodijo, ne more pa vedeti,



kdaj in kako hude bodo te izgube. Kapitalske zahteve in RWA za posamezno terjatev se izračunajo

$$K = LGD \cdot m \cdot \left[ \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PD) + \sqrt{R} \Phi^{-1}(\alpha)}{\sqrt{1-R}} \right) - PD \right]$$

$$RWA = K \cdot 12.5 \cdot EAD$$

kjer  $\Phi$  pomeni kumulativno porazdelitveno funkcijo standardizirane normalne porazdelitve in  $R$  korelacijo sredstev.

Basel II predpisuje stopnjo zaupanja  $\alpha$  pri 99.9 %. To pomeni, da bo banka v povprečju enkrat na tisoč let utrpela izgube višje od njenega ekonomskega kapitala (Aas, 2005, str. 10; International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, 2004, str. 60).

Po Baslu II so kapitalske zahteve odvisne zgolj od lastnosti posamezne izpostavljenosti in od dolžnika, ne pa tudi od portfelja banke. Zato lahko celotne kapitalske zahteve banke iz naslova kreditnega tveganja izračunamo z vsoto kapitalskih zahtev vsake posamezne izpostavljenosti (Aas, 2005, str. 8).

### 3 Učinki Basla II

Ob uvajanju novega kapitalskega sporazuma v prakso se pogosto postavlja vprašanje, kakšni bodo njegovi učinki na višino kapitalskih zahtev. Zakaj so torej kapitalske zahteve tako pomembne?

Kapital ima mnogo oblik. Najpogosteje pomeni finančni vložek lastnika v podjetju. Nanj lahko gledamo tudi kot sredstvo, ki ščiti upnike, pa tudi lastnike prednostnih delnic. V bankah je kapital sredstvo zavarovanja za tiste, ki imajo depozite. Doseganje minimalnih kapitalskih zahtev bankam povzroča stroške, saj je omejujoč faktor pri sprejemanju odločitev o optimalni strukturi kapitala. Banke bodo zato motivirane, da izberejo pristop, ki bo za njih pomenil čim nižje kapitalske zahteve, če jim to seveda ne bo prineslo preveč dodatnih stroškov (Beaver, Parker, 1995, str. 257, 271).

Kapital bankam predstavlja zgolj majhen delež finančnih sredstev, vendar ima kljub temu ključno vlogo pri dolgoročnem financiranju in solventnosti bank. V primeru krize nižji delež kapitala pomeni manjšo verjetnost, da bo banka poplačala svoje dolgove. To je razlog, da obstaja regulativa za kapitalsko ustreznost bank, saj ima stečaj banke negativne eksternalije na celoten finančni sistem. Po drugi strani pa lahko zakonsko predpisane

prevelike kapitalske zahteve vodijo v znižanje ponudbe posojil, in posledično znižanje produktivnih investicij v gospodarstvu (Barrios, Blanco, 2000, str. 3).

Učinke za kapitalsko zahtevo pri bankah, ki bodo uvedle standardiziran pristop, je bistveno lažje oceniti kot pri bankah, ki se bodo odločile za IRB pristop. Pri slednjih je to nemogoče, ker bodo zahteve odvisne od specifičnih modelov, ki jih bodo banke razvile interno in od lastnosti njihovih portfeljev (Altman, Sabato, 2005, str. 17).

Majhna in srednje velika podjetja (small and medium sized enterprises – SME) imajo v gospodarstvu ključno vlogo, saj v razvitem svetu zaposlujejo okrog tri četrtine vseh zaposlenih in proizvajajo več kot tretjino bruto domačega proizvoda. V OECD državah ta podjetja številsko predstavljajo 97 % vseh podjetij. Pričakuje se, da bo implementacija novega kapitalskega sporazuma v Evropi in v ZDA imela pozitivne učinke na zmanjšanje kapitalskih zahtev v SME segmentu (Altman, Sabato, 2005, str. 15, 17).

Banke v segmentu SME pri standardiziranem pristopu ne bodo deležne zmanjšanja kapitalskih zahtev, če se bodo izpostavljenosti do SME smatrala za izpostavljenost do podjetij, saj bo v tem primeru kapitalska zahteva ostala nespremenjena, 8 %. V primeru, da se bodo te izpostavljenosti smatrale za izpostavljenosti iz naslova bančništva na drobno, se utež tveganja s 100 % zniža na 75 % in je kapitalska zahteva za take izpostavljenosti efektivno zgolj 6 % (Altman, Sabato, 2005, str. 17).

Študija Evropske komisije ugotavlja, da v večini evropskih držav kapitalski sporazum ne bo imel negativnih posledic na financiranje SME. Skrb, da se bo zaradi uvedbe notranjega razvrščanja v bankah financiranje SME podražilo, je neupravičena. Pričakuje se, da se bo financiranje celo pocenilo, še posebej, če se bo uporabljal IRB pristop (Altman, Sabato, 2005, str. 19).

Altman v študiji zaključuje, da bo banka deležna višjih kapitalskih zahtev kot pod Baslom I, če bo uporabljala napredni IRB pristop in obenem izpostavljenost do SME smatrala kot izpostavljenost do podjetij. Banke bodo namreč nagnjene k obravnavanju tudi majhnih izpostav SME kot izpostavljenosti do podjetij, saj Basel II za obravnavo teh izpostav kot izpostave iz naslova bančništva na drobno uvaja dodatne organizacijske in tehnološke zahteve (Altman, Sabato, 2005, str. 33).

Avtor ocenjuje, da se mora kot izpostavljenost iz naslova bančništva na drobno smatrati minimalno 20 % izpostavljenosti do SME, da se ohrani enake kapitalske zahteve kot pri Baslu I (8 %) in najmanj 40 % izpostavljenosti do SME, da bo imela nižje kapitalske zahteve v naprednem IRB pristopu kot v standardiziranem (Altman, Sabato, 2005, str. 33).

Uvedba Basla II v prakso za banke pomeni izvedbo dragih in pomembnih investicij za izboljšavo upravljanja s tveganji. To je ena redkih priložnosti, da preučijo merjenje in

upravljanje vseh vrst tveganj, s katerimi se srečujejo. Za banke Basel II ne sme biti zgolj regulativa za določanje kapitalske zahteve, pač pa mora biti tudi osnova za uvedbo prakse ocenjevanja in upravljanja s tveganji in posledično dvig vrednosti poslovanja bank (The Ripple Effect, 2005).

## **4 Razvoj modelov**

Obstajajo trije glavni pristopi na področju modeliranja kreditnih tveganj. Strukturni modeli temeljijo na ekonomski teoriji, medtem ko pri nestrukturnih najprej iščemo statistično povezanost in nato izpeljemo teorijo. Omejitvene predpostavke o distribuciji pri parametričnih nestrukturnih modelih so botrovale k razvoju alternativnih neparametričnih metod, kot so klasifikacijska drevesa, nevronske mreže, fuzzy algoritmi ... Obstajajo študije, ki ugotavljajo, da neparametrični modeli ne dajejo boljših rezultatov kot klasični. (Fernandes, 2005, str. 1-2; RiskCalc For Private Companies, 2000, str. 12).

### **4.1 Nestrukturni modeli**

Že v 19. stoletju so posojilodajalci proučevali finančne kazalnike in ocenjevali kreditno tveganje, ki so mu bili izpostavljeni, sodobno statistično modeliranje pa se je začelo v šestdesetih letih prejšnjega stoletja, ko je Beaver leta 1966 predstavil univariatno diskriminantno analizo (RiskCalc For Private Companies, 2000, str. 10).

Altman je leta 1968 diskriminantno analizo razširil v multivariatno, saj se je zdelo očitno, da posamezni kazalniki, ki imajo pojasnjevalno moč in obenem niso popolnoma korelirani, dajejo skupaj boljši rezultat kot vsak posamezen. Kljub temu, da je model predpostavljala normalno distribucijo finančnih kazalnikov, kar je bila pogosto kršena predpostavka, je v akademskih krogih do leta 1980 Altmanova diskriminantna analiza prevladovala kot standard za primerjavo. V osemdesetih letih jo je nadomestila logistična regresija, ki pa je predpostavljala logistično distribucijo verjetnosti neplačil. Čeprav imajo omenjeni modeli več pomanjkljivosti, ostajajo najučinkovitejši in najširše uporabljeni modeli za ocenjevanje PD (Fernandes, 2005, str. 2; Brezigar Masten, Masten, 2007, str. 2; RiskCalc For Private Companies, 2000, str. 15).

#### **4.1.1 Altmanov model**

Leta 1968 je Altman za napovedovanje stečajev uporabil multiplo diskriminantno analizo (MDA). Čeprav diskriminantna analiza v tem času še ni bila popularna regresijska metoda, so jo že uporabili v mnogih disciplinah, prvič leta 1930 v biologiji. MDA je statistična metoda, ki se uporablja za klasificiranje, kadar je odvisna spremenljivka v kvalitativni ali diskretni obliki.

V prvem koraku se oblikujejo skupine, kjer so enote razvrščene glede na odvisno spremenljivko. V prvem Altmanovem modelu so skupino slabih podjetij sestavljala vsa podjetja, ki so bankrotirala med leti 1946 in 1965. Avtor meni, da dvajsetletno obdobje ni najboljša izbira, saj se povprečne vrednosti kazalnikov spreminjajo skozi čas. Bolje bi bilo, če bi za napovedovanje bankrota proučil kazalnike samo v enem letu in nato naredil napoved za eno leto kasneje, vendar za to takrat ni bilo na voljo dovolj podatkov. Iz istega obdobja je uporabil tudi podatke za dobra podjetja (Altman, Hotchkiss, 2006, str. 239-241).

Ko je opravil prva dva koraka, je bilo potrebno zbrati bilančne podatke in izračunati finančne kazalnike. Za ocenjevanje je bilo določenih 22 kazalnikov, od katerih je bilo v končni model vključenih 5 najboljših. Originalna diskriminantna funkcija je imela naslednjo obliko

$$Z = 1.2X_1 + 1.4X_2 + 3.3X_3 + 0.6X_4 + 1.0X_5$$

pri čemer so oznake naslednje

$X_1$  = kapital/celotna sredstva

$X_2$  = zadržani dobiček/celotna sredstva

$X_3$  = dobiček pred obrestmi in davki/celotna sredstva

$X_4$  = tržna vrednost kapitala/knjižna vrednost celotnih obveznosti

$X_5$  = prihodki od prodaje/celotna sredstva

Ocenjena enačba ne vsebuje konstante, saj programski algoritem, s katerim je bila funkcija ocenjena, tega ni omogočal. Posledica je, da točka razdelitve na skupini ni 0. Danes obstajajo programski paketi, ki dodajo konstanto in je zato v primeru enakoštevilnih skupin ta točka lahko nič (Altman, Hotchkiss, 2006, str. 241).

Ko je diskriminantna funkcija ocenjena, se lahko vsem enotam v vzorcu določi vrednost funkcije in na podlagi tega lahko vsako enoto razvrstimo v eno izmed definiranih skupin (Altman, Hotchkiss, 2006, str. 243).

Model je bil skoraj štiri desetletja od njegovega nastanka deležen konstantnega preverjanja. Natančnost tipa 1 je ostala zadovoljiva, medtem ko so  $\beta$  napake precej porasle. Razlog za rast napak tipa 2 je v tem, da so podjetja v ZDA bolj tvegana, kot so bila v preteklosti. Za  $\alpha$  napake ali napake tipa 1 gre takrat, ko bankrotirano podjetje razvrstimo v skupino dobrih,  $\beta$  napake ali napake tipa 2 pa se zgodijo, kadar dobro podjetje razvrstimo v skupino slabih. Model namreč razvršča več podjetij v skupino neplačnikov zaradi znižanja dveh, vključenih kazalcev: zadržani dobiček/celotna sredstva in pa tržna vrednost kapitala/knjižna vrednost celotnih obveznosti (Altman, Hotchkiss, 2006, str. 244-245).

Dodatna slabost prvega Altmanovega modela je tudi to, da je primeren zgolj za javne delniške družbe, ni pa primeren za manjša podjetja. Za njih podatka o tržni vrednosti kapitala ni na voljo. Da bi lahko model uporabljal tudi za ta podjetja, je bilo potrebno nadomestiti kazalec  $X_4$  in zanj namesto tržne vrednosti kapitala uporabiti računovodsko vrednost. Model je ponovno ocenil, saj zgolj nadomeščanje neustreznega kazalca z novim ni mogoče (Altman, Hotchkiss, 2006, str. 245).

Nova enačba ima naslednjo obliko

$$Z = 0.717X_1 + 0.847X_2 + 3.107X_3 + 0.420X_4 + 0.998X_5$$

pri čemer so oznake naslednje

$X_1$  = (kratkoročna sredstva-kratkoročne obveznosti)/celotna sredstva

$X_2$  = zadržani dobiček/celotna sredstva

$X_3$  = dobiček pred obrestmi in davki/celotna sredstva

$X_4$  = računovodska vrednost kapitala/celoten kapital

$X_5$  = prihodki od prodaje/celotna sredstva

Enačba popravljenega modela je nekoliko drugačna, vendar pa še vedno precej podobna prvi, kjer je uporabljena tržna vrednost kapitala (Altman, Hotchkiss, 2006, str. 246).

Prva dva modela sta bila narejena za proizvodna podjetja. Z namenom uporabnosti tudi zunaj omenjene panoge je Altman leta 1995 razvil nov, tretji model. Iz drugega modela je odstranil panožno specifičen kazalec  $X_5$ , ki označuje prihodke iz prodaje/celotna sredstva. Ostali kazalci so ostali enaki kot v drugem modelu (Altman, Hotchkiss, 2006, str. 247).

$$Z = 3.25 + 6.56X_1 + 3.26X_2 + 6.72X_3 + 1.05X_4$$

Model je namenjen ocenjevanju podjetij na razvijajočih trgih in daje boljše rezultate od prvega, vendar pa se modeli, ki so razviti zgolj za posamezno panogo v napovedovanju te panoge, praviloma bolje odrežejo (Altman, 2000).

## **4.2 Strukturni modeli**

Za javne delniške družbe se uporabljajo tudi strukturni modeli, ki temeljijo na Black & Scholes (1973) in Merton (1974) in cilj dosežejo preko določanja tržne vrednosti podjetja s pomočjo teorije opcij (Fernandes, 2005, str. 1; RiskCalc For Private Companies, 2000, str. 12).

V Mertonovem modelu pride do stečaja, ko vrednost sredstev pade pod določen nivo, na porazdelitev verjetnosti vrednosti sredstev pa vpliva pričakovana vrednost in standardni odklon. Število standardnih odklonov od prihodnje vrednosti sredstev do točke stečaja avtor imenuje razdaljo do stečaja (distance to default). Večja vrednost podjetja in nižja volatilitnost pomenita nižjo verjetnost stečaja podjetja.

Popularno različico tega modela je nato razvil KMV, ki je osnovni model nekoliko prilagodil. Ena izmed prilagoditev je tudi pretvorba razdalj do stečaja v njegove verjetnosti, saj originalen model ocenjuje bistveno prenizke verjetnosti. KMV pri tem koraku uporablja dejanske historične podatke, medtem ko originalen model uporablja tabele standardizirane normalne verjetnosti. Zaradi potrebnih prilagoditev lahko Mertonov model služi bolj kot zgled za modeliranje, ni pa neposredno uporaben pri ocenjevanju verjetnosti stečaja (RiskCalc For Private Companies, 2000, str. 17-18).

Leta 1971 je Wilcox razvil konkurenčen, vendar manj znan model. Model se od Mertonovega razlikuje predvsem v tem, da namesto vrednosti sredstev uporablja denarni tok. Vrednost kapitala podjetja predstavlja rezervo, ki jo denarni tok povečuje, kadar je pozitiven, in znižuje, kadar je negativen. Do stečaja pride, ko vrednost kapitala pade na 0.

V Wilcoxovem modelu se uporablja računovodska vrednost kapitala, denarni tok pa ima lahko pozitivno ali negativno vrednost. Razdaljo do stečaja v tem modelu definira vsota računovodskega kapitala in pričakovanih denarnih tokov deljeno z volatilnostjo teh tokov (RiskCalc For Private Companies, 2000, str. 18).

Skupno obema modeloma je to, da če tržna vrednost kapitala pade na 0 ali če je denarni tok konstantno negativen, to vodi do stečaja. Napoved stečaja v obeh modelih temelji na ciljni vrednosti določenega koeficienta, vendar pa ima uporaba Mertonovega modela določene prednosti. Obstajajo namreč obširnejši podatki volatilnosti sredstev, medtem ko je podatkov o volatilnosti denarnih tokov zelo malo.

Problem, ki se pojavlja pri Mertonovem modelu, pa je, da ni na voljo podatkov o tržni vrednosti kapitala za podjetja, ki niso javne delniške družbe. Obstajajo načini, s katerimi se na osnovi panoge podjetja, njegove velikosti in ostalih finančnih kazalnikov oceni tržno vrednost kapitala. V tem primeru Mertonov model zelo spominja na nestrukturane modele (RiskCalc For Private Companies, 2000, str. 18-19).

## 5 Statistične osnove ocenjevanja kvantitativne komponente verjetnosti neplačila

Dihotomna ali binarna odvisna spremenljivka lahko zavzame zgolj dve vrednosti, na primer 0 in 1. V splošnem taka spremenljivka dobi vrednost 1, če je proučevana lastnost prisotna, oziroma ko se nek dogodek zgodi, in 0 v nasprotnem primeru. V primeru ocenjevanja PD odvisna spremenljivka zavzame vrednost 1, kadar pride do neplačila, in 0, če do tega ne pride. Pri proučevanju verjetnosti neplačila na osnovi posameznih podatkov imamo na voljo več statističnih metod, in sicer (Maddala, 1983, str. 13):

- linearni verjetnostni model,
- linearna diskriminantna funkcija,
- logit model,
- probit model.

Poglejmo teoretične osnove omenjenih metod.

### 5.1 Linearni verjetnostni model

Linearni verjetnostni model označuje regresijski model, kjer je odvisna spremenljivka binarna, ki lahko zasede vrednost 0 ali 1. Model ima obliko

$$y_i = \beta'x_i + u_i \text{ z } E(u_i)=0$$

Verjetnost, da se bo dogodek zgodil, je enaka pričakovani vrednosti  $E(y_i|x_i)=\beta'x_i$ . Za posamezno enoto se pričakovana verjetnost izračuna z enačbo  $\hat{y}_i = \hat{\beta}'x_i$ . Eden od problemov tega modela je, da lahko tako izračunane pričakovane verjetnosti ležijo zunaj razumnega intervala (0,1) (Maddala, 1983, str. 15-16).

### 5.2 Linearna diskriminantna funkcija

Z linearno diskriminantno analizo skušamo najti linearno funkcijo, na primer  $\lambda'x$  s  $k$  pojasnjevalnimi spremenljivkami, ki nudi najboljšo diskriminacijo med skupinama z  $y = 1$  in  $y = 0$ .

Varianca med skupinama mora biti največja relativno glede na varianco znotraj skupine. Predpostavljajmo, da je  $n_1$  opazovanj pri  $y = 1$  in  $n_2$  opazovanj pri  $y = 0$ .

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_i x_{1i}}{n_1}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum_i x_{2i}}{n_2}$$

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

in

$$S = \frac{\sum_i (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{1i} - \bar{x}_1)' + \sum_i (x_{2i} - \bar{x}_2)(x_{2i} - \bar{x}_2)'}{n_1 + n_2 - 2}$$

Varianca med skupinami znaša  $\lambda'(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ , znotraj skupine pa  $\lambda'S\lambda$ , zato najdemo  $\lambda$  tako, da maksimiramo

$$\phi = \frac{\lambda'(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\lambda'S\lambda}$$

kar da

$$\hat{\lambda} = S^{-1}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$$

Povprečja diskriminantnih funkcij v dveh skupinah so

$$\bar{y}_1 = \hat{\lambda}'\bar{x}_1 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)'S^{-1}\bar{x}_1$$

$$\bar{y}_2 = \hat{\lambda}'\bar{x}_2 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)'S^{-1}\bar{x}_2$$

Vrednost  $y$  posamezne enote izračunamo

$$y_0 = \hat{\lambda}'x_0 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)'S^{-1}x_0$$

Enoto pripišemo prvi skupini, če je vrednost  $y_0$  bližja vrednosti  $\bar{y}_1$  kot vrednosti  $\bar{y}_2$ , in drugi skupini v obratnem primeru. Točka delitve na skupine je povprečje obeh povprečnih vrednosti posameznih skupin. Kvadrat razlike med povprečnima vrednostma se imenuje Mahalanobisova generalizirana razdalja in se označuje

$$D^2 = (\bar{y}_1 - \bar{y}_2)^2$$

$$D^2 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)'S^{-1}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$$

Pri testiranju ustreznosti specifikacije modela moramo sprejeti predpostavko, da se pojasnjevalne spremenljivke znotraj obeh skupin porazdeljujejo normalno in da imata skupini enako kovariančno matriko. Hotellingov T test, ki preverja hipotezo enakosti aritmetičnih sredin, ima obliko



$$F = \frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - k - 1)}{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 2)k} D^2$$

pri čemer  $k$  označuje število pojasnjevalnih spremenljivk.  $F$  statistika se porazdeljuje po  $F$  porazdelitvi s  $k$  in  $(n_1 + n_2 - k - 1)$  stopinjami prostosti. Pove nam, ali obstajajo značilne razlike med skupinami (Maddala, 1983, str. 16-18).

### 5.3 Logit model

Binarni logistični model ne ugotavlja vrednosti odvisne spremenljivke ampak upošteva, da gre za diskretno spremenljivko, ocenjuje, kakšna je verjetnost, da je rezultat eksperimenta uspeh ( $Y = 1$ ).

$$P_i = \Pr(Y_i = 1) = P(X_i, \theta)$$

$$Q_i = \Pr(Y_i = 0) = 1 - P(X_i, \theta) = Q(X_i, \theta)$$

$\Pr(A)$  je verjetnost dogodka  $A$

$P(\cdot)$  je verjetnostna funkcija z določenimi argumenti

$P$  je krajši zapis prejšnjih dveh zapisov

$Q(\cdot)$  in  $Q$  sta komplementa  $P(\cdot)$  in  $P$

$\theta$  je vektor parametrov, ki določa obnašanje in je bil dodan, da se zadosti celovitosti (Cramer, 2003, str. 11).

Upošteva, da je  $P$  verjetnost, je njena vrednost omejena z intervalom  $(0,1)$ . Če želimo, da se s spreminjanjem  $X$  verjetnost spreminja monotono in hkrati ne preseže omenjenega intervala, moramo najti sigmoidno krivuljo, ki se zravnava na obeh koncih in ostane znotraj meja.

Logistična funkcija je zgolj ena izmed možnih transformacij linearne funkcije, ki zadosti zgornjemu pogoju.

$$P(X) = \frac{\exp(\alpha + \beta X)}{1 + \exp(\alpha + \beta X)}$$

$$Q(X) = 1 - P(X) = \frac{1}{1 + \exp(\alpha + \beta X)}$$

S  $Pl$  označujem logistično verjetnostno funkcijo  $Pl(Z) = \frac{\exp Z}{1 + \exp Z}$ , iz česar sledi

$$P(X) = Pl(\alpha + \beta X)$$

V zgornjem primeru je argument  $Z$  linearna funkcija ene neodvisne spremenljivke, vendar pa lahko uporabimo tudi funkcijo z več neodvisnimi spremenljivkami.

Lastnosti so naslednje:

Iz definicije sledi  $1 - Pl(Z) = Pl(-Z)$ , iz česar izhaja

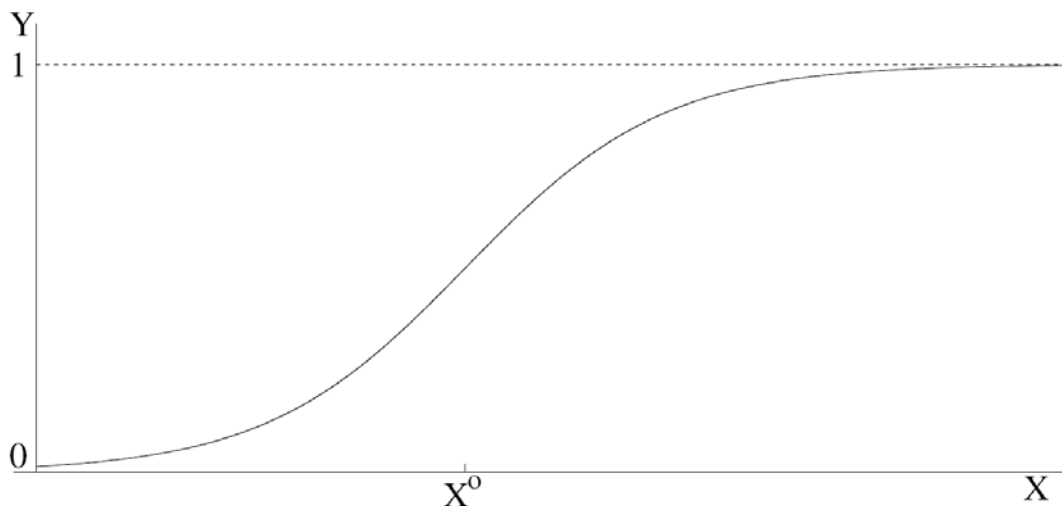
$$P(X) = Pl(\alpha + \beta X)$$

$$Q(X) = Pl(-\alpha - \beta X)$$

Logistična funkcija ima prevoj pri  $Pl(0) = 0.5$ , kar je pri  $X^0$ , iz česar sledi:  $\alpha + \beta X^0 = 0$  ali  $X^0 = -\alpha / \beta$ . Iz zgornjih enačb sledi, da je krivulja okrog te točke simetrična.

Nagib krivulje določa  $\beta$ , njen položaj glede na os  $X$  pa določa  $\alpha$  (Cramer, 2003, str. 12).

Slika 1: Logistična funkcija



Vir: Cramer, 2003, str. 12

Namesto verjetnosti lahko uporabimo obete, ki so definirani

$$oddsP(Z) = \frac{P(Z)}{1 - P(Z)}$$

Obeti nam povejo razmerje med verjetnostjo, da se dogodek zgodi, in verjetnostjo, da se ne zgodi. Definirani so na pozitivnem delu realne številske osi. Logaritem obetov imenujemo tudi logit verjetnosti

$$\log odds = \text{logit}[P(Z)] = R(Z) = \log \frac{P(Z)}{1 - P(Z)}$$

Logit lahko zavzame vrednosti od  $-\infty$  do  $+\infty$ .

Velja

$$\text{Odds}(Z) = \exp(Z)$$

$$\text{logit}[Pl(Z)] = Rl(Z) = \log \frac{Pl(Z)}{1 - Pl(Z)} = Z$$

$$\text{logit}[Pl(\alpha + \beta X)] = \alpha + \beta X$$

Logit logistične funkcije ima linearno obliko. Če poznamo logit, lahko iz njega nedvoumno razberemo tudi sigmoidno logistično funkcijo (Cramer, 2003, str. 13-14).

### 5.3.1 Metoda največjega verjetja

Metoda največjega verjetja (Maximum likelihood estimation – MLE) omogoča ocenjevanje parametrov skoraj vsake specifikacije verjetnostnih funkcij.

$$P_i = P(x_i, \theta)$$

Domnevamo, da so posamezna opazovanja med seboj neodvisna. Imamo  $n$  opazovanj. Gostota verjetnosti določenih izidov, na primer 1,0,1,1... je zato produkt

$$P_1 \cdot Q_2 \cdot P_3 \cdot P_4 \dots$$

Gostota vzorca vektorja  $y$  je tako

$$f(y, X, \theta) = P(x_1, \theta) \cdot Q(x_2, \theta) \cdot P(x_3, \theta) \cdot P(x_4, \theta) \dots$$

$X$  je matrika  $n$  vektorjev neodvisnih spremenljivk. V gostoti je zaporedje izidov  $y$  argument funkcije,  $\theta$  je vektor neznanih fiksnih parametrov, medtem ko so elementi  $X$  znane konstante. Funkcija verjetja  $L$  ima enako obliko, pri tem, da so na določenem vzorcu zaporedja izidov konstantna,  $\theta$  je argument funkcije,  $X$  je enak.

Verjetnost  $\Pr(Y_i)$  opazovanega izida je

$$\Pr(Y_i) = P_i^{Y_i} Q_i^{1-Y_i}$$

in verjetje je

$$L = \prod_i \Pr(Y_i)$$

Ker verjetnosti  $\Pr(Y_i)$  ležijo med 0 in 1, tudi produkt  $L$  leži znotraj teh meja, zato tudi njegov logaritem ne bo presegel vrednosti 0. Logaritem funkcije verjetja ima naslednjo obliko

$$\log L(\theta) = \sum_i \log \Pr(Y_i)$$

ali

$$\log L(\theta) = \sum_i [Y_i \log P(x_i, \theta) + (1 - Y_i) \log Q(x_i, \theta)]$$

ali

$$\log L(\theta) = \sum_{i \in A_1} \log P(x_i, \theta) + \sum_{i \in A_0} \log Q(x_i, \theta)$$

pri čemer  $A_1$  označuje opazovanja, kjer je  $Y = 1$  in  $A_0$ , ko je  $Y = 0$ .

MLE  $\theta$ , ki maksimira verjetje ali njegov logaritem, je  $\hat{\theta}$ . Dobimo ga tako, da izenačimo odvod  $\log L$  z 0. Po dogovoru odvod tvori vrstični vektor, ki ga transponiramo, da dobimo stolpčni vektor  $q$

$$(\partial \log L / \partial \theta)^T = q$$

z elementi

$$q_j = \partial \log L(\theta) / \partial \theta_j$$

Ocene  $\hat{\theta}$  dobimo tako, da rešimo sistem enačb

$$q(\hat{\theta}) = 0$$

Enačbe nimajo analitične rešitve, do rešitve  $\hat{\theta}$  pridemo z zaporedno aproksimacijo. Eden izmed načinov je razvijanje  $q(\hat{\theta})$  okrog danega  $\theta^\circ$  blizu  $\hat{\theta}$  v Taylorjevo vrsto, pri čemer dobimo

$$q(\hat{\theta}) \approx q(\theta^\circ) + Q(\theta^\circ)(\hat{\theta} - \theta^\circ)$$

kjer je  $Q$  Hessejeva matrika ali matrika drugih odvodov  $\log L$ . Od tod dobimo

$$\hat{\theta} \approx \theta^\circ - Q(\theta^\circ)^{-1} q(\theta^\circ)$$

Ker to drži zgolj približno, ne moremo dobiti  $\hat{\theta}$  iz  $\theta^\circ$ , vendar pa lahko dobimo boljšo aproksimacijo. V ponavljajoči shemi je naslednja aproksimacija  $\theta_{t+1}$  izračunana iz prejšnje po naslednji enačbi

$$\theta_{t+1} = \theta_t - Q(\theta_t)^{-1} q(\theta_t)$$

Ta postopek se imenuje Newtonova metoda ali Newton-Raphsonova metoda ali *quadratic hill-climbing*.

Vse iterativne sheme se morajo začeti z neko določeno začetno vrednostjo  $\theta_0$ , imeti pa morajo tudi konvergenčni kriterij, kdaj se ustavijo. Kot konvergenčni kriterij se lahko uporabi:

- $\log L$  se preneha opazno povečevati,
- vektor prvih odvodov funkcije verjetja doseže nič,
- zaporedna parametra sta skoraj enaka.

Vrednost funkcije logaritma verjetja funkcije za posamezne serije ocen parametrov je uporabna za testiranje poenostavljenih predpostavk, kot so ničelni koeficienti, odsotnost določenih spremenljivk v modelu ali druge omejitve glede vektorja  $\theta$  (Cramer, 2003, str. 34-37).

### 5.3.2 Test logaritem kvocienta verjetij

Test logaritem kvocienta verjetij (Likelihood Ratio Test – LRT) primerja vrednost verjetja modela brez omejitve in modela z omejitvijo. Omejitev lahko na primer pomeni, da vsem regresijskim koeficientom pripišemo vrednost 0. Omejen model se lahko od kompleksnejšega razlikuje zgolj v tem, da mu odstranimo kakšno spremenljivko, ne moremo mu pa dodajati drugih spremenljivk. Če z  $u$  označimo neomejen in z  $r$  omejen model, ima LR test obliko

$$LR = 2[\ln L(\hat{\theta}_u) - \ln L(\hat{\theta}_r)]$$

LRT statistika se porazdeljuje po  $\chi^2$  porazdelitvi, s prostostnimi stopinjami enakimi dodanim številom spremenljivk kompleksnejšemu modelu v primerjavi z omejenim. Ugotavljamo, ali so razlike med modeloma signifikantne.

### 5.3.3 Wald Test

Wald statistika se računa za spremenljivke v modelu, da se ugotovi, ali bi se spremenljivka morala odstraniti. Definirana je

$$Wald_i = \frac{\hat{\beta}_i^2}{\sigma_{\hat{\beta}_i}^2}$$

Asimptotična distribucija Wald statistike je  $\chi^2$  s prostostnimi stopinjami enakimi številu parametrov. Če je Wald statistika signifikantna, lahko zavrnilo hipotezo, da se koeficient statistično značilno ne razlikuje od 0. (Cramer, 2003, str. 56; SPSS 15.0 for Windows, Help, 2006).

### 5.3.4 Hosmer in Lemeshow test

Posamezna opazovanja so po vrsti razporejena v  $G$  skupin po njihovi naraščajoči ocenjeni verjetnosti  $\hat{P}_i$ . Za vsako skupino  $g$  je določena pričakovana frekvenca uspešnih izidov  $\hat{m}_g$ , ki je vsota ocenjenih verjetnosti. Ta se primerja s pravo frekvenco  $m_g$ . Ocenjena verjetnost za skupino je  $\bar{P}_g = \frac{\hat{m}_g}{n_g}$ . Test ima naslednjo obliko

$$C = \sum \frac{(m_g - \hat{m}_g)^2}{n_g \bar{P}_g (1 - \bar{P}_g)}$$

Ničta hipoteza je, da razlika med opazovanimi in ocenjenimi vrednostmi ne obstaja. V primeru, da zavrnilo to hipotezo, prileganje po tem testu ni zadovoljivo. Gre za za  $\chi^2$  porazdelitev z  $G - 2$  prostostnimi stopinjami.

Hosmer in Lemeshow uporabljata deset skupin, ki so določene po decilih glede na  $\hat{P}_i$ , ali pa glede na dejanske vrednosti (Cramer, 2003, str. 63-64).

### 5.4 Probit

Imamo latentno odvisno spremenljivko  $y_i^*$ , ki je v praksi ne moremo ugotavljati. Definirajo jo enačba  $y_i^* = \beta'x_i + u_i$ . Opazujemo pa lahko spremenljivko  $y$ , ki ima naslednje izide

$y = 1$ , če  $y_i^* > 0$

$y = 0$  v drugih primerih

Iz tega sledi

$$\Pr(y_i = 1) = P(x_i) = P(u_i > \beta'x_i) = 1 - F(-\beta'x_i)$$

kjer je  $F$  kumulativna porazdelitvena funkcija za  $u$ . Funkcija  $P(x_i)$  je popolnoma odvisna od kumulativne porazdelitve  $u_i$ .

Funkcija verjetja je

$$L = \prod_{y_i=0} F(-\beta'x_i) \prod_{y_i=1} 1 - F(-\beta'x_i)$$

V primeru, da je kumulativna porazdelitev  $u_i$  logistična, potem imamo logit model. V probit modelu predpostavljamo, da se  $u_i$  porazdeljujejo standardizirano normalno  $N(0,1)$ .

Gostota je

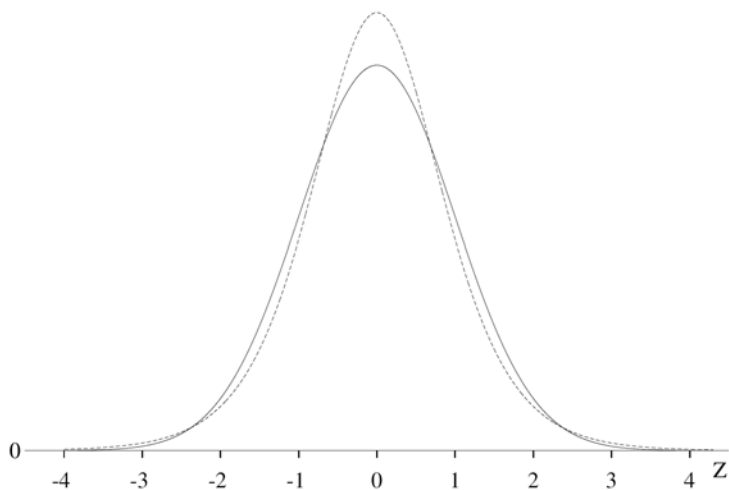
$$f(Z) = \frac{\exp(-\frac{Z^2}{2})}{\sqrt{2\pi}}$$

V tem primeru ima kumulativna porazdelitev oziroma funkcija F obliko

$$F(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^Z \exp(-\frac{t^2}{2}) dt$$

Ker sta kumulativna normalna porazdelitev in logistična porazdelitev zelo podobni, razen pri repih, ni zelo verjetno, da bi se rezultati obeh močno razlikovali, razen pri zelo velikih vzorcih, kjer tudi repi vsebujejo veliko enot (Maddala, 1983, str. 22; Cramer, 2003, str. 21).

Slika 2: Normalna porazdelitev (neprekinjena črta) in logistična porazdelitev (prekinjena črta) z aritmetično sredino nič in varianco ena.



Vir: Cramer, 2003, str. 24

Funkcija gostote logistične porazdelitve se imenuje logistična gostota in ima naslednjo obliko (Maddala, 1983, str. 9):

$$f(Z) = \frac{e^Z}{(1 + e^Z)^2}$$

## **5.5 Razlika med diskriminantno analizo, logistično in probit regresijo**

Obstaja mnogo študij, ki proučujejo uporabnost linearne diskriminantne analize in logit modela za dihotozne odvisne spremenljivke. Za diskriminantno analizo lahko uporabimo metodo OLS, medtem ko logistično regresijo delamo na podlagi metode največjega verjetja, kar porabi precej več procesorskega časa. Danes, ko imamo na razpolago dovolj zmogljive računalnike, to ni več problem.

Če so neodvisne spremenljivke normalno razporejene, je cenilka diskriminantne analize (discriminant-analysis estimator – DAE) prava cenilka največjega verjetja (maximum-likelihood estimator – MLE) in je zato asimptotično bolj učinkovit kot MLE. V primeru, ko neodvisne spremenljivke niso normalno razporejene, DAE ni niti konsistenten, medtem ko MLE je in je zato logistična regresija bolj robustna (Maddala, 1983, str. 27; Guidelines on Credit Risk Management, 2004, str. 45).

Čeprav diskriminantna analiza, logit in probit producirajo podobne rezultate, obstaja velika razlika v njihovi interpretaciji. Diskriminantna analiza namreč razvršča enote vzorca v dve skupini – v našem primeru v skupino plačnikov in v skupino neplačnikov. Rezultati dobljeni z logit in probit analizo pa se interpretirajo v smislu verjetnosti, da enota pripada posamezni skupini (Moody's CreditRisk, 2000, str. 58).

## **6 Statistične osnove ocenjevanja razločevalne moči modelov**

Pomemben kriterij za kvaliteto ocenjevalne funkcije je njena sposobnost ločevati slabe in dobre kreditorejmalce. Banka lahko uporabi ex-post podatke o neplačilu in nato razdeli kreditorejmalce v dva pod vzorca – med plačnike in neplačnike. Pri tem lahko opazi napake dveh vrst. Za  $\alpha$  napake ali napake tipa 1 gre takrat, ko bankrotirano podjetje razvrstimo v skupino dobrih,  $\beta$  napake ali napake tipa 2 pa se zgodijo, kadar dobro podjetje razvrstimo v skupino slabih. V praksi  $\alpha$  napake delajo škodo, ker banka ne dobi vrnjenih posojil, med tem ko  $\beta$  napake naredijo škodo v obliki izgubljenega posla. Pogostost  $\alpha$  in  $\beta$  napak znotraj ocenjene funkcije je odvisna od izbrane točke delitve na skupini (Guidelines on Credit Risk Management, 2004, str. 102).

Kumulativno porazdelitev ocenjevalne funkcije teh dveh vzorcev označimo s  $F_0$  in  $F_1$ . Diskriminatorna moč pomeni, da so pozicije mas verjetnosti teh distribucij čim bolj različne (Kraft, Kroisandt, Müller, 2004, str. 2).



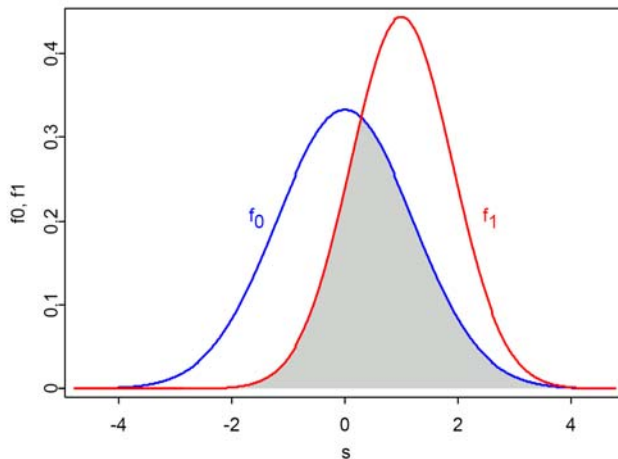
Formalno moramo torej definirati mero razdalje med  $F_0$  in  $F_1$ , kjer  $F_0$  pomeni distribucijsko funkcijo za dobra in  $F_1$  za slaba podjetja. Za to lahko na primer uporabimo dva pristopa (Kraft, Kroisandt, Müller, 2004, str. 3):

- maksimalna razdalja se meri  $T = \max\{F_0(s) - F_1(s)\}$
- povprečna razdalja se meri s površino pod ROC krivuljo (receiver operating characteristic curve):  $AUC = 1 - \int F_1(s) dF_0(s)$

## 6.1 Maksimalna distanca

Poleg  $T$  uvedemo še  $R = 1 - T$ , ki ga dobimo z  $R = \min\{F_1(s) + 1 - F_0(s)\}$ .

Slika 3: Prekrivanje gostot



Vir: Kraft, Kroisandt, Müller, 2004, str. 4

Gostote  $F_0$  in  $F_1$  označimo z  $f_0$  in  $f_1$ , potem  $R$  pomeni območje prekrivanja teh gostot. Če gre za popolno ločevanje, ima  $T$  vrednost 1, v primeru popolnega prekrivanja pa ima vrednost 0. V vseh ostalih primerih  $T$  zavzame vrednost med 0 in 1.

V praksi imamo opažanja  $S^{(i)}$  za vrednosti ocenjevalne funkcije in  $Y^{(i)}$  za dogodek neplačila. Ocene kumulativne porazdelitvene funkcije lahko dobimo po naslednji enačbi

$$\hat{F}_j(s) = \frac{\sum_i I(S^{(i)} \leq s, Y^{(i)} = j)}{\sum_i I(Y^{(i)} = j)}, \quad j = 0, 1$$

$I(\cdot)$  označuje indikatorsko funkcijo, ki zavzame vrednost 1, kadar je njen argument pravilna logična izjava, in 0, kadar ni.

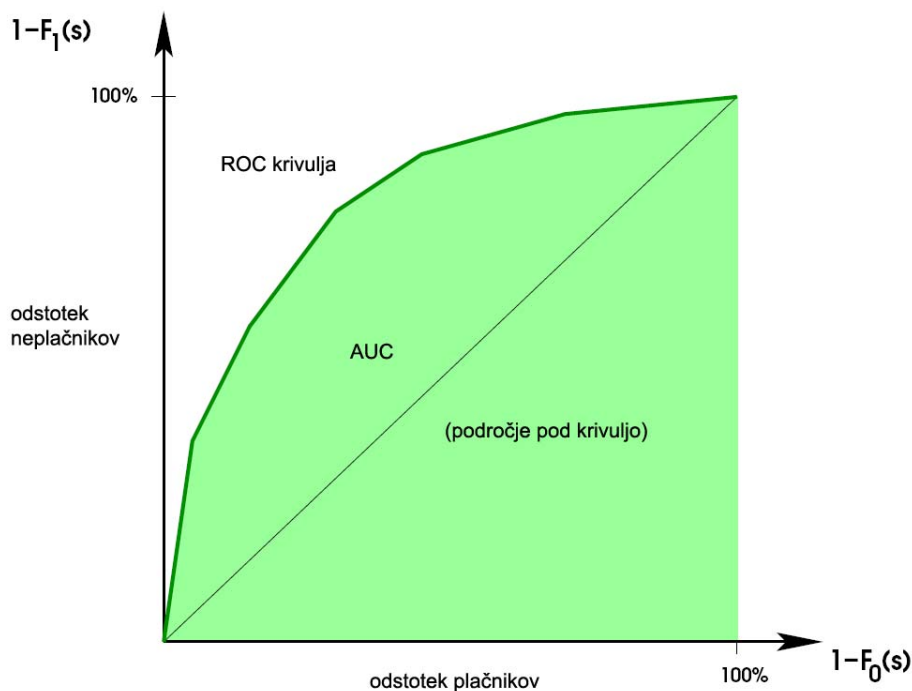
Funkcijo  $\hat{T} = 1 - \hat{R} = \max\{\hat{F}_0(s) - F_1(s)\}$  lahko uporabimo kot test statistike pri Kolmogorov-Smirnov testu, ki preverja hipotezo stohastične dominacije  $F_1$  nad  $F_0$ . Cilj je poiskati ocenjevalno funkcijo, ki bo pripeljala do maksimalne možne vrednosti  $\hat{T}$  (Kraft, Kroisandt, Müller, 2004, str. 3).

## 6.2 ROC krivulja

ROC krivuljo dobimo, če na abscisno os naneseemo kumulativne odstotke dobrih podjetij in na ordinatno os odstotke slabih podjetij. Če razvrstimo odstotke kreditorejmalcev od slabih do dobrih, to na grafu pomeni

$1 - F_0(s)$  vs.  $1 - F_1(s)$  za vse  $s \in (+\infty, -\infty)$ .

Slika 4: ROC krivulja



Vir: Kraft, Kroisandt, Müller, 2004, str. 5

Površina pod krivuljo se potem izračuna

$$AUC = \int_{+\infty}^{-\infty} \{1 - F_1(s)\} d\{1 - F_0(s)\} = 1 - \int_{+\infty}^{-\infty} F_1(s) dF_0(s).$$

Optimalen model bi popolnoma ločeval slaba podjetja od dobrih. Površina pod ustrezno ROC krivuljo popolnoma zapolni enotski kvadrat; AUC je v tem primeru ena. Najslabši model je tak, ki ne vsebuje nobene informacije glede dogodka plačila in neplačila in torej

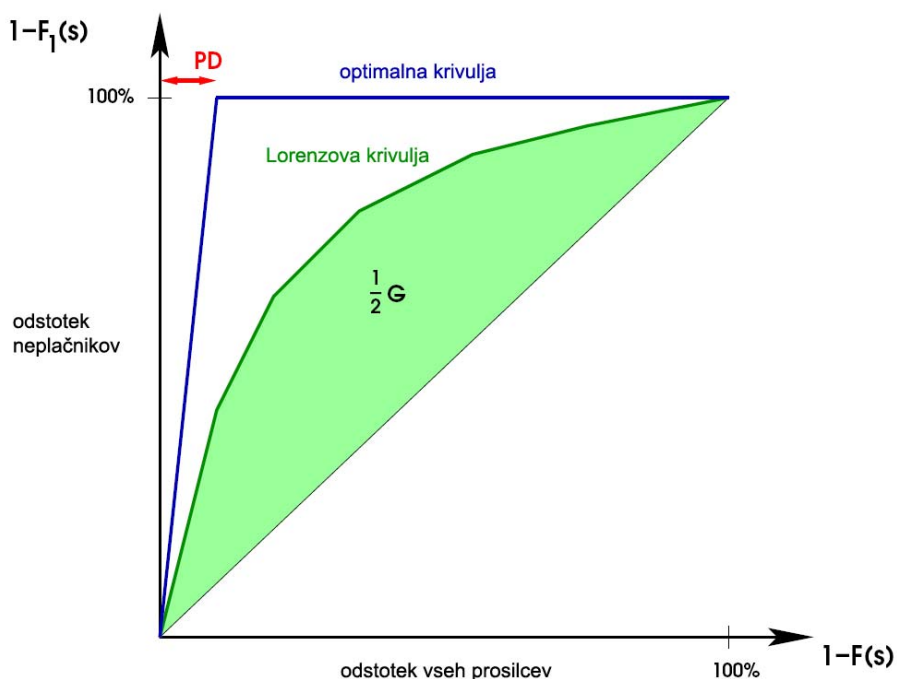
enote slučajno razvršča na plačnike in neplačnike. ROC krivulja v tem primeru poteka po diagonali enotskega kvadrata, površina pod njo pa je 0.5.

AUC je direktno povezan s koeficientom natančnosti (accuracy ratio – AR), ki temelji na Lorenzovi krivulji in Ginijevem koeficientu. Lorenzova krivulja se prikaže

$$1 - F(s) \text{ vs. } 1 - F_1(s) \text{ za vse } s \in (+\infty, -\infty),$$

kjer  $F$  označuje kumulativno distribucijsko funkcijo za  $S$ , vrednosti ocenjevalne funkcije vseh kreditojemalcev. Lorenzovo krivuljo poznamo tudi pod imenom *power curve* ali CAP (cumulative accuracy profile) (Kraft, Kroisandt, Müller, 2004, str. 4; Guidelines on Credit Risk Management, 2004, str. 108).

Slika 5: Lorenzova krivulja



Vir: Kraft, Kroisandt, Müller, 2004, str. 5

Najslabša Lorenzova krivulja poteka po diagonali, v tem primeru je  $F_1 = F$ . Kvantitativno merilo obnašanja modela je površina med diagonalo in Lorenzovo krivuljo. Ginijev koeficient je dvakratna vrednost te površine in se izračuna

$$G = 2 \int_{+\infty}^{-\infty} (1 - F_1(s)) d(1 - F(s)) - 1 = 1 - 2 \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(s) dF(s)$$

Primerljivost obnašanja modelov dosežemo s primerjanjem Ginijevega koeficienta modela z Ginijevim koeficientom optimalne Lorenzove krivulje. Tako je AR definiran

$$AR = \frac{G}{G_{opt}} = \frac{G}{P(Y=0)} = 2AUC - 1$$

Naš cilj je torej nati ocenjevalno funkcijo, ki bo vodila v maksimiranje AUC ali AR (Kraft, Kroisandt, Müller, 2004, str. 6).

## 7 Model za določanje verjetnosti stečaja

Izdelava modela je v grobem potekala v naslednjih korakih:

- definiranje finančnih kazalnikov,
- priprava baze podatkov,
- univariatna analiza,
- multivariatna analiza,
- vrednotenje modela,
- kalibracija modela,
- oblikovanje bonitetnih razredov,
- pripisovanje verjetnosti neplačila posameznim bonitetnim razredom.

V nadaljevanju bom podrobneje opisal vse faze modeliranja, ki sem jih opravil na podlagi podatkov ene izmed slovenskih komercialnih bank. V diplomskem delu sem se osredotočil zgolj na kvantitativne dejavnike, ki vplivajo na verjetnost neplačila. Zato velja opozorilo, da se ne sme podcenjevati kvalitativnih dejavnikov, ki jih je prav tako potrebno vključiti v proces ocenjevanja verjetnosti neplačila (Altman, Hotchkiss, 2006, str. 238).

### 7.1 Podatki

Za analizo sem uporabil bilančne podatke gospodarskih družb, ki so registrirane kot d.o.o. ali d.d., in sicer za leta 2003, 2004 in 2005. Za navedene družbe sem izračunal 35 finančnih kazalnikov. Podatkom finančnih kazalnikov iz danega leta sem dodal podatek o nastopu neplačila leto kasneje. V konkretnem primeru so bili upoštevani začetek stečajnega postopka, začetek postopka prisilne poravnave v naslednjem letu in zamuda plačila banki nad 90 dni. V analizo so bila vključena vsa dobra podjetja, ki so komitenti banke, in vsa slaba podjetja v Sloveniji, katerih dovolj kvalitetne bilančne podatke sem pridobil iz baze iBon. Iz baze sem odstranil javna podjetja, društva, finančne družbe in podjetja, ki so v izbranem letu poslovala manj kot dvanajst mesecev. Prav tako sem za posamezno leto izključil podjetja, ki so se v tem oziroma v predhodnem letu klasificirala za slaba.

V analizo je bilo skupaj vključenih 4587 podjetij, ki so bila po letih zastopana, kot prikazuje Tabela 3.

Tabela 3: Prikaz števila v analizo vključenih enot

Leto	Št. dobrih podjetij	Št. slabih podjetij	Skupaj
2003	962	335	1297
2004	1123	146	1269
2005	1484	537	2021
Skupaj	3569	1018	4587

Vir: Interna baza podatkov komercialne banke, 2006, Lastni izračuni.

## 7.2 Kazalniki

Na začetku sem analiziral 35 kazalnikov iz naslednjih področij: dolgoročna plačilna sposobnost, finančno vzvodje, likvidnost, servisiranje dolga, struktura sredstev, učinkovitost, uspešnost, velikost podjetja in trend poslovanja. Izračuni kazalnikov so v Prilogi 1.

### Transformacija kazalnikov

Vsem izbranim kazalnikom sem odstranil ekstremne vrednosti tako, da sem jih nadomestil z manjkajočo vrednostjo. Število takih primerov pri posameznem kazalniku, razen v enem primeru, ni presegalo 4 % števila vseh enot. Odstranjevanje ekstremov sem izvedel, da bi se znebil nerealnih vrednosti posameznega kazalca zaradi nedoslednosti in nepravilnosti v bilancah podjetij.

Manjkajočih vrednosti nisem nadomeščal. Lahko bi jih nadomestil, na primer z mediano, vendar bi tak model nerealno dobro ločeval med dobrimi in slabimi podjetji znotraj vzorca, a bi obenem poslabšal razločevanje zunaj razvojnega vzorca, čemur je v končni fazi model namenjen.

Tabela 2 v Prilogi 2 prikazuje delež manjkajočih vrednosti pri posameznem kazalniku. Kazalnik z največjim številom manjkajočih vrednosti sem izločil iz nadaljnje analize.

Kazalnike sem kategoriziral v 50 kategorij, tako da je bilo v vsaki kategoriji enako število enot. To pomeni, da se je nekemu intervalu osnovnih vrednosti finančnega kazalnika, ki predstavlja eno kategorijo, priredila zgolj ena vrednost, enaka kategoriji, ki ji je enota pripadala. Vrednost 1 so dobile tiste enote, ki so imele najnižje osnovne vrednosti na posameznem kazalniku, vrednost 50 pa enote z najvišjimi vrednostmi. Kazalnik velikost podjetja je razdeljen na deset skupin.

### 7.3 Univariatna analiza

V univariatni analizi preverjamo povezanost ali korelacijo med odvisno spremenljivko, v konkretnem primeru PD, in pojasnjevalnimi spremenljivkami, v tem primeru so to finančni kazalniki. Ugotavljamo torej, kako je vsak posamezen finančni kazalnik koreliran s PD. Večja ko je korelacija, bolj vsak posamezen kazalnik pojasnjuje odvisno spremenljivko, zato ni pomembno, ali je ta povezava pozitivna ali negativna.

Brezigar Masten in Masten (2007, str. 10) za selekcijo spremenljivk predlagata pristop v treh korakih. V prvem koraku se izvede bivariatna logistična regresija za vse posamezne kazalnike. Kazalniki, ki dovolj dobro pojasnjujejo verjetnost neplačila, se uporabijo v naslednjem koraku, ostale pa se izloči. V drugem koraku se tvorijo skupine med seboj zelo koreliranih koeficientov. Iz vsake skupine se s faktorško analizo določi glavno komponento in se iz vsake skupine poišče kazalnik, ki vsebuje največ te komponente. Namesto glavne komponente se v tretjem koraku raje uporabi finančni kazalnik, ker je ekonomska interpretacija modela s komponentami skoraj nemogoča. V zadnjem, tretjem koraku, pa se izvede multivariatna koračna (step-wise) logistična regresija. *Step-wise* pomeni, da program postopoma vključuje oziroma izključuje posamezne spremenljivke iz modela tako, da na podlagi določenega kriterija pride do najboljšega modela (Brezigar Masten, Masten, 2007 str. 10-11).

V konkretnem primeru sem izvedel alternativen pristop, ki ga predlaga na primer Jovan (B.I.) ali Fernandes (2005, str. 9-13). Vsak posamezen kazalnik sem analiziral s pomočjo Spearmanovega korelacijskega koeficienta, ki določa povezanost kazalnika in odvisne spremenljivke, v tem primeru nastop neplačila v naslednjem letu. Višja kot je absolutna vrednost korelacijskega koeficienta, bolj kazalnik sam pojasnjuje odvisno spremenljivko in je praviloma zato bolj primeren za nadaljnjo analizo. Korelacijski koeficient v splošnem meri stopnjo povezanosti med dvema spremenljivkama. Vrednost, ki jo lahko korelacijski koeficient zavzame, so med -1 in 1. Višja ko je absolutna vrednost koeficienta, bolj sta dve spremenljivki povezani med seboj. Če je vrednost koeficienta enaka nič, med spremenljivkami ni nobene povezanosti, v primeru, da je absolutna vrednost enaka ena, gre za popolno povezanost. V primeru, da koeficient zavzame pozitivno vrednost, govorimo o pozitivni povezanosti, če pa je negativen, gre za negativno povezanost med spremenljivkama.

Za analizo sem izbral Spearmanov korelacijski koeficient, ki je od Pearsonovega primernejši, ker ne zahteva normalne porazdelitve testiranih spremenljivk, poleg tega pa Pearsonov koeficient pravilno ovrednoti zgolj linearno korelacijo med spremenljivkami (SPSS 15.0 for Windows, Help, 2006). Vrednosti so prikazane v Prilogi 2.

Kazalnike sem testiral tudi s pomočjo ROC krivulje. Najboljši je tisti kazalnik, katerega površina pod ROC krivuljo se najbolj razlikuje od 0.5. Če je vrednost nižja od 0.5, gre za pozitivno povezanost, v nasprotnem primeru pa za negativno.

Kazalnike sem preverjal tudi s pomočjo grafičnega prikaza povezanosti stopnje neplačila s posameznimi finančnimi kazalniki. Vrednosti posameznih kazalnikov sem razdelil na decile, nato pa sem izračunal delež vseh neplačniških podjetij v posameznih decilih. Boljši kazalnik je tisti, katerega graf čim bolj monotono narašča oziroma pada. Grafi kazalnikov, ki nastopajo v končni funkciji, so v Prilogi 3. Iz slike je razvidno, da obstaja negativna povezanost med stopnjo neplačila in vsemi v modelu uporabljenimi kazalniki, kar je tudi v skladu s predvidevanji.

Vse tri metode so dale približno enake rezultate, na podlagi katerih sem dodatno izločil sedem najslabših kazalnikov.

## 7.4 Multivariatna analiza

Pri multivariatni analizi je potrebno preveriti korelacijo med izbranimi kazalniki. V primeru, da v funkcijo vključimo preveč korelirane finančne kazalnike, se lahko zgodi, da predznaki regresijskih koeficientov ne odražajo smeri korelacije, skladne z ekonomsko teorijo. Dodajanje koreliranih kazalnikov sicer vedno poveča prileganje, na primer determinacijski koeficient, vendar pa hkrati poveča varianco odvisne spremenljivke. Velika korelacija med kazalniki poslabša obnašanje modela izven vzorca in hkrati zamegli dejanske razlagalne faktorje, ki vplivajo na neplačilo (RiskCalc For Private Companies, 2000, str. 28). V logistično regresijo vključimo zgolj kazalnike, ki med seboj niso preveč korelirani, tako da pokrivajo čim več področij tveganja in so bili obenem relativno dobro ocenjeni v univariatni analizi, vendar pa dobra ocena v univariatni analizi še ne zagotavlja, da se bo kazalnik dobro obnašal tudi v multivariatni analizi. Vrednosti Spearmanovih korelacijskih koeficientov med v funkciji uporabljenimi kazalniki so prikazani v Tabeli 4.

Tabela 4: Spearmanovi korelacijski koeficienti v model vključenih kazalnikov

	K1	K2	K3	K4	K5	K6
K1	1.00	0.64	0.45	0.34	-0.02	0.19
K2	0.64	1.00	0.50	0.73	0.20	0.12
K3	0.45	0.50	1.00	0.11	0.02	0.02
K4	0.34	0.73	0.11	1.00	0.33	0.11
K5	-0.02	0.20	0.02	0.33	1.00	0.20
K6	0.19	0.12	0.02	0.11	0.20	1.00

Vir: Lastni izračuni

Pred ocenjevanjem funkcije sem oblikoval deset vzorcev, in sicer tako, da je bilo v vsakem vzorcu na slučajen način izbranih 50 % enot. Ostalih 50 % enot sem namenil preverjanju delovanja modela izven razvojnega vzorca. Na vsakem izmed vzorcev sem izvedel binarno logistično regresijo, in sicer z metodo *forward LR*. Po tej metodi statistični program v model postopoma dodaja spremenljivke, dokler te statistično značilno izboljšajo model, tako da začne s spremenljivko, ki je z odvisno najbolj korelirana. Kot kriterij za vključevanje program uporabi logaritem koeficienta verjetij (loglikelihood ratio). Na

podlagi ROC krivulje sem izbral najboljšo funkcijo. Poleg tega sem kot dodaten kriterij upošteval tudi čim širšo zastopanost finančnih kazalnikov in medsebojno čim manjša korelacijo. Izbrano funkcijo sem nato potrdil z metodo *backward LR*. V tem primeru pa se izračunavanje začne z vsemi spremenljivkami, in se postopoma odstranjujejo tiste, ki so najmanj značilne. Proces odstranjevanja se konča, ko se odstrani vse neznačilne spremenljivke (RiskCalc For Private Companies, 2000, str. 28-29).

Izbrana funkcija je prikazana v Prilogi 4 in ima obliko

$$PD_{unscaled} = \frac{e^{(3.1351-0.0384 \cdot x_2 - 0.0428 \cdot x_3 - 0.0296 \cdot x_4 - 0.0514 \cdot x_5 - 0.0325 \cdot x_6 - 0.2223 \cdot x_7)}}{1 + e^{(3.1351-0.0384 \cdot x_2 - 0.0428 \cdot x_3 - 0.0296 \cdot x_4 - 0.0514 \cdot x_5 - 0.0325 \cdot x_6 - 0.2223 \cdot x_7)}}$$

pri čemer so  $x_2$  do  $x_7$  kategorizirane vrednosti izbranih kazalnikov. Izbrani kazalniki so iz naslednjih skupin: dva iz skupine servisiranja dolga in po eden iz skupin finančno vzvodje, uspešnost, trend in velikost podjetja.

## 7.5 Vrednotenje modela

Nagelkerke determinacijski koeficient znaša 0.401, kar pomeni, da je 40.1 odstotkov variance vrednosti odvisne spremenljivke pojasnjeno s spreminjanjem finančnih kazalnikov. Višja kot je vrednost determinacijskega koeficienta, bolje je model specificiran.

Hosmer in Lemeshow test je v tabeli v Prilogi 4 in ne da zadovoljivega rezultata, saj lahko zavrnem ničelno hipotezo, da razlike med opazovanimi in ocenjenimi vrednostmi ne obstajajo.

V Prilogi 4 v tabeli regresijskih koeficientov lahko vidimo, da so vsi koeficienti, razen enega, statistično značilni pri točni stopnji značilnosti 0.000, en pa je statistično značilen pri točni stopnji značilnosti 0.002.

ROC krivulja ocenjena izven razvojnega vzorca je v Prilogi 5. Površina pod ROC krivuljo izbranega modela izven vzorca je 0.82. AC izračunan iz te krivulje pa v konkretnem primeru znaša 64 %.

Pogostost  $\alpha$  in  $\beta$  napak znotraj ocenjene funkcije je odvisna od točke delitve na skupini plačnikov in neplačnikov. Od politike posojilodajalca pa je odvisno, kje bo določil točko. Tabela 5 prikazuje nekaj izbranih točk razdelitve in pravilnost napovedi neplačil za te točke. Višja kot vrednost točke razdelitve, več je napak tipa 1 in manj napak tipa 2. Na podlagi analize stroškov neodobrenih posojil zaradi klasificiranja dobrih podjetij med slabe in izgube zaradi nepovrnjenih danih posojil zaradi klasificiranja slabih podjetij med dobre, se posojilodajalec odloči, kje bo ta točka.



Tabela 5: Klasifikacijska tabela

točka razdelitve	dejansko	V vzorcu			Izven vzorca		
		napovedani plačnik	napovedani neplačnik	odstotek pravičnih	napovedani plačnik	napovedani neplačnik	odstotek pravičnih
0.7	plačnik	1601	4	99.8	1671	8	99.5
	neplačnik	150	31	17.1	156	24	13.3
	skupaj			91.4			91.2
0.5	plačnik	1581	24	98.5	1637	42	97.5
	neplačnik	118	63	34.8	129	51	28.3
	skupaj			92.0			90.8
0.2	plačnik	1456	149	90.7	1513	166	90.1
	neplačnik	57	124	68.5	88	92	51.1
	skupaj			88.5			86.3
0.1	plačnik	1261	344	78.6	1310	369	78.0
	neplačnik	38	143	79.0	51	129	71.7
	skupaj			78.6			77.4
0.05	plačnik	1030	575	64.2	1091	588	65.0
	neplačnik	24	157	86.7	34	146	81.1
	skupaj			66.5			66.5

Vir: Lastni izračuni

## 7.6 Kalibracija modela

Kalibracija modela je potrebna, ker delež slabih podjetij v analiznem vzorcu ni enak deležu slabih podjetij v portfelju banke. Z logistično regresijo ocenjene verjetnosti neplačila so zato bistveno prevelike. S kalibracijo ocenjene verjetnosti neplačila prilagodimo dejanskim vrednostnim. Kalibracija je potekala po spodnji enačbi

$$PD_{scaled} = \frac{\frac{PD_{unscaled}}{1 - PD_{unscaled}} \cdot \frac{PD_{portfolio}}{1 - PD_{portfolio}} \cdot \frac{1 - PD_{sample}}{PD_{sample}}}{1 + \left( \frac{PD_{unscaled}}{1 - PD_{unscaled}} \cdot \frac{PD_{portfolio}}{1 - PD_{portfolio}} \cdot \frac{1 - PD_{sample}}{PD_{sample}} \right)}$$

pri čemer je  $PD_{portfolio}$  verjetnost neplačila v celotnem portfelju banke, ki je določen na podlagi dejanskih zgodovinskih podatkov.  $PD_{sample}$  je povprečna vrednost PD z modelom ocenjenih dobrih podjetij. (Guidelines on Credit Risk Management, 2004, str. 85-87) Upošteval sem, da je  $PD_{portfolio}$  enak 0.0801,  $PD_{sample}$  pa enak 0.0243.

Na podlagi kalibriranih PD sem določil meje bonitetnih razredov, ki so osnova za razvrščanje podjetij.

## 7.7 Oblikovanje bonitetnih razredov

Meje bonitetnih razredov sem oblikoval tako, da se je v posameznem bonitetnem razredu ohranilo enako število enot kot v obstoječem bonitetnem sistemu banke. Spodnje meje bonitetnih razredov so prikazane v Tabeli 6.

Tabela 6: Meje bonitetnih razredov

Bonitetni razred	Spodnja meja ocenjenega PD
A I	0.00 %
A II	0.03 %
A III	0.12 %
B I	0.76 %
B II	1.82 %
B III	3.97 %
C I	10.95 %
C II	17.38 %
D	26.70 %
E	50.26 %

Vir: Lastni izračuni

Razvrstitve na podlagi lastnega modela sem primerjal z obstoječimi razvrstitvami podjetij. Podatki so prikazani v Tabeli 7 na naslednji strani, ki je narejena na podlagi bonitetne ocene podjetij po v banki veljavni metodologiji vpliva kvantitativnih dejavnikov ter na podlagi rezultatov lastnega statističnega modela. Za prikaz sem naključno izbral vzorec med podjetij, ki so imeli na razpolago oba podatka. Razvrstitve na podlagi obeh metodologij niso in ne morejo biti dokončne, ker so upoštevani zgolj kvantitativni dejavniki, ki vplivajo na PD.

Razvrstitve na podlagi statističnega modela temeljijo na računovodskih izkazih za leto 2005 in se primerjajo z obstoječimi razvrstitvami v banki za leto 2006.

Glede na to, da se je v bonitetnih razredih ohranilo enako število enot, sem pričakoval, da se bo največ podjetij razvrščalo okrog diagonale. Bistveno odstopanje od tega bi pomenilo, da je obstoječ sistem v banki neprimeren ali da statističen model ne daje dovolj kvalitetnih ocen. Za več kot tri razrede se je spremenila ocena samo 2 % podjetij. Po proučitvi finančnih izkazov in drugih relevantnih informacij, ki jih je imela banka o teh podjetjih, sem ugotovil, da jih večina izkazuje take specifičnosti, ki jih v model ne morem vključiti, zato sem z razvrščanjem podjetij zadovoljen.

Tabela 7: Tabela prehodov podjetij

Razvrstitev po modelu	Obstoječa razvrstitev v banki										Skupna vsota
	A I	A II	A III	B I	B II	B III	C I	C II	D	E	
A I	7	7	2								16
A II	8	65	50	9	6	1			1		140
A III	1	65	203	60	36	17	3	5		1	391
B I		2	69	50	41	23	3	4	3		195
B II		1	52	38	43	34	4	4	1		177
B III			11	34	40	41	8	5	3	1	143
C I			1	4	10	13	8	2	1		39
C II			1		1	11	9	6	3	1	32
D			1			3	3	6	2		15
E			1				1		1		3
Skupna vsota	16	140	391	195	177	143	39	32	15	3	1151

Vir: Interna baza podatkov komercialne banke, 2006, Lastni izračuni.

### 7.8 Omejitve uporabe in morebitne nevarnosti

Enačba je bila razvita na relativno skromni bazi podatkov, ki je bila preveč heterogena v smislu, da so bila v analizo vključena različno velika podjetja iz različnih panog in regij. V prihodnosti je zato potrebno baze bolj homogenizirati, kar pomeni, da se razvije ločen model za mala in ločen model za velika podjetja. Odstraniti je potrebno enote, ki imajo na izbranih kazalnikih specifične vrednosti, ki so posledica njihove dejavnosti ali drugih okoliščin, ki pa na verjetnost neplačila vplivajo drugače.

Homogenizacija pomeni razbitje baze na več delov. Glede na to, da je že obstoječa baza vsebovala premajhno število enot, sem bil v tem smislu omejen. V prihodnosti je torej potrebno zagotoviti bazo z večjim številom enot, ki bi to omogočala.

Drug problem, ki se pojavlja, je prevelika korelacija med izbranimi finančnimi kazalniki. Delno bi se ta problem lahko reševal z večanjem števila v analizo vključenih enot. Drug način reševanja tega problema pa je definicija novih kazalnikov, kar nam bodo omogočili novi računovodski standardi, ki se vpeljujejo za izkaze leta 2006. Novi računovodski izkazi bodo namreč bolj podrobno razdelani, zato se bodo lahko definirali novi kazalci.

V analizo je bila vključena prekratka časovna vrsta. Uporabil sem podatke za zgolj tri leta, kar je glede na zahteve Basla II premalo. Model bo zato potrebno vsako leto dograjevati. Vključevanje kazalcev na osnovi novih bilanc bo v tem smislu problematično, saj ne bodo na voljo za pretekla obdobja.

## 8 Sklep

Baselski odbor za nadzor bank je sprejel sporazum, ki banke zavezuje k spoštovanju minimalnih standardov za obvladovanje tveganj. Namen sporazuma je spodbuditi banke k uvedbi naprednih pristopov pri obvladovanju vseh vrst tveganj. Naprednejši pristopi so ponavadi za banko dražji, njihova izvedba pa zahtevnejša, vendar so tudi učinkovitejši, če so ustrezno izvedeni. Banke potrebujejo spodbudo, če želimo, da bodo pričakovanja o uvedbi naprednejših pristopov upravičena.

Basel II za izvajanje naprednih pristopov banke nagrajuje s tem, da jim zakonsko predpiše nižje kapitalske zahteve. Držanje kapitala stane, zato se morajo banke na podlagi analize stroškov in koristi odločiti, kako napreden pristop bodo uporabile. Praksa pa bo pokazala, ali odločitev za naprednejši pristop tudi v resnici prinaša tudi nižje kapitalske zahteve. V primeru, da temu ne bo tako, bo odbor prisiljen spremeniti način izračunavanja zahtev.

Uvedba naprednejših pristopov pri obvladovanju tveganj v bankah pomeni tudi potrebo po novem znanju, ki v dosedanjem poslovanju nikoli ni bilo potrebno. Velik del stroškov, ki jih imajo banke, so zato posledica izobraževanja in zaposlovanja novih kadrov ter sprememb organizacijskih struktur, vse z namenom izvajanja zahtevnejših nalog. Ustreznost postopkov in metod pa morajo preverjati nadzorne institucije, večinoma so to centralne banke. Zato je uvedba Basla II v zakonodajo in izvajanje le-tega v okviru komercialnih bank tudi zanje velik zalogaj.

Eden od korakov k uvedbi osnovnega IRB pristopa je tudi vpeljava statističnega modela za ocenjevanje verjetnosti neplačila dolžnikov. Tega problema sem se v diplomskem delu lotil tudi praktično v eni izmed slovenskih komercialnih bank in glede natančnosti ocenjevanja dobil zadovoljive rezultate.

Moj namen je bil predstaviti osnove statističnega ocenjevanja verjetnosti neplačila z logistično regresijo in reševati konkretne probleme, ki se pojavijo pri modeliranju. Prvi zahteven korak je zbiranje podatkov in selekcioniranje podatkov, ki je potekalo hkrati z definiranjem kazalnikov. Iz baze sem moral arbitrarno izločiti enote, ki so imele slabe in nepopolne računovodske izkaze. Naslednji problem, ki ga želim izpostaviti, je velika korelacija med izračunanimi kazalniki. V enačbo gredo lahko zgolj taki, ki med seboj ne izkazujejo prevelike korelacije. Kombinacijo ustreznih zato ni bilo lahko najti. Zavedam se, da kljub zadovoljivim rezultatom ocenjena funkcija ni optimalna, zato jo želim v prihodnosti izboljšati.

## Literatura

1. Aas Kjersti: The Basel II IRB approach for credit portfolios: A survey. Oslo : Norsk Regnesentral, 2005. 30 str.
2. Altman Edward I.: Predicting Financial Distress of Companies: Revisiting the Z-Score and Zeta® Models. 2000. 54 str.
3. Altman Edward I., Sabato Gabriele: Effects of the New Basel Capital Accord on Bank Capital Requirements for SMEs. Springer : Journal of Financial Services Research, 28:1/2/3, 2005. str. 15-42.
4. Altman Edward I., Hotchkiss Edith: Corporate Financial Distress and Bankruptcy. Hoboken : John Wiley & Sons, Inc, 2006. 354 str.
5. Barrios Victor E., Blanco Juan M.: The Effectiveness of Bank Capital Adequacy Requirements: A Theoretical and Empirical Approach. Valencia : University of Valencia, 2000. 25 str.
6. Beaver William H., Parker George: Risk Management: Problems&Solutions. New York : McGraw-Hill, Inc, 1995. 369 str.
7. Bluhm Christian, Overbeck Ludger, Wagner Chirtoph: An Introduction to Credit Risk Modeling. Boca Raton : A CRC Press Company, 2003. 297 str.
8. Brezigar Masten Arjana, Masten Igor: Comparison of Parametric, Semi-parametric and Non-parametric Methods in Bankruptcy Prediction. 2007. 24 str.
9. Cramer J. S.: Logit Models From Economics and Other Fields. Cambridge : Cambridge University Press, 2003. 173 str.
10. Fernandes Joao Eduardo, Corporate Credit Risk Modeling: Quantitative Rating System and Probability of Default Estimation. Lisbon : 2005. 72 str.
11. Jovan Matej: Od česa je odvisno razločevanje statističnih modelov?. Ljubljana : Banka Slovenije, 2005. 12 str.
12. Jovan Matej, Uporaba binarne logistične regresije v IRB pristopu. Ljubljana : Banka Slovenije, B.I. 23 str.

13. Kraft Holger, Kroisandt Gerald, Müller Marlene: Redesigning Ratings: Assessing the Discriminatory Power of Credit Scores under Censoring. Kaiserslautern : Fraunhofer Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik, 2004. 22 str.
14. Maddala G. S.: Limited-dependent and Qualitative Variables in Econometrics. Cambridge : Cambridge University Press, 1983. 401 str.
15. Medema Lydian, Koning Ruud H., Lensink Robert: A Practical Approach to Validating a PD Model. Groningen : University of Groningen, 2007. 34 str.
16. Saunders Anthony: Financial Institutions Management. Boston : McGraw-Hill Irwin, 2003, 778 str.
17. Schuermann Til: What Do We Know About Loss Given Default?. New York : Federal Reserve Bank of New York, 2004. 29 str.

## **Viri**

1. Guidelines on Credit Risk Management. Vienna : Rating Models and Validation, Oesterreiche Nationalbank, 2004. 172 str.
2. iBON, komercialna baza podatkov. Ljubljana : InfoBON d.o.o., 2006.
3. Interna baza podatkov komercialne banke, 2006.
4. Internal risk rating systems for banks. Standard&Poor's, 2002. 4 str.
5. International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, A Revised Framework Comprehensive Version. Basel : Basel Committee on Banking Supervision, 2004. 347 str.
6. RiskCalc For Private Companies: Moody's default model. New York : Moody's Investors Service, 2000. 87 str.
7. SPSS 15.0 for Windows, Help. 2006.
8. The IRB Use Test: Background and Implementation. Basel : Basel Committee on Banking Supervision. 2006. 5 str.
9. The Ripple Effect: How Basel II will impact institutions of all sizes. Erisk, 2005. 18 str.

## **PRILOGE**





## Priloga 1

Tabela 1: Prikaz testiranih kazalnikov – posamezne številke pri izračunu pomenijo ustrezne AOP oznake po SRS 2001

Izračun kazalnika	Kazalnik	Področje tveganja
$(050 + 067 + 069) / (002 + 030)$	koeficient financiranja dolgoročnih sredstev	dolgoročna plačilna sposobnost
$(050 + 067 + 069) / (002 + 030 + 023)$	koeficient financiranja dolgoročnih sredstev in zalog	dolgoročna plačilna sposobnost
$050 / (003 + 009)$	kapitalska pokritost OS	finančno vzvodje
$(068 + 082) / (001-021-044)$	koeficient finančne varnosti	finančno vzvodje
$(068 + 082) / 001$	koeficient finančne varnosti	finančno vzvodje
$050 / 001$	koeficient finančne varnosti	finančno vzvodje
$050 / (068 + 082 + 067)$	koeficient finančne varnosti	finančno vzvodje
$(022 - 030 - 023 + 047) / (075 + 082)$	pospešeni koeficient	likvidnost
$(022 - 030 + 047 - 044) / (075 + 082)$	kratkoročni koeficient	likvidnost
$(167 - 168 + 121) / (068 + 082)$	koeficient pokritosti celotnih obveznosti z enostavnim CF	servisiranje dolga
$(090 + 099) / 075$	obračanje kratkoročnih obveznosti	servisiranje dolga
$(167 - 168 + 121) / 069$	koeficient pokritosti dolgoročnih obveznosti	servisiranje dolga
$(125 - 126 + 121 + 127 - 142) / 146$	mnogokratnik obresti (EBITDA/I)	servisiranje dolga
$(002 + 030) / 001$	struktura sredstev	struktura sredstev
$(090 + 099 + 100 + 101 + 127) / 001$	obračanje celotnih sredstev	učinkovitost
$(090 + 099 + 100 + 101) / (001 - 017 - 041)$	obračanje poslovnih sredstev	učinkovitost
$(090 + 099 + 100 + 101 + 127) / (022 - 030 + 047)$	obračanje kratkoročnih sredstev	učinkovitost
$(090 + 099) / (078 + 079 + 080 + 081)$	obračanje kratkoročnih obveznosti	učinkovitost
$(090 + 099 + 100 + 101) / (022 - 030 + 047)$	obračanje kratkoročnih sredstev	učinkovitost
$(090 + 099 + 100 + 101) / (022 - 030 + 047 - 041)$	obračanje kratkoročnih sredstev	učinkovitost
$(090 + 099) / 035$	obračanje kratkoročnih terjatev	učinkovitost
$(125 - 126 + 127 - 142) / (050 + 070 + 071 + 076 + 077)$	ROIC	uspešnost
$(167 - 168) / 102$	donosnost prodaje	uspešnost
$(125 - 126 + 127 - 142) / 001$	donosnost sredstev	uspešnost
$102 / 103$	koeficient celotne gospodarnosti	uspešnost
$(102 + 127) / (103 + 141)$	koeficient gospodarnosti poslovanja	uspešnost
$(164 - 165) / (102 + 127 + 154)$	donosnost prodaje	uspešnost
$(102 + 127 + 154) / (103 + 141 + 157)$	koeficient celotne gospodarnosti	uspešnost
050	kapital	velikost
001	sredstva	velikost
$(022 - 030 - 023) / 075$	pospešeni koeficient	likvidnost
$(090 + 099 + 101 + 127) / (090 + 099 + 101 + 127)_{(t-1)}$	rast prihodkov	trend
$001 / 001_{(t-1)}$	rast sredstev	trend
$(167 - 168 + 121) / (167 - 168 + 121)_{(t-1)}$	rast denarnega toka	trend
$050 / 050_{(t-1)}$	rast kapitala	trend

Vir: Lastni podatki.

## Priloga 2

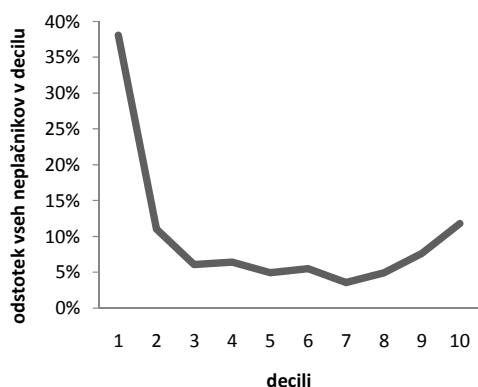
Tabela 2: Tabela prikazuje deleže manjkajočih podatkov posameznega kazalca, korelacijske koeficiente verjetnosti neplačila z vrednostmi finančnih kazalnikov in površino pod ROC krivuljo

Kazalnik	Delež manjkajočih podatkov	Korelacijski koeficient	ROC
1	12 %	-0.20	0.32
2	9 %	-0.21	0.34
3	11 %	-0.22	0.27
4	3 %	0.21	0.70
5	3 %	0.22	0.72
6	4 %	-0.24	0.27
7	3 %	-0.35	0.27
8	3 %	-0.22	0.37
9	3 %	-0.27	0.33
10	3 %	-0.44	0.23
11	2 %	-0.35	0.28
12	44 %	-0.34	0.25
13	15 %	-0.33	0.25
14	1 %	-0.21	0.52
15	2 %	-0.22	0.37
16	2 %	-0.21	0.37
17	2 %	-0.25	0.41
18	2 %	-0.35	0.28
19	2 %	-0.25	0.40
20	2 %	-0.24	0.43
21	5 %	-0.22	0.42
22	2 %	-0.28	0.46
23	16 %	-0.31	0.26
24	2 %	-0.46	0.32
25	15 %	-0.27	0.35
26	12 %	-0.35	0.27
27	10 %	-0.38	0.26
28	9 %	-0.38	0.26
29	0 %	-0.47	0.32
30	0 %	-0.39	0.41
31	3 %	-0.23	0.36
32	11 %	-0.29	0.35
33	8 %	-0.32	0.37
34	9 %	-0.21	0.31
35	8 %	-0.24	0.32

Vir: Lastni izračuni.

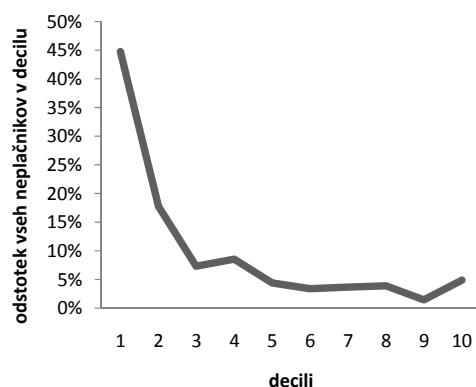
### Priloga 3

Slika 1: Povezanost neplačila s K1



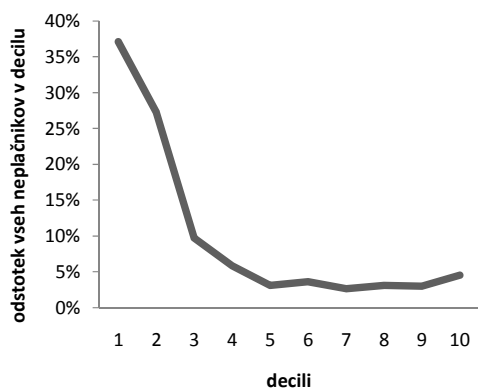
Vir: Lastni izračuni.

Slika 4: Povezanost neplačila s K4



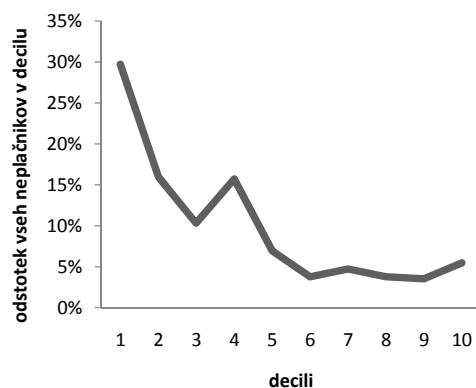
Vir: Lastni izračuni.

Slika 2: Povezanost neplačila s K2



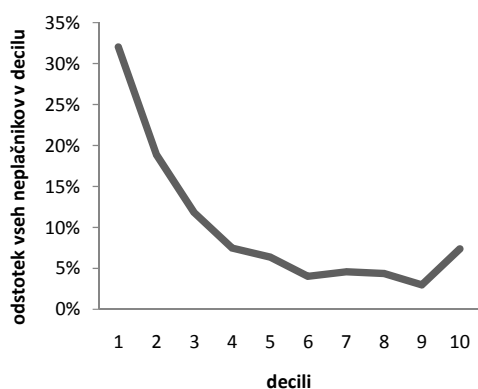
Vir: Lastni izračuni.

Slika 5: Povezanost neplačila s K5



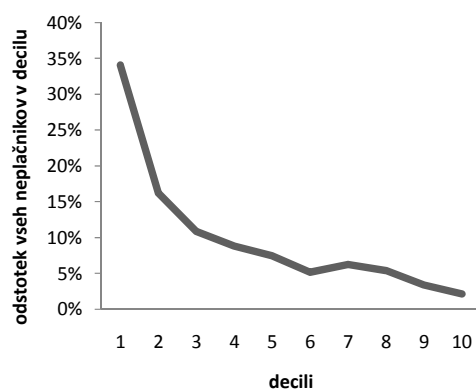
Vir: Lastni izračuni.

Slika 3: Povezanost neplačila s K3



Vir: Lastni izračuni.

Slika 6: Povezanost neplačila s K6



Vir: Lastni izračuni.

## Priloga 4

Izpis iz statističnega programa prikazuje ocenjevanje logistične funkcije.

### Model Summary

Step	-2 Log likelihood	Cox & Snell R Square	Nagelkerke R Square
1	899.227(a)	.141	.294
2	867.956(a)	.156	.325
3	830.812(b)	.174	.361
4	812.578(b)	.182	.379
5	801.588(b)	.187	.389
6	788.432(b)	.193	.401

a Estimation terminated at iteration number 6 because parameter estimates changed by less than .001.

b Estimation terminated at iteration number 7 because parameter estimates changed by less than .001.

### Hosmer and Lemeshow Test

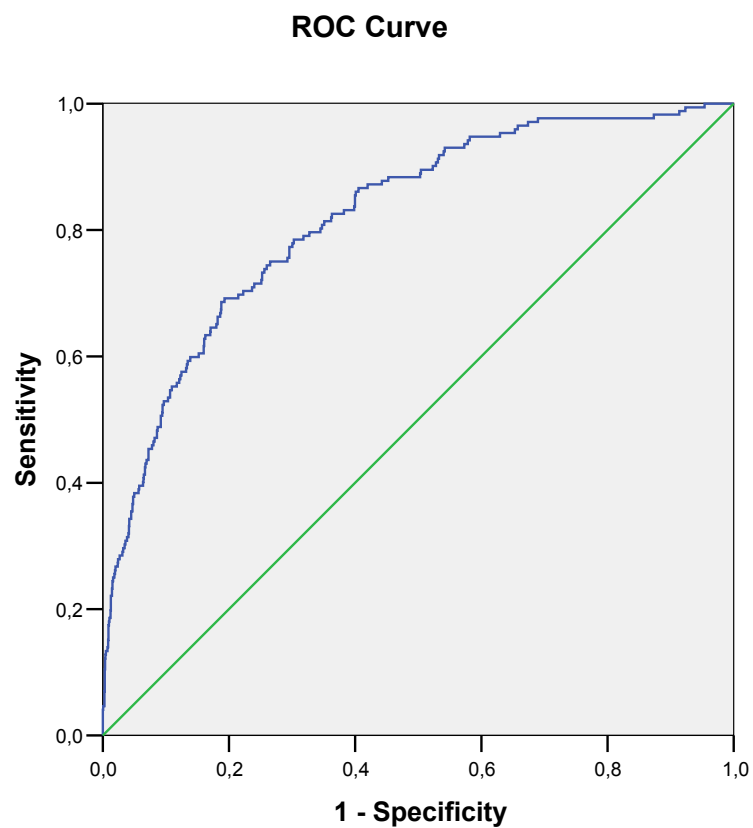
Step	Chi-square	df	Sig.
1	54.487	8	.000
2	21.802	8	.005
3	34.592	8	.000
4	30.721	8	.000
5	24.653	8	.002
6	20.321	8	.009

### Variables in the Equation

	B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)	
Step 1	K1	-.038	.009	20.252	1	.000	.962
6(f)	K2	-.043	.014	9.902	1	.002	.958
	K3	-.030	.008	13.506	1	.000	.971
	K4	-.051	.013	16.320	1	.000	.950
	K5	-.033	.007	23.880	1	.000	.968
	K6	-.222	.062	12.695	1	.000	.801
	Constant	3.135	.432	52.552	1	.000	22.992

## Priloga 5

Izpis iz statističnega programa prikazuje ROC krivuljo ocenjene funkcije izven razvojnega vzorca.



### Area Under the Curve

Test Result Variable(s): Predicted probability 3

Area	Std. Error(a)	Asymptotic Sig.(b)	Asymptotic 95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
,820	,017	,000	,787	,853

a Under the nonparametric assumption

b Null hypothesis: true area = 0.5