

UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

DIPLOMSKO DELO

ARBITRAŽNA TEORIJA DOLOČANJA CEN
V MAJHNI EKONOMIJI

Ljubljana, avgust 2004

MARKO PIHLAR

IZJAVA

Študent Marko Pihlar izjavljam, da sem avtor tega diplomskega dela, ki sem ga napisal pod mentorstvom mag. Aljoše Valentinčiča in dovolim objavo diplomskega dela na fakultetnih spletnih straneh.

Podpis:

V Ljubljani, dne 19.8.2004.

KAZALO

UVOD	1
1. MODELI DOLOČANJA CEN DOLGOROČNIH NALOŽB	2
1.1. Pregled razvoja	2
1.2. Model določanja cen dolgoročnih naložb - CAPM	3
1.3. Večfaktorski modeli	5
2. ARBITRAŽNA TEORIJA DOLOČANJA CEN	5
2.1. Teoretični okvir in izpeljava arbitražnega modela donosnosti	5
2.2. Primerjava CAPM in APT	9
2.3. Empirično preverjanje veljavnosti APT	11
2.4. APT v majhni ekonomiji	12
3. METODE DOLOČANJA FAKTORJEV	13
3.1. Teoretični pristop	14
3.1.1. Makroekonomski faktorski modeli	14
3.1.2. Temeljni faktorski modeli	15
3.2. Statistični pristop	15
3.2.1. Določanje števila faktorjev	16
3.2.2. Tehnike določanja faktorjev	16
3.2.3. Vsebinska interpretacija faktorjev	17
4. EMPIRIČNO PREVERJANJE VELJAVNOSTI APT	18
4.1. Statistični okvir	18
4.1.1. Testiranje APT s statističnim pristopom	21
4.1.2. Testiranje BCAPM	25
4.2. Podatki	28
4.2.1. Izbira vrednostnih papirjev v vzorec	28
4.2.2. Izbira faktorjev (teoretični pristop)	29
4.2.3. Izbira dolžine obdobja za oceno faktorskih občutljivosti	30
4.2.4. Izbira intervala za izračun donosnosti	30
5. REZULTATI	30
6. SKLEP	36
LITERATURA	38
VIRI	41

UVOD

Stohastična narava donosnosti finančnega premoženja je bila predmet proučevanja že v začetku prejšnjega stoletja, torej dobrih 50 let pred nastankom moderne finančne teorije, vendar je bistveno vprašanje odnosa med tveganjem in donosnostjo ostalo neformulirano vse do nastanka modela določanja cen dolgoročnih naložb (Capital Asset Pricing Model - CAPM). Ta preprost model opiše tveganje z enim samim faktorjem, to je tržnim tveganjem, a temelji na dokaj zahtevnih predpostavkah. Šibke empirične potrditve in teoretične kritike zato kmalu prinesejo potrebo po izboljšanem modelu. V odgovor je nastala arbitražna teorija določanja cen (Arbitrage Pricing Theory - APT), ki z bolj realističnimi predpostavkami in večfaktorsko zasnovno obljublja večjo pojasnjevalno moč.

Obe teoriji sta v akademskih krogih deležni ogromnega zanimanja. Čeprav so empirične raziskave večinoma potrdile premoč APT v smislu pojasnjevanja donosnosti, je CAPM v praksi bolj sprejet. Navodil glede števila in vsebine faktorjev teorija namreč ne ponuja, zato med praktiki prevladuje mnenje, da je uporaba APT bolj umetnost kot znanost. Da v praksi sicer največ veljajo natančna navodila, je lepo razvidno iz primera trga opcij. Brez modelov določanja cen izvedenih finančnih instrumentov namreč ta trg sploh ne bi obstajal.

Empirična obravnava APT se v sodobni literaturi večinoma pojavlja v obliki testiranja APT modelov donosnosti, manj pa je preverjanj veljavnosti teorije same. V preteklosti je bila namreč ta na podlagi podatkov z razvitih kapitalskih trgov zadovoljivo potrjena, kar pa ne odgovori na vprašanje o veljavnosti APT v majhnih ekonomijah. Ta odgovor je poleg praktičnega vidika, saj je uporaba arbitražnih modelov donosnosti v takih okoljih pogosta, zanimiv tudi s teoretičnega vidika.

Osnovni namen diplomskega dela je teoretično obravnavati in empirično preveriti veljavnost APT na primeru majhne ekonomije. Podrobneje bom predstavil teoretično ogrodje in pokazal, da je mogoče APT model donosnosti analitično obravnavati v družini splošnih večfaktorskih modelov. To posplošitev bom nato uporabil kot izhodišče za empirično analizo.

Empirična potrditev veljavnosti APT je povezana z mnogimi ekonometričnimi problemi, zato pomemben del diplomskega dela namenjam metodologiji testiranja. Za ekonometrično obravnavo različnih oblik modelov določanja cen dolgoročnih naložb bom oblikoval enoten statistični okvir in poskušal na podlagi vzorca delnic s slovenskega kapitalskega trga odgovoriti na vprašanje o veljavnosti APT. Za celovit pregled bom preveril še veljavnost CAPM z in brez predpostavke o poznavanju netvegane obrestne mere.

Diplomsko delo sestavlja pet sklopov. V prvem delu bom predstavil pregled modelov določanja cen dolgoročnih naložb, ter pripravil teoretična izhodišča za skupno obravnavo različnih oblik modelov. V drugem delu bom podrobneje predstavil arbitražno teorijo določanja cen, ter pokazal enostavno unifikacijo CAPM in APT. Metodologijo ekonometričnega preverjanja veljavnosti modelov bom predstavil v tretjem in četrtem delu, v petem poglavju pa bom prikazal rezultate.

Delo zaključujem s sklepom, kjer bom povzel pomembnejše ugotovitve.

1. MODELI DOLOČANJA CEN DOLGOROČNIH NALOŽB

1.1. Pregled razvoja

Raziskovanje obnašanja cen vrednostnih papirjev ter pojasnjevanje odnosa med tveganjem in donosnostjo premoženja na finančnih trgih je pripeljalo do enotnega mnenja, da lahko doseže neko premoženje večjo donosnost samo ob večjem tveganju. Čeprav nas na ta sklep navaja že intuicija, je bila za njegovo potrditev potrebna temeljita obravnava obeh kategorij. Donosnost je pri tem preprosto merljiva spremenljivka, kar pa za tveganje ne velja. Problem tveganja se namreč pojavi v pogojih negotovosti, ko je možno pričakovanim izidom vnaprej pripisati zgolj posamične verjetnosti. Poskus natančne opredelitve tveganja dodatno ovirajo tudi neprestane spremembe tržnih sil, ki vplivajo na oblikovanje cen. Vsaka tovrstna obravnava je zato učinkovita le v primeru ravnotežja, kamor naj bi delujoči procesi v času težili.

Teorija je torej za začetek potrebovala opredelitev ravnotežja v pogojih negotovosti, ki ga v 50-ih letih prejšnjega stoletja prispevata Arrow in Debreu (1954). Obenem Markowitz (1952) definira tveganje vrednostnega papirja kot varianco njegove donosnosti ter postavi temelje premoženjske teorije. S tem se začne doba moderne finančne teorije in znotraj nje teorija premoženjske izbire. Markowitz s konceptom razpršitve namreč uspešno loči tveganje vrednostnega papirja od tveganja premoženja in tako omogoči poglobljeno obravnavo dejavnikov sistematičnega tveganja.¹ Sharpe (1964) na podlagi naštetih spoznanj zgradi ravnotežno teorijo cen vrednostnih papirjev v pogojih negotovosti, ter jo s prispevki Lintnerja (1965) in Mossina (1966) dokončno oblikuje v model določanja cen dolgoročnih naložb (CAPM). Ta model priznava tržno tveganje kot edino sistematično obliko tveganja, kar ga dela enostavnega za praktično uporabo. Model pa je osnovan na dokaj zahtevnih predpostavkah in je statičen, saj je Markowitzeva premoženjska teorija omogočala le enočasovne odločitve.

Problem statičnosti reši Merton (1973) s pionirskim delom na področju dinamičnih modelov, ki do danes ostaja ključna smernica razvoja finančne teorije. Razvije namreč medčasovno različico modela določanja cen dolgoročnih naložb (Intertemporal CAPM - ICAPM), ki velja v zveznem času za več obdobj.² Pomembna predpostavka tega modela je, da premije za tveganje ne določa zgolj tržno tveganje, temveč tudi potreba investitorja po zaščiti pred neugodnimi stanji. Merton namreč pokaže, da blaginja posameznika ni odvisna samo od njegovega bogastva, temveč tudi od splošnega stanja ekonomije. Investitor se na množico stanj prilagaja s spremembo obsega povpraševanja, ICAPM pa tedaj z različno mero sistematičnega tveganja, ki je odvisna od stanja, zagotavlja veljavnost CAPM v vsaki časovni točki. Tovrsten pristop je pomenil pomembno nadgradnjo CAPM in hkrati tudi prvi večfaktorski model določanja cen dolgoročnih naložb.

Obsežno empirično preverjanje veljavnosti CAPM kmalu po njegovem nastanku prinese tudi pomembno kritiko, ki jo prispeva Roll (1977). V njej pokaže, da bi za veljavnost CAPM morala obstajati mera globalnega tržnega premoženja, kar je seveda povsem nerealno. V

¹ V diplomskem delu bo premoženje predstavljalo več enot (lastniških) vrednostnih papirjev.

² Teoretično ogrožje, ki ga Merton razvije za ICAPM, kmalu postane eden pomembnejših prispevkov v moderni teoriji financ, saj omogoči hiter razvoj modelov za določanje cen izvedenih instrumentov.

primernem trenutku zato nastane arbitražna teorija določanja cen (APT), ki jo razvije Ross (1976), kasneje pa jo pomembneje razširijo Chamberlain in Rothschild (1983) ter Connor (1984). APT omogoča oblikovanje večfaktorskega modela donosnosti, ki naj bi z manj zahtevnim okvirom rešil probleme CAPM, hkrati pa zadržal njegovo osnovno sporočilo. Razumljivo je torej, da je APT predmet intenzivnega raziskovanja, saj CAPM do danes v praktični uporabi kljub znanim slabostim še vedno nima priznane alternative.

1.2. Model določanja cen dolgoročnih naložb - CAPM

Pomembno mesto tega modela v finančni teoriji je razlog, da na kratko predstavim njegove bistvene značilnosti. Model se v predpostavkah naslanja na Markowitzevo premoženjsko teorijo, ki definira popoln trg kapitala z naslednjimi lastnostmi (Mramor, 2002, str. 20): I.) trg kapitala deluje brez trenja, II.) cene vrednostnih papirjev so dane (popolna konkurenca), III.) trg je informacijsko učinkovit in IV.) investitorji se obnašajo racionalno, v pogojih negotovosti pa velja, da so nenaklonjeni tveganju. Dodaja jim še naslednje predpostavke (Copeland, Weston, 1983, str. 186): I.) vlagatelji med dvema, sicer enakima vrednostnima papirjema, izberejo bolj donosnega, mejna učinkovitost dodatnega vrednostnega papirja je pri tem naraščajoča funkcija, II.) časovni horizont vseh vlagateljev je enak in znaša eno obdobje, III.) netvegana donosnost je za vse vlagatelje enaka in IV.) na trgu vladajo homogena pričakovanja glede vseh spremenljivk, ki nastopajo v modelu. Naštete predpostavke skupaj z matematičnim ogrođjem koncepta učinkovitosti predstavljajo teoretični okvir CAPM.

Prikazane predpostavke so v praksi nerealne, vendar nujne za izpeljavo modela.³ Le popoln trg kapitala v ravnotežju namreč poskrbi za optimalno alokacijo in omogoča učinkovitost tržnega premoženja.⁴ S tem se izpeljava CAPM poenostavi na iskanje tržne premice vrednostnih papirjev.⁵ Ob dodatni predpostavki, da se je mogoče neomejeno zadolževati in posojati po netvegani obrestni meri r_f , je Sharpe-Lintnerjev CAPM definiran v naslednji obliki:

$$E(\tilde{r}_i) = r_f + \beta_i(E(\tilde{r}_m) - r_f), \quad (1.1)$$

kjer z $E(\cdot)$ označujem pričakovano vrednost, β_i pa predstavlja relativno mero sistematičnega tveganja i -tega vrednostnega papirja. Mera tveganja β_i odraža spremembo tveganja, ki jo nek vrednostni papir povzroči ob vključitvi v dobro razpršeno premoženje (tržno tveganje) in ne celotnega tveganja tega vrednostnega papirja. Ločiti je torej potrebno med lastnim tveganjem vrednostnega papirja, ki ga merimo z varianco donosnosti in tržnim tveganjem, ki ga merimo z β_i . Tako je povsem mogoče, da ima nek vrednostni papir z veliko varianco donosnosti dokaj majhno tržno tveganje.

V pogojih ravnotežja na trgu je pričakovana donosnost vrednostnih papirjev linearna funkcija pričakovane tržne donosnosti kot edinega sistematičnega faktorja. V svojem bistvu CAPM

³ Za primer izpeljave modela glej Mramor, 2002, 2. poglavje.

⁴ Učinkovitost premoženja ob danem tveganju pomeni maksimizacijo njegove donosnosti. V ravnini, ki jo določata $E(\tilde{r}_i)$ in $\sigma_{\tilde{r}_i}$, učinkovite kombinacije vrednostnih papirjev tvorijo mejo učinkovitosti investiranja (MUI), na kateri leži tudi tržna kombinacija premoženja kot optimalna kombinacija vseh vrednostnih papirjev.

⁵ Učinkovito tržno premoženje namreč določa tangenta na MUI, ki slednjo povezuje z netvegano donosnostjo.

razlaga vpliv tržnega tveganja na pričakovano donosnost. Da bi lahko veljavnost CAPM tudi empirično preverili, moramo torej vpeljati povezavo med pričakovano in realizirano donosnostjo, ki jo lahko opišemo z naslednjim enofaktorskim modelom, v literaturi znanim kot tržni model:

$$r_i - r_f = \alpha_i + \beta_i(r_m - r_f) + \epsilon_i. \quad (1.2)$$

CAPM in tržni model torej ex post povezuje koeficient α_i , znan tudi kot Jensenova alfa.

Za potrebe teoretične obravnave v tem in prihodnjih poglavjih definirajmo naslednje spremenljivke: nepričakovana faktorska donosnost $\delta_{FK} = r_{FK} - E(\tilde{r}_{FK})$, netvegana donosnost λ_0 in faktorska premija za tveganje $\lambda_{FK} = E(\tilde{r}_{FK}) - \lambda_0$, kjer r_{FK} predstavlja realizirano faktorsko donosnost.⁶

S pomočjo teh spremenljivk zdaj zapišimo enačbo (1.2) za n vrednostnih papirjev v matrični obliki:

$$\mathbf{R} - \mathbf{1}\lambda_0 = \mathbf{a} + \mathbf{b}(\delta_m + \lambda_m) + \epsilon, \quad (1.3)$$

kjer $\mathbf{R}$ predstavlja vektor donosnosti, $\mathbf{1}$ enotski vektor, $\mathbf{a}$ vektor odstopanj od pričakovane donosnosti, $\mathbf{b}$ vektor občutljivosti na faktor sistematičnega (tržnega) tveganja, δ_m nepričakovano tržno donosnost in λ_m tržno premijo za tveganje. Očitno je, da je tržni model v pogojih ravnotežja, ko so vsi papirji pravilno ovrednoteni, enak CAPM. Realizirane donosnosti so takrat enake pričakovanim donosnostim in nad/podpovprečna donosnost ni mogoča. Kadar torej veljajo njegove predpostavke, lahko CAPM obravnavamo kot tržni model z omejitvijo $\alpha_i = 0 \forall i$.

Black (1972) izpelje splošnejšo obliko CAPM (v nadaljevanju BCAPM), ki ne zahteva predpostavke o neomejenem zadolževanju in posojanju po netvegani obrestni meri r_f .⁷ Netvegana donosnost je v tem primeru izražena kot donosnost netvegane premoženja, ki ima najmanjšo varianco donosnosti med vsemi premoženji, ki niso korelirani s tržno donosnostjo.⁸ BCAPM model zapišemo v naslednji obliki:

$$E(\tilde{r}_i) = E(\tilde{r}_{0m}) + \beta_i(E(\tilde{r}_m) - E(\tilde{r}_{0m})). \quad (1.4)$$

Na podoben način kot pri Sharpe-Lintnerjevem CAPM je tudi za BCAPM mogoče pokazati, da ga lahko ob izpolnjevanju predpostavk teoretičnega okvirja obravnavamo kot tržni model z omejitvijo $\alpha_i = E(\tilde{r}_{0m})(1 - \beta_i) \forall i$. Kot pokaže Roll (1977, str. 129), je v obeh primerih veljavnost omejitve pogojena predvsem z učinkovitostjo tržnega premoženja, torej ta predstavlja potreben pogoj za veljavnost CAPM.⁹ V nadaljni teoretični obravnavi bom

⁶ Ker je v Sharpe-Lintnerjevi obliki CAPM obstoj r_f pogoj, predstavlja λ_0 netvegano obrestno mero. Na splošno sicer λ_0 predstavlja širši pojem, namreč donosnost premoženja, ki ni občutljivo na noben faktor tveganja (netvegano donosnost).

⁷ Tak pristop je realnejši, saj zmanjša zahtevnost prve predpostavke popolnega trga kapitala.

⁸ Tako premoženje imenujmo ničelno premoženje (zero-beta portfolio).

⁹ Za razlago ogrodja koncepta učinkovitosti glej Campbell, Lo, MacKinlay, 1997, poglavje 5.2.

predvideval, da je ta pogoj izpolnjen, v ekonometrični analizi pa bom veljavnost potrebnega pogoja tudi empirično preveril.

1.3. Večfaktorski modeli

CAPM upošteva samo en faktor tveganja, torej tržno tveganje, saj predpostavka o učinkovitosti tržnega premoženja zadošča, da se v tem faktorju odrazijo vsi splošni vplivi. Kadar pa v ekonomiji deluje več medsebojno neodvisnih dejavnikov, je tveganje potrebno meriti v več dimenzijah, torej vpliva faktorjev tveganja ne moremo zadostno opisati z enofaktorskim modelom. Rešitev ponujajo večfaktorski modeli, ki razširjajo delitev vplivov posameznih oblik tveganja na donosnost z naslednjo izjavo: I.) obstaja relativno majhno število skupnih faktorjev, ki odražajo sistematčne vplive in II.) obstaja vsakemu vrednostnemu papirju lasten faktor, ki odraža nesistematčne vplive. V prvo skupino ponavadi štejemo nepričakovane spremembe makroekonomskih, v drugo pa mikroekonomskih spremenljivk (v primeru vrednostnih papirjev torej poslovne dogodke, ki zadevajo dotično podjetje). Tovrstna obravnava vplivov je osnova za dve pomembni teoriji določanja cen: I.) teorijo ločitve skladov (Ross, 1978), katere poseben primer je CAPM, ter II.) arbitražno teorijo določanja cen (APT), ki je predmet obravnave v pričujočem delu.

Splošni linearni večfaktorski model za n vrednostnih papirjev lahko zapišemo v obliki:¹⁰

$$\mathbf{R} = \mathbf{a} + \mathbf{B}\mathbf{f} + \boldsymbol{\epsilon}, \quad (1.5)$$

kjer $\mathbf{R}$ predstavlja vektor donosnosti, $\mathbf{f}$ vektor donosnosti sistematičnih faktorjev tveganja, $\mathbf{B}$ matriko občutljivosti na posamezen faktor in $\boldsymbol{\epsilon}$ vektor slučajnih odklonov. V skladu z delitvijo vplivov posameznih oblik tveganja torej $\boldsymbol{\epsilon}$ predstavlja donosnost nesistematčnih faktorjev. Večfaktorski model iz enačbe (1.5) nas utegne posebej zanimati, v kolikor lahko pokažemo, da APT predstavlja njegovo omejitev, torej da določa obliko parametra $\mathbf{a}$. Ker je tržni model zgolj enofaktorska oblika modela iz enačbe (1.5), bi tedaj lahko ex post obravnavali CAPM kot posebno obliko APT.

2. ARBITRAŽNA TEORIJA DOLOČANJA CEN

2.1. Teoretični okvir in izpeljava arbitražnega modela donosnosti

V prejšnjem poglavju sem pokazal tok razvoja finančne teorije, ki je privedel do nastanka arbitražne teorije določanja cen. Namen tega poglavja je analiza teoretičnega okvirja in predstavitev izhodišč empiričnega preverjanja veljavnosti APT.

Literatura označuje APT kot alternativo CAPM predvsem zaradi intuitivne podobnosti. Obe namreč povezujeta donosnost in tveganje preko vpliva sistematičnih faktorjev. Vendar pa je APT dokaj splošna teorija, ki dopušča več oblik tveganja oz. faktorjev, ki vplivajo na

¹⁰ Čeprav bom analitično obravnavo modelov določanja cen dolgoročnih naložb predstavil na nivoju enot (vrednostnih papirjev), ugotovitve veljajo tudi za skupine (premoženja).

donosnost. Na ta način sledi ideji, da imajo obrestne mere, inflacija, stopnja gospodarske aktivnosti in druge ekonomske kategorije vpliv na donosnost vrednostnih papirjev. Bistvo APT torej lahko povzamemo v trditvi, da na pričakovano donosnost vpliva več kot en faktor s sistematičnim vplivom.

Splošnost teorije v neoklasičnem okvirju popolne konkurence se kaže v dokaj skromnih omejitvah. Za veljavnost APT namreč niso potrebne dodatne zahteve glede funkcij koristnosti (ohranjeni sta le predpostavki o monotonosti in konkavnosti) in oblike porazdelitvene funkcije donosnosti. Prav tako ni zahteve po učinkovitosti tržnega premoženja. Ker teorija ni omejena na eno časovno obdobje, je veljavna tudi v dinamični obliki. Njena splošnost se nenazadnje kaže tudi v tem, da ne določa števila in vsebine faktorjev.

Bistven element za izpeljavo modela je pojem neobstoja arbitraže oz. arbitražni argument. Možnost arbitraže obstaja takrat, ko je investitor soočen z izbiro vrednostnega papirja z enakim tveganjem, vendar različno pričakovano donosnostjo. V takem primeru bi brez tveganja in dodatnega vložka s prodajo manj donosnega vrednostnega papirja in sočasnim nakupom donosnejšega vrednostnega papirja ustvaril neomejen arbitražni dobiček. V kolikor je trg učinkovit, to zaradi zakona ene cene ni mogoče.¹¹

Teoretični okvir vsebuje tri predpostavke (Ross, 1976, str. 341): I.) donosnost je moč opisati z linearnim modelom, II.) možnosti za arbitražo na konkurenčnem trgu ne obstajajo¹², ter III.) veliko število vrednostnih papirjev omogoča razpršitev premoženja, ki izniči vpliv nesistematičnih faktorjev.

Prva predpostavka zahteva, da naj bi imeli ekonomski subjekti homogena pričakovanja o odnosu med donosnostjo in tveganjem: z racionalnim obnašanjem naj bi za prevzem dodatnega tveganja zahtevali višjo donosnost, pri čemer je ta odnos linearen. Drugo in tretjo predpostavko obravnavamo kot sestavljen pogoj, saj je v primeru majhnega števila vrednostnih papirjev APT kršena kljub neobstoju arbitraže. Po vrednostnem papirju, ki je podcenjen, investitorji namreč povečajo povpraševanje, vendar se hkrati izpostavijo njegovemu nesistematičnemu tveganju. Pri velikem številu vrednostnih papirjev to seveda ni mogoče, saj pride v tem primeru zaradi razpršitve premoženja do izničenja nesistematičnega tveganja.

Vsebinsko je torej APT teorija, ki s svojim okvirjem omogoča formulacijo odnosa med donosnostjo in tveganjem. Iz predpostavk teoretičnega okvirja je že razvidno, da APT predstavlja omejitev splošnega linearnega večfaktorskega modela. V nadaljevanju bom z izpeljavo arbitražnega modela donosnosti pokazal, kakšna je njena oblika.

APT model donosnosti, ki je izpeljan s predpostavkami teoretičnega okvirja APT, je definiran v naslednji obliki (Roll, Ross, 1980, str. 1076):

$$\tilde{r}_i = E(\tilde{r}_i) + b_{i1}\tilde{\delta}_1 + b_{i2}\tilde{\delta}_2 + \dots + b_{ik}\tilde{\delta}_k + \tilde{\epsilon}_i, \quad (2.1)$$

¹¹ Pravilo neobstoja arbitraže je na zelo kratek rok lahko kršeno, vendar v praksi na finančnih trgih tehnologija oz. informacijska podpora zmanjša časovni interval na nedonosno raven.

¹² Tak trg se bo torej nahajal v ravnotežju.

kjer $\tilde{r}_i$ in $E(\tilde{r}_i)$ predstavljata realizirano in pričakovano donosnost i -tega vrednostnega papirja, b_{ik} občutljivost donosnosti i -tega vrednostnega papirja na sistematični faktor $\tilde{\delta}_k$ oz. njegovo nepričakovano donosnost in $\tilde{\epsilon}_i$ stohastično spremenljivko, ki odraža nesistematično tveganje vrednostnega papirja.¹³

Pojasnimo enačbo (2.1) z razčlenitvijo donosnosti na dve komponenti:

$$r_i = E(\tilde{r}_i) + U(\tilde{r}_i),$$

kjer $E(\tilde{r}_i)$ predstavlja pričakovano donosnost, $U(\tilde{r}_i)$ pa nepričakovano donosnost. Nepričakovana donosnost predstavlja odmik od pričakovane donosnosti in je posledica nepričakovanih sprememb sistematičnih faktorjev in nesistematičnega faktorja:

$$U(\tilde{r}_i) = b_{i1}\tilde{\delta}_1 + b_{i2}\tilde{\delta}_2 + \dots + b_{ik}\tilde{\delta}_k + \epsilon_i.$$

Za veljavnost modela morajo biti izpolnjeni naslednji pogoji: faktorji so medsebojno neodvisni, prav tako so neodvisni z ostankom $\tilde{\epsilon}_i$, oziroma velja:

$$E(\tilde{\delta}_j\tilde{\delta}_k) = 0 \quad \forall j \neq k \quad \text{in} \quad E(\tilde{\delta}_k\tilde{\epsilon}_i) = 0 \quad \forall k, i,$$

zaradi zahteve o nepričakovani naravi sprememb pa v modelu ni avtokorelacije:

$$E(\tilde{\delta}_k) = 0 \quad \forall k \Rightarrow E(\tilde{\delta}_{kt}\tilde{\delta}_{kt'}) = 0 \quad \forall k \wedge \forall t \neq t',$$

kar naj velja tako za faktorje, kot tudi za ostanke $\tilde{\epsilon}_i$. Našteti pogoji zagotavljajo striktno oz. natančno faktorsko strukturo.¹⁴

V nadaljevanju bom zaradi preglednosti izpuščal oznake za slučajnost spremenljivk in enačbe predstavljal v matrični obliki. Enačbo (2.1) za n vrednostnih papirjev tedaj zapišemo kot:

$$\mathbf{R} = \boldsymbol{\mu} + \mathbf{B}\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\epsilon}, \quad (2.2)$$

kjer sta $\mathbf{R}$ in $\boldsymbol{\mu}$ vektorja dejanskih in pričakovanih donosnosti, $\mathbf{B}$ je matrika $n \times k$ faktorskih občutljivosti, $\boldsymbol{\delta}$ je vektor k faktorskih donosnosti in $\boldsymbol{\epsilon}$ vektor slučajnih odklonov. Model iz enačbe (2.2) ustreza linarnemu modelu donosnosti iz enačbe (1.5) z omejitvijo $\mathbf{a} = \boldsymbol{\mu}$ in ob danih pogojih predstavlja linearni model generiranja donosnosti, kot ga zahteva prva predpostavka APT. V nadaljevanju bom torej s preostalima predpostavkama teoretičnega okvirja iskal lastnosti $\boldsymbol{\mu}$.

Naj bo na voljo n različnih vrednostnih papirjev, iz katerih lahko oblikujemo premoženje. Sestavo takega premoženja lahko nato spremenimo brez dodatnih sredstev, če sočasno zmanjšamo delež enega in povečamo delež drugega vključenega vrednostnega papirja. Tako

¹³ Spomnimo se, da je $\tilde{\delta}_k = r_{rk} - E(r_{rk})$. Za zdaj naj velja $\tilde{\delta}_k \sim N(0,1)$, razloge za standardiziranje pa bom pojasnil v poglavju 4.1.1.

¹⁴ V taki strukturi velja stroga neodvisnost nesistematičnih faktorjev. Chamberlain in Rothschild (1983) razširita APT s približno faktorsko strukturo, kjer so nesistematični faktorji lahko do neke mere korelirani.

premoženje, ki za preoblikovanje ne zahteva novih sredstev, imenujmo arbitražno premoženje. Opišimo ga z vektorjem $\boldsymbol{\eta}$, ki naj predstavlja vektor absolutnih (dez)investiranih zneskov. Kadar za oblikovanje arbitražnega premoženja ne potrebujemo novih sredstev, velja:

$$\boldsymbol{\eta}'\mathbf{1} = 0. \quad (2.3)$$

Z upoštevanjem faktorskih občutljivosti lahko sestavimo netvegano premoženje, v katerem se izniči vpliv sistematičnega tveganja:

$$\boldsymbol{\eta}'\mathbf{B} = \mathbf{0}', \quad (2.4)$$

kjer $\mathbf{0}$ predstavlja vektor k ničel. V skladu z enačbo (2.2) je denarni tok naložbe v arbitražno premoženje enako:

$$\boldsymbol{\eta}'\mathbf{R} = \boldsymbol{\eta}'\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\eta}'\mathbf{B}\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\eta}'\boldsymbol{\epsilon}. \quad (2.5)$$

Ob večanju števila vrednostnih papirjev v premoženju in ob pogoju, da so nesistemični faktorji posameznih vrednostnih papirjev medsebojno neodvisni, limitira $\boldsymbol{\eta}'\boldsymbol{\epsilon}$ proti nič, torej lahko zgolj z razpršitvijo premoženja praktično odstranimo vpliv nesistemičnega tveganja:¹⁵

$$\boldsymbol{\eta}'\mathbf{R} \simeq \boldsymbol{\eta}'\boldsymbol{\mu}. \quad (2.6)$$

Ravnotežna predpostavka o odsotnosti arbitraže zahteva, da ima arbitražno premoženje s praktično ničelnim tveganjem tudi ničelno donosnost. Iz enačbe (2.6) torej sledi:

$$\boldsymbol{\eta}'\boldsymbol{\mu} \simeq 0. \quad (2.7)$$

Iz pogojev (2.3), (2.4) in (2.7) je razvidno, da so vektor $\boldsymbol{\eta}$, enotski vektor $\mathbf{1}$ in k vektorjev stolpcev matrike $\mathbf{B}$ neodvisni, kar pa ne velja natančno tudi za vektorja $\boldsymbol{\eta}$ in $\boldsymbol{\mu}$. Zato lahko $\boldsymbol{\mu}$ zapišemo le kot približno linearno kombinacijo:

$$\boldsymbol{\mu} \simeq \mathbf{1}\lambda_0 + \mathbf{B}\boldsymbol{\lambda}, \quad (2.8)$$

kjer so λ_0 in $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_k]'$ konstante, ki ustrezajo enačbi (2.8). Pojasnimo sedaj konstante tudi vsebinsko: kadar donosnost nekega premoženja ni občutljiva na noben faktor, so vsi elementi $\mathbf{B}$ enaki nič in velja $\boldsymbol{\mu} = \lambda_0$. Tako premoženje je netvegano premoženje. Kadar obstaja netvegana obrestna mera r_f , velja $\lambda_0 = r_f$. Nadalje definirajmo premoženje s pričakovano donosnostjo $E(\zeta_j)$, občutljivo samo na j -ti faktor.¹⁶ Ker za tako premoženje velja $b_{ik} = 1 \forall k = j$ in $b_{ik} = 0 \forall k \neq j$, velja tudi:

$$\lambda_j = E(\zeta_j) - \lambda_0 \quad (2.9)$$

¹⁵ Potreben pogoj za $\boldsymbol{\eta}'\boldsymbol{\epsilon} \simeq 0$ naj bo $n \gg k$, delež posameznega vrednostnega papirja pa naj bo $w_i \approx \frac{1}{n}$.

¹⁶ Tako premoženje imenujmo bazno premoženje (basis portfolio).

Konstante iz enačbe (2.8) torej predstavljajo presežno donosnost oz. faktorsko premijo za tveganje. Očitno je, da je trg pripravljen plačati premijo samo za sistematično tveganje, kar je skladno z ekonomsko logiko. Enačba (2.8) je torej jedro APT. Matematično predstavlja omejitev linearnega modela donosnosti iz enačbe (2.2), ki v $k+1$ dimenzionalnem prostoru določa arbitražno hiperravnino vrednostnih papirjev, analogno tržni premici vrednostnih papirjev v CAPM.

Chamberlain in Rothschild (1983, str. 1281) pokažeta, da je potrební pogoj za veljavnost natančne oblike enačbe (2.8) dobra razpršitev baznih premoženj. Kadar APT velja, lahko torej model donosnosti za n premoženj zapišemo v obliki:

$$\mathbf{R} = \mathbf{1}\lambda_0 + \mathbf{B}(\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\lambda}) + \boldsymbol{\epsilon}. \quad (2.10)$$

V praktični obliki, ko nezadostna razpršitev ne omogoča izničenja nesistematičnega tveganja, zgornjo enačbo popravimo z napako modela $\mathbf{u}$:¹⁷

$$\mathbf{R} = \mathbf{1}\lambda_0 + \mathbf{B}(\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\lambda}) + (\boldsymbol{\epsilon} + \mathbf{u}). \quad (2.11)$$

Zaključimo analizo teoretičnega okvirja z naslednjim povzetkom: APT izhaja iz homogenih pričakovanj o linearnem modelu donosnosti in zahteva ničelno donosnost arbitražnega premoženja. Vrednostni papirji z enakimi občutljivostmi na sistematične faktorje morajo zato imeti enake pričakovane donosnosti, sicer bi trg omogočal neomejene arbitražne zaslúžke. Arbitražni argument in zakon ene cene pripeljeta trg v ravnotežno stanje, donosnosti vrednostnih papirjev pa tedaj ustrezajo modelu iz enačbe (2.10).

2.2. Primerjava CAPM in APT

Zapišimo enačbo (2.8) v natančni obliki s pomočjo k baznih premoženj ζ_k in netvegane obrestne mere r_f :

$$E(r_i) = r_f + \mathbf{b}'_i(\boldsymbol{\zeta}_k - r_f). \quad (2.12)$$

Na podlagi primerjave zgornje enačbe z enačbo (1.1) sklepamo, da je CAPM poseben primer APT, kadar obstaja faktorsko premoženje, ki ustreza tržnemu premoženju.

S pomočjo APT modela donosnosti v natančni obliki dokažimo, da zgornja izjava velja tudi ex post: podobno kot pri tržnem modelu, tudi tukaj vpeljimo mero uspešnosti (Jensenovo alfo, glej poglavje 1.2), ki meri odstopanje realizirane od pričakovane donosnosti. Za poljubno preteklo obdobje in za n vrednostnih papirjev torej lahko zapišemo naslednji model:

$$\mathbf{R} - \mathbf{1}\lambda_0 = \mathbf{a} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\lambda}) + \boldsymbol{\epsilon}. \quad (2.13)$$

¹⁷ Enačbo (2.8) v tem primeru zapišemo kot: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{1}\lambda_0 + \mathbf{B}\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{u}$, kjer $\mathbf{u}$ prestavlja vektor napak modela.

Iz enačb (1.3) in (2.13) je razvidno, da tržni model predstavlja enofaktorsko obliko APT modela donosnosti z omejitvijo $\mathbf{a} = \mathbf{0}$, kjer $\mathbf{0}$ predstavlja vektor ničel. Ta omejitev v ravnotežju natančno ustreza omejitvi, ki jo tržnemu modelu postavlja tudi Sharpe-Lintnerjev CAPM.¹⁸ Pravilnost tega sklepa je potrdil Wei (1988) s formalno sintezo CAPM in APT, saj je dokazal, da vključitev tržnega premoženja med pojasnjevalne faktorje zagotavlja enakost v enačbi (2.8), torej da enačba (2.12) drži.

Pokazana enakost pa ne drži pa nujno tudi ex ante, saj imata oba modela lahko precej različno napovedno moč. Teoriji namreč ločuje bistvena razlika v procesu, ki pripelje do ravnotežja. Medtem ko APT za doseganje ravnotežja izhaja iz arbitražnega argumenta, CAPM sledi ravnotežnemu argumentu. Slednji zagotavlja, da se bodo investitorji odzvali na spremembe v razmerju med tveganjem in donosnostjo in s tem vzpostavili nove ravnotežne cene. Zaradi segmentacije je odziv posameznika z vidika trga zanemarljiv, poleg tega pa je odvisen še od stopnje naklonjenosti tveganju. Za učinkovit ravnotežni proces je zato potreben odziv velikega števila investorjev. Nasprotno je pri arbitražnem argumentu v primeru neravnotežja posameznik motiviran, da preko vseh meja izkoristi dispariteto, saj to počne brez tveganja in dodatnega vloška. Pritisk na ceno, ki vodi v vzpostavitev novega ravnotežja, je pri arbitražnem argumentu izrazito učinkovit, torej je ta močnejši od ravnotežnega argumenta. Prehod v ravnotežno stanje naj bi torej pri APT potekal hitreje, kar potencialno zmanjšuje razliko med pričakovano in realizirano donosnostjo.

APT v primerjavi s CAPM odlikuje robustnost, saj so omejitve teoretičnega okvirja precej šibke. V tem smislu je najpomembnejša prednost APT lastnost, da obstoj učinkovitega tržnega premoženja ni pomemben. Dovolj je namreč, da obstaja množica n vrednostnih papirjev, ki sledi linearnemu procesu iz enačbe (2.2). Roll (1977, str. 129) pokaže, da veljavnost CAPM zahteva vključitev vseh oblik premoženja v učinkovito premoženje, kar velja za največjo pomankljivost teorije. Mero takega premoženja je v praksi namreč nemogoče sestaviti. Nasprotno je APT možno preveriti za poljubno podmnožico vrednostnih papirjev na nekem trgu, ki ustreza pogojem razpršitve premoženja.

Večfaktorska zasnova pa prinaša APT tudi slabost, ki izhaja iz predpostavke o homogenosti pričakovanj. Če namreč v primeru CAPM zadošča konsenz investorjev glede pričakovanih donosnosti in faktorske občutljivosti za tržno tveganje, s številom faktorjev pri APT narašča tudi verjetnost za heterogenost. Ključna slabost APT izhaja iz aproksimacije v enačbi (2.8). Ta aproksimacija je sporna predvsem zato, ker napaka $\mathbf{u}$ ni statistične narave, temveč predstavlja napako modela. Je torej posledica dejstva, da nesistematičnega tveganja v končni ekonomiji ni moč popolnoma izničiti z razpršitvijo premoženja in da investitorji zanj zahtevajo premijo. V literaturi je ta slabost intenzivno obravnavana: Dybvig (1983), Grinblatt in Titman (1983) ocenijo mejo napake modela, Robin in Shukla (1991) pa empirično preverita velikost napake modela. V akademskih krogih je večinoma sprejeta teza, da je meja napake tudi v manj verjetnih pogojih dovolj majhna, da lahko aproksimacijo zanemarimo (Dybvig, 1983, str. 483). Enačbo (2.8) bom zato pri empiričnem preverjanju obavnaval v natančni obliki, APT model donosnosti pa bom opisoval z enačbo (2.10).

¹⁸ Podobno bi lahko pokazali tudi za BCAPM, če bi namesto r_f uporabili λ_0 .

Primerjava obeh modelov na teoretičnem nivoju je močno v prid APT, saj Rollova kritika povzroči celo dvom v zmožnost empiričnega preverjanja CAPM. Številne raziskave pa do danes kljub temu niso prinesle rezultata, ki bi dal očitno premoč eni ali drugi teoriji. Raziskave v prid CAPM večinoma navajajo ugotovitve Sharpe (1964) in Cheng (1995), med zagovorniki APT pa so napogosteje navajani Chen (1983), Chen, Roll in Ross (1986) ter Fama in French (1992).

Linearni večfaktorski modeli so primerna družina modelov, znotraj katere lahko obravnavamo APT model donosnosti in, kot sem pokazal, tudi CAPM. Omejitev iz enačbe (2.8) je pomembna, vendar ne edina lastnost, ki APT model donosnosti razlikuje od splošnega linearnega večfaktorskega modela. Slednji namreč pojasnjuje donosnost kot linearno kombinacijo znanih spremenljivk (realiziranih donosnosti merljivih faktorjev) in šuma (nepojasnenih odklonov), za razliko od APT modela donosnosti, pri katerem v abstraktni obliki kot neodvisne spremenljivke v modelu nastopajo neznani faktorji (latentne spremenljivke) in nesistematični faktor. O faktorjih je torej znano le to, da je njihov vpliv splošen, oziroma da odražajo sistematične vplive. Teoretična doslednost praktične oblike APT modela donosnosti je tako odvisna tudi od načina določanja faktorjev.

2.3. Empirično preverjanje veljavnosti APT

Na splošno bi lahko veljavnost APT preverjali na nivoju posamezne zahteve teoretičnega okvirja. Lahko bi recimo pokazali, da so premije za tveganje enake za vse poljubne podmnožice vrednostnih papirjev, torej da imajo faktorji dejansko splošen vpliv. Poleg tega bi lahko poskusili zanikati možnost obstoja faktorja, ki ga nismo vključili v model, pa bi lahko pojasnjeval donosnost, ali pa bi empirično preverili statistično značilnost ocen faktorskih premij. V vseh naštetih primerih bi bilo potrebno apriori sprejeti predpostavko o veljavnosti oblike omejitve, torej ne bi testirali teorije, temveč zgolj posebno obliko APT modela donosnosti. Veljavnosti APT je zato mogoče preveriti zgolj z ekonometrično analizo vpliva omejitve iz enačbe (2.8) na splošni večfaktorski model iz enačbe (2.2). Kadar racionalnost investorjev jemljemo kot neodvisno od časa, lahko veljavnost APT preverimo na podlagi preteklih podatkov. APT tedaj ne odraža zgolj ex ante pričakovanj o generiranju donosnosti, temveč pojasnjuje tudi povprečno realizirano donosnost premoženja.

Večina empiričnih obravnav dejansko predstavlja testiranje APT modela donosnosti ob predpostavki, da APT velja. Razlog za to je, da enačbe (2.8) ni mogoče preveriti brez poznavanja matrike **B**, ki pa jo lahko ocenimo le na podlagi APT modela donosnosti. Tradicionalno se je v ta namen uporabljal dvofazni postopek po metodologiji Black et. al (1972) ali pa izboljšani Fama in MacBeth (1973) metodologiji, v novejših raziskavah pa se je uveljavila posplošena Fama-MacBeth metoda, ki jo predlaga Shanken (1992). V vseh primerih je rezultat sklep o statistični značilnosti linearne odvisnosti med povprečno donosnostjo in tveganjem. Posredno lahko v tovrstnem pristopu o veljavnosti APT sklepamo na podlagi ocene regresijske konstante, ki v modelu predstavlja 'tujek' in naj ne bi bila statistično značilna. Bistvena pomanjkljivost dvofaznih postopkov je napaka v spremenljivkah, ki jo z ocenjevanjem matrike **B** vnesemo v drugo stopnjo in jo zmanjšamo z analitičnim popravkom

(Shanken, 1992, str. 15-17). Posplošeno Fama-MacBeth metodo testiranja bom podrobneje predstavil v poglavju o empiričnem preverjanju CAPM.

Zanesljiv test veljavnosti APT predstavlja enostopenjska procedura, ki jo razvije Gibbons (1982), razširijo pa McElroy et al. (1985). Ta postopek omogoča simultano oceno matrike faktorskih občutljivosti in faktorskih premij, kar eliminira problem napake v spremenljivkah. Bistvena prednost enostopenjske procedure pa je možnost neposrednega preverjanja potrebnega pogoja za veljavnost APT. Metoda namreč omogoča primerjavo neomejenega modela iz enačbe (2.2) in njegove omejene različice (APT modela donosnosti iz enačbe (2.10)) in ni omejena z linearno obliko omejitve, zato jo je mogoče enostavno uporabiti tudi za preverjanje veljavnosti APT v primeru, ko netvegane obrestne mere ne poznamo. Sama izvedba testa je nekoliko zahtevnejša, saj je metoda numerična. Podrobnemu prikazu metodologije bom zato namenil posebno pozornost.

Izhodiče ekonometrične analize predstavlja predpostavka o obliki porazdelitve donosnosti. Statistično sklepanje na podlagi standardnih testov in uporaba metode navadnih najmanjših kvadratov zahtevata predpostavko o normalni porazdelitvi, ki je precej močna. Poleg tega obravnavanje časovnih vrst v analizo vnaša možnost avtokorelacije in heteroskedastičnosti, čeprav donosnost kot diferenca cen vrednostnih papirjev zadošča pogoju stacionarnosti. Kršitve naštetih predpostavk zahtevajo analizo na osnovi posplošene metode momentov (Generalized Method of Moments - GMM), katere uporaba je pri zahtevnejših ekonometričnih obravnavah pogosta.¹⁹ Linearna oblika obravnavanih modelov določanja cen dolgoročnih naložb nam omogoča, da kot poseben primer GMM uporabimo metodo največjega verjetja (Maximum Likelihood - ML). Slednja je v sodobni ekonometrični obravnavi modelov določanja cen dolgoročnega premoženja tudi najbolj uveljavljena (Cambell, Lo, MacKinlay, 1997, str. 190).

Zahteve teoretičnega okvirja APT ne postavljajo omejitev in pričakovanj glede faktorjev. To je lahko resen problem za ekonometrično obravnavo, kjer predpostavljamo, da so spremenljivke modela določene na podlagi ekonomske teorije. Čeprav lahko veljavnost APT preverimo tudi brez poznavanja vsebinskega pomena faktorjev, pa to ne velja za potrditev ustreznosti APT modela donosnosti. Za praktično uporabo rezultatov je namreč potrebno vnaprej teoretično opredeliti determinante tveganja, sicer gre lahko zgolj za merjenje brez teorije. Kljub temu, da bi tak rezultat lahko nudil dober opis preteklega dogajanja, je vprašljive vrednosti izven vzorca.

2.4. APT v majhni ekonomiji

Teoretični okvir APT ustreza veliki ekonomiji z neskončnim številom premoženj, zato avtorji za empirično preverjanje veljavnosti večinoma uporabljajo podatke z razvitih kapitalskih trgov. Kljub velikosti pa gre tudi v teh primerih zgolj za končne ekonomije z nepopolnim trgom kapitala, torej veljajo vse omejitve, ki sem jih doslej omenil. Obravnavo APT v majhni ekonomiji je povezana predvsem z vprašanjem vpliva napake modela zaradi nezadostne

¹⁹ Večina tovrstnih testov je analitičnih. Za pregled glej Cochrane, 2001, drugi del.

razpršitve. V tem primeru je natančna oblika enačbe (2.8) vprašljiva, torej bi bilo potrebno testirati model iz enačbe (2.11). Ker pa je v praksi zelo težko ločiti med nesistematičnim tveganjem ϵ in napako modela u , bi bil tak rezultat nezanesljiv.

Predstavljen problem je rešen v nekaterih različicah APT, izpeljanih z dodatnimi predpostavkami, ki omogočajo natančno obliko enačbe (2.8). Obravavo APT v majhni ekonomiji tako omogočata dva pristopa: I.) testiranje APT v natančni obliki s približno faktorsko strukturo²⁰ in II.) testiranje APT s tržnim premoženjem kot pojasnjevalnim faktorjem. Drugi pristop ohranja vse elemente teoretičnega okvirja v obliki, kot sem jih doslej predstavil, temelji pa na razširjeni obliki APT, ki jo predlaga Connor (1984). Connor namreč pokaže, da je veljavnost natančne oblike enačbe (2.8) v končni ekonomiji mogoče doseči z vključitvijo tržnega premoženja v model.²¹ Ta ugotovitev mi omogoča oblikovanje naslednje trditve, ki predstavlja pogoj za veljavnost APT v majhni ekonomiji:

Trditev 1: *V majhni ekonomiji lahko zanesljivo pokažemo veljavnost APT le takrat, ko uspemo pokazati tudi veljavnost CAPM. V nasprotnem primeru namreč APT velja le približno, torej teorije ne moremo empirično preveriti.*

Predstavljena trditev velja za primer znane netvegane obrestne mere. Brez tega pogoja v Trditvi 1 nastopa BCAPM. Posledica Trditve 1 je, da je za majhno ekonomijo primerna uporaba Connorjeve različice APT. Predlagano trditev bom upošteval v empirični analizi, kjer bom uporabil podatke s slovenskega kapitalskega trga. Empirična obravnava modelov določanja cen dolgoročnih naložb je v slovenskem prostoru sicer redkost. Kratke časovne vrste in slaba likvidnost kot posledici mladosti in stopnje razvitosti kapitalskega trga namreč otežujeta resno ekonometrično obravnavo. Preprosto empirično preverjanje veljavnosti CAPM in APT na slovenskem kapitalskem trgu je izvedel Romih (1998, str. 29-40) in ugotovil njuno popolno neveljavnost, vendar opozarja, da je tak rezultat lahko posledica pomanjkljivih postopkov testiranja. Da bi se izognil tovrstnim sklepom, bom v analizi uporabil sodobne ekonometrične metode in dosledno upošteval omejitve razpoložljivih podatkov.

3. METODE DOLOČANJA FAKTORJEV

V svoji abstraktni obliki APT ne daje navodil glede števila in vsebine faktorjev. Intuitivno jih gre sicer iskati med makroekonomskimi spremenljivkami, vendar nekateri avtorji pokažejo, da lahko splošni vpliv pripišemo tudi določenim lastnostim podjetij (Fama, French, 1992, str. 3). Smiselna se zdi predvsem trditev, da v kolikor faktorji obstajajo in imajo splošni vpliv na donosnost, potem se ta kaže v kovariranju donosnosti vrednostnih papirjev.

V praksi faktorje določamo na dva načina: I.) s teoretičnim pristopom, in II.) s statističnim pristopom. Glede na način oblikovanja faktorjev ločimo makroekonomske, temeljne in statistične faktorske modele, katerih prednosti in slabosti prikazujem v nadaljevanju.

²⁰ V tem primeru gre za razširjeno obliko APT, ki jo predlagata Chamberlain in Rothschild (1983).

²¹ Wei (1988, str. 881) pokaže veljavnost natančne oblike enačbe (2.8) v pogojih konkurenčnega ravnotežja.

3.1. Teoretični pristop

Značilnost tega pristopa je uporaba poznavnja ekonomskih zakonitosti za apriori določitev faktorjev, ki naj bi bili korelirani z donosnostjo obravnavanih vrednostnih papirjev. Iščemo jih lahko med makroekonomskimi spremenljivkami, ali pa med lastnostmi podjetij (temeljnimi faktorji), v obeh primerih pa pričakujemo sistematični vpliv na donosnost. Obliko modela torej pri teoretičnem pristopu določimo vnaprej, kar nujno zahteva močno ekonomsko razlago, sicer tvegamo napako v specifikaciji modela.

3.1.1. Makroekonomski faktorski modeli

Ob predpostavki, da je cena vrednostnega papirja enaka diskontiranim prihodnjim denarnim tokovom, ki jih ustvari podjetje, lahko sistematični faktor vpliva na donosnost na tri načine: preko vpliva na diskontno stopnjo, vpliva na denarne tokove ali pa sočasnega vpliva na oboje. Opredelitev načina vpliva faktorjev na donosnost torej vodi v sklep, da je splošne faktorje treba iskati med makroekonomskimi spremenljivkami oziroma, da lahko faktorje oblikujemo na podlagi časovnih vrst izbranih makroekonomskih spremenljivk. Ker APT ne navaja točnega števila faktorjev, tega v empiričnih raziskavah določimo glede na poznavanje spremenljivk in pričakovano moč vpliva. Klasiko tovrstnega pristopa predstavlja raziskava Chen et al. (1986), kjer avtorji predlagajo naslednje faktorje: spremembe BDP, spremembe v razliki med donosnostjo tveganega in netveganega dolga, spremembe v naklonu premice donosnosti dolga, spremembe v pričakovani inflaciji ter spremembe v nepričakovani inflaciji. Število faktorjev se glede na obravnavan trg sicer razlikuje, raziskave pa so potrdile, da je število uporabnih, torej statistično značilnih faktorjev majhno (cca. 5). Bistvena prednost uporabe makroekonomskih faktorskih modelov je intuitivna osnova, ki dela model razumljiv in uporaben v praksi. Pomembna pomanjkljivost tovrstnega pristopa pa je zahteva, da morajo faktorji predstavljati nepričakovane spremembe (šoke), ki jih je v nekaterih primerih celo nemogoče meriti. V analizo tako ne moremo vključiti preprostih diferenciranih spremenljivk, saj te večinoma ne izpolnjujejo definicije nepričakovane spremenljivke. Spremenljivke je torej potrebno očistiti trenda in cikličnih komponent oz. učinkov avtoregresije, kar pa v praksi zahteva precej kompleksne metode (Priestley, 1995, str. 871-874). Izhajamo namreč iz predpostavke učinkovitega trga, kjer trg nagradi le nove informacije. Pričakovane spremembe spremenljivk, ki sicer imajo vpliv na cene vrednostnih papirjev, tako ne prinašajo premije in zato ne spadajo v model. Kot slabost uporabe makroekonomskih spremenljivk je potrebno omeniti še problematično kvantifikacijo nekaterih spremenljivk, ki niso neposredno merljive (politične spremembe, spremembe zakonodaje, sistemske spremembe itd.), vendar imajo lahko pomemben vpliv na donosnost vrednostnih papirjev.

Empiričnih testiranj APT z uporabo makroekonomskih spremenljivk je mnogo (najpogosteje navajani raziskavi sta Chen et al. (1986), ter Burmeister in Wall (1986), vendar je pristop enostavno uporabiti predvsem v razvitih tržnih ekonomijah. Na mladih kapitalskih trgih, še posebej pa v tranzicijskih državah, lahko pričakujemo določena odstopanja od tržnih zakonitosti, kar zmanjšuje vpliv makroekonomskih spremenljivk na pričakovano donosnost. Realizirana donosnost lahko v tem primeru tudi na daljši rok odstopa od pričakovane donosnosti.

3.1.2. Temeljni faktorski modeli

Realizacije temeljnih faktorjev niso merljive, zato jih lahko merimo zgolj posredno. V ta namen oblikujemo faktorska premoženja, ki oponašajo vpliv določenega sistematičnega dejavnika. Vlagatelji kot kompenzacija za določeno lastnost podjetja zahtevajo premijo, saj jim ta lastnost predstavlja obliko tveganja (Fama, French, 1992, str. 428). Taka lastnost predstavlja temeljni dejavnik, ki lahko vpliva na diskontno stopnjo, bolj pogosto pa vpliva na denarne tokove. Če želimo oceniti premijo za tveganje določenega temeljnega dejavnika, moramo torej poznati donosnost temeljnega faktorja, ki jo lahko merimo s pomočjo donosnosti vrednostnih papirjev podjetij z zahtevanimi lastnostmi (faktorskega premoženja).

Bistvenega pomena pri oblikovanju faktorskih premoženj je upoštevanje ekonomske teorije, saj lahko v nasprotnem primeru oblikujemo premoženje, ki ne bo posnemalo temeljnega faktorja, temveč zgolj neko anomalijo. Tako faktorsko premoženje torej predstavlja skupino vrednostnih papirjev podjetij, ki jih trg napačno vrednoti in v modelu nima uporabne vrednosti. Temeljni faktorski modeli sicer dobro pojasnjujejo realizirano donosnost, saj so neobčutljivi na spremembo kovarianc v času.

Tipičen primer temeljnega faktorskega modela je trifaktorski model, ki ga predlagata Fama in French (1993). Slednji za pojasnjevanje donosnosti poleg tržnega faktorja uporablja še faktor velikosti podjetja in faktor razmerja med knjigovodsko in tržno vrednostjo podjetja. Oba faktorja sta podprta z ekonomsko teorijo, saj vplivata na stroške kapitala in posledično na zahtevano donosnost. Velikost podjetja namreč zmanjšuje likvidnostno tveganje in znižuje stroške kapitala, razmerje med knjigovodsko in tržno vrednostjo pa je značilno za podjetja, ki jih je trg 'kaznoval' z nizko ceno zaradi nizke donosnosti ali slabih obetov. Takšna podjetja so bolj izpostavljena tveganju finančne stiske, kar zvišuje stroške kapitala in zahtevano stopnjo donosa.

3.2. Statistični pristop

Osnova tega popolnoma empiričnega pristopa je v ideji, da kovariance donosnosti vrednostnih papirjev vsebujejo informacije o sistematičnih faktorjih. Statistični pristop torej ne predpostavlja vnaprej določene faktorske strukture, temveč jo ocenjuje iz preteklih podatkov. Kadar je faktorska struktura v času konstantna, daje tak pristop optimalne rezultate. Problematiko določanja faktorske strukture delimo na I.) določanje števila faktorjev in II.) določanje vsebinskega pomena (interpretacije) faktorjev. Rezultat pa je odvisen tudi od uporabljene tehnike določanja faktorjev, za kar lahko uporabimo faktorsko analizo z metodo največjega verjetja (Maximum Likelihood Factor Analysis - MLFA) ali pa metodo glavnih komponent (Principal Component Analysis - PCA).²² V nadaljevanju bom podrobneje predstavil vse elemente statističnega pristopa.

²² Faktorsko analizo lahko izvedemo tudi z drugimi metodami (metodo posplošenih najmanjših kvadratov, približno metodo itd.), vendar metodo največjega verjetja odlikujejo dobro znane statistične značilnosti. Razlike med metodami se zmanjšujejo z naraščanjem števila spremenljivk in manjšo korelacijo med specifičnimi faktorji.

3.2.1. Določanje števila faktorjev

Dejanska faktorska struktura na nekem trgu je neznana, torej je potrebno na podlagi razpoložljivih podatkov število faktorjev oceniti. Tradicionalno se za te potrebe uporabljajo subjektivne metode (diagram lastnih vrednosti), ali pa splošna navodila (Kaiserjevo pravilo), intenzivna preverjanja veljavnosti APT pa so privedla do nastanka analitičnih metod določanja števila faktorjev. Roll in Ross (1980, str. 1087) uporabita test razmerja verjetij ustreznosti števila faktorjev, ki ga je pri uporabi cenilk največjega verjetja enostavno izvesti.²³ Test je omejen na relativno majhno število obravnavanih spremenljivk, zato v primeru velikega števila razpoložljivih vrednostnih papirjev zahteva oblikovanje premoženj. Bolj splošen formalni test je predlagal Trzcinka (1986). Njegova metoda temelji na ugotovitvi, da z naraščanjem N prvih k lastnih vrednosti kovariančne matrike donosnosti raste neomejeno, $N - k$ lastnih vrednosti pa je približno konstantnih in je zato z vidika analize nepomembnih (Chamberlain, Rothschild, 1983, str. 1281). Test Trzcinke ima v praksi omejitve $T > N$. Brez omejitev za število obravnavanih spremenljivk in za število obdobj je mogoče uporabiti test, ki sta ga razvila Bai in Ng (2002). Enostavna in zato pogosto uporabljana formalna metoda je tudi vzporedna procedura (Horn, 1965, str.179), za katero sta Allen in Hubbard (1986) razvila model, ki za poljubno dimenzijo matrike obravnavanih podatkov omogoča simulacijo lastnih vrednosti.

Število faktorjev, ki ga določimo s pomočjo naštetih metod, predstavlja zadosten pogoj za proces generiranja donosnosti, potreben pogoj za ocenjevanje pričakovane donosnosti pa predstavlja $1 \leq k_p \leq k$ faktorjev, ki nosijo premijo. Roll in Ross (1984, str. 347) zato trdita, da število faktorjev, ki jih v osnovi izločimo iz kovariančne matrike ni kritično, saj kasneje obdržimo le k_p tistih faktorjev, za katere ugotovimo statistično značilnost faktorskih premij. Tudi Lehman in Modest (1988, str. 213) pokažeta, da je med vsemi odločitvami, ki jih sprejmemo pri statističnem pristopu, določanje števila faktorjev najmanj kritično. V empiričnih testiranjih je zato število obravnavanih faktorjev pogosto omejeno na pet.

3.2.2. Tehnike določanja faktorjev

Iz teoretičnega okvirja APT, ki vključuje pogoj striktnosti faktorske strukture sledi, da je ustrezna tehnika za določanje faktorjev faktorska analiza. Ta je namreč namenjena iskanju latentnih faktorjev, ki pojasnijo zvezo med opazovanimi spremenljivkami. Omogoča nam torej določitev faktorske strukture, ki najbolje pojasni kovariranje donosnosti. Roll in Ross (1980) uporabita faktorsko analizo v enem od prvih empiričnih preverjanj veljavnosti APT. Ker pa je v praksi pogoj striktnosti faktorske strukture mnogokrat kršen, Chamberlain in Rothschild (1983) pokažeta, da je v primeru približne faktorske strukture za določanje faktorjev mogoče uporabiti tudi metodo glavnih komponent, saj se njene ocene asimptotsko približujejo tistim, dobljenim v faktorski analizi z metodo največjega verjetja. Praktično uporabo tega sklepa omogočita Connor in Korajczyk (1988), ki pokažeta, da je za oceno faktorskih občutljivosti mogoče uporabiti kar lastne vektorje vzorčne kovariančne matrike donosnosti.

²³ Likelihood Ratio Test – LR test. Obliko testa za preverjanje domneve o ustreznosti števila faktorjev bom podrobneje predstavil v poglavju 4.1.1.

Obe metodi omogočata zmanjšanje dimenzije problema, vendar za razliko od metode glavnih komponent, kjer nove spremenljivke predstavljajo zgolj linearne kombinacije prvotnih spremenljivk z največjo sposobnostjo pojasnjevanja variabilnosti prvotnih spremenljivk, metoda faktorske analize temelji na modelskem pristopu, kjer je vsaka spremenljivka predstavljena kot linearna kombinacija majhnega števila latentnih (sistematičnih) faktorjev in enega specifičnega faktorja. Sistematični faktorji v takem modelu določajo kovariance med opazovanimi spremenljivkami, specifični faktorji pa vplivajo zgolj na variance opazovanih spremenljivk in jih z opazovanimi spremenljivkami ne moremo pojasniti. To je torej bistvena prednost pred metodo glavnih komponent, ki ne ločuje med sistematičnim tveganjem in nesistematičnim tveganjem. Kadar je variabilnost donosnosti v veliki meri posledica variabilnosti nesistematičnih faktorjev, je torej uporaba metode glavnih komponent močno omejena. Xu (2003) kot rešitev predlaga metodo komponent z največjo pojasnjevalno močjo (Maximum Explanatory Component - MEC), ki ne izhaja iz kovariančne, temveč korelacijske matrike donosnosti, problem pa je mogoče rešiti tudi z uporabo premoženj kot pojasnjevalnih spremenljivk.

Metoda faktorske analize ima kljub omenjeni prednosti tudi nekatere slabosti, ki zmanjšajo njeno moč v praktični uporabi. Zahteva poznavanje števila faktorjev K in je omejena s pogojem $T > N > K$, kjer N predstavlja množico vseh razpoložljivih vrednostnih papirjev. Tudi po zmanjšanju števila vrednostnih papirjev na reprezentativen vzorec, na razvitih trgih N še vedno močno presega časovno obdobje, ki zagotavlja stacionarnost in je v praktični uporabi pet let (pri uporabi mesečnih podatkov je $T = 60$). Dodatna slabost faktorske analize je tudi latentnost faktorskih realizacij, saj je metoda namenjena predvsem za ocenjevanje faktorskih občutljivosti. Faktorske realizacije moramo torej naknadno oceniti, kar pa obremeni nadaljno analizo z napako v spremenljivkah. K slabostim lahko nenazadnje prištejemo še zahtevo o porazdelitvi spremenljivk, ki je potrebna za uporabo metode največjega verjetja (ta zahteva omogoča tudi striktnost faktorske strukture). Metode glavnih komponent našteje omejitve ne bremenijo, z izjemo ranga kovariančne matrike. Ta problem odpravi Connor in Korajczyk (1986) z asimptotsko metodo glavnih komponent, uporabno za primer $N > T$. Njuna metoda namreč namesto $N \times N$ kovariančne matrike donosnosti uporablja transformirano $T \times T$ matriko. Metoda je izpeljana na asimptotskih predpostavkah, zato Connor in Korajczyk (1988) razvijeta iterativni postopek, ki daje dobre rezultate tudi za končne vzorce.

Bistvena prednost metode glavnih komponent izhaja iz dejstva, da vrednosti glavnih komponent predstavljajo dejanske faktorske realizacije in jih lahko brez napake v spremenljivkah neposredno uporabimo pri preverjanju veljavnosti APT (Chamberlain, Rothschild, 1983, str. 1281).

3.2.3. Vsebinska interpretacija faktorjev

Ker so glavne komponente linearne kombinacije prvotnih spremenljivk, lahko na podlagi višine in predznaka posameznih korelacijskih koeficientov (občutljivosti glavnih komponent) med glavnimi komponentami in proučevanimi spremenljivkami sklepamo, katere spremenljivke močneje vplivajo na oblikovanje določene glavne komponente. Kvalitetna

vsebinska interpretacija zahteva še analizo uteži glavnih komponent, ter pogosto tudi širše poznavanje lastnosti posameznih vrednostnih papirjev.

Vse naštetu velja tudi v primeru uporabe faktorske analize, le da v tem primeru govorimo o faktorskih občutljivostih in faktorskih utežeh (korelacijah med faktorji in spremenljivkami). Opozoriti pa je potrebno, da rešitev faktorske analize ni enolična²⁴, zato velja naslednje: I.) predznak faktorskih občutljivosti nima nikakršnega pomena²⁵, II.) množenje faktorske občutljivosti s skalarjem nima nikakršnega vpliva in III.) vrstni red faktorjev ni enoličen, zato neposredna primerjava ocen na različnih podmnožicah ni mogoča. Prva lastnost torej omogoča uporabo rotacije, ki olajša vsebinsko interpretacijo faktorjev. Kadar so faktorji medsebojno neodvisni, uporabljamo pravokotne rotacije, kot sta Varimax in Quartimax. Varimax rotacija, ki je za interpretiranje faktorjev APT modela donosnosti tudi najprimernejša, maksimira občutljivost spremenljivk na posamezne faktorje in tako zagotavlja, da bo vsak faktor dobro pojasnjeval vsaj eno spremenljivko (matriko faktorskih občutljivosti torej poenostavlja po stolpcih). Quartimax rotacija maksimira občutljivost spremenljivk na en sam faktor, ostali faktorji pa imajo posledično manjši vpliv (matriko faktorskih občutljivosti poenostavlja po vrsticah). Rešitev Quartimax rotacije se sicer približuje pojasnjevalni strukturi glavnih komponent, vendar le redko pripomore k boljšemu vsebinskemu pojasnjevanju faktorjev.

Vsebinska interpretacija zaradi latentnosti faktorjev sicer ne more biti rezultat analitičnega postopka, pa vendar lahko z analizo odvisnosti časovnih vrst faktorskih realizacij in transformiranih spremenljivk, za katere verjamemo, da predstavljajo sistematične dejavnike, faktorje zadovoljivo identificiramo. Transformacija spremenljivk je nujna za zagotavljanje nepričakovane vrednosti opazovanih spremenljivk in jo v praksi največkrat izvedemo v obliki avtoregresijskih modelov.²⁶ Tovrsten pristop, ki predstavlja hibrid med statističnim in teoretičnim pristopom, je uporabil Cheng (1995). Faktorsko analizo je apliciral za enako obdobje na vzorcu vrednostnih papirjev in na vzorcu makroekonomskih spremenljivk. Med dobljenimi faktorji je nato iskal podobnost s tehniko kanonične korelacije. Na ta način je združil prednost empiričnega določanja faktorske strukture in intuitivnost razlage teoretičnega pristopa.

4. EMPIRIČNO PREVERJANJE VELJAVNOSTI APT

4.1. Statistični okvir

V tem razdelku bom po vzoru Campbell, Lo, MacKinlay (1997, str. 181-240) ter Gibbons, Ross in Shanken (1989) definiral splošni multivariatni okvir, ki je ustrezen za ekonometrično obravnavo linearnih večfaktorskih modelov določanja cen dolgoročnih premoženj. Za preverjanje ustreznosti APT modela donosnosti in CAPM bom predstavil tudi dvostopenjsko splošno Fama-MacBeth metodologijo.

²⁴ To lastnost imenujemo faktorska nedoločljivost.

²⁵ Poljubna transformacija ne vpliva na značilnost ocene, torej so vse ocene enako dobre in imajo enak pomen.

²⁶ Za obravnavanje tematike glej Priestley, