UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

D I P L O M S K O D E L O

OBVLADOVANJE TVEGANJA S SIMULACIJAMI

Ljubljana, junij 2002

D A M I J A N M A R O L T

IZJAVA

Izjavljam, da sem avtor tega diplomskega dela, ki sem ga napisal pod mentorstvom mag. mag. Jožeta Andreja Čibeja, in da dovolim objavo diplomskega dela na fakultetnih spletnih straneh.

V Ljubljani, dne 6. 6. 2002 Podpis: ____________________

Kazalo

Uvod

Bog ne kocka! Einstein je s tem izrazil svoj dvom o temeljni ideji takratne nove veje fizike – *kvantni mehaniki*. Ta je napovedovala, da je narava že v svoji osnovi naključna, zato bi gotovost starih modelov morali nadomestiti z verjetnostnimi funkcijami. Velik uspeh nove fizike je zadal močan udarec prevladujočemu determinističnemu videnju sveta, ki je govorilo o tem, da je vse pravzaprav že odločeno.

Kljub temu ta vidik vztraja do današnjih dni. Še vedno se trudimo z gotovostjo napovedovati vreme in gibanje delnic. A če je samo bistvo narave slučajnost, potem je te kompleksne pojave nemogoče natančno napovedati. To seveda ne pomeni, da je samo napovedovanje jalovo. Vanj moramo preprosto vključiti tudi tveganje oziroma verjetnost, da se stvar ne bo izšla po napovedih. Smiselno je torej preiti iz deterministične na stohastično obravnavo pojavov.

Že v začetku študija sem se srečal z znano enačbo o *neto sedanji vrednosti*. Vsem razlagam navkljub mi je bila *sumljiva*. Tu ni šlo za njene omejitve, o katerih smo bili poučeni pozneje, niti za (ne)ustreznost številnih parametrov, ki jih je mogoče iz nje izračunati, niti za problematiko o določanju ustreznega diskontnega faktorja. Zame je bila najbolj naivna predpostavka, da je mogoče določiti bodoče donose, ki jih nato diskontiramo. Če ne moremo vedeti, kaj se bo zgodilo jutri, potem so ocene o donosu naše naložbe v prihodnjem mesecu ali letu precej tvegane. Ker o tem tveganju v enačbi ni bilo nič določenega, se mi je zdela njena uporaba, milo rečeno, omejena.

Na srečo se je izkazalo, da ocenjevanju tveganja na univerzah v okviru študija ekonomskih znanosti in managementa resnično posvečajo vedno večjo pozornost. Obvladovanje tveganja je postalo aktualno predvsem v devetdesetih letih, ko je procesorska moč računalnikov narasla do te mere, da jih je bilo možno učinkovito uporabljati pri vsakdanjem načrtovanju v podjetjih. Ta so z razvojem stohastičnih modelov in simulacijskim pristopom pridobila novo orodje za učinkovito ocenjevanje tveganja. Ker sem mnenja, da je tak pristop pri nas še relativno neznan ali vsaj zanemarjen, sem se odločil, da ga natančneje obdelam v svojem diplomskem delu. Predvsem sem želel dati poudarek na uporabnosti simulacij kot pomoč managerjem pri odločanju. Optimizacija odločitev glede na tveganje se mi namreč zdi zelo pomemben vidik poslovanja, s katerim se spopadajo podjetja v želji po večji konkurenčnosti na globalnih trgih.

V prvem poglavju predstavljam pojem modeliranja in teoretične osnove, ki upravičujejo uporabo verjetnosti pri ocenjevanju tveganja. Posebno pozornost namenjam različnim oblikam teoretičnih verjetnostnih porazdelitev, ki so najbolj uporabne za opis obnašanja stohastičnosti spremenljivk. V kratkem uvodu v verjetnostni račun izpostavljam *zakon velikih števil* in *centralni limitni teorem*, ki predstavljata osnovo za razumevanje dela s simulacijami.

Drugo poglavje natančneje opisuje pojem stohastičnih simulacij in njihovega načrtovanja. Omenjam tudi argumente za smiselnost uporabe preglednic pri simulacijskem pristopu, predvsem v okviru najbolj razširjenega programa na tem področju, Microsoft Excel. Tu izstopa tudi uporaba učinkovitih matričnih formul, s katerimi povprečni uporabnik preglednic skorajda nima opravka. Na kratko prikazujem še posamezne grafične prikaze rezultatov, ki odločevalcu (managerju) da bolj jasno sliko o tveganju, ki mu je izpostavljen.

V tretjem poglavju predstavljam štiri posamezne enostavne primere stohastičnih simulacij. Njihov namen je predstaviti prijeme, kako se lotiti bolj zapletenih problemov. Prvi primer tako prikaže, kako narediti slučajne spremenljivke, medtem ko drugi govori o slabosti načrtovanja zgolj na podlagi povprečja. Tretji primer opisuje analizo odločitvene spremenljivke, zadnji primer pa prikazuje problem optimizacije v povezavi z razpršitvijo (diverzifikacijo) tveganja. Pri reševanju teh problemov natančneje opišem delo z brezplačnim dodatkom SimTools, ki je namenjen simulacijam.

Četrto poglavje predstavlja podrobno analizo študijskega primera z namenom, da bi se čim bolj približal dejanski uporabi simulacij pri obravnavi tveganja v okviru podjetja. Študija primera prikazuje način razreševanja dileme pri odločanju med kreditom, katerega obrestna mera je indeksirana, in kreditom, ki ima zgolj nominalno obrestno mero. Dodatno prikazujem tudi analizo vrednosti izvedenega finančnega inštrumenta – obrestne kapice in smiselnost njenega nakupa. Podrobneje opišem tudi logiko odločanja, ki sledi po obravnavi rezultatov simulacijskega modela.

Zaključek diplomskega dela predstavlja sklep v petem poglavju.

1. Modeliranje in verjetnost

1.1 Kvantitativno modeliranje

Večina pojavov, ki so predmet preučevanja ekonomske znanosti, je zelo zapletene narave, s številnimi povratnimi vplivi, ki jih težko intuitivno razumeti in matematično opisati. Za primerno obravnavo in razumevanje zato uporabljamo modeliranje oziroma modele. Modeli so tako nujno poenostavljen prikaz dejanskega stanja (Čibej, 1998, str. 17). Njihovo strukturo določimo na podlagi predpostavk, s katerimi skušamo opisati obravnavane pojave.

Z vnašanjem podatkov v model dobimo dodatne informacije, ki nam omogočajo boljše razumevanje pojavov in nam dajejo napovedi, s katerimi si olajšamo sprejemanje odločitev (Sachs, 1992, str. 13), ki jih lepo povzema znana podjetniška maksima: "*Bistvo podjetništva je v sprejemanju preračunljivih tveganj*" *(ang. Business is about taking calculated risks)*. Velja pa opozoriti, da nam modeli bremena odločanja ne morejo prevzeti, lahko nam omogočijo le njegovo bolj udobno prenašanje.

Modele je smiselno oblikovati tedaj, ko se z enako ali sorodno problemsko situacijo soočamo večkrat. Manager tedaj dobi na voljo ocene, za katere bi sam potreboval bistveno več časa ali pa ustrezne (optimalne) rešitve sploh ne našel.

Modeli oziroma simulacije, ki bodo obravnavani v nadaljevanju, so kvantitativne narave, kar pomeni, da gre za modele, ki so zasnovani v formaliziranem (matematičnem) jeziku. *Mehke* kvalitativne informacije so zunaj dosega modela (razen morda ocen strokovnjakov pri izbiri ustrezne verjetnostne porazdelitve); sam model nam daje zgolj dodatne informacije in merila, s katerimi dobimo boljše odločitve.

O natančnejšem poteku izgradnje modela bo več govora v poglavju 2.1, za zdaj omenimo le ločitev na neobvladljive in obvladljive (odločitvene) spremenljivke, torej tiste, na katere je moč vplivati. Prav odnos med njimi in namensko funkcijo (ki nas pripelje do rezultatov) pojasnjuje odločitev glede tipa modela. Drug pomemben vidik so vedno prisotni stroški oziroma čas, ki ga namenjamo za izdelavo modela. Zadnji element so informacije, ki morajo biti bodisi že na voljo bodisi jih je mogoče v okviru proračuna pravočasno zbrati.

1.2 Deterministični modeli

Kadar v modelu predpostavljamo, da so zunanje omejitve in notranji odnosi (oziroma vzročne povezave) znani, imamo deterministični model. Ker so slučajni vplivi tukaj izločeni, gre pravzaprav za mehansko računanje po znanih obrazcih za namenske funkcije, ki nam dajo točno določene rezultate (če je naloga v okviru modela seveda rešljiva). Tipični optimizacijski modeli so (glejte tudi Čibej, 1998):

⇒ *klasična diferencialna optimizacija* (pri kateri ugotavljamo minimume in maksimume namenskih funkcij ob pomoči odvajanja, na primer optimalna zaloga ali obseg proizvodnje),

⇒ *linearno programiranje* (zanimiv učni model v Excelu predstavlja Thiriez, 2001),

⇒ *nelinearno programiranje*.

Takšni modeli so pogosti, saj so z matematičnega vidika uporabniku *prijazni*, ker jih je lahko razumeti in ker dajejo *točne* rezultate. Za omejeno uporabo v praksi pa je kriva njihova omejitev po definiciji, ker predpostavlja popolno informiranost in izpušča slučajnostne vplive ter s tem povezano tveganje. Zanimiv primer, ki prikazuje deterministični model za odločanje o obsegu in strukturi popustov pri letalskih kartah, je moč najti pri HB Actuarial, 2001.

1.3 Stohastični modeli

Pri stohastičnem modelu gre v osnovi za spreminjanje narave vhodnih spremenljivk iz determinističnega modela. Te tako postanejo stohastične spremenljivke. Stohastičnost pomeni slučajnost. Z uporabo stohastičnosti *priznamo*, da je imel prav že antični filozof Plinij: "*Gotovo je zgolj to, da nič ni gotovega.*"

Za stohastične modele torej velja, da je vsaj ena od vhodnih spremenljivk slučajna, torej da nanjo delujejo slučajni vplivi. To ne pomeni, da smo obsojeni na popolno nevednost, saj lahko ugotovimo, kakšen je vzorec teh slučajnih vplivov oziroma, v jeziku verjetnostnega računa, vsaki stohastični spremenljivki pripišemo ustrezno verjetnostno porazdelitev (glejte tudi poglavje 1.4.3) na podlagi zgodovinskih podatkov in izkušenj ter z njimi povezane intuicije strokovnjakov za področje obnašanja te spremenljivke.

Prednosti uporabe stohastičnosti so torej v boljši oceni tveganja oziroma nihanja vrednosti okoli rezultatov, ki so nam jih dali deterministični modeli. Ta razlika je zelo pomembna za sprejemanje poslovnih odločitev, obenem pa je iz nje jasen tudi odgovor na očitke tistih, ki bi hiteli pojasnjevati, da stohastični modeli pri napovedovanju prihodnosti niso nič uspešnejši kot klasični modeli.

Celotna logika stohastičnih modelov se naslanja na spoznanja verjetnostnega računa. Glavno vlogo imata gotovo centralni limitni teorem in zakon velikih števil (glejte poglavji 1.4.5 in 1.4.6), ki verjetnostno porazdelitev povezuje z velikim številom ponovitev poizkusa v enakih razmerah, kar zahteva poseben premislek pri interpretaciji rezultatov (Čibej, 1998a, str. 28 in Čibej, 1998b, str. 5), vendar je po drugi strani dodatna informacija o tveganju za potrebe odločanja zadostna protiutež.

Rezultate stohastičnega modela je mogoče dobiti na dva načina:

⇒ *analitični pristop* (pri njem skušamo matematično dobiti verjetnostno porazdelitev izhodne spremenljivke; zaradi kompleksnosti modelov pa je po tej poti rešitve težko oziroma včasih tudi nemogoče dobiti),

⇒ *simulacijski pristop* (vsaki slučajni spremenljivki pripišemo vrednost iz pripadajoče verjetnostne porazdelitve, izračunamo in zabeležimo vrednosti outputov, ter nato postopek večkrat ponovimo (iteriramo), zato da dobimo (simulirano) verjetnostno porazdelitev outputov).

1.4 Pomembni pojmi iz verjetnostnega računa

Ker ob stohastičnih simulacijah stalno omenjamo verjetnostne porazdelitve in slučajnost, je jasno, da je za razumevanje in predvsem interpretacijo rezultatov pri stohastičnih modelih zelo pomembno znanje verjetnostnega računa.

To poglavje predstavlja povzetek najpomembnejših pojmov iz teorije verjetnosti, da bi se izognili pretiranemu ponavljanju že mnogokrat povedanega. Natančnejše definicije posameznih pojmov je moč najti v strokovni literaturi, medtem ko tu podrobneje predstavljam pojme, ki so za razumevanje dela s simulacijami ključnega pomena.

1.4.1 Diskretne verjetnostne porazdelitve

Pri diskretni slučajni spremenljivki nam verjetnostna porazdelitev pove, kakšna je verjetnost, da spremenljivka zavzame posamezno vrednost. To je treba razlikovati od porazdelitvene funkcije, ki nam skladu z enačbo $F(X) = P(X<x)$ pove, kakšna je verjetnost, da spremenljivka zavzame vrednost, ki je *manjša* od x. Vrednost F(X) je do prve možne vrednosti diskretne slučajne spremenljivke enaka 0, po zadnji vrednosti v zalogi možnosti pa ima vrednost 1.

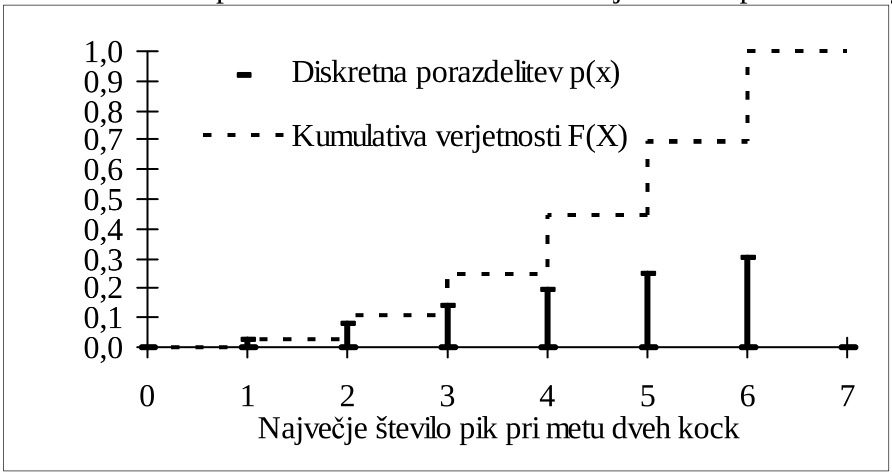
Za primer slučajne spremenljivke vzemimo največje število pik pri hkratnem metu dveh poštenih igralnih kock. Verjetnostna shema je prikazana v naslednji tabeli.

Tabela 1: Verjetnostna shema za največje število pik pri dveh poštenih igralnih kockah

Št. pik (X)	1	2	3	4	5	6	>6
Verjetnost	1/36	3/36	5/36	7/36	9/36	11/36	0
Kumulativa verjetnosti	0	1/36	4/36	9/36	16/36	25/36	1

Vir: Lasten izračun.

Slika 1: Diskretna porazdelitev s kumulativno verjetnostno porazdelitvijo



Vir: Lasten izračun.

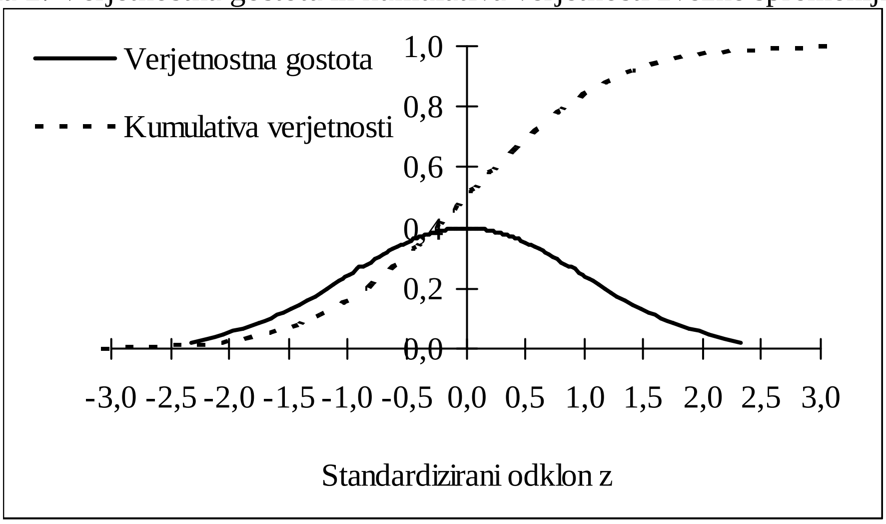
Zaradi diskretne narave slučajne spremenljivke je graf kumulative verjetnosti značilno stopničast, vsakokraten dvig *stopničke* pa je enak verjetnosti, da spremenljivka zavzame dano vrednost na abscisi.

1.4.2 Zvezne verjetnostne porazdelitve

Zaloga vrednosti za zvezno spremenljivko je enaka vsem realnim vrednostim znotraj definicijskega intervala. Verjetnost nahajanja znotraj določenega intervala vrednosti ugotavljamo s ploščino lika pod funkcijo verjetnostne gostote torej z njenim integriranjem prek intervala. Iz tega takoj sledi, da je verjetnost, da bi spremenljivka zavzela katerokoli določeno vrednost enaka 0 (ploščina integrala pod posamezno točko je pač 0), zato je pri ugotavljanju verjetnosti v tem primeru smiselno govoriti zgolj o intervalih vrednosti.

Kako sta videti funkciji verjetnostne gostote in kumulative vrednosti, je prikazano na primeru standardizirane normalne porazdelitve (ki ima aritmetično sredino 0 in standardni odklon 1) za zvezno spremenljivko na naslednji sliki.

Slika 2: Verjetnostna gostota in kumulativa verjetnosti zvezne spremenljivke



Vir: Lasten izračun.

1.4.3 Najbolj pogoste oblike verjetnostnih porazdelitev

V nadaljevanju sledijo v teoriji in praksi najbolj pogosto uporabljane porazdelitve za zvezne in diskretne spremenljivke. Površno bi lahko rekli, da so si vse nekako podobne, v središču pozornosti pa je že omenjena standardizirana normalna porazdelitev, kateri se vse druge približujejo v skladu s centralnim limitnim izrekom (glejte tudi poglavje 1.4.6). Lep prikaz te *sorodnosti* je moč najti v Sachs (1992, str. 228), ki nam prikazuje, kako aproksimirati posamezne porazdelitve s standardizirano normalno porazdelitvijo. V skladu s tem prikazom navajam v nadaljevanju vse poglavitne porazdelitve, ki so razvrščene v posamezne razrede glede na obliko definicijskega območja. Zbrane so na enem mestu, ker jih je tako mogoče med seboj lažje primerjati. Prav te primerjave pa nam bolj očitno prikažejo njihovo raznolikost in tipične uporabe.

1.4.3.1 Normalna porazdelitev

Normalna oziroma Gaussova porazdelitev je najpomembnejša verjetnostna porazdelitev. Razlog za njeno nenavadno pomembnost je v tem, da vse druge porazdelitve *težijo* k njej. Bolj natančno bo to pojasnil centralni limitni izrek v nadaljevanju, v osnovi pa lahko rečemo, da če črpamo slučajne spremenljivke iz številnih (istih ali različnih porazdelitev ob določenih omejitvah), pridemo pri velikem številu ponovitev povsem blizu normalni porazdelitvi. Ob tem naj poudarim, da *normalna* ne pomeni običajna, temveč je treba njeno ime razumeti kot termin kot na primer v besedni zvezi binomska porazdelitev.

S postopkom standardizacije je mogoče dobiti poglavitno obliko normalne porazdelitve s parametroma $\mu = 0$ in $\sigma = 1$. Slika na strani 5 prikazuje njen graf verjetnostne gostote in kumulative verjetnosti. Ta postopek poteka v skladu z naslednjo enačbo: $Z = (X-\mu)/\sigma$. *Z* tako za vsako vrednost slučajne spremenljivke X pove, koliko standardnih odklonov je oddaljena od povprečja. Ker gre v osnovi za porazdelitev zveznih spremenljivk, je smiselno navajanje zgolj določenih intervalov in verjetnosti, da se slučajna spremenljivka nahaja v tako imenovanih intervalih zaupanja. Najbolj pogoste intervale navaja spodnja tabela.

Tabela 2: Pomembnejši intervali in verjetnosti nahajanja za standardizirano normalno porazdelitev

Interval	Verjetnost
$z = \pm 1$	68,27%
$z = \pm 2$	95,45%
$z = \pm 3$	99,73%
$z = \pm 1{,}96$	95%
$z = \pm 2{,}58$	99%
$z = \pm 3{,}29$	99,9%

Vir: Sachs, 1992, str. 112.

1.4.3.2 Primeri drugih zveznih porazdelitev

Porazdelitve v prvi skupini imajo pozitivno verjetnostno gostoto znotraj določenega intervala [a,b], zunaj tega je ta enaka nič. Glavne porazdelitve je moč povzeti v naslednji tabeli.

Tabela 3: Pomembne porazdelitve z omejenim intervalom

Ime porazdelitve	Značilnost verjetnostne gostote p(x)
Enakomerna porazdelitev (ang. uniform distribution)	Enaka na celotnem intervalu, podana zgolj z intervalom
Trikotna porazdelitev (ang. triangular distribution)	Trikotne oblike, podana z intervalom ter *vrhom*
Beta (β) porazdelitev	Podana z intervalom, μ in σ; vključuje tudi zgornji dve porazdelitvi

Vir: Čibej, 1993, str. 78 in Myerson, 2002a, str. 37-40.

Enakomerna porazdelitev je uporabna, kadar lahko slučajna spremenljivka zavzame katero koli vrednost z intervala, nimamo pa dodatnih informacij o tem, katere vrednosti so bolj verjetne, zato predpostavljamo enako verjetnost vseh. Ta porazdelitev je zelo pogosta spremljevalka pri simulacijah, saj funkcija RAND() v Excelu daje vrednosti, enakomerno porazdeljene na intervalu [0, 1].

Trikotna porazdelitev je pogosto uporabljana, saj v intervalu navedemo tudi najbolj verjetno vrednost, ki jo lahko zavzame spremenljivka. Za uporabnika je namreč relativno enostavno intuitivno določati zgornjo in spodnjo mejo skupaj z najbolj verjetno vrednostjo. Zelo pogosto poimenujejo te meje kot pesimistična, najbolj verjetna in optimistična ocena. Njeno uporabnost pri stroškovnem vidiku vodenja projektov prikazuje Elkjaer, 2000.

β–porazdelitev je pravzaprav najbolj splošna oblika zgornjih dveh in je uporabna predvsem v primerih, ko za spremenljivko vemo, kakšen je zaprt interval vrednosti, za katere je definirana. Najbolj pogosto gre tu za oceno deleža neke subpopulacije; na primer delež obravnavanih oseb, ki pišejo z levo roko, bi lahko simulirali z β–porazdelitvijo, ki ima parametre μ = 10% ter σ = 3% na intervalu [0%, 100%]. Naj s*plošnost* β–porazdelitve podkrepimo še s primerom za enakomerno porazdelitev, katero je mogoče opisati kot njen (β) poseben primer s parametroma μ = 0,5 ter σ = 0,2887 za interval [0, 1].

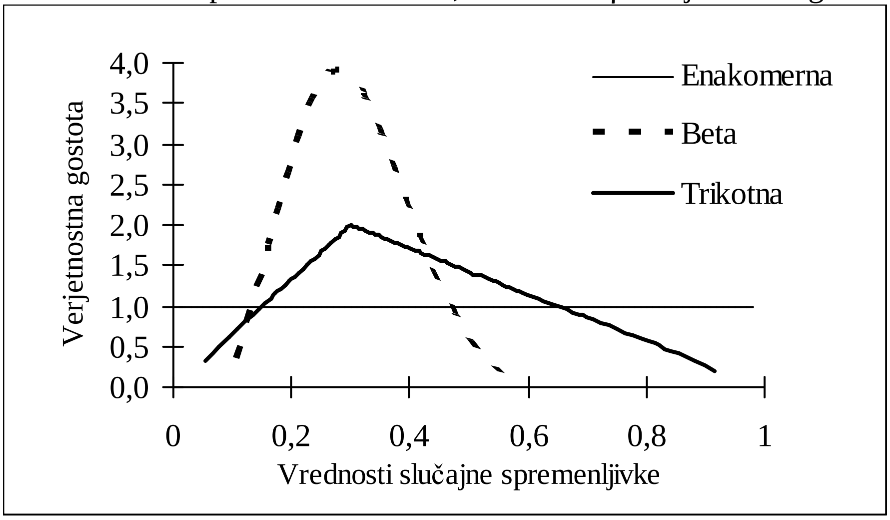
Za grafično ponazoritev verjetnostne gostote zgornjih porazdelitev na sliki 3 si izberimo naslednje parametre:

⇒ interval [0, 1],

⇒ za trikotno porazdelitev: vrh = 0,3,

⇒ za β–porazdelitev: μ = 0,3 in σ = 0,1.

Slika 3: Grafični prikaz enakomerne, trikotne in β–verjetnostne gostote



Vir: Lasten izračun.

Porazdelitve druge skupine imajo so na eni strani intervala pozitivne verjetnostne gostote omejene, medtem ko je na drugo stran interval odprt. V tabeli 4 so zbrane predvsem tiste, ki so neničelne pri pozitivnih vrednostih in/ali pri 0.

Tabela 4: Pomembne porazdelitve s polomejenim intervalom

Ime porazdelitve	Posebnosti verjetnostne gostote p(x)
Lognormalna porazdelitev	Normalna porazdelitev za *zmnožke*
Gama (γ) porazdelitev	p(0) je lahko večja od 0
Eksponentna porazdelitev	Največja vrednost: $x \rightarrow 0$, $\mu = \sigma$
Weibull porazdelitev	Prilagojena Gumbelova porazdelitev ekstremnih vrednosti

Vir: Čibej, 1993, str. 75, Myerson, 2002a, str. 11–13 ter 40–43 in Sachs, 1992, str. 173–177.

Lognormalno porazdelitev imajo tiste spremenljivke, katerih logaritem se porazdeljuje normalno. Razlog, zakaj uporabiti lognormalno porazdelitev, je v tem, da je v številnih pojavih, posebej v naravoslovnih znanostih ter tudi ekonomiji, prisoten indeks rasti oziroma stopnja rasti. Na primer, cena vrednostnega papirja je enaka zmnožku začetne cene ter poznejših faktorjev rasti. Z logaritmiranjem *prevedemo* zmnožke v vsoto. Kot bo pozneje jasno iz centralnega limitnega izreka, je vsota več porazdelitev enaka normalni porazdelitvi (dodaten pogoj je, da noben člen osnovne porazdelitve ne prevladuje, in če privzamemo, da faktor rasti ni bistveno drugačen od 1, bodo vrednosti spremenljivk rasti pri logaritmiranju blizu LN(1) = 0). Za lognormalno porazdelitev velja podobno kot za logaritem, da je definiran na območju $(0,+\infty)$. Opozoriti velja še na dejstvo, da se povprečje in standardni odklon *originalne* lognormalne porazdelitve ter njenega logaritma razlikujeta. V primeru, ko imamo parametre originalne porazdelitve, uporabimo za modeliranje funkcijo LNORMINV (ki jo doda SimTools), drugače pa si pomagamo s funkcijo LOGINV.

Za γ–porazdelitev veljajo v splošnem podobne lastnosti kot za lognormalno s to poglavitno razliko, da ima lahko tudi pri nič pozitivno verjetnostno gostoto. Njena znana uporaba v statistiki je pri porazdelitvi normalne spremenljivke, katere varianca vzorca (s^2) sledi γ–porazdelitvi. Druga uporaba sledi iz uporabe eksponentne porazdelitve za čas čakanja na naslednjo stranko. Ob takšni predpostavki ima γ–porazdelitev spremenljivka – čas čakanja na n–to stranko. Tretja uporaba se pokaže pri obravnavi števila obiskovalcev v določenem časovnem intervalu. Povprečno število obiskovalcev je γ-porazdeljeno.

Eksponentna porazdelitev je prav tako definirana na območju [0, +∞). Za razliko od γ ima pri nič vedno največjo verjetnostno gostoto. Edini parameter je povprečje, saj je standardni odklon enake vrednosti. Njena uporaba je predvsem na področju časa čakanja, na primer na prvo stranko. Za eksponentno porazdeljeno spremenljivko X v tej uporabi namreč velja, da nadaljnji čas čakanja *ni odvisen* od že pretečenega časa čakanja.

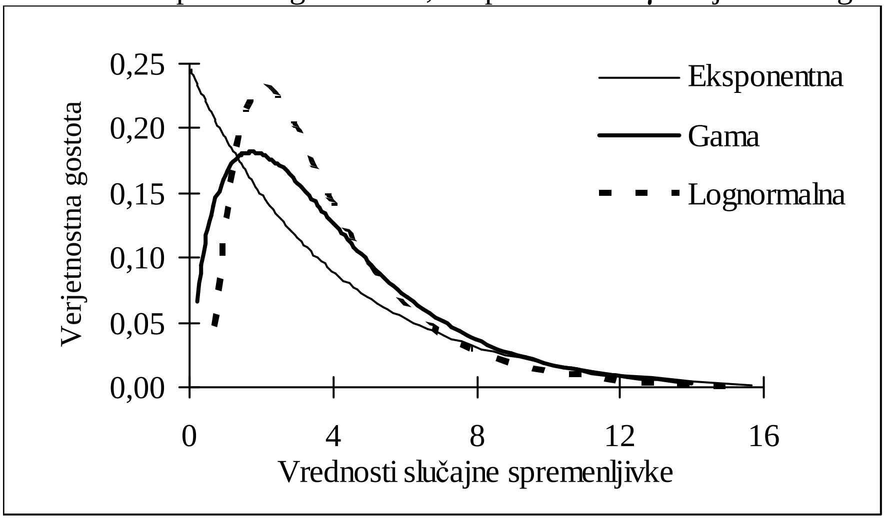
Weibullova porazdelitev se uporablja pri porazdelitvi ekstremnih vrednosti, pri čemer gre v bistvu za prilagojeno logaritmirano Gumbelovo porazdelitev. Njena tipična uporaba je modeliranje življenjske dobe izdelkov.

Za grafično ponazoritev verjetnostne gostote zgornjih porazdelitev (razen Weibullove, ki je kot že rečeno *ekstremna* in bi jo bilo težko primerjati v istem grafu z drugimi) na sliki 4 si izberimo naslednje parametre:

⇒ za lognormalno in γ–porazdelitev: $\mu = 4$ in $\sigma = 3$,

⇒ za eksponentno porazdelitev: $\mu = 4$.

Slika 4: Grafični prikaz lognormalne, eksponentne in γ–verjetnostne gostote



Vir: Lasten izračun.

1.4.3.3 Primeri diskretnih porazdelitev

Diskretnost porazdelitev pomeni, da so verjetnosti definirane le za cele vrednosti slučajne spremenljivke. Za njih prav tako velja možnost aproksimacije z ustrezno normalno porazdelitvijo.

Binomska porazdelitev je uporabna pri spremenljivkah, ki lahko zavzamejo zgolj dve vrednosti, torej uspeh (1) z verjetnostjo p in neuspeh (0) z verjetnostjo 1–p = q v n zaporednih poizkusih. Tipičen primer je na primer kontrola kakovosti izdelkov na podlagi n vzorcev z vračanjem (pozor na razliko s hipergeometrijsko porazdelitvijo v nadaljevanju) ali pa šolski primer – vlečenje raznobarvnih kroglic iz posode (zopet z vračanjem).

Binomsko porazdelitev ponazorimo z enačbo:

$$P(X=k)=\binom{n}{k} * p^k * (1-p)^{n-k}.$$

Hipergeometrijska porazdelitev je zelo podobna binomski, s tem da zanjo velja, da je uporabna pri poizkusih brez vračanja. Opišemo jo z naslednjo enačbo:

$$P(X = k) = \frac{\binom{N-M}{n-k} * \binom{M}{k}}{\binom{N}{n}}.$$

Oznake pomenijo naslednje: N – celotna populacija, M – subpopulacija z neko značilnostjo, n – vzorec iz N ter k – število enot iz subpopulacije M v vzorcu n.

Poissonova porazdelitev je uporabna pri diskretnih spremenljivkah, pri katerih ni jasna zgornja meja vrednosti, ki jih ta lahko zavzame. Če je čas med obiski posameznih strank trgovine porazdeljen eksponentno s parametrom μ, potem je število strank v kateremkoli časovnem intervalu dolžine L porazdeljeno s Poissonovo porazdelitvijo $\lambda = L/\mu$. Porazdelitev je opisana z enačbo:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k * e^{-\lambda}}{k!}.$$

Za grafično ponazoritev zgornjih diskretnih porazdelitev na sliki 5 si izberimo naslednje parametre:

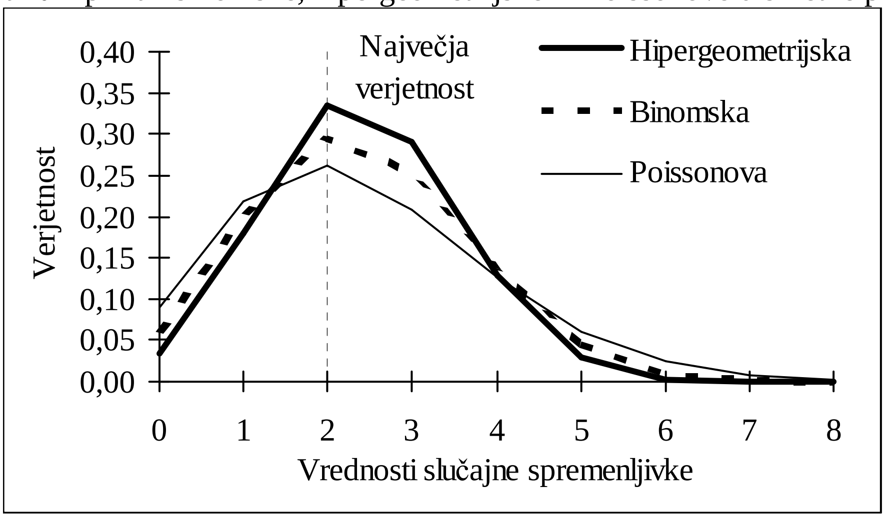
⇒ binomska porazdelitev: n = 8, p = 0,3,

⇒ hipergeometrijska porazdelitev: N = 30, M = 10, n = 8,

⇒ Poissonova porazdelitev: λ = 2,4.

Parametri so izbrani tako, da je povprečje vseh treh porazdelitev enako n*p = n*M/N = λ = 2,4. Na grafu je zato največja verjetnost vseh treh porazdelitev pri slučajni spremenljivki 2 (povprečje 2,4 zaokroženo *navzdol* na prvo celo število).

Slika 5: Grafični prikaz binomske, hipergeometrijske in Poissonove diskretne porazdelitve



Vir: Lasten izračun.

1.4.4 Momenti

Za opis verjetnostnih porazdelitev, o katerih je bilo govora v predhodnih poglavjih, je zelo pomemben razred številskih karakteristik, ki jih imenujemo *momenti*. Njihova definicija je sledeča (glejte Čibej, 1993, str. 113):

$$m_k(a) = E\{\,(X-a)^k\},\ \text{kjer velja a} \in \Re \text{ in k} \in \wp^+$$

$m_k(a)$ – moment reda k slučajne spremenljivke X glede na število a

Pri teh momentih sta zlasti pomembna naslednja dva razreda:

⇒ *začetni momenti* (z_k), pri katerih je $a = 0$,

⇒ *centralni momenti* (m_k), pri katerih je $a = E(X)$.

Za opis verjetnostnih porazdelitev uporabljamo predvsem naslednje momente in parametre* :

⇒ $z_1 = E(X) = \mu(X)$ matematično upanje (ang. expected value),

⇒ $m_2 = D(X)$ disperzija (ang. dispersion),

⇒ $\sqrt{D(X)} = \sigma(X)$ standardni odklon (ang. standard deviation),

⇒ $\dfrac{m_3}{\sigma^3(X)} = A(X)$ asimetrija (ang. skewness),

⇒ $\dfrac{m_4}{\sigma^4(X)} - 3 = e(X)$ sploščenost (ang. kurtosis).

1.4.5 Zakon velikih števil

Zakon velikih števil je teoretična osnova za stohastične simulacije. Zakon nastopa v dveh oblikah. Šibki (Bernoullijev) zakon velikih števil prek neenačbe Čebiševa pride do zaključka, da se je moč z naraščanjem števila simulacij slučajne spremenljivke iz določene (iste) verjetnostne porazdelitve, z relativno frekvenco poljubno približati teoretični (oziroma povprečje vzorca se z večanjem vzorca približuje teoretičnemu povprečju) ter da je verjetnost, da bi bila odstopanja velika, zelo majhna. To ugotovitev imenujemo s*tohastična konvergenca* (Sachs, 1992, str. 129). Pravimo, da simulacijske (vzorčne) vrednosti stohastično konvergirajo k teoretičnim.

Krepki zakon velikih števil je, kot izhaja iz imena, strožja formulacija, ki temelji na drugačnem konvergenčnem zaporedju. Razlika je v tem, da krepki zakon stohastično konvergenco dopolni s sklepom, da se simulacijske (vzorčne) vrednosti z zanemarljivim tveganjem (na *zanemarljivo* je treba v tem primeru gledati kot na termin), torej z verjetnostjo 1, približuje teoretični vrednosti (natančneje glejte Billingsley, 1995, str. 5, 85 in 282).

---

[*] Navedena so tudi poimenovanja v angleškem jeziku, ker se ta pogosto pojavljajo v programih za izvajanje simulacij, na primer v programu Microsoft Excel pri imenih funkcij. Prevodi so vzeti po Košmelj et al., 2001.

1.4.6 Centralni limitni teorem

Centralni limitni teorem nas pripelje do naslednjega zaključka:

Vsota velikega števila spremenljivk iz poljubne verjetnostne porazdelitve se asimptotično približuje normalni porazdelitvi.

Pri izvedbi simulacij bomo večkrat uporabljali nekoliko šibkejšo varianto, ki ne zahteva stroge izpolnitve izreka Ljapunova o tem, da posamezni sumandi v porazdelitvah ne dominirajo. Šibkejša oblika se tako glasi:

Če je S_n vsota n slučajnih spremenljivk iz iste verjetnostne porazdelitve, z varianco σ^2 in povprečjem μ, potem naslednji izraz sledi normalni porazdelitvi (Billingsley, 1995, str. 357):

$$\frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}.$$

Iz tega izraza sledi enačba za izračun tako imenovane standardne napake povprečja iz vzorca n elementov (ang. standard error of sample mean), ki je enaka:

$$\sigma_n = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

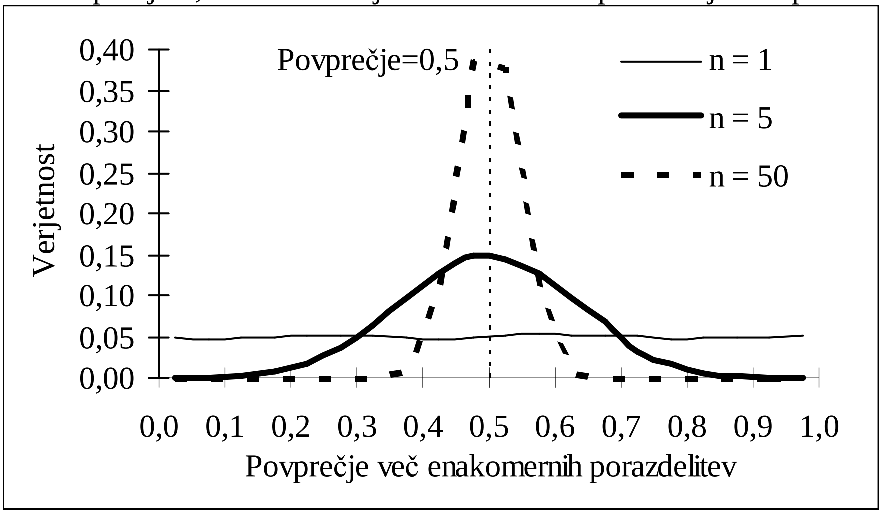
Za ponazoritev centralnega limitnega teorema vzemimo povprečje slučajnih spremenljivk, ki imajo enostavno enakomerno verjetnostno porazdelitev na intervalu [0,1], ki jo v Excelu nadomešča funkcija RAND. Tabela 5 prikazuje izračun standardnega odklona povprečja vsote teh porazdelitev s povečevanjem njihovega števila.

Tabela 5: Standardni odklon od povprečja za več enakomerno porazdeljenih spremenljivk na intervalu [0, 1]

Število enakomernih porazdelitev	Standardna napaka povprečja
1	0,2887
2	0,2041
5	0,1291
10	0,0913
50	0,0408
100	0,0289

Vir: Lasten izračun.

Slika 6: Povprečje 1, 5 in 50 slučajnih enakomerno porazdeljenih spremenljivk



Vir: Lasten izračun.

Zgornja slika prikazuje porazdelitev povprečja 1, 5 in 50 enakomerno porazdeljenih spremenljivk na intervalu na podlagi 10.000 simulacij v Excelu. Lepo je vidna sprememba iz ravne premice pri n = 1 do približno zvonaste krivulje že pri n = 5. Z večanjem do n = 50 pa postaja krivulja vedno ožja zaradi manjšanja standardnega odklona. Slika lepo prikazuje tudi princip razpršitve tveganja, ki ga uporabljajo večji institucionalni vlagatelji in vzajemni skladi. Tveganje se z večanjem števila vrednostnih papirjev v portfelju zmanjšuje (glejte tudi primer 3.4).

1.4.7 Vzorčenje Monte–Carlo

Vzorčenje je postopek izbire slučajnih ali psevdo-slučajnih števil. Prav iz povezanosti med izidi iger na srečo in slučajnostjo izvira ime Monte–Carlo, ki je bilo v tem kontekstu prvič uporabljeno v okviru *Manhattan Project* pri izdelavi prve atomske bombe. Pri simulacijah Monte–Carlo simulacijah gre za izbiro slučajnih števil, ki jih porabimo za vhodne spremenljivke. Pri tem velja, da za vsako posamezno spremenljivko števila sledijo verjetnostni porazdelitvi, ki smo ji jo pripisali v skladu z zakonom velikih števil (glejte poglavje 1.4.5).

Glavni problem, ki se lahko pojavi ob premajhnem številu simulacij, je grozdičenje (ang. clustering), ko ko se izbere nereprezentativni vzorec (glejte Hojkar, 1995, pril. B). V splošnem je ta problem mogoče rešiti s stratificiranjem verjetnostne porazdelitve na enako velike dele (stratume) po verjetnosti nahajanja (na primer: 0–10%, 10–20% ... 90–100%). Nato sledi izbira enakega števila slučajnih števil iz vsakega stratuma. Takšen način je znan kot latinsko hiperkubično vzorčenje. Zaradi velike procesorske moči sodobnih računalnikov, se je grozdičenju moč enostavno izogniti z večjim številom simulacij, zato ostaja Monte–Carlo najbolj razširjen način vzorčenja.

2. Stohastične simulacije

Gotovost je uporabna začetna predpostavka za naše razmišljanje o tem, kako deluje poslovni svet. Vendar je poslovni svet, oziroma kar naše celotno okolje, podvrženo naključju in nedoločljivosti. Temeljna spoznanja kvantne mehanike nam tako opisujejo naravo subatomskega sveta predvsem na podlagi verjetnosti. Na kratko bi ta spoznanja lahko skrčili v dejstvo, da je narava sama v osnovi naključna in tvegana.

Če točnih rezultatov ni mogoče dobiti, je po drugi strani smiselno ugotoviti vsaj to, kakšnemu tveganju smo izpostavljeni. Glede na izkušnje in zgodovinske podatke lahko postavimo ustrezen model oziroma našo (nujno poenostavljeno) predstavo o tem, kako se proučevani pojavi odvijajo in kakšne so možne posledice naših odločitev (to temelji predvsem na subjektivnih ocenah). V ta model nato vstavljamo nove in nove vrednosti vhodnih spremenljivk, kakor da bi ta pojav oziroma situacijo vedno znova ponavljali. Gre torej za analizo posamezne situacije, ki jo vedno znova ponavljamo, zato da bi ugotovili, kakšni bodo predvidoma rezultati naših dejanj na podlagi različnih možnih začetnih stanj.

Prav to ponavljanje je bistvo simulacij, ki je tako sorodno eksperimentu. Eksperiment izvajamo pri različnih nadzorovanih pogojih, zato da bi ugotovili, kakšna je *prikrita* teorija, ki deluje v ozadju. Ker je v poslovnem svetu nadzorovane eksperimente, ki bi pokrili vse možne variacije, zelo težko in drago izvajati, se zatečemo k eksperimentom v obliki modelov, ki se vedno znova in znova preračunavajo v računalnikih. Prednost tega simuliranja oziroma posnemanja glede na stvarni eksperiment je predvsem v poceni izvedbi ter velikem številu rezultatov, ki jih je moč dobiti v relativno kratkem času.

Cena in količina informacij sta glavna razloga, zakaj se simulacije tako pogosto uporabljajo ne le v poslovnem svetu, temveč tudi v naravoslovnih ter vedno pogosteje celo v družboslovnih znanostih. V biologiji tako simulirajo naraščanje populacije živali v različnih pogojih, pri fiziki ugotavljajo obnašanje tekočin v turbulentnih pogojih, hidrometeorologi preučujejo spreminjanje klime, astrofiziki razmišljajo o različnih scenarijih razvoja vesolja, sociologi pa preučujejo obnašanje množic v mestu.

Iz raznovrstne uporabe takoj sledi še zadnji pomemben razlog v prid simulacijam. Ne glede na vrsto tveganja in predmet preučevanja, je lahko prav simulacija zaradi prilagodljivosti ustrezen način preučevanja pojavov. Pridobljeni podatki nam dajo boljši vpogled v dinamiko pojava ter nam tako pomagajo do boljšega razumevanja.

Glavna pomanjkljivost simulacij v preteklosti je bila pomanjkanje ustreznih orodij. Obseg potrebnih izračunov je prenehal biti ovira po razvoju dovolj zmogljivih računalnikov in ustreznih programov. Dandanes je tako glavni kamen spotike navezanost uporabnikov oziroma ljudi nasploh na deterministični način mišljenja v stilu: če naredimo to, potem se bo *gotovo* zgodilo ono. Takšno mišljenje predstavlja resno oviro pri pravilni interpretaciji in uporabi simulacij.

Lep primer omenja Savage (1998, str. 5), kjer opisuje pogovor med zaposlenim (vodjo izdelka) in managerjem (ki se gotovo v zelo podobni obliki odvija v marsikaterem podjetju!). Manager izbira med uvedbo različnih izdelkov na tržišče, zato od vodje želi podatek o tem, kakšen naj bi bil predviden dobiček prodaje njegovega izdelka. Vodja poudari, da ne ve, kakšni bodo točni stroški proizvodnje, tudi prodaje ne more natančno določiti, saj še vedno ni jasno, kako velik bo odobren proračun za trženje... Manager se razburi, da hoče številko, saj je vodja konec koncev za to plačan. Čez nekaj časa se vodja vrne in managerju da številko, ki po njegovem mnenju odseva najbolj verjeten dobiček. Manager se na podlagi te ocene odloči, da bo podjetje izdelek dalo na tržišče. Prihodnje leto se izkaže, da prinaša izdelek izgubo oziroma bistveno manjši dobiček, in vodja je tisti, na katerega pade vsa krivda, češ saj je dal slabo oceno.

Če preučimo ta poenostavljen primer, bi lahko rekli, da je vendar manager tisti, ki je kriv za izgubo. On je bil odločevalec, ki je izbral takšen portfelj novih izdelkov, ki se mu je zdel glede na dobiček najbolj primeren. Vendar ocena dobička posameznega izdelka ne pove veliko o tem, kako tvegan je ta dobiček. S strani managerja bi bilo tako bolj pravilno, da bi od vodje izdelka zahteval takšno informacijo, ki bi mu poleg dobička povedala tudi njegovo tveganost. To je mogoče v zelo nazorni obliki prikazati s kumulativno porazdelitvijo dobička glede na rezultate simulacij. Tako bi manager, ki razume osnove verjetnosti, na katerih temelji takšen graf, dobil jasno sliko o tem, kakšnemu tveganju se izpostavlja, če bo uvrstil ta izdelek na tržišče. Ker je manager tisti, ki bo določil glede na pričakovani dobiček in obseg tveganja zanj optimalen portfelj izdelkov, bo seveda na koncu tudi on odgovoren za morebitno izgubo ali pa bo prejel priznanja za večjo dobičkonosnost.

Prav zaradi spoznanj v zgornjem primeru bom v praktičnih primerih simulacij v poglavjih 3 in 4 uporabljal pri analizi predvsem prikaz kumulative verjetnosti ciljne spremenljivke in ne le posamičnih parametrov, kot je na primer povprečje.

2.1 Načrtovanje simulacij

Proces načrtovanja simulacij je obsežen proces, ki se ga lotimo po naslednjih korakih (Gottfried, 1984, str. 154; Hojkar, 1995, str. 41–43):

⇒ *načrtovanje predmeta preučevanja* (opišemo glavne značilnosti problema, želene informacije kot rezultat preučevanja in podatke, ki jih že imamo na voljo),
⇒ *zamišljanje modela* (matematičen opis modela kot najpomembnejši *kreativni* korak v načrtovanju),
⇒ *zbiranje podatkov* (glede na prejšnji korak določimo informacije in podatke, ki jih je treba dodatno zbrati; pri tem je treba upoštevati tako vidik stroškov zbiranja kot vidik koristi, ki jih imamo v obliki natančnejših rezultatov v bolj izpopolnjenem modelu),
⇒ *izgradnja modela* (prevajanje matematičnega opisa modela v naš računalniški program),
⇒ *testiranje rešitev in izpopolnjevanje modela* (model preizkusimo, da bi ugotovili, če se kje v modelu, podatkih ali prikazu pojavljajo napake in jih odpravimo ter ob predlogih uporabnikov model še dodatno izpopolnimo),
⇒ *pravilna uporaba modela* (zagotoviti je potrebno ustrezno podporo uporabnikom modela, da bodo sposobni pravilno interpretirati rezultate modela).

Zgornji koraki predstavljajo univerzalni recept, ki ga lahko uporabimo pri načrtovanju kakršnihkoli simulacij. Seveda pa je vedno smiselno najbolj splošen opis prilagoditi trenutnim razmeram in potrebam. Pri poznejši obravnavi problemov se bom tako osredotočil predvsem na uporabo modelov za potrebe ocenjevanja tveganja.

Pri tem bom uporabil simulacije Monte–Carlo (glejte tudi poglavje 1.4.7), ki jih bomo načrtovali v teh korakih (Evans, 2001, str. 28; Sheel, 1995, str. 19):

⇒ *razvoj modela* (ta zajema matematični opis modela, ki vključuje (funkcijski) odnos med vhodnimi in izhodnimi (ciljnimi in odločitvenimi) spremenljivkami modela in vnos modela v ustrezen program),

⇒ *proučitev tveganja* (ugotovimo, katere vhodne spremenljivke so slučajne narave ter jim pripišemo ustrezno verjetnostno porazdelitev),

⇒ *izvedba simulacij* (v model vstavimo številne kombinacije vhodnih spremenljivk, katerih vrednosti sledijo verjetnostnim porazdelitvam, ter beležimo spreminjanje vrednosti izhodnih spremenljivk),

⇒ *sprejemanje odločitev* (na podlagi rezultatov odločevalec oblikuje ustrezno politiko ravnanja).

2.2 Uporaba preglednic

Za izvajanje simulacij je na tržišču na voljo kar precej programov. Dražji in bolj specializirani programski paketi (na primer SLAM, Arena, Extend in SimScript) omogočajo različne oblike simulacij z množico parametrov, vendar pa imajo dve veliki pomanjkljivosti. Prvič, so zelo dragi, tako da je njihov nakup s strani manjših in morda tudi srednje velikih podjetij vprašljiv. Drugič, pomemben problem predstavlja izobraževanje uporabnikov. Zaradi večplastnosti programskih paketov je treba precej časa nameniti uvajanju uporabnikov.

Na drugem polu imamo programe s preglednicami (ang. spreadsheet). Njihove prednosti so predvsem v naslednjem (Bell, 2001, str. 21; Evans, 2001, str. 27):

⇒ *razširjenost* (v večini podjetij so programi s preglednicami postali standardni del programske opreme računalnikov),

⇒ *znanje uporabnikov* (prav zaradi razširjenosti obstaja veliko število izobraženih uporabnikov),

⇒ *vgrajene funkcije* (programi imajo vgrajene grafične module za prikaz raznovrstnih grafov ter analitično–statistični modul z dovolj širokim naborom funkcij in procedur, ki omogočajo ustrezno statistično analizo podatkov),

⇒ *izgradnja modelov* (modele je mogoče hitro zgraditi ter jih spreminjati na vseh nivojih, saj nismo omejeni s prednastavljenimi meniji in parametri; zanimiv primer opisuje Thiriez, 2001, str. 473).

Tipična primera teh programov sta Excel in Lotus. Excel kot del programskega paketa Office je najbolj razširjen. Zanj so na voljo tudi številni dodatki (ang. add–in), ki osnovnemu programu dodajo funkcije in procedure, ki nam olajšajo delo s simulacijami. Najbolj razširjeni dodatki so @RISK, Crystal Ball in Insight.xla. Za naše potrebe nam bo zadoščal že manjši, vendar povsem brezplačen (ang. freeware) dodatek SimTools (Myerson, 2000), katerega avtor sam kot predavatelj uporablja pri poučevanju managementa tveganja. Eckstein in Riedmueller (2002) natančneje opisujeta še dva brezplačna dodatka (ran_var in YASAI) ter med seboj primerjata vse omenjene dodatke glede na ceno, uporabnost, razširljivost in prijaznost do uporabnika. Njuna primerjava nam daje vtis, da so plačljivi dodatki (katerih cene se lahko gibljejo tudi čez 1000 evrov) po svojih lastnostih v rahli prednosti glede na brezplačne le v hitrosti in grafični podpori, ne pa tudi po uporabnosti.

Uporaba preglednic ima prav tako svoje slabosti. Prva slabost se pojavi pri uporabi bolj kompleksnih modelov. Ker so formule v Excelu prikrite, lahko postanejo obsežnejši modeli nepregledni. V veliki meri se je mogoče temu izogniti z ustrezno *organizacijo* modela v preglednici. Pri primerih stohastičnih simulacij bom zato uporabil delitev posamezne preglednice na naslednje dele:

⇒ *podatkovni del* (predpostavke modela in dani podatki),
⇒ *računski del* (funkcijska odvisnost med vhodnimi in izhodnimi spremenljivkami),
⇒ *simulacijski del* (simulacija vrednosti vhodnih spremenljivk glede na dane predpostavke),
⇒ *odločitveni del* (analiza odločitvene spremenljivke prek podatkovne tabele in scenarijev),
⇒ *rezultatski del* (parametri porazdelitve ciljne spremenljivke).

Drugo slabost predstavlja *neznosna lahkost računanja* v preglednicah. Uporabnika lahko premami izdelava preobsežnih analiz. Tako izpred oči izgubi prvotni smisel uporabe simulacij. Poglavitna je namreč interpretacija dobljenih vrednosti, ne pa kar slepo izračunavanje množice parametrov. Zadnje je lahko vzrok za zanemarjanje uporabe drugih *mehkejših* managerskih pristopov.

Naj za konec omenim še posebnost Excela, ki nam bo pri uporabi preglednic olajšala delo s simulacijami. Povprečni uporabnik navadno nima opravka z matričnimi formulami (ang. array formulas), ki nam kot rezultat dajo matriko. Matrično formulo je treba naenkrat vnesti v vse celice, ki naj predstavljajo rezultat v obliki matrike. To naredimo tako, ta izberemo vse celice, vnesemo formulo v vnosno vrstico in pritisnemo kombinacijo tipk Control + Shift + Enter. Matrično formulo prepoznamo po tem, da je okoli formul v celicah dodan zaviti oklepaj {}. Značilnost celic, ki sestavljajo matriko, je, da je mogoče spremeniti le vse celice naenkrat, posameznih celic pa ne.

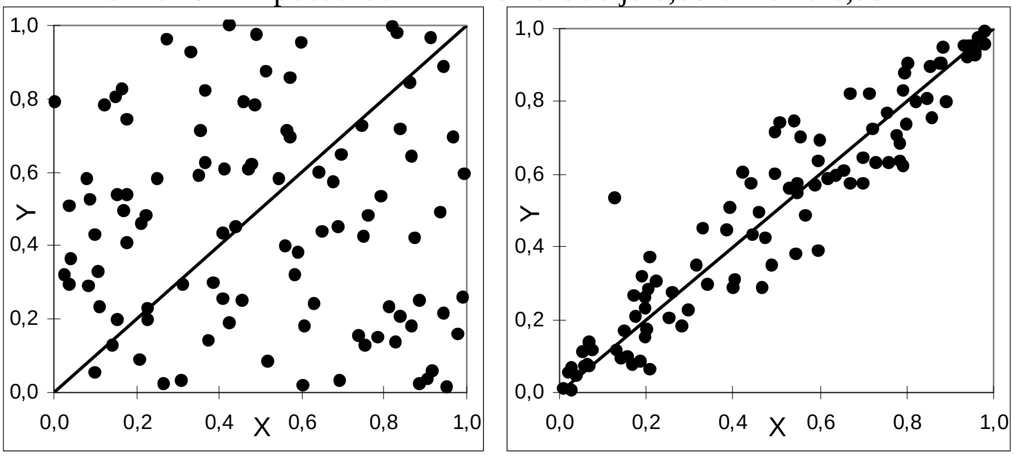
Tipični primeri uporabe matričnih formul so na primer izdelava frekvenčne tabele iz podatkovne vrste (funkcija FREQUENCY), matrika korelacijskih koeficientov (MCORRELS), podatkovna tabela (TABLE), matrika vseh možnih produktov iz enega nabora (vektorja) vrednosti (PRODS) in izračun glavnih statistik linearne multiple regresije (LINEST). Zelo pomemben primer matričnih formul predstavlja izračun standardnega odklona portfelja, ki je natančno opisan v primeru 3.4.

2.3 Prikaz rezultatov

Za snovalca simulacijskih modelov je pomembno, da rezultate predstavi na primeren način. Poleg posamičnih parametrov k razumljivosti veliko pripomore ustrezen grafični prikaz. Za prikaz obnašanja izhodnih spremenljivk v celoti je primeren graf kumulative verjetnosti, ki spada v razred linijskih grafov, ki prikažejo vrednosti z ustrezno krivuljo. Tako prikazujem obnašanje ciljne spremenljivke v poglavjih 3.1 in 3.2. V isti razred lahko uvrstimo tudi prikaze verjetnostnih gostot iz 1. poglavja.

Najbolj enostaven primer predstavljajo točkovni oziroma razsevni (ang. scatter) diagrami, ki preprosto prikažejo posamezne točke, ki pa jih ni smiselno med seboj kar samodejno povezati v krivuljo. Tipičen primer je preverjanje korelacije med dvema nizoma podatkov. Spodnji sliki tako prikazujeta primera visoke in nizke korelacije z vrisano premico, ki prikazuje korelacijo 1 oziroma linearen odnos X = Y.

Slika 7: Nizi podatkov X in Y s korelacijo 0,05 oziroma 0,95

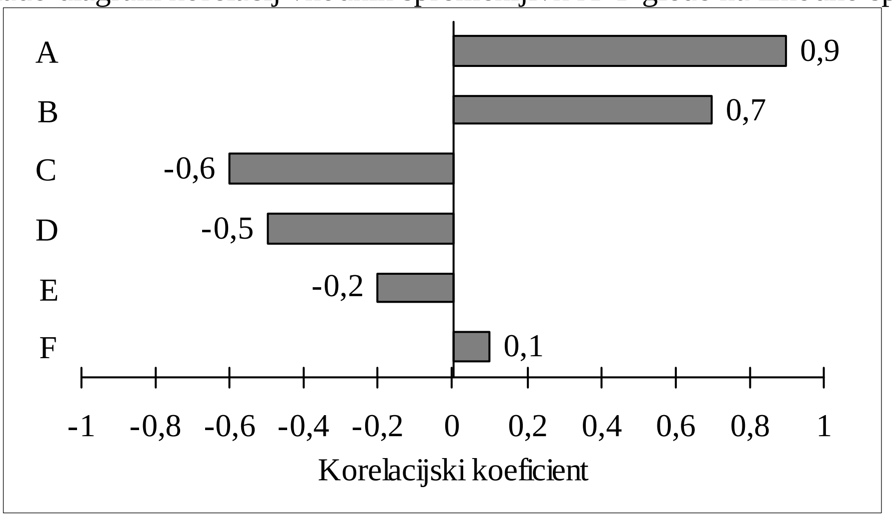


Vir: Lasten izračun.

Naslednjo kategorijo predstavljajo histogrami. Tukaj gre pravzaprav za stolpične grafikone, ki se tipično uporabljajo za prikaz frekvenčne porazdelitve podatkov, razporejenih v razrede enake širine. Takšen je tudi graf razporeditve sredstev med dva projekta v poglavju 3.4.

Zadnji pomemben prikaz je tako imenovani tornado diagram. Ta prikazuje posamezne vhodne spremenljivke po padajočem vplivu (oziroma po padajoči absolutni vrednosti korelacije) glede na dano izhodno spremenljivko.

Slika 8: Tornado diagram korelacij vhodnih spremenljivk A–F glede na izhodno spremenljivko



Vir: Lasten izračun.

3. Primeri stohastičnih simulacij

V tem poglavju bodo predstavljeni posamezni enostavni primeri, na katerih so ilustrirani prijemi pri uporabi stohastičnih simulacij. Na ta način bo predstavljeno delo s preglednicami v programu Microsoft Excel z dodatkom SimTools, ki nam doda nekaj funkcij in procedur za lažje delo (za natančen spisek glejte Myerson, 2000). S poznavanjem osnovnih prijemov bo olajšana podrobna obravnava študijskega primera v poglavju 4.

Poleg tega naj bi naslednji zgledi bralca pobliže spoznali s stohastično logiko obravnave problemov, ki učinkovito izpostavlja nekatere napake determinističnega pristopa. Tipična napaka je primer zmote o brezpogojni uporabnosti povprečja.

3.1 Projektno tveganje

Stohastične simulacije so zelo pogoste pri ocenjevanju skupnega tveganja v okviru projekta. Primer stohastične simulacije proračuna (ang. stochastic budget simulation) prikazuje Elkjaer, 2000, drugačen primer povezanosti posameznih postavk projekta pa je moč najti v Vose, 2002.

Tokrat za poenostavljen primer vzemimo, da obstaja v okviru projekta pet vrst slučajnih stroškov, ki lahko dodatno obremenijo proračun. Za oceno velikosti teh tveganj uporabimo trikotno porazdelitev, ki je zaradi treh intuitivnih parametrov pogosta izbira v vodenju projektov. Za oceno, ali bo posamezno tveganje nastopilo ali ne, pa uporabimo binomsko porazdelitev. Podrobnejši podatki so zbrani v naslednji tabeli.

Tabela 6: Podatki in simulacijski model za projektno tveganje

	A	B	C	D	E	F
1	Vrsta	Min	Verjetno	Max	Verjetnost	
2	A	1000	1400	2000	30%	
3	B	800	1500	3000	50%	
4	C	1000	1100	1700	ob A 70%, sicer 10%	
5	D	500	600	2000	ob B 80%, sicer 20%	
6	E	300	400	5000	ob A in B 90%, sicer 5%	
7						
8	Vrsta	Obseg	Nastop?	Skupaj		
9	A	1228	0	0	Stroški slučajnega tveganja	
10	B	1426	1	1426	Simulacije	3758
11	C	1191	1	1191	0,0000	0
12	D	1141	1	1141	0,0001	0
13	E	2196	0	0	0,0002	0
14					0,0003	0
15	Povprečje stroškov			2573	0,0004	0
16	Verjetnost (stroški = 0)			23,7%	0,0005	0

Vir: Lasten izračun.

V celicah A1 : E6 imamo podatkovni del modela. Vsako tveganje od A do E je podano z optimistično, najbolj verjetno in pesimistično oceno za trikotno porazdelitev. Sledi še verjetnost nastopa posameznega tveganja. Tveganja C, D in E so odvisna tveganja – njihova verjetnost je pogojena z nastopom tveganj A in/ali B.

V celicah A8 : D13 je računski del modela. V stolpcu *Obseg* imamo modelirane obsege tveganj s trikotno porazdelitvijo, v sosednjem stolpcu pa verjetnost nastopa z binomsko porazdelitvijo. Zadnji stolpec je zmnožek prejšnjih dveh.

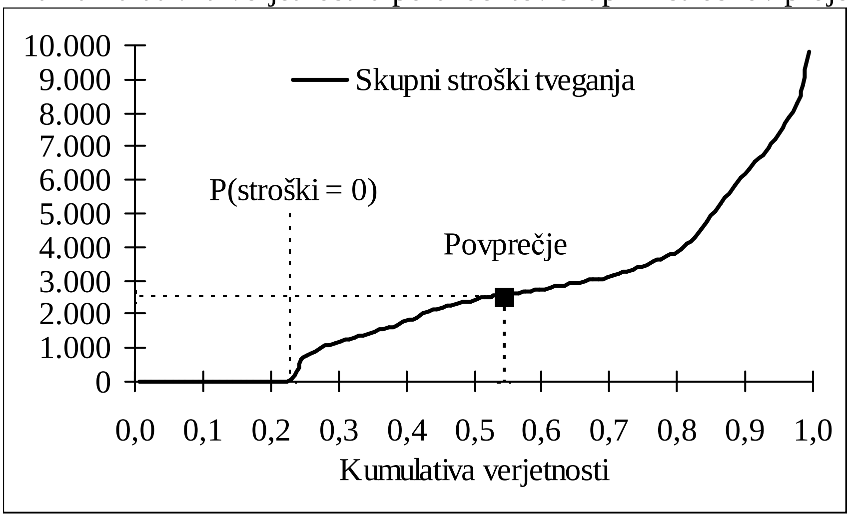
V celicah E10 : F10010 je simulacijski del modela. Ker je za nas v tem modelu ciljna spremenljivka velikost skupnega tveganja, naredimo v tem delu 10.000 simulacij vsote tveganj.

Rezultate simulacij nam izračuna programski dodatek SimTools. Najprej označimo kot obseg naslovno vrstico s ciljno spremenljivko (oziroma spremenljivkami) skupaj s praznim stolpcem na levi ter še ustrezno število vrstic pod njo za simulacije. Do ukaza pridemo prek: Orodja (Tools) ⇒ SimTools ⇒ Simulation Table. Simulacije so izračunane tako, da se v vsakem koraku na novo preračunajo vse celice (kot če bi pritisnili tipko F9). Vrednosti celic, ki vsebujejo funkcijo RAND() ter vse z njimi povezane celice, se spremenijo. Te spremembe v ciljnih celicah se zabeležijo in ves postopek se ponovi. V levi prazen stolpec se dodajo še rangi za vsako posamezno simulacijo. Njihova uporaba za risanje grafov postane bolj jasna, če vse vrednosti simulacij razporedimo po naraščajoči vrednosti. Takšna sprememba je namreč neškodljiva, saj vrstni red simulacijskih rezultatov ni pomemben.

V celicah D15 in D16 imamo rezultate naših simulacij. Skupni strošek projektnega tveganja ima v povprečju obseg 2.573 enot. Verjetnost, da nam v modelu obravnavane vrste slučajnih tveganj sploh ne bi povzročile dodatnih stroškov, pa je 23,7%. Pri urejenih rezultatih simulacij bi torej imeli same ničle vse do ranga 0,237.

Za prikaz tveganja, da bodo nastopili dodatni stroški, si oglejmo graf *inverzne* kumulativne porazdelitve iz podatkov v celicah E10 : F10010.

Slika 9: Inverzna kumulativna verjetnostna porazdelitev skupnih stroškov projektnih tveganj



Vir: Lasten izračun.

Če nas zanima predvsem verjetnost, da bodo skupni stroški tveganj manjši oziroma večji od neke vrednosti, je smiselno sicer običajni graf kumulative *prevrniti*, tako da so na ordinati vrednosti, na abscisi pa kumulativa verjetnosti. Na zgornji sliki tako lahko pri abscisi 0,54 odčitamo po črtkani črti vrednost ordinate 2.573, kar je že omenjeno povprečje. Ker je abscisa te točke večja od 0,5 oziroma od mediane, gre za pozitivno asimetrijo, tako da bi bil graf verjetnostne gostote nagnjen v levo (oziroma bi bil asimetričen v desno). Obratno pa preverimo verjetnost, da dodatni stroški ne bodo nastopili, tako da odčitamo vrednost abscise, kjer se graf prvič dvigne, kar kaže druga črtkana črta.

Graf nam da tako podlago za nadaljnje odločanje v odvisnosti od tega, kakšen je naš odnos do tveganja ter kolikšno poplačilo zahtevamo za izpostavljenost. Gre torej za klasični *trade–off* med tveganjem in dobičkom (oziroma v konkretnem primeru za oblikovanje ustrezno velike postavke za pokritje obravnavanih vrst tveganja v proračunu projekta).

3.2 Odločanje na podlagi povprečja

Savage (2002) na primeru obnašanja sklada nazorno prikazuje slabost odločanja samo glede na povprečno oziroma pričakovano vrednost, ne da bi v obzir vzeli tudi slučajna nihanja. Za ponazoritev naredimo model s stohastičnimi simulacijami naslednje oblike.

Vzemimo zelo preprost anuitetni načrt. Začetni znesek naložimo v vzajemni sklad, za katerega na dolgi rok pričakujemo določeno povprečno letno donosnost. Za oceno donosnosti vzemimo, da gre za sklad, ki je v svoji politiki naložb vezan na indeks DJIA (Dow Jones Industrial Average), zato za približek povprečja in standardnega odklona vzemimo podatke o gibanju indeksa v obdobju 1945-2001 (glejte prilogo B za natančne podatke) s predpostavko lognormalne porazdelitve. Ker želimo, da bi enako anuiteto lahko dvigali ob koncu prihodnjih 20 let, z anuitetnim načrtom izračunamo znesek anuitete ob upoštevanju povprečne letne donosnosti sklada. Čeprav vemo, da bo donosnost vzajemnega sklada nihala, pričakujemo, da bo naš sklad trajal v povprečju vsaj 20 let. Ali ta premislek drži? Poglejmo, kaj nam o tem povedo rezultati simulacij.

Tabela 7: Anuitetni načrt in trajanje sklada ob slučajni letni donosnosti

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Začetni znesek sklada			100000			Trajanje sklada v številu let	
2	Letna rast (lognormalna)			7,62%	13,78%		Simulacije	10,8
3	Anuiteta ob povp. letni rasti			9896			0,0000	5,4
4							0,0001	5,5
5	Leto	Začetni z.	Letna rast	Obresti	Dvig	Končni z.	0,0002	5,6
6	1	100000	10,79%	10791	9896	100895	0,0003	5,7
7	2	100895	–5,55%	–5597	9896	85402	0,0004	5,9
8	3	85402	–26,38%	–22527	9896	52979	0,0005	6,1
9	4	52979	3,73%	1977	9896	45061	0,0006	6,2
10	5	45061	9,95%	4483	9896	39648	0,0007	6,2
11	6	39648	5,28%	2093	9896	31845	0,0008	6,2
12	7	31845	20,90%	6656	9896	28605	0,0009	6,3
13	8	28605	17,07%	4883	9896	23592	0,0010	6,3
14	9	23592	14,90%	3514	9896	17211	0,0011	6,3
15	10	17211	–4,32%	–744	9896	6571	0,0012	6,3
16	11	6571	17,70%	1163	7734	0	0,0013	6,4
17	12	0	10,97%	0	0	0	0,0014	6,4
18	13	0	4,47%	0	0	0	0,0015	6,4
19	14	0	–1,46%	0	0	0	0,0016	6,5
20	15	0	–2,47%	0	0	0	0,0017	6,5
21	16	0	20,61%	0	0	0	0,0018	6,5
22	17	0	16,24%	0	0	0	0,0019	6,6
23	18	0	–10,18%	0	0	0	0,0020	6,6
24	19	0	–2,93%	0	0	0	0,0021	6,6
25	20	0	23,46%	0	0	0	0,0022	6,6
26							0,0023	6,6
27	Povprečno trajanje sklada			17,0			0,0024	6,6
28	Standardni odklon			3,8			0,0025	6,7
29	Verjetnost (trajanje = 20 let)			50,3%			0,0026	6,8

Vir: Lasten izračun.

Podatkovni del je v celicah A1 : E3. Začetki znesek je tako 100.000 enot. Za simulacijo letne rasti imamo lognormalno porazdelitev (parametra μ in σ iz podatkov o gibanju DJIA veljata za naravne logaritme letne rasti (glejte prilogo B), zato uporabimo funkcijo LOGINV, ki preprosto antilogaritmira vrednosti pripadajoče normalne porazdelitve). Standardni odklon je skoraj dvakrat večji od povprečja, kar nakazuje veliko volatilnost vrednosti indeksa skozi drugo polovico 20. stoletja. Ustrezno anuiteto je moč izračunati prek uporabe funkcije PMT.

Računski del je tokrat kar sam anuitetni načrt v celicah A5 : F25. Začetni znesek je enak končnemu iz prejšnjega leta. Letna rast je slučajna spremenljivka z lognormalno porazdelitvijo. Obresti so zmnožek glavnice pomnožen z letno rastjo. Dvigi so enaki izračunani anuiteti. Končni znesek je začetni znesek zmanjšan za anuiteto in povečan za obresti.

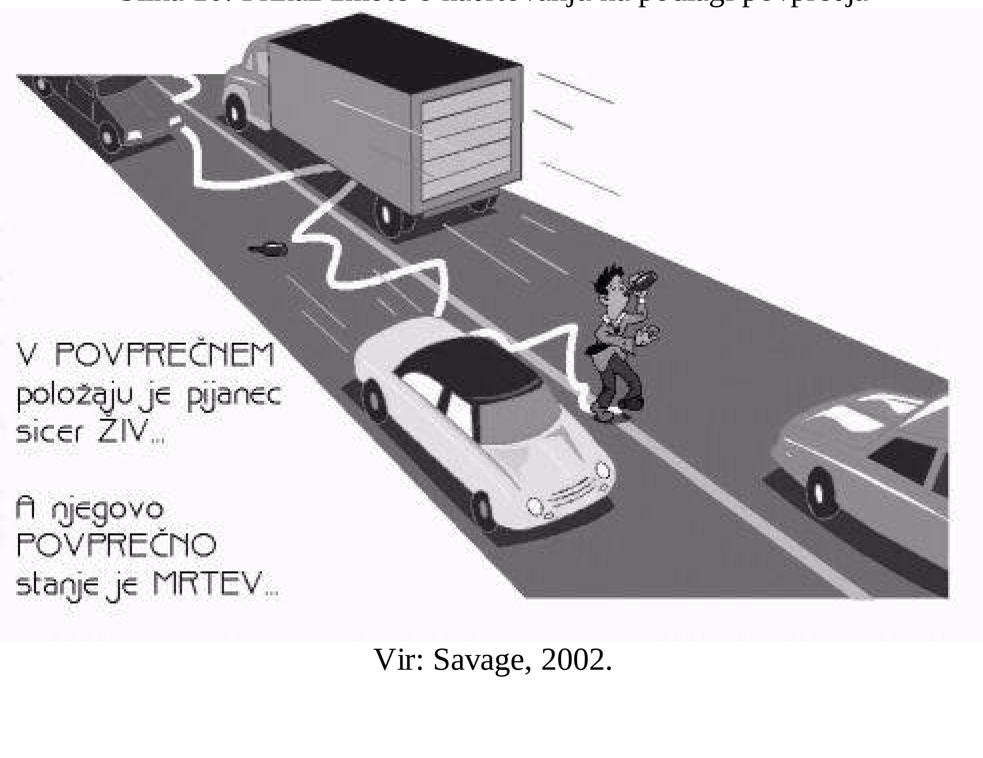
10.000 rezultatov simulacij sledi v celicah G2 : H10002. Ciljna spremenljivka je tokrat, koliko let traja naš sklad. Sklad pade na nič, ko je njegov znesek z obrestmi vred v tekočem letu manjši od anuitete. Predpostavimo, da je število let lahko tudi necelo število glede na velikost dviga v zadnjem veljavnem letu (11,2 leta naj na primer pomeni, da je zadnji dvig (v 12. letu) enak 20% anuitete). Rezultati so zopet urejeni po velikosti.

Rezultati D4 : D6 bi marsikoga presenetili. Povprečno trajanje sklada je namreč precej manjše od 20 let. Dejansko nam simulacijski podatki kažejo, da je verjetnost preživetja našega sklada vseh 20 let le 50,3%. Sledi torej sklep, da je povprečno obnašanje sklada (bistveno) slabše od njegovega obnašanja pri povprečni letni rasti. Savage, 2002 to zmoto s povprečjem nekoliko sarkastično pojasni takole:

Načrti, ki temeljijo na povprečnih pogojih, so v povprečju napačni.

Naslednja humorna slika pojasnjuje, od kod lahko izvira naša začetna zmotna predstava o trajanju sklada.

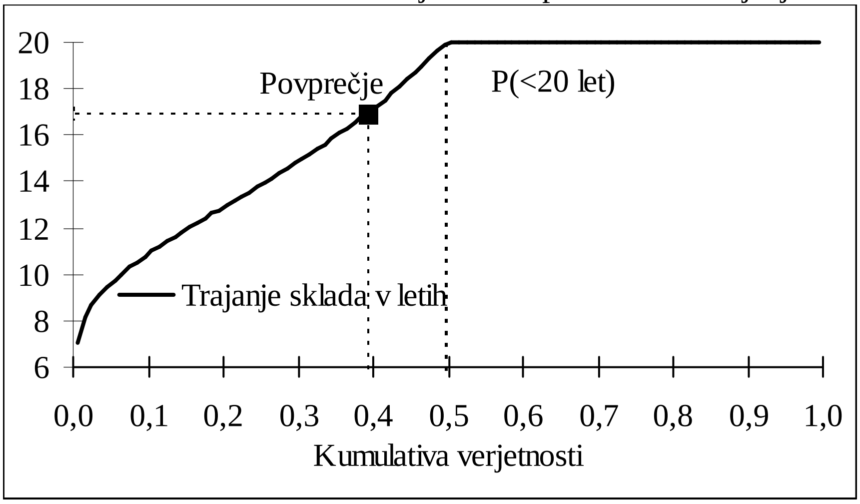
Slika 10: Prikaz zmote o načrtovanju na podlagi povprečja



Vir: Savage, 2002.

Na koncu si vnovič oglejmo sliko kumulative verjetnosti. Vrisana sta povprečje in že omenjena točka, ki kaže, kolikšna je verjetnost, da sklad ne bo obstal celih 20 let. Ob pomoči funkcije PERCENTRANK lahko ugotovimo, da je rang povprečja enak 0,391, kar pomeni, da ima porazdelitev precejšnjo negativno asimetrijo, saj je povprečje znatno manjše od mediane, ki ima, kakor razberemo iz spodnje slike, vrednost 20 let. Obstajajo torej rezultati, ki zelo izstopajo navzdol. S funkcijo PERCENTILE tako ugotovimo, da je bilo v opravljenem nizu simulacij spodnjih 5% vrednosti manjših od 9,6 leta

Slika 11: Inverzna kumulativna verjetnostna porazdelitev trajanja sklada



Vir: Lasten izračun.

Zgornja slika nam tako potrdi, da je tveganje, da bi sklad obstal manj kot 20 let, precej veliko. Smiselno bi bilo torej ponoviti simulacije z drugačnim scenarijem, na primer z ustrezno manjšo anuiteto, dokler ne bi tveganje predčasnega propada sklada postalo za uporabnika sprejemljivo.

3.3 Analiza odločitvenih spremenljivk

V primerih 3.1 in 3.2 je bilo govora o ciljnih spremenljivkah, pri katerih smo ugotavljali obnašanje ob pomoči kumulativne porazdelitve. Drugo skupino ponazarjajo odločitvene spremenljivke (ang. decision variables), na katere lahko v celoti vplivamo. V analizi teh spremenljivk iščemo optimalno vrednost odločitvene spremenljivke, to je tista vrednost, pri katerih bo obnašanje ciljnih spremenljivk za nas najbolj ugodno. Lep primer odločitvene analize opisuje Sheel, 1995. Pri tem gre za analizo dobička hotela, kjer so cene za posamezni segment hotelskih sob slučajne spremenljivke, odločitveno spremenljivko pa opredeljujejo različni obsegi celotnega števila sob. Celoten obisk gostov pa s tem povezuje ocena cenovne elastičnosti za vsak posamezen segment gostov. Dodatne primere opisuje Myerson, 2002c in sledeči primer povzema logiko obravnave v tej literaturi.

Uvoznik želi na domačem trgu predstaviti novo zdravilo, ki naj bi učinkovito lajšalo tegobe gripe ter skrajšalo čas okrevanja. Po tržnih raziskavah ocenijo velikost povpraševanja za to sezono s porazdelitvijo gama. Parametri porazdelitve so odvisni od tega, ali bo v tej sezoni prav tako izbruhnila epidemija gripe ali ne. Glavna odločitev uvoznika se tiče obsega naročila pri proizvajalcu zdravil v tujini. Ta mu omogoča nakup zdravil po stalni ceni, ob večjem naročilu (več kot 30.000 enot) pa dobi na vsako dodatno enoto 20% popust. Pri tem mora uvoznik upoštevati tudi tveganje, da vseh zdravil ne bo prodal. V tem primeru bi preostala zaloga pomenila čisto izgubo, saj je rok uporabnosti zdravil omejen zgolj na trenutno sezono. Pri katerem obsegu nakupa bo uvoznik imel največji dobiček?

Tabela 8: Odločitvena analiza optimalnega obsega nakupa zdravil

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Verjetnost epidemije		40%			Podatkovna tabela (Data Table) za dobiček				
2	Povpraševanje – NI epidemije					Nakup	Povprečje	Std. odklon	10. centil	90. centil
3	Gama porazdelitev		25000	5000		30000	5,5234	4,1252	–0,8221	9,0000
4	Povpraševanje – OB epidemiji					0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	Gama porazdelitev		40000	10000		1000	0,3000	0,0000	0,3000	0,3000
6	Prodajna cena		1000			2000	0,6000	0,0000	0,6000	0,6000
7	Nakupna cena		700			3000	0,9000	0,0000	0,9000	0,9000
8	Nakupni popust nad		30000	enot		4000	1,2000	0,0000	1,2000	1,2000
9	Prod. cena – 20%		560			5000	1,5000	0,0000	1,5000	1,5000
10						6000	1,8000	0,0000	1,8000	1,8000
11	Velikost nakupa		30000	enot		7000	2,1000	0,0000	2,1000	2,1000
12	Stroški nakupa		2,1	mio		8000	2,4000	0,0000	2,4000	2,4000
13						9000	2,7000	0,0000	2,7000	2,7000
14	Maksimalni dobiček		6,3035	mio		10000	3,0000	0,0000	3,0000	3,0000
15	pri velikosti nakupa		24470	enot		11000	3,3000	0,0000	3,3000	3,3000
16	P (dobiček<0)		2,62%			12000	3,6000	0,0016	3,6000	3,6000
17	Izguba pri		46849	enotah		13000	3,8995	0,0202	3,9000	3,9000
18						14000	4,1980	0,0514	4,2000	4,2000
19		Epidemija	Povpraš.	Prodaja	Dobiček	15000	4,4936	0,1013	4,5000	4,5000
20	Simul.	0	33334	30000	9000000	16000	4,7846	0,1765	4,8000	4,8000
21	0,0000	1	26769	26769	5769284	17000	5,0671	0,2768	5,1000	5,1000
22	0,0001	0	28399	28399	7399285	18000	5,3352	0,4107	5,4000	5,4000

Vir: Lasten izračun.

Celice A1 : D9 predstavljajo podatkovni del, kjer so podani verjetnost epidemije, obe možni porazdelitvi povpraševanja, nakupne in prodajne cene ter popust. Simulacijski del, ki zajema 10.000 simulacij verjetnosti nastopa epidemije ter obsega povpraševanja je v celicah A20 : C10020.

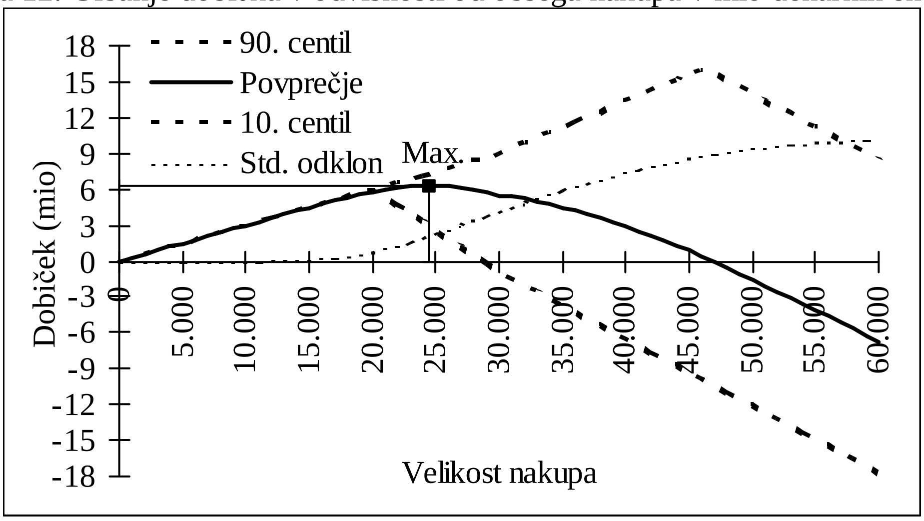
Računski del je tokrat v dveh delih. Izračun stroškov nakupa v odvisnosti od obsega in popusta je v celicah A11 : D12. Drugi del je dveh stolpcih ob samih simulacijah. V celicah D20 : D10020 je tako izračunana dejanska prodaja, ki je enaka bodisi obsegu povpraševanja bodisi obsegu nakupa, odvisno od tega kateri je pač manjši. V celicah E20 : E10020 je izračunan dobiček kot razlika med vrednostjo prodaje in stroški nakupa (za neprodane izdelke, kot že rečeno, upoštevamo popolno izgubo).

Novost tokrat predstavlja podatkovna tabela (ang. data table) v celicah F1 : J64, s katero opravimo odločitveno analizo ciljne spremenljivke (dobička) v odvisnosti od naše odločitvene spremenljivke (obsega nakupa). Tako kot pri simulacijah v prvi vrstici naredimo model naše analize. V prvem stolpcu je tako obseg nakupa, ki je enak vrednosti v celici C11. V sosednjih stolpcih pa so izračunane karakteristike porazdelitve dobička iz njegovih realizacij v stolpcu E poleg simulacij. Po vrsti so to povprečje, standardni odklon ter 10. in 90. centil (torej velikosti dobička, od katerih je 10% oziroma 90% vseh realizacij dobička v simulaciji manjših). V prvi stolpec pod modelom nato navedemo vse vrednosti obsega nakupa, za katere želimo ugotoviti parametre porazdelitve dobička. Podobno kot pri postopku simulacije bo Excel zamenjal vrednosti obsega nakupa z vrednostmi iz prvega stolpca podatkovne tabele, izračunal vse spremembe drugih vrednosti v modelu iz naslovne vrstice ter jih zabeležil. Za ta izračun najprej izberemo celotni obseg podatkovne tabele z naslovno vrstico in celotnim prvim stolpcem vrednosti. Nato izberemo proceduro Tabela (Table) v meniju Podatki (Data). Excel nas povpraša po vhodni celici za stolpec oziroma vrstico (Excel omogoča namreč tudi izdelavo dvodimenzionalne podatkovne tabele, kjer opazujemo vrednost ciljne spremenljivke v odvisnosti od dveh odločitvenih spremenljivk). Ker želimo v našem primeru zamenjati vrednosti obsega nakupa z vrednostmi iz prvega stolpca, določimo samo vhodno celico za stolpec in sicer celico C11. Tako celotna podatkovna tabela pravzaprav matrična formula (glejte tudi poglavje 2.2).

Rezultati so v celicah A14 : D17. Optimalni obseg nakupa za maksimalni dobiček lahko ugotovimo iz podatkovne tabele. Če želimo natančen rezultat (in ne samo približek, zaokrožen na 1.000 enot), lahko uporabimo Excelov dodatek Reševalec (Solver), ki nam na podlagi simulacijskih vrednosti da natančen rezultat o maksimalnem dobičku, ki je pri obsegu nakupa 24.470 enot. Iz simulacij ugotovimo, da je verjetnost izgube pri tem obsegu zgolj 2,62%. Podobno lahko ugotovimo, da imamo v povprečju izgubo, če je nakup večji od 46.849 enot. V tem primeru nam rezultat občutno zniža neprodana zaloga zdravil.

Ob teh rezultatih se nam zastavlja vprašanje, ali je to res optimalna rešitev za vsakega uvoznika. Morda je maksimalni povprečni dobiček za posameznega uvoznika nesprejemljivo tvegan, torej morda je zanj standardni odklon pri tem dobičku prevelik. Nekdo drug bi bil lahko bolj pripravljen tvegati in s tem sprejeti tudi manjši povprečni dobiček, če obenem špekulira na morebitni *veliki* dobitek ob ustrezno večjem tveganju. Spodnja slika nam bolj jasno pokaže to dilemo.

Slika 12: Gibanje dobička v odvisnosti od obsega nakupa v mio denarnih enotah



Vir: Lasten izračun.

Iz slike je razvidno, da se standardni odklon oziroma tveganje vseskozi veča. To nazorno prikazujeta tudi krivulji za 10. in 90. centil, ki se vedno bolj oddaljujeta druga od druge. S tem se povečuje tudi interval, ki kaže verjetnost nahajanja dobička v srednjih 80% primerov (*odrežemo* torej skrajnih 10% zgornjih in spodnjih vrednosti). Povprečni dobiček po 24.470 enotah prične upadati, dokler po 46.849 enotah ne postane negativen. Na tej točki prične upadati tudi 90. centil. Vse do te točke je smiselno preučevati dobiček ob upoštevanju tveganja. Nekdo, ki je izrazito naklonjen tveganju, bi lahko izbral omenjeno točko zgolj zato, ker ima v tem primeru možnost izredno velikega dobička, čeprav je ta zelo majhna. Obratno bi tveganju nenaklonjen uvoznik izbral obseg nakupa približno 20.000 enot, kjer je standardni odklon skoraj 0. Tam s precej veliko verjetnostjo že vnaprej vemo, kakšen bo naš dobiček, čeprav bo ta manjši, ker nase nismo prevzeli večjega tveganja. V tem primeru je to tveganje povezano s stavo, da bo v letošnji sezoni nastopila epidemija gripe in da bo tako povpraševanje dovolj veliko, da bo lahko uvoznik prodal svoj večji obseg nakupljenih zdravil (ki je po možnosti celo tako velik, da je v čim večji meri izkoristil nakupni popust).

Takšno odločanje že spada v teorijo vrednosti (ang. utility theory). Dodatek SimTools omogoča tudi takšno obravnavo prek nagnjenosti k tveganju (ang. risk tolerance) in ekvivalenta v razmerah gotovosti (ang. certainty equivalent). Več o teoriji vrednosti sledi v nadaljevanju v primeru 3.4.

3.4 Razpršitev tveganja s portfeljsko analizo

Preprost razmislek nam pove, da je tveganje mogoče zmanjšati z naložbo v na primer dva vrednostna papirja z občutno negativno korelacijo in podobnim standardnim odklonom. Pri tem se namreč tveganje zaradi nasprotnih smeri medsebojno *uniči* in naložba, gledano v celoti, je precej manj tvegana. Nekoliko manj samoumevno pa se nam morda zazdi, da občutno zmanjšamo tveganje, če našo naložbo razpršimo med dve alternativi, ki sta bodisi neodvisni bodisi pozitivno korelirani. Natančnejša analiza primera, ki ga zgolj na kratko omenja Savage, 2001, bo razblinila dvome o prejšnji trditvi.

Vzemimo, da imamo na voljo izbiro med vlaganjem naših sredstev v projekta A in B. Projekta sta med seboj neodvisna in imata enako pričakovano donosnost. Razlikujeta se v tem, da je projekt B bolj tvegan (beri ima večji standardni odklon) in ima tudi večjo verjetnost izgube (60% proti 40% projekta A). Recimo, da je naloga našega odločevalca v tem, da z ustrezno razpršitvijo naložbe med oba projekta zagotovi, da bo verjetnost izgube kar najmanjša. Glede na to, da je projekt B bolj tvegan in ima večjo verjetnost izgube, bi pričakovali, da je smiselno celotna sredstva naložiti v projekt A. Ali to res drži?

Tabela 9: Analiza preproste razpršitve tveganja med dva neodvisna projekta

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Projekt A	Projekt B		Delež v	Delež v	Verjetnost	Std. odklon
2	uspeh	60%	40%		projektu A	projektu B	izgube	A+B
3	neuspeh	40%	60%		0%	100%	60%	39
4	uspeh	50	80		10%	90%	60%	35
5	neuspeh	–10	–10		20%	80%	24%	32
6	Povprečje	26	26		30%	70%	24%	30
7	Std. odklon	27,0	41,8		40%	60%	24%	27
8					50%	50%	24%	25
9	Dogodek	Verjetnost	Dobiček A+B	Izguba?	60%	40%	24%	24
10	A+ in B+	24%	80	0	70%	30%	24%	23
11	A+ in B–	36%	–10	1	80%	20%	24%	23
12	A– in B+	16%	80	0	90%	10%	40%	24
13	A– in B–	24%	–10	1	100%	0%	40%	25
14								
15	Prelomne	Delež v	Delež v					
16	točke izgube	projektu A	projektu B					
17	60% v 24%	16,7%	83,3%					
18	24% v 40%	88,9%	11,1%					

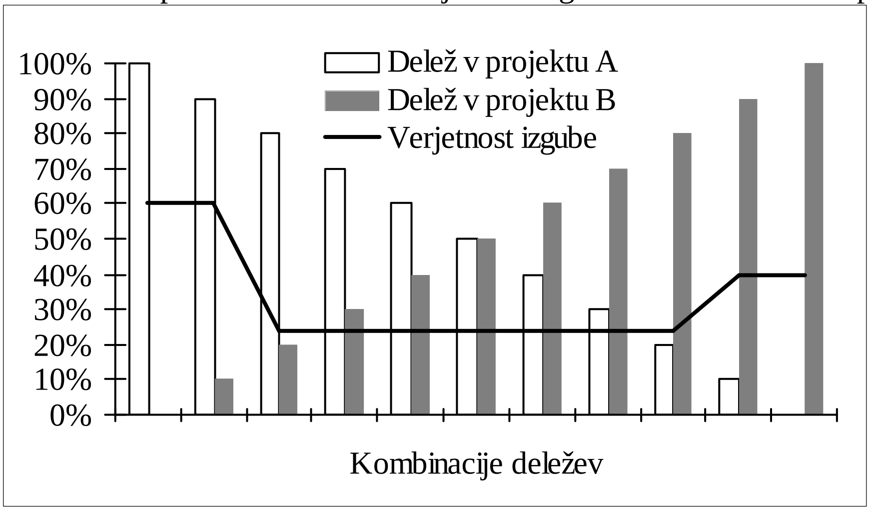
Vir: Lasten izračun.

Celice A1 : C7 predstavljajo podatkovni del za naš primer. Navedene so verjetnosti nastopa in velikosti izgube oziroma dobička. Pričakovana donosnost je pri obeh enaka (26 milijonov), standardni odklon projekta B pa je občutno večji (za 55%).

Če želimo izračunati verjetnost izgube, moramo upoštevati vse možne dogodke. Ti so navedeni v računskem delu v celicah A9 : D13. Možni dogodki so štirje (izmenično izguba in dobiček pri posameznem projektu). Verjetnosti so zmnožki posamičnih verjetnosti iz podatkovnega dela, enako velja za velikosti zneskov, ki pa so dodatno pomnoženi še z deleži, ki so enaki naši naložbi v posamezen projekt. Zadnji stolpec D preverja, ali smo imeli izgubo (1) ali ne (0).

Rezultati so v podatkovni tabeli E1 : H13, katere podrobna izdelava je opisana že v primeru 3.3. Poleg deležev sta navedena še verjetnost izgube in standardni odklon dobička iz obeh projektov. Za nekatere morda nekoliko presenetljivo se izkaže, da je več kot 90% naložba v kateri koli projekt slaba odločitev. Tveganje je mogoče učinkovito razpršiti, tako da je skupno tveganje našega portfelja manjše od kateregakoli posameznega projekta (v tem primeru je minimalno tveganje portfelja enako 24%). Natančneje so točke *preloma* navedene v celicah A15 : C18. Katera izmed možnosti z minimalno verjetnostjo izgube je za posameznika najbolj optimalna, je odvisno od njegove nagnjenosti k tveganju. Čim bolj tvega, tem več bo vložil v projekt B (a ne več kot 83,3%); čim manj želi tvegati, tem več bo vložil v projekt A (a zopet ne več kot 88,9%).

Slika 13: Prikaz razpršitve sredstev in verjetnost izgube za dva neodvisna projekta



Vir: Lasten izračun.

Sedaj, ko lahko pomirjeni sprejmemo logiko razpršitve sredstev, se lotimo bolj realnega primera. Na voljo imamo 60.000 denarnih enot, ki bi jih radi razporedili med šest različnih vzajemnih skladov, ki zasledujejo različne politike naložb. Nekateri več vlagajo v tvegane delnice na prostem trgu in obljubljajo večje donose, drugi vlagajo zgolj v delnice *blue–chip* ali pa celo samo v najvarnejše obveznice, da bi bilo tveganje čim manjše. Odgovor na vprašanje, kakšna razporeditev sredstev med sklade je za nas najbolj optimalna, je odvisna od naših naložbenih želja.

Za konkretni primer vzemimo podatke o mesečni rasti vrednosti enote premoženja (VEP) za šest slovenskih vzajemnih skladov v obdobju od 1. 1. 1998 do 1. 1. 2002: Galileo, KD Bond, Rastko, Hrast, Zajček in Piramida.

Tabela 10: Simulacijski model za iskanje optimalnega portfelja

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Logaritmirane mesečne rasti za VEP navedenih skladov,							Začetna vrednost	
2	(celotni podatki v prilogi B)							60000	
3	Datum	Piramida	Galileo	KD Bond	Rastko	Hrast	Zajček		
4	Jan–98	Osnova	Osnova	Osnova	Osnova	Osnova	Osnova	Teoretično povprečje	
5	Feb–98	–0,0037	–0,0076	0,0060	–0,0042	0,0024	–0,0031	60735	
6	Mar–98	0,0041	–0,0067	0,0061	–0,0109	0,0034	0,0101	Teoretični std. odklon	
7	(…)	(…)	(…)	(…)	(…)	(…)	(…)	1348	
8	Dec–01	0,0364	0,0351	0,0186	0,0102	0,0611	0,0373		
9	Jan–02	–0,0010	–0,0076	0,0010	0,0018	–0,0029	0,0073	Povprečje	60733
10								Std. odklon	1364
11	Povprečje	0,0103	0,0145	0,0097	0,0145	0,0137	0,0103	5. centil	58540
12	St. odklon	0,0172	0,0335	0,0062	0,0340	0,0330	0,0256	95. centil	63028
13								P(<60000)	29,7%
14	Naložbe	10000	10000	10000	10000	10000	10000	CE	60656
15									
16	Matrika korelacijskih koeficientov							Nagnjenost k tveganju	
17		Piramida	Galileo	KD Bond	Rastko	Hrast	Zajček	10000	
18	Piramida	1,0000	0,7502	0,3139	0,6696	0,8207	0,8540	0	12163
19	Galileo	0,7502	1,0000	0,3230	0,8545	0,8680	0,8692	4000	
20	KD Bond	0,3139	0,3230	1,0000	0,3191	0,2391	0,3745		
21	Rastko	0,6696	0,8545	0,3191	1,0000	0,7914	0,7852		
22	Hrast	0,8207	0,8680	0,2391	0,7914	1,0000	0,8472		
23	Zajček	0,8540	0,8692	0,3745	0,7852	0,8472	1,0000		
24									
25	Corand	0,7282	0,6980	0,3880	0,8722	0,6753	0,6276		
26									
27		Piramida	Galileo	KD Bond	Rastko	Hrast	Zajček	W	
28	Simul.	1,0209	1,0324	1,0080	1,0546	1,0291	1,0188	61639	
29	0,0000	1,0140	1,0383	1,0080	1,0108	1,0269	1,0414	61395	
30	0,0001	1,0028	1,0221	1,0137	1,0027	1,0176	1,0049	60637	

Vir: Lasten izračun.

V celicah A1 : G11 je predstavljen povzetek podatkov o logaritmiranih mesečnih koeficientih rasti (izbrani so največji vzajemni skladi, ki poslujejo vsaj od 1. 1. 1998; natančni podatki so navedeni v prilogi B) skupaj s povprečjem in standardnim odklonom. V celicah A13 : G13 pa so dodani zneski, ki jih vložimo v posamezen sklad.

V celicah A15 : G22 imamo računski del, ki ga ponazarja matrika korelacijskih koeficientov za vse kombinacije skladov. Izračunati jih je mogoče posamezno ob pomoči 36(!) formul CORREL, bližnjico pa predstavlja matrična formula MCORRELS (glejte tudi poglavje 2.2). To formulo vnesemo naenkrat v obseg n*n celic (za n vrst skladov). V našem primeru je rezultat matrika velikosti 6*6 celic, na glavni diagonali ima same enice (korelacija podatkov s samimi seboj je pač ena), poleg tega pa je tudi simetrična (vrstni red serij podatkov pri računanju korelacije ni pomemben). Ta matrika je sorodna bolj znani matriki variance–kovariance (ang.

variance–covariance matrix), ki jo je pri svojem delu v 1950–ih letih razvil oče moderne portfeljske analize H. Markowitz. Razlika med matrikama je zgolj v tem, da so elementi v naši matriki deljeni z ustreznima standardnima odklonoma, tako da se variance na glavni diagonali spremenijo v enice, kovariance pod in nad njo pa v korelacijske koeficiente.

Pod to matriko je drugi računski del v celicah A24 : G24. V teh celicah so s pomočjo matrične formule CORAND (kratica za korelirana naključna števila, ang. correlated random numbers) izbrane naključne vrednosti, korelirane v skladu s korelacijsko matriko, ki je navedena kot argument te formule.

Simulacijski del predstavljajo celice A26 : G10026 z 10.000 simulacijami na podlagi koreliranih naključnih vrednosti. Kot predpostavko vzemimo, da so koeficienti rasti slučajne spremenljivke z lognormalno porazdelitvijo, zato je uporabljena že znana funkcija LOGINV. Poleg simulacij pa je v stolpcu H izračunana vrednost portfelja na podlagi vsakokratnih slučajnih števil in velikosti zneska, ki smo ga namenili za vsak sklad. Vrednost W potemtakem predstavlja vrednost našega portfelja v naslednjem mesecu.

Rezultati so navedeni v celicah H1 : I29. V celicah H5 in H8 sta za dodatno kontrolo izračunani tudi teoretični vrednosti povprečja in standardnega odklona celotnega portfelja W. Povprečje je izračunano na podlagi povprečij posameznih koeficientov rasti in velikosti vložkov. Standardni odklon portfelja pa je izračunan prek znane formule (Mramor, 1990, str. 83; Jones, 2000, str. 174; Myerson, 2002b, str. 10):

$$\sigma(W) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i * w_j * \sigma(X_i) * \sigma(X_j) * \rho(X_i, X_j)}$$

Posamezne oznake pomenijo naslednje:

⇒ $\sigma(W)$ – standardni odklon portfelja W,

⇒ w_i – velikost naložbe v vrednostni papir i,

⇒ $\sigma(X_i)$ – standardni odklon vrednostnega papirja i,

⇒ $\rho(X_i, X_j)$ – korelacija med vrednostnima papirjema i in j.

Medtem ko je za *ročni* izračun gornja formula precej zahtevna zaradi velikega števila členov, jo je v Excelu ob pomoči dodatka SimTools mogoče elegantno izračunati z naslednjo matrično formulo[*]:

⇒ SUMPRODUCT(PRODS(std. odkloni);PRODS(zneski naložb);MCORRELS(podatki)) ^0,5.
Prvi ukaz PRODS nam da kvadratno matriko z vsemi možnimi zmnožki dveh standardnih odklonov, drugi nam naredi isto z vsemi zneski naložb. Za MCORRELS že vemo, da nam da kvadratno matriko z vsemi koeficienti korelacij. SUMPRODUCT na koncu preprosto pomnoži istoležne elemente v vseh treh matrikah in jih sešteje.

Prek te enačbe je Markowitz pri oblikovanju formalnih okvirov za portfeljsko teorijo pokazal, da se pomembnost tveganja (variance) posameznega vrednostnega papirja z večanjem števila le–teh v portfelju zmanjšuje, medtem ko na pomembnosti vedno bolj pridobivajo odnosi med vključenimi vrednostnimi papirji (kovariance). Glavna slabost te enačbe je v hitrem naraščanju števila kovarianc in varianc, ki jih je treba oceniti za analizo tveganosti celotnega portfelja.

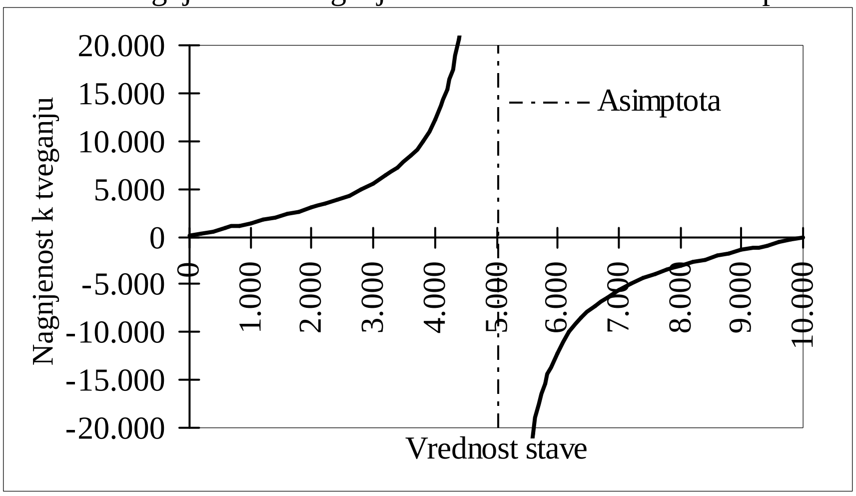
[*] V formuli označujejo *std. odkloni*, *zneski naložb* in *podatki* območja celic, kjer se nahajajo podatki v preglednici.

Matrika za n vrednostnih papirjev ima namreč n*(n–1)/2 različnih kovarianc (zaradi varianc na diagonali in simetričnosti matrike). Tako je Markowitz sam predlagal poenostavljen model, pri katerem se kovariance računajo glede na enotni indeks. Sharpe in Lintner sta na tej podlagi prišla do enačbe CAPM (ang. Capital Asset Pricing Model) za ocenitev tveganosti posameznih vrednostnih papirjev glede na tveganost trga kot celote z uporabo koeficenta *beta* (podrobneje o CAPM ter njeni algebraični izpeljavi glejte na primer Mramor, 1990, str. 91–103 ter Jones, 2000, str. 178–181 in 532–536).

Če primerjamo teoretični vrednosti povprečja in standardnega odklona z izračuni na podlagi simulacij, lahko vidimo, da so razlike majhne, kar potrjuje kakovost opravljenih simulacij. Druge rezultate pustimo za zdaj ob strani za poznejšo razlago optimizacije. Omenimo le dve novi funkciji za področje teorije koristnosti. Da bi lahko različno tvegane portfelje z različnimi povprečji ustrezno primerjali med seboj, moramo definirati neko mero za individualno nagnjenost k tveganju (o odnosu do tveganja več tudi v Jones, 2000, poglavja 6, 7 in 22 ter Prohaska, 1999, str. 101). SimTools nam omogoča ta izračun prek funkcije RISKTOL (ang. risk tolerance), ki potrebuje tri argumente na podlagi naslednje stave. Vzemimo, da nam ponudijo klasično stavo met kovanca. Če pravilno uganemo rezultat, dobimo nagrado, sicer pa odidemo praznih rok. Ob tem se zastavi vprašanje, za koliko gotovega denarja vnaprej smo se pripravljeni odpovedati celotni stavi. Kolikor bolj je ta znesek manjši od pričakovane vrednosti stave, toliko bolj nismo naklonjeni tveganju (pripravljeni smo se torej odpovedati delu pričakovane vrednosti v zameno za gotovost).

V našem primeru naj bo znesek odkupa stave enak 4.000 (1.000 enot torej znaša premija za gotovost). Naslednja slika kaže odnos med velikostjo zneska odkupa in nagnjenostjo k tveganju za našo stavo – met kovanca, kjer imamo 50% možnost nagrade v višini 10.000 enot.

Slika 14: Nagnjenost k tveganju v odvisnosti od višine odkupa stave



Vir: Lasten izračun.

Navpična premica pri matematičnem upanju stave 5.000 enot predstavlja navpično asimptoto. Levo od nje je nagnjenost k tveganju pozitivna v smislu, da smo pripravljeni plačati premijo za gotovost, in sicer čim večjo premijo, tem dlje smo oddaljeni od asimptote. Na desni je nagnjenost negativna, kar pomeni, da kot nekakšni hazarderji tveganje pravzaprav iščemo in želimo, in sicer tem bolj, čim bolj smo desno od asimptote.

Naslednji korak je *prevajanje* zneskov portfeljev s specifičnimi povprečji in standardnimi odkloni na enako osnovo v smislu tveganosti. Ta korak nam naredi funkcija CE (ang. certainty equivalent). Ta nam prek dane nagnjenosti k tveganju izračuna najmanjši znesek, za katerega bi se bili pripravljeni odpovedati *stavi* glede tveganosti posameznega portfelja v zameno za določen znesek gotovine. Ta znesek imenujemo ekvivalent gotovosti, ki omogoča presojo, katera razporeditev sredstev med različne sklade je za posameznika najbolj ugodna glede na tveganje, ki ga vsaka izmed njih vsebuje.

V ozadju funkcije CE se skriva tudi funkcija koristnosti, ki ima eksponentno obliko. Eksponentnost funkcije zagotavlja logično konsistentnost pri izbiri ob nekaterih enostavnih predpostavkah o racionalnosti posameznika. Osnove te teorije koristnosti sta postavila v letu 1947 J. von Neumann in O. Morgenstern (Myerson, 2002, str. 19).

Tabela 11: Optimizacija portfelja na podlagi posameznih strategij

Strategija	ENAKO v vse	MAX Povprečje	MIN Std. odklon	MAX CE	MAX CE, pogoj: Std. odklon < 1000
Piramida	10.000	0	0	0	0
Galileo	10.000	60.000	0	39.800	20.879
KD Bond	10.000	0	60.000	0	32.385
Rastko	10.000	0	0	20.200	6.737
Hrast	10.000	0	0	0	0
Zajček	10.000	0	0	0	0
Povprečje	60.733	60.886	60.584	60.882	60.722
Std. odklon	1.364	2.037	372	1.977	1.000
5. centil	58.540	57.578	59.963	57.725	59.101
95. centil	63.028	64.332	61.198	64.183	62.401
P(< 60000)	29,7%	33,9%	6,2%	33,6%	23,5%
CE	60.656	60.715	60.579	60.721	60.681

Vir: Lasten izračun.

Rezultatov v zgornji tabeli smo dobili z uporabo procedure Reševalec (Solver). Za vsak scenarij reševanja smo uporabili enake omejitve (ang. constraints): znesek vsake naložbe mora biti nenegativen in vsota naložb v vse sklade mora biti enaka 60.000 enot. Pri tem smo določili, da se lahko spreminjajo zgolj že omenjene vrednosti naložb v celicah B13 : G13. Kot cilj pa smo po vrsti določili: maksimiranje simulacijskega povprečja (celica I9 v modelu na sliki 18), minimiranje standardnega odklona simulacij (I10), maksimiranje vrednosti ekvivalenta gotovosti (I14) brez pogojev in nato še s pogojem, da standardni odklon ne sme presegati 1.000 enot.

V gornjem delu tabele imamo navedene zneske naložb v posamezne sklade, spodnji del pa vsebuje glavne parametre o porazdelitvi vrednosti vsakega portfelja, verjetnost, da se bo njegova vrednost v naslednjem obdobju zmanjšala (P < 60000) in ekvivalent gotovosti CE. Očitno je, da strategija *enako v vse* ni optimalna. Doseči je namreč mogoče večji CE ob manjšem standardnem odklonu. Strategija maksimiranja povprečja nam ne postreže z nobeno novo informacijo, saj je bilo jasno, da je v tem primeru optimalno naložiti vse kar v sklad z najvišjim povprečjem mesečnih rasti (Galileo). V tem pogledu je pričakovan tudi rezultat pri minimiranju standardnega odklona; vse naložimo v sklad KD Bond (za katerega že po imenu lahko sklepamo, da ima strategijo vlaganja predvsem v varne podjetniške in državne obveznice). Pri tej strategiji imamo jasno tudi daleč najnižjo verjetnost izgube – le 6,2%. Najbolj pomembna je strategija maksimiranja CE. Od vseh strategij naj bi bila ob dani nagnjenosti k tveganju ta za nas najbolj sprejemljiva. Ta portfelj se zdi sicer precej tvegan (33,6% verjetnost izgube in standardni odklon skoraj 2.000 enot), vendar smo pripravljeni sprejeti to tveganje, saj nam omogoča portfelj doseganje velikih donosov, ki nam to tveganje poplačajo.

Vsesakor velja, da številni posamezniki temu obsegu še vedno ne bi bili naklonjeni, zato bi rajši sprejeli manjše donose v zameno za večjo varnost. Če bi se nam konec koncev tudi ta portfelj po *občutku* zdel nekoliko preveč tvegan (zelo blizu je namreč najbolj tveganega portfelja), potem bi spremenili našo oceno za vrednost odkupa stave (s 4.000 na recimo 3.000 enot) ali pa bi določili kot dodatno omejitev velikost standardnega odklona. Donosnost te slednje strategije bi bila tako nekje v zlati sredini, zmanjšanje tveganja zaradi upoštevanja omejitve pa smo dosegli tako, da smo zmanjšali del naložb v najbolj tveganih skladih (Galileo in Rastko) in jih preusmerili v najbolj varnega (KD Bond).

Ti rezultati v tabeli nam tako še enkrat potrjujejo glavno načelo dobre razpršitve (diverzifikacije) portfelja. Portfelj mora biti čim bolj raznovrsten oziroma bolj matematično: izbrati je treba takšne vrednostne papirje (projekte, vzajemne sklade ...), ki imajo korelacijske koeficiente čim nižje od 1. Da je mogoče tudi s pozitivno koreliranimi naložbami zmanjšati tveganje, je pojasnjeno že na začetku tega primera. Če pa je med dvema naložbama v portfelju korelacija negativna, potem je z vidika omejitve tveganja portfelja še bolj ugodno. Tako bi izgube iz prve naložbe, pokrili z donosi druge naložbe (ki bi bili v povprečju zaradi negativne korelacije pozitivni). Za naš primer tako ni presenetljivo, da v optimalnem portfelju prevladujejo skladi, ki so si najdlje narazen: Rastko in Galileo kot najbolj tvegana in KD Bond kot najbolj varen.

Glede na podatke v tabeli, lahko pridemo še do naslednjega sklepa. Razpršitev med vzajemne sklade ne zmanjša tveganja v večji meri. Tudi razlika v povprečni donosnosti najbolj in najmanj tvegane strategije je zgolj 0,5% na mesečni ravni. Takšna majhna razlika je jasna, če vzamemo v obzir dejstvo, da je tveganje razpršeno že znotraj vsakega izmed skladov, ki se med seboj razlikujejo le po agresivnosti naložbene strategije. Dodatna razpršitev med sklade nam tako prinese le majhne koristi pri zmanjševanju tveganja.

4. Daljša študija primera stohastične simulacije

Študija primera se loteva problema izbire med kreditoma, ki imata indeksirano oziroma nominalno obrestno mero. Temeljni razlog za uporabo simulacij leži v negotovosti glede bodočega gibanja indeksa, ki je v tem primeru inflacijska stopnja (v nadaljevanju: inflacija). Primer bo podrobno rešen z orodji, predstavljenimi v tretjem poglavju. Sistem reševanja pa bo sledil korakom, ki so navedeni v poglavju 2.1 na strani 15.

4.1 Opis

Vzemimo posameznika, ki želi najeti dolgoročni tolarski kredit v višini 10.000.000 SIT na dan 31. 12 .2001. Kredit želi odplačati v prihodnjih šestih letih z rednimi letnimi obroki. Na voljo ima dve ponudbi. Prvi kredit, indeksiran z inflacijo, mu prva banka ponuja po obrestni meri i+7%. Kredit druge banke ima zgolj nominalno obrestno mero v višini 15%. Pri obeh kreditih ima posameznik na začetku enake stroške in sicer stroške dokumentacije v višini 20.000 SIT, stroške odobritve v višini 1,5% od zneska glavnice in zavarovalno premijo, ki je enaka 2,5% glavnice.

Predpostavimo, da je posameznik racionalen, indiferenten do tveganja in da ima na voljo čas za podrobno primerjavo obeh ponudb. Ob pomoči simulacij bomo skušali odgovoriti na naslednja glavna vprašanja, ki bi si jih tak posameznik lahko zastavil:

⇒ Kateri kredit je bolj ugoden? Prvi, ki se spreminja skladno z inflacijo, ali drugi, ki ima samo nominalno obrestno mero?
⇒ Če bi se lahko pri drugi banki za nominalno obrestno mero posameznik še dogovarjal, ob kateri nominalni obrestni meri bi bila razlika med ponudbama zanj zanemarljiva?
⇒ Če prva banka ponudi možnost nakupa obrestne kapice za višino inflacije, koliko je posameznik pripravljeni plačati zanjo oziroma kakšna bi bila njena poštena vrednost?

4.2 Razvoj modela

Pri obeh kreditih sta poglavitnega pomena način odplačevanja in obrestna mera. Za obliko modela lahko tako vzamemo kar anuitetni načrt odplačila vsakega izmed kreditov. Za lažjo primerjavo kreditov, bomo pri prvem kreditu odplačevanje izvedli preko enakih realnih zneskov anuitet. Enake nominalne anuitete niso uporabne v našem primeru, saj se anuiteta spreminja v skladu z inflacijo. Pri vsaki spremembi inflacije, bi morali znova izvesti izračun anuitete, zato je takšen način za naše simulacije nepraktičen. Na začetku bo torej najprej izračunana realna anuiteta, ob zapadlosti pa pomnožimo (korigiramo) vsako anuiteto s koeficientom kumulative inflacijskih faktorjev. Z vsako anuiteto pokrijemo realni del in vsakokratni del revalorizacije anuitete glede na indeks v obrestni meri. Ker kumulativa inflacijskih faktorjev narašča, naraščajo tako tudi nominalni zneski anuitet.

Ta pristop se sicer nekoliko razlikuje od bančne prakse (glejte npr. Hočevar, 2001). Tako banke pri izračunu anuitet s korekcijskim faktorjem glavnico revalorizirajo s TOM in ne z inflacijo. Posamezne obroke anuitet nato pomnožijo s korekcijskim faktorjem, s katerim banka upošteva anticipirano inflacijo. Banke nato najmanj enkrat letno (pri mesečnih anuitetah) izvedejo ponoven izračun. Na ta način običajno ne uganejo prave inflacije, zato razliko pokrijejo z zadnjo *izravnalno* anuiteto.

Pri drugem kreditu je odločitev enostavna. Ker imamo zgolj nominalno obrestno mero, bodo zneski vseh anuitet nominalno enaki. Šele po znani inflaciji (ex–post) namreč lahko določimo, kakšna bo njihova realna vrednost, ki bo ob inflaciji seveda padala.

Vhodne spremenljivke so jasne: vsakokratna letna inflacija, ki se bo nanašala na podatke, ki so podani v opisu študije primera. Na drugi strani nam ostanejo odločitvene spremenljivke, ki jih izberemo glede na zadana vprašanja. Prva odločitvena spremenljivka je tako kar nominalna obrestna mera za drugi kredit. Pri vsaki simulaciji inflacije bomo pri anuitetnih načrtih primerjali razliko med anuitetami prvega indeksiranega kredita ter drugega kredita, kateremu bomo spreminjali obrestno mero v relevantnem razponu. Za naš primer naj bo to območje med 11% in 16%. Seštevek razlik med anuitetami nam bo pokazal, kateri kredit je bil pri posamezni simulaciji bolj ugoden. Ker bomo odštevali anuitete drugega kredita od prvega, bo pozitivna razlika pomenila, da je drugi kredit bolj ugoden.

Druga odločitvena spremenljivka je višina obrestne kapice. Ta nam pove, kolikšna bo največja inflacija, ki jo bomo morali pokriti z anuiteto. Če bo inflacija višja od kapice, nam višek krije banka. Za to analizo se je smiselno omejiti zgolj na anuitetni načrt prvega kredita. Pri vsaki anuiteti, pri kateri je inflacija večja od obrestne kapice, zabeležimo razliko med prvotno in popravljeno anuiteto. Če pustimo tveganje ob strani, je vsota prihrankov zaradi obrestne kapice poštena cena kapice, ki smo jo banki pripravljeni plačati.

Spodnja tabela nam kaže, kako izgleda naš model v preglednici. Za ilustracijo naj bo dovolj le prikaz za prvi kredit skupaj z analizo vrednosti kapice. Prikaz za drugi kredit je namreč povsem enak, sprememba je le v načinu izračuna obresti, analizo kapice pa zamenjamo z analizo razlike med anuitetama obeh kreditov.

Tabela 12: Anuitetni načrt in izračun vrednosti obrestne kapice za prvi kredit

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	I. Kredit, letno plačilo							
2	Indeksna klavzula: Inflacijska stopnja							
3	OM (realno)	7,0%						
4	Kredit	10.000.000						
5	Odplačilo (let)	6						
6	Najem kredita	31. 12. 2002						
7	Zadnja anuiteta	31. 12. 2008						
8								
9	Stroški dokumentacije		20.000					
10	Odobritev	1,5%	150.000					
11	Zav. premija	2,5%	250.000					
12								
13	Dejansko dobimo:		9.580.000					
14	Anuiteta (realno):		2.097.958					
15								
16	Amortizacijski načrt:							
17	Vsaka anuiteta (A) je izračunana ob predpostavki, da mora ostati							
18	realni znesek enak, zato jo pomnožimo s kumulativnim faktorjem inflacije.							
19	Obr. kapica	9,0%						
20								
21	Leto (31.12.)	Sim. inflacije	Kumul. faktor	Skupna OM	Glavnica	A	Ostanek	A (realno)
22	2002	7,93%	1,00	15,49%		–9.580.000	10.000.000	–9.580.000
23	2003	8,47%	1,08	16,06%	11.606.018	2.275.602	9.330.417	2.097.958
24	2004	9,48%	1,19	17,15%	10.930.338	2.491.409	8.438.929	2.097.958
25	2005	9,91%	1,31	17,60%	9.924.418	2.738.287	7.186.131	2.097.958
26	2006	10,33%	1,44	18,05%	8.483.281	3.021.092	5.462.189	2.097.958
27	2007	9,15%	1,57	16,79%	6.379.442	3.297.586	3.081.856	2.097.958
28	2008	7,69%	1,69	15,23%	3.551.280	3.551.280	0	2.097.958
29								
30	Ex–ante (Inflacija = konst.)		Ex–post (ob kapici)		Leto (31.12.)	A (ob kapici)		A ob kapici (realno)
31	EOM (skupna)	17,11%	EOM (skupna)	18,29%	2002	–9.580.000		–9.580.000
32	EOM (realno)	8,41%	EOM (realno)	8,26%	2003	2.275.602		2.097.958
33					2004	2.480.406		2.088.692
34	Ex–post (dejanska inflacija)		Prihranek (realno)		2005	2.715.636		2.080.604
35	EOM (skupna)	18,45%	zaradi kapice ob DF = 1,1:		2006	2.984.733		2.072.709
36	EOM (realno)	8,41%	39.757		2007	3.292.990		2.095.034
37					2008	3.551.280		2.097.958

Vir: Lasten izračun.

Glede zgornje tabele velja dodatno opozoriti še na naslednje. EOM predstavlja efektivno obrestno mero. Literatura o načinu njenega izračuna je obsežna (glejte na primer Čibej, 2001). Če ponovimo, prvotne anuitete so izračunane glede na glavnico, čeprav kreditojemalec ne dobi izplačane celotne glavnice, saj mora plačati še stalne stroške najema kredita (zavarovanje, dokumentacijo ...). Če preračunamo anuitete glede na dejansko izplačani znesek kredita (glavnica–stroški), potem ugotovimo, kakšna je *dejanska* obrestna mera, s katero je obremenjen kreditojemalec.

Drugo pojasnilo se tiče realnih zneskov. Namreč, tako za vrednost kapice kot za razliko med kreditoma bo veljalo, da se bomo pri odločitveni analizi ukvarjali z realnimi zneski. Skozi celoten primer bo *realno* pomenilo izraženo v stalnih cenah na dan najema kredita 31. 12. 2002. Poleg tega bomo upoštevali tudi časovno razporejenost zneskov. Vsi zneski bodo preračunani na sedanjo vrednost z upoštevanjem diskontne stopnje, ki je v našem primeru enaka 10%.*

Zadnje pojasnilo se nanaša na rubriki ex–ante in ex–post. Ex–ante izračun kaže rezultat EOM, ki ga dobimo ob predpostavki, da bo inflacija skozi celotno obdobje enaka kot v letu 2002. Ex–post izračun pa pokaže, kakšna je EOM ob dejansko uresničeni (oziroma simulirani) inflaciji. Razlika med njima je pomembna. V praksi se namreč pri EOM vedno samodejno uporabi način ex–ante. Uporabniki oziroma pogodbene stranke se pretvarjajo, da bo inflacija ostala vseskozi enaka. Na ta način je njihov nabor informacij zelo zožen, saj težko ovrednotijo velikost in smer tveganja, ki so mu izpostavljeni. Tu se zopet pokaže glavna uporabnost simulacijskega pristopa, ki se pri nas praksi še noče uveljaviti.

Zaradi oblike obrestne mere bo veljalo, da bosta pri prvem kreditu ex–ante in ex–post realni EOM vedno enaki, ker se zaradi indeksne klavzule skupna EOM prilagaja gibanju inflacije. Pri drugem kreditu pa bosta ravno nasprotno ex–ante in ex–post skupni EOM enaki, ker je obrestna mera neodvisna od inflacije, realna dela EOM pa se bosta spreminjala v skladu z inflacijo.

4.3 Preučitev tveganja

Iz primera je takoj razvidno, da bo rdečo nit naše analize predstavljalo gibanje inflacije v obravnavanih letih. Letna stopnja inflacije v vsakem letu za nas predstavlja torej slučajno spremenljivko. Sedaj nastopi ključna odločitev:

⇒ Katero verjetnostno porazdelitev bomo pripisali slučajni spremenljivki?

Za inflacijo je odločitev težavna, saj se mnenja strokovnjakov precej razlikujejo. V časopisu Finance na primer redno objavljajo rubriko, kjer *poznavalce* sprašujejo za ocene o mesečni in letni ravni inflacije. Njihove ocene se dostikrat razlikujejo (vsaj na mesečni ravni) tudi do 50% in več. V takšnem primeru skušamo nekako povzeti splošna pričakovanja strokovnjakov ter upoštevati načelo previdnosti (beri: spremenljivki pripišemo večjo verjetnost nahajanja v območju pesimističnih vrednosti). V našem primeru nas zanima predvsem tveganje višje obrestne mere, zato bomo za inflacijo izbrali porazdelitev, ki je asimetrična v levo. Oblikujmo torej porazdelitev za inflacijo na naslednji način:

⇒ leto 2002: trikotna porazdelitev s parametri (6%, 8%, 9%),

⇒ za vsako nadaljnje leto pa inflacijsko stopnjo v predhodnem letu pomnožimo s faktorjem, ki ima beta porazdelitev (80%, 20%) z mejami intervala (0%, 100%); poleg tega mu dodamo še slučajno motnjo v odstotnih točkah, ki ima normalno porazdelitev (1%, 0,5%).

---

* Pri izbiri diskontne stopnje upoštevamo predpostavko, da za posameznika alternativno naložbo predstavlja koristnost tistega, kar si bo kupil z najetim kreditom. V skladu z načelom previdnosti predpostavljamo tudi, da je/bo realni donos te alternative le rahlo višji od realnega dela obrestne mere pri prvem kreditu, zato vzemimo za diskontno stopnjo vrednost 10%.

Iz druge točke razberemo, da v povprečju pričakujemo padajoči trend (povprečje beta porazdelitve je manjše od 100%). Motnja predstavlja izredne dogodke, ki lahko povzročijo nenaden porast inflacije neodvisno od njegove vrednosti v prejšnjem letu. Tipičen primer je dvig svetovnih cen nafte.

4.4 Izvedba simulacij

V skladu z verjetnostno porazdelitvijo izvedemo simulacije inflacije za vsako leto posebej do trenutka plačila zadnje anuitete v letu 2008. Za našo študijo primero bomo izvedli 10.000 simulacij, tako da bomo lahko namesto o frekvencah rezultatov zaradi stohastične konvergence (glejte poglavje 1.4.5) upravičeno govorili o verjetnostih. Poleg vsake simulacije bomo ob pomoči formul izračunali vrednosti obrestne kapice in velikost prihranka v odvisnosti od odločitvenih spremenljivk. Podatkovni tabeli obeh spremenljivk pa nam bosta dali njune glavne številske karakteristike.

Tabela 13: Izvedba simulacij za študijo primera

	A	B	C	D	E	F	G
1	Kapica	OM (od II.)	⇐ vrednosti spremenljivk za izračun podatkovnih tabel				
2	9,0%	11,0%					
3							
4		Infl. 2003	Infl. 2004	Infl. 2005	Infl. 2006	Infl. 2007	Infl. 2008
5	Simulacije	8,43%	4,65%	4,89%	4,39%	4,32%	4,89%
6	0,0000	7,52%	8,78%	7,98%	5,57%	5,86%	5,02%
7	0,0001	8,70%	5,00%	4,63%	2,82%	3,02%	3,19%
8	0,0002	8,83%	9,04%	7,31%	8,90%	7,91%	5,03%
9	0,0003	5,90%	5,88%	5,48%	5,75%	7,01%	5,17%
10	0,0004	6,18%	4,97%	5,53%	7,16%	6,61%	7,89%

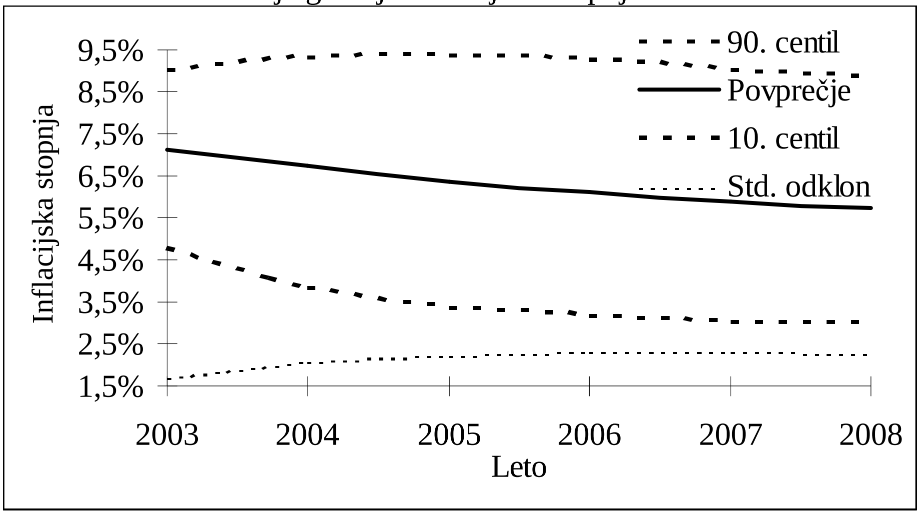
	(…)	H	I	J	K
1					
2		Kredit I.	Kredit I.	Kredit I.	
3		Ex ante	Ex post	Prihranek	Razlika (realno)
4		EOM (skupna)	EOM (skupna)	ob kapici	I. – II.
5		16,20%	14,69%	0	529.212
6		16,40%	16,43%	0	910.979
7		16,60%	14,39%	0	463.936
8		16,96%	17,48%	688	1.127.988
9		15,86%	14,76%	0	528.309
10		15,84%	14,91%	0	556.811

Vir: Lasten izračun.

V celicah B6 : G10005 imamo deset tisoč simulacij za vrednost inflacije v vsakem letu. V dodatnih stolpcih (v drugem delu slike) imamo izračunane še EOM. Lepo je vidna razlika med pričakovano in v simulacijah uresničeno EOM. Takšne razlike torej lahko nastopijo, če ob ex–ante izračunu EOM pozabimo na dejstvo, da predpostavljamo nespremenljivo inflacijo skozi vsa leta.

Ker je za izračun vrednosti, ki jih potrebujemo za izdelavo podatkovnih tabel za odločitveni spremenljivki, zelo nepraktično ob vsaki simulaciji narediti celoten anuitetni načrt za obe kreditni ponudbi, je, z nekoliko iznajdljivosti, v obliki ene matrične formule moč izračunati vrednost kapice (stolpec J). Za velikost prihranka (stolpec K) pa si moramo pomagati še z dodatnimi celicami, v katerih nato za vsako simulacijo izračunamo kumulativne faktorje inflacije za vsa leta (ti niso prikazani v tabeli).

Slika 15: Simulacija gibanja inflacijske stopnje v letih 2003–2008



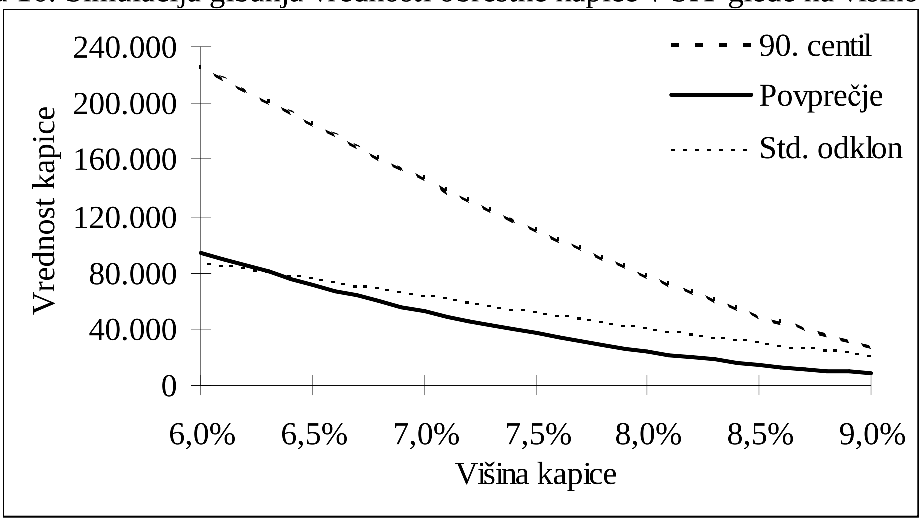
Vir: Lasten izračun.

Zgornja slika nam potrjuje naša začetna pričakovanja. Skozi leta inflacija upada, za naše simulacije iz povprečja 7,13% na 5,72%. Nasprotno standardni odklon narašča z 1,69% na 2,28%, kar potrjujeta tudi krivulji za 10. in 90. centil, ki se oddaljujeta druga od druge.

4.5 Interpretacija rezultatov

Za našo obravnavo zadanih vprašanj nas zanimata predvsem stolpca J in K z vrednostmi obrestne kapice in prihranka. Ker nas zanimajo karakteristike obeh pri različnih vrednostih odločitvenih spremenljivk, bomo zopet uporabili podatkovni tabeli. Oglejmo si najprej rezultate za obrestno kapico v naslednji sliki.

Slika 16: Simulacija gibanja vrednosti obrestne kapice v SIT glede na višino OM



Vir: Lasten izračun.

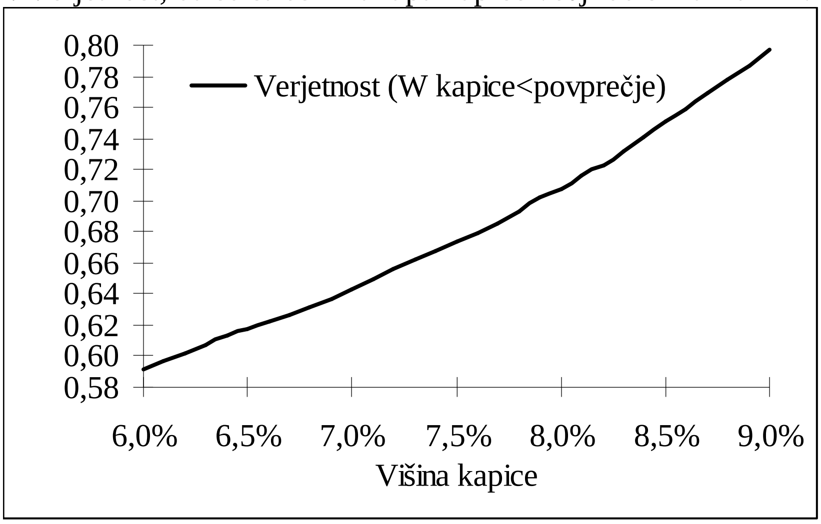
Največja vrednost, ki bi jo bili pripravljeni plačati za kapico, pada glede na njeno višino. Pri višjem odstotku je manj verjetno, da bo kapica sploh potrebna, zato je njena vrednost manjša. Njena pričakovana vrednost, če bi kapico določili pri 6%, je tako 94.368 SIT, pri 9% pa le še 8.357 SIT. Krivulje za 10. centil tokrat ni v grafu, saj je vrednost 10. centila vseskozi enaka 0 in se tako krivulja prekriva z absciso.

⇒ Za pošteno vrednost obrestne kapice upoštevamo, ob dani višini inflacije, kar njeno povprečno vrednost iz v simulacijskih rezultatov.

Če bi nam na primer prva banka ponudila obrestno kapico za inflacijo pri 7% za ceno 60.000 SIT, njene ponudbe *verjetno* ne bi sprejeli. Iz podatkovne tabele in slike lahko razberemo, da je povprečna vrednost kapice pri tej obrestni meri le 52.206 SIT. Po drugi strani se zaradi tveganja visoke inflacije lahko odločimo plačati razliko med ponudbo in pričakovano povprečno vrednostjo kapice kot premijo za manjše tveganje. Velikost te premije predstavlja našo nenaklonjenost do tveganja (glejte tudi poglavje 3.4).

Oglejmo si še drugo plat nakupa obrestne kapice.

Slika 17: Verjetnost, da so stroški nakupa kapice večji od simuliranih vrednosti



Vir: Lasten izračun.

Ta slika temelji na že omenjeni predpostavki, da je poštena cena kapice, ki bi jo vsebovala ponudba banke, kar njena pričakovana vrednost. V teh razmerah bi postal nakup kapice tvegana naložba, saj lahko opazimo zelo velike verjetnosti na ordinatni osi. Tako je na primer verjetnost, da se nam stroški nakupa ne bi povrnili ob kapici pri 6% kar 59,11%. Ta vrednost pri ravni 9% naraste že kar na 79,74%.

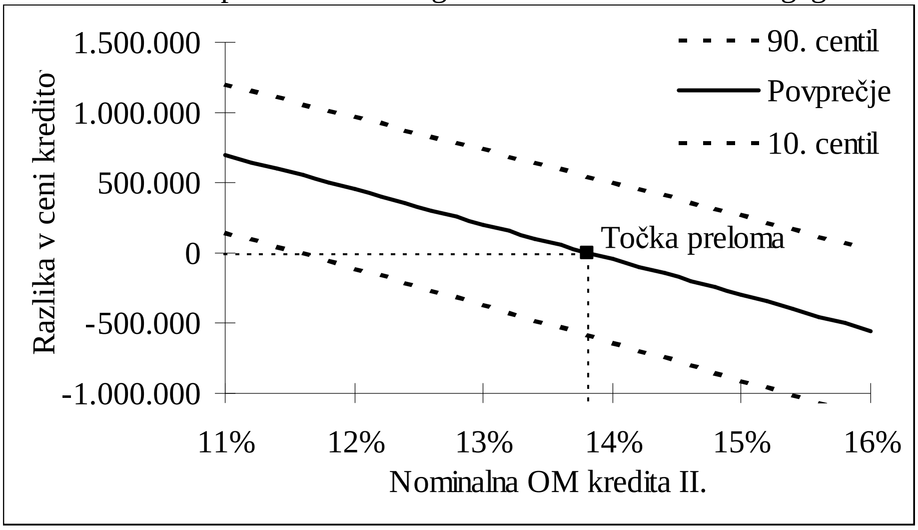
S tem smo pravzaprav prispeli do navideznega paradoksa. Da bi se zavarovali pred pretiranim naraščanjem inflacije, smo to tveganje nadomestili z drugim, ki govori o tem, da se nam stroški nakupa kapice ne bi v celoti izplačali. Nakup kapice tako predstavlja zamenjavo ene vrste tveganja za drugo. Zakaj je potemtakem nakup kapice sploh smiseln? Razloga sta dva:

⇒ Tveganje z nakupom kapice *omejimo*, kar pomeni, da že vnaprej vemo, kakšna je naša največja možna izguba. Res je sicer, da bi lahko ob nižji inflaciji dejansko imeli prihranek, ker kapica ne bi bila potrebna, a ta prihranek zaradi svoje negotovosti za nas ni tako aktualen kot na drugi strani tehtnice možnost visoke izgube. Omejitev tveganja tako omogoča lažje načrtovanje podjetja, na primer v zvezi z likvidnostjo.

⇒ Ker je tveganje omejeno, imamo lahko *miren spanec*. To je tipičen primer koristi ob zavarovanju. Na primer, avto zavarujemo proti kraji, zato imamo veliko manjše skrbi v zvezi z morebitno krajo, ko avto pustimo na parkirišču. Po poteku zavarovanja si marsikdo reče, da je bilo plačilo zavarovalne premije stran vržen denar, ker mu v tem času avto ni bil ukraden. Ob tem pozablja na dejstvo, da je ta verjetnost vsekakor obstajala. Bil je preprosto v večini tistih, ki jim avto ni bil ukraden. Če avto ne bi bil zavarovan proti kraji, bi njegov lastnik gotovo velikokrat zjutraj pogledoval skozi okno v skrbeh, ali je avto sploh še na dvorišču pred hišo. Ob plačilu zavarovanja ta stres v zvezi s skrbjo odpade. Ta drugi razlog je tako bolj psihološke narave, vendar zaradi tega za posameznika in podjetje ni nič manj otipljiv. Vsekakor velja, da se nanj pogosto pozabi, ker imamo ljudje učinkovit *selektiven spomin* – vedno se v prvi vrsti spominjamo dogodkov, ki govorijo v prid naši trenutni tezi, in pozabljamo na tiste priložnosti, ko je bila slika lahko povsem drugačna.

Vrnimo se zdaj še k rezultatom podatkovne tabele, ki zadeva razliko med kreditoma. Naj še enkrat opozorim na dejstvo, da je razlika izračunana po enačbi (kredit I. – kredit II.) in da pozitiven rezultat pomeni, da je drugi kredit bolj ugoden ter obratno.

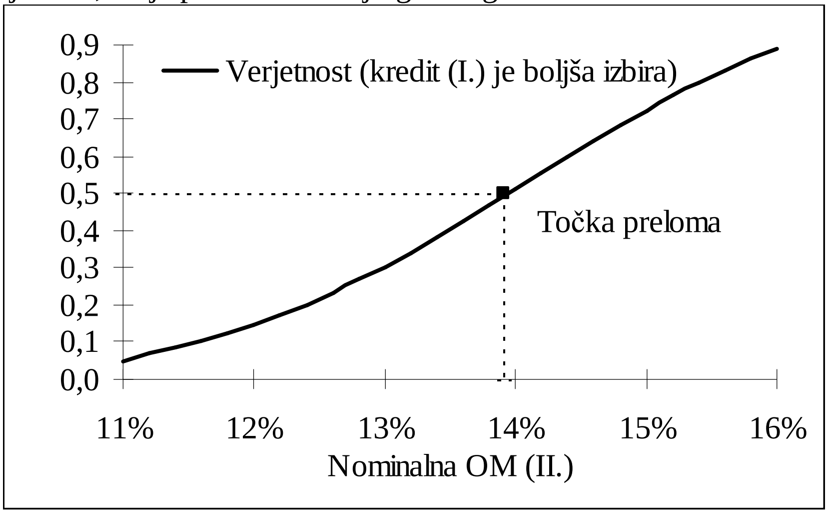
Slika 18: Velikost prihranka v SIT glede na obrestno mero drugega kredita



Vir: Lasten izračun.

Ta slika nam sicer pove nekaj o gibanju prihranka, vendar pa je za nas bolj zanimiva slika na naslednji strani, ki nam da dodatno informacijo za primerjavo obeh kreditov.

Slika 19: Verjetnost, da je prvi kredit bolj ugoden glede na obrestno mero drugega kredita



Vir: Lasten izračun.

⇒ Kriterij izbire med kreditoma je povprečna vrednost razlike med kreditoma.

Zgornja slika nam nazorno prikazuje, da je izbira prvega kredita z višanjem obrestne mere drugega seveda vedno bolj vabljiva. Prelomna točka, ko se zdita ob našem odločanju o najemu oba kredita enako vabljiva (oziroma ko je povprečna vrednost prihranka enaka 0), nastopi pri nominalni obrestni meri 13,8 %. Pri tej obrestni meri bi lahko bi bili indiferentni med izbiro o tem, ali naj vzamemo drugi kredit ob tej nominalni obrestni meri, ali naj se odločimo za prvi kredit z obrestno mero i+7%.

Zopet se lahko naša odločitev nagne v korist drugega kredita, če nas skrbi možnost plačila visokih obresti zaradi morebitnega strmega naraščanja inflacije. Vendar pa v tem primeru nase prevzamemo tveganje, da bomo plačali previsoke obresti, ker nam padec inflacije ne bo koristil. Še enkrat več na konkretno odločitev vpliva naša nagnjenost k tveganju.

Še enkrat naj strnjeno podam odgovore na vprašanja iz poglavja 4.1. Za točne številke si pomagamo s slikami oziroma s podatkovnima tabelama.

⇒ Izbira med kreditoma temelji na odločitveni analizi razlike, ki je odvisna od OM (II.). Če je OM (II.) 15% in če je posameznik do tveganja indiferenten, potem povprečni prihranek v simulacijah v višini –298.308 SIT pomeni, da je bolj ugoden prvi kredit (v tem primeru z verjetnostjo 72,46%).
⇒ Razlika med ponudbama bi bila zanemarljiva, če ima drugi kredit nominalno obrestno mero v višini 13,8%. Še vedno pa bi moral posameznik, ki se sooča s to izbiro, razmisliti o svoji jenosti do tveganja. Če je tveganju zelo nenaklonjen, potem bo mogoče pripravljen pristati celo na višjo OM (II.), da bi se izognil morebitni visoki inflaciji. Lahko pa bo razmislil o prvem kreditu ob nakupu ustrezne kapice.
⇒ Kriterij za pošteno vrednost kapice predstavlja kar njena povprečna vrednost v odločitveni tabeli. Tako za obrestno kapico pri višini 8% pričakujemo povprečno vrednost 23.725 SIT, kar naj bi bilo tudi največ, kolikor je posameznik, ki je do tveganja indiferenten, zanjo pripravljen plačati. Ob tem velja dejstvo, da je bila kar v 70,79% simulacij vrednost kapice manjša, kar pomeni precejšnjo možnost, da bi kapico preplačali. Kljub temu velja, da bi bil posameznik, ki je tveganju nenaklonjen, pripravljen za kapico morda plačati še več. Ta dodatek bi predstavljal premijo za tveganje, ki ga sedaj prevzame nase kreditodajalec s ponudbo kapice ob tej obrestni meri.

4.6 Razširitev študije primera

Z analizo študijskega primera še zdaleč nismo izčrpali vseh možnosti stohastičnih simulacij. Pri obravnavi konkretnih problemov v praksi, ki so tipa: odločanje med različnimi kreditnimi ponudbami, lahko razširimo najmanj v naslednjih smereh:

⇒ primerjava več kot le dveh različnih kreditnih ponudb,
⇒ uvrstitev dodatnih kriterijev za odločanje (na primer dolgoročno sodelovanje z banko in pogajalska moč pri določitvi obrestne mere),
⇒ primerjava kreditov, ki so denominirani v tuji valuti (pri analizi dobimo dodatno slučajno spremenljivko *menjalni tečaj*),
⇒ primerjava kreditov, ki imajo obrestno mero vezano na druge indekse kot na inflacijo (s tem postanejo ti indeksi nove slučajne spremenljivke, ki ji je treba modelirati, na primer LIBOR, EURIBOR in morda kmalu v Sloveniji tudi SMOM – slovenska medbančna obrestna mera).

5. Sklep

Poslovno okolje podjetij je v današnjem času podvrženo velikim spremembam. Po eni strani okolje spreminja skokovit tehnološki napredek, po drugi strani pa se te spremembe zaradi globalne informacijske povezanosti hitro širijo. Če želi podjetje v teh razmerah vsaj preživeti se mora naglo odzvati na spremenjene razmere. Korak dlje od golega preživetja predstavlja poskus, da bi bilo podjetje uspešnejše od svojih konkurentov. V tem primeru mora podjetje spremembe bodisi samo sprožiti bodisi jih skušati napovedati v naprej.

Podjetje se tako sooča s problemom, kako naj dobi učinkovite napovedi, da bo načrtovanje prihodnjega poslovanja smiselno. Ker zaradi negotovosti prihodnosti ni mogoče natančno napovedati, se je treba zateči k metodam, ki nam lahko dajo učinkovite približke.

Prvi korak je uporaba preprostih determinističnih modelov. Rezultat nam predstavlja ena sama točkovna ocena. Ker prihodnost ni določena (determinirana), ima posledično ta ocena precej omejeno vrednost. Nadaljnji korak tako predstavlja ocenitev smeri in velikosti tveganja oziroma možnosti, da ta ocena ne bo pravilno odsevala prihodnosti. Korak v pravo smer lahko naredimo prek stohastičnih simulacij.

Prva stopnja je načrtovanje ustreznih simulacij. V tem okviru je najpomembnejša odločitev v povezavi z opredelitvijo problema, predvsem glede izbire ustreznih predpostavk o gibanju vhodnih spremenljivk, ki ga ponazorimo z verjetnostno porazdelitvijo. Sama tehnična izvedba ni zelo zahtevna, saj so ustrezna orodja dokaj razširjena; dovolj kvalitetno izvedbo simulacij nam omogočajo tudi cenejša med njimi.

Druga stopnja nastopi z interpretacijo dobljenih simulacijskih rezultatov. Odločilnega pomena je tudi način prikaza teh rezultatov. Celovit pregled nad tveganjem nam nazorno prikaže graf kumulative verjetnosti. Prek tega se lahko uporabnik informacij natančno odloči, kolikšen del tveganja je pripravljen sprejeti. V prvi vrsti bo upošteval verjetnost nastopa nezaželenih dogodkov, poleg tega pa bo pozoren tudi na velikost teh dogodkov. Le na podlagi obeh vidikov bo v skladu s svojo naklonjenostjo do tveganja sprejel optimalno odločitev.

Celoten sklop ukrepov, ki so posledica takšne odločitve, imenujemo *ravnanje s tveganjem* oziroma *obvladovanje tveganja* (ang. risk management). Tipična prijema sta razpršitev tveganja, ki je podrobno obdelano v poglavju 3.4, in omejitev tveganja z nakupom ustreznega inštrumenta zavarovanja, kar je prikazano na primeru obrestne kapice v poglavju 4.

Vloga stohastičnih simulacij je torej v pridobivanju novega nabora informacij, prek katerih lahko učinkovito obvladujemo tveganje. To obvladovanje ne pomeni izogibanja tveganju, temveč oblikovanje takšnega *portfelja tveganj*, ki je za posameznika glede na potencialno dobičkonosnost optimalen. Ta portfelj tako uporabimo za izhodišče pri poslovnem načrtovanju.

Na celoten koncept uporabe stohastičnega pristopa k načrtovanju in simulacij torej gledamo skozi prizmo stroškov in koristi. Stroški zajemajo izdelavo simulacij in ukrepe ravnanja s tveganjem. V zameno pa koristi predstavlja dejstvo, da v večji meri obvladujemo tveganje, ki smo mu spričo negotove prihodnosti vseskozi izpostavljeni. To logiko lepo povzema poved, ki si zasluži vnovično omembo v zaključku:

"*Bistvo podjetništva je v sprejemanju preračunljivih tveganj*."

Literatura

1. Bell C. Peter: Teaching Business Statistics with Microsoft Excel. INFORMS Transactions on Educations, 1 (2001), Issue 1, str. 18-26.
[URL: http://ite.informs.org/Vol1No1/bell/bell.pdf].
2. Billingsley Patrick: Probability and Measure, Third Edition. Chicago: The University of Chicago, John Wiley & Sons, 1995. 593 str.
3. Čibej Jože Andrej: Verjetnostni račun. Ponatis II. Ljubljana: Ekonomska fakulteta, 1993. 144 str.
4. Čibej Jože Andrej: Sistemi za podporo poslovnemu odločanju, Zapiski predavanj. Ljubljana: Ekonomska fakulteta, 1998. 141 str.
5. Čibej Jože Andrej: Odločanje po pričakovani vrednosti. Bančni vestnik, Ljubljana, 47 (1998a), 10, str. 28–30.
6. Čibej Jože Andrej: Excel in obvladovanje poslovnih tveganj. Študijsko gradivo za seminar. CISEF, Ljubljana: 1998b. 22 str.
7. Čibej Jože Andrej: Simulacijski pristop v razmerah tveganja. Bančni vestnik, Ljubljana, 48 (1999), 12, str. 36–40.
8. Čibej Jože Andrej: Simulacijsko modeliranje EOM. Bančni vestnik, Ljubljana, 50 (2001), 9, str. 28–32.
9. Eckstein Jonathan & Riedmueller T. Steven: YASAI: Yet Another Add-in for Teaching Elementary Monte Carlo Simulation in Excel. INFORMS Transactions on Educations, 2 (2002), Issue 2. [URL: http://ite.informs.org/Vol2No2/EcksteinRiedmueller/].
10. Elkjaer M.: Stochastic budget simulation. International Journal of Project Management, Elsevier Science, 18, Issue 2, 2000, str. 139–147.
11. Evans R. James: Spreadsheets as a Tool for Teaching Simulation. INFORMS Transactions on Educations, 1 (2001), Issue 1, str. 27–37.
[URL: http://ite.informs.org/Vol1No1/evans/evans.pdf].
12. Gottfried S. Byron: Elements of stochastic process simulation. New Jersey, Prentice Hall: 1984. 300 str.
13. Hočevar Aleksandra: Primerjalna analiza dolgoročnih posojil za d. o. o. in s. p. Diplomsko delo. Ljubljana: Ekonomska fakulteta, 2001. 28 str.
14. Hojkar Karin–Elena: Uporaba slučajnih procesov v poslovnem načrtovanju. Diplomsko delo. Ljubljana: Ekonomska fakulteta, 1995. 71 str.
15. Jones P. Charles: Investments, Analysis and Management. 7th Edition. North Carolina State University: John Wiley & Sons, 2000. 615 str.
16. Košmelj Blaženka et al.: Statistični terminološki slovar. Ljubljana, Statistično društvo Slovenije: 2001. 403 str.
17. Mramor Dušan: Teorija finančne politike podjetja. Doktorska disertacija. Ljubljana: Ekonomska fakulteta, 1990. 251 str.
18. Myerson Roger: About SIMTOOLS and FORMLIST.
[URL: http://home.uchicago.edu/~rmyerson/addins.htm], 20. 3. 2000.

19. Myerson Roger: Probability and Decision Analysis with Spreadsheets. Chapter 3: Utility Theory with Constant Risk Tolerance. [URL: http://home.uchicago.edu/~rmyerson/util.pdf], 21. 1. 2002, 50 str.
20. Myerson Roger: Probability and Decision Analysis with Spreadsheets. Chapter 4: Continuous Random Variables. [URL: http://home.uchicago.edu/~rmyerson/genldist.pdf], 21. 1. 2002a, 50 str.
21. Myerson Roger: Probability and Decision Analysis with Spreadsheets. Chapter 5: Correlation and Multivariate Random Variables. [URL: http://home.uchicago.edu/~rmyerson/joint.pdf], 21. 1. 2002b, 56 str.
22. Myerson Roger: Probability and Decision Analysis with Spreadsheets, Chapter 7: Optimization of Decision Variables. [URL: http://home.uchicago.edu/~rmyerson/decvars.pdf], 21. 1. 2002c, 41 str.
23. Prohaska Zdenko: Finančni trgi. Ljubljana: Ekonomska fakulteta, 1999. 205 str.
24. Sachs Lothar: Angewandte Statistik. Siebente Auflage. Berlin: Springer–Verlag, 1992. 848 str.
25. Savage S. L.: Insight.xla: Business Analysis Software for Microsoft Excel. Brooks/Cole, 1998. 234 str.
26. Savage S. L.: Blitzograms – Interactive Histograms. INFORMS Transactions on Educations, 1 (2001), Issue 2, str. 77-87. [URL: http://ite.informs.org/vol1no2/Savage/Savage.pdf].
27. Savage S. L.: The Flaw of Averages. [URL: http://www.stanford.edu/~savage/flaw/], 27. 1. 2002.
28. Sheel Atul: Monte Carlo Simulations and Scenario Analysis. The Cornell Hotel and Restaurant Administration Quaterly, Issue 5, 36, 1995, str. 18–26.
29. Thiriez Hervé: Improved OR education through the use of spreadsheet models. European Journal of Operational Research, Elsevier Science, 135 (2001), str. 461–476.
30. Vose David: David Vose Consultancy – Problems to solve. [URL: http://www.risk–modelling.com/resources_ptsd.htm], 27. 1. 2002.

Viri

1. HB Actuarial: A Complex Actuarial Model. [URL: http://www.telocity.com/~hayden/stochasticmodel.htm], 1. 8. 2001.
2. Dow Jones Industrial Average Stock Index, Monthly Values (Last Trading Day of the Month). [URL: http://www.neatideas.com/data/data/djiaM.htm], 27. 1. 2002.
3. Finance On–Net: Arhiv podatkov o gibanju vrednosti enot premoženja vzajemnih skladov. [URL: http://www.finance–on.net/skladi.php], 7. 2. 2002.

Slovarček tujih izrazov

add–in (ang.) ⇒ dodatek

array formula (ang.) ⇒ matrična formula

certainty equivalent (ang.) ⇒ ekvivalent gotovosti

clustering (ang.) ⇒ grozdičenje

constraints (ang.) ⇒ omejitve

correlated random numbers – CORAND (ang.) ⇒ korelirana naključna števila

data table (ang.) ⇒ podatkovna tabela

decision variable (ang.) ⇒ odločitvena spremenljivka

dispersion (ang.) ⇒ disperzija

expected value (ang.) ⇒ matematično upanje

freeware program (ang.) ⇒ brezplačen program

kurtosis (ang.) ⇒ sploščenost

risk management (ang.) ⇒ ravnanje s tveganjem, obvladovanje tveganja

risk tolerance (ang.) ⇒ nagnjenost k tveganju

scatter diagram (ang.) ⇒ razsevni diagram

skewness (ang) ⇒ asimetrija

spreadsheet (ang.) ⇒ preglednica

standard deviation (ang.) ⇒ standardni odklon

standard error of sample mean (ang.) ⇒ standardna napaka povprečja iz vzorca

stochastic budget simulation (ang.) ⇒ stohastična simulacija proračuna

trade–off (ang.) ⇒ izmenjava

triangular distribution (ang.) ⇒ trikotna porazdelitev

uniform distribution (ang.) ⇒ enakomerna porazdelitev

utility theory (ang.) ⇒ teorija vrednosti

variance–covariance matrix (ang.) ⇒ matrika varianca–kovarianca

Priloge

Priloga A: Spisek slik in tabel

Priloga B: Podrobni statistični podatki za primera 3.2 in 3.4

Tabela B–1: Bazni indeksi in logaritmirani letni faktorji rasti za Dow Jones Industrial Average

Leto	1945 = 100	LN (n/(n–1))	Leto	1945 = 100	LN (n/(n–1))	Leto	1945 = 100	LN (n/(n–1))
1945	100,00	osnova	1964	513,07	0,14065	1983	702,61	0,21043
1946	133,33	0,28768	1965	589,54	0,13893	1984	797,39	0,12653
1947	117,65	–0,12516	1966	642,48	0,08599	1985	840,52	0,05269
1948	114,38	–0,02817	1967	554,90	–0,14655	1986	1026,80	0,20018
1949	116,99	0,02260	1968	558,82	0,00704	1987	1410,46	0,31747
1950	131,37	0,11592	1969	618,30	0,10114	1988	1279,74	–0,09726
1951	162,09	0,21012	1970	486,27	–0,24020	1989	1530,72	0,17908
1952	176,47	0,08499	1971	567,32	0,15415	1990	1692,81	0,10065
1953	189,54	0,07146	1972	589,54	0,03842	1991	1788,24	0,05484
1954	190,85	0,00687	1973	652,94	0,10214	1992	2106,54	0,16382
1955	266,67	0,33451	1974	558,82	–0,15565	1993	2163,40	0,02664
1956	307,19	0,14147	1975	459,48	–0,19574	1994	2600,00	0,18383
1957	313,07	0,01897	1976	637,25	0,32708	1995	2511,76	–0,03453
1958	294,12	–0,06245	1977	623,53	–0,02177	1996	3526,14	0,33922
1959	388,24	0,27763	1978	502,61	–0,21557	1997	4452,94	0,23336
1960	406,54	0,04606	1979	548,37	0,08712	1998	5167,32	0,14879
1961	423,53	0,04095	1980	571,90	0,04201	1999	6116,34	0,16861
1962	457,52	0,07719	1981	618,95	0,07908	2000	7150,33	0,15619
1963	445,75	–0,02605	1982	569,28	–0,08366	2001	7115,69	–0,00486

Vir: [URL: http://www.neatideas.com/data/data/djiaM.htm], 27. 1. 2002.

Tabela B–2: Logaritmirani mesečni faktorji rasti za vrednosti enot navedenih skladov

Sklad	Piramida	Galileo	KD Bond	Rastko	Hrast	Zajček
Datum	VEP	VEP	VEP	VEP	VEP	VEP
1. 1. 1998			Osnova			
1. 2. 1998	–0,00371	–0,00757	0,00602	–0,00421	0,00238	–0,00308
1. 3. 1998	0,00412	–0,00665	0,00615	–0,01093	0,00339	0,01014
1. 4. 1998	0,01659	0,03123	0,01944	0,03137	0,01868	0,01804
1. 5. 1998	0,02931	0,02906	0,00449	0,01608	0,01531	0,01953
1. 6. 1998	0,00489	–0,00029	–0,00180	0,00153	0,03117	–0,00006
1. 7. 1998	0,01849	0,01783	0,01644	0,02444	0,02286	0,01553
1. 8. 1998	0,04543	0,13608	0,02207	0,12894	0,11237	0,09028
1. 9. 1998	–0,02378	–0,01123	0,01421	–0,00926	–0,04175	–0,03089
1. 10. 1998	0,01554	0,04542	0,01054	0,02527	0,07296	0,01821
1. 11. 1998	–0,00284	–0,00299	0,00285	–0,00416	–0,01711	–0,00262
1. 12. 1998	0,00890	0,00370	0,00486	0,00079	–0,00955	0,01779
1. 1. 1999	0,01990	0,03908	0,01347	0,04370	0,05573	0,01924
1. 2. 1999	0,06527	0,04109	0,00865	0,04392	0,07575	0,05102
1. 3. 1999	0,01557	0,01536	0,00539	0,00994	0,01010	0,00968
1. 4. 1999	–0,01327	–0,02817	0,00806	–0,02213	–0,04443	–0,02103
1. 5. 1999	–0,00145	0,00128	0,01234	–0,00220	–0,01278	0,00304
1. 6. 1999	0,00216	0,01063	0,01106	0,00391	0,00749	–0,00087
1. 7. 1999	–0,00311	–0,01339	0,02736	–0,01047	–0,01404	–0,01566
1. 8. 1999	0,01714	0,02775	0,01291	0,01255	0,00809	0,02759
1. 9. 1999	0,02833	0,08798	0,01080	0,07406	0,07644	0,06077
1. 10. 1999	–0,00296	0,01620	0,00518	0,02856	0,00494	–0,00627
1. 11. 1999	–0,00601	0,01230	0,00519	0,05282	–0,00018	–0,01154
1. 12. 1999	0,01480	–0,00550	0,00788	–0,00155	–0,00319	0,00573
3. 1. 2000	0,01651	0,02098	0,01684	0,09640	0,04520	0,04588
1. 2. 2000	0,01105	0,01923	0,00259	0,01597	0,04627	0,00045
1. 3. 2000	–0,01698	–0,04340	0,00775	–0,01982	–0,02949	–0,04202
1. 4. 2000	–0,00626	–0,03330	0,01183	–0,04934	–0,01276	–0,00640
1. 5. 2000	0,00495	–0,00709	0,01189	–0,01074	–0,00945	0,00325
1. 6. 2000	–0,00673	–0,02464	0,00850	–0,02368	–0,03196	–0,02972
1. 7. 2000	0,02128	–0,00142	0,00468	0,01196	0,01786	–0,00207
1. 8. 2000	0,01659	0,00081	0,02150	–0,00214	0,00246	0,02640
1. 9. 2000	0,01589	0,03239	0,00982	0,00796	0,01805	0,01298
1. 10. 2000	–0,00186	–0,03142	0,01232	–0,02608	–0,03237	–0,02250
1. 11. 2000	0,00235	0,01673	0,00771	0,00569	0,01686	0,02677
1. 12. 2000	0,03664	0,01621	0,01128	0,03082	0,02417	0,02320
1. 1. 2001	0,01951	0,05503	0,01028	0,03583	0,03769	0,02767
1. 2. 2001	0,00441	0,01664	0,00883	0,02667	0,01680	0,00042
1. 3. 2001	–0,01198	–0,03978	0,00170	–0,03382	–0,03188	–0,01475
1. 4. 2001	–0,01464	–0,03244	–0,00293	–0,03661	–0,00516	–0,02347
1. 5. 2001	0,00785	0,00967	0,01399	0,00510	–0,00326	0,00102
1. 6. 2001	0,02271	0,04347	0,01108	0,03890	0,02986	0,02861
1. 7. 2001	0,01805	0,02410	0,00917	0,03525	0,02413	0,01360
1. 8. 2001	0,02736	0,06009	0,01043	0,04477	0,03954	0,05226
1. 9. 2001	0,02878	0,06036	0,01547	0,04812	0,04091	0,04667
1. 10. 2001	–0,00271	0,02967	0,00210	–0,01737	–0,00086	–0,00938
1. 11. 2001	0,01657	0,03812	0,00583	0,06707	0,02256	0,01651
1. 12. 2001	0,03641	0,03509	0,01861	0,01017	0,06110	0,03725
1. 1. 2002	–0,00097	–0,00764	0,00096	0,00180	–0,00294	0,00728

Vir: [URL: http://www.finance–on.net/skladi.php], 7. 2. 2002.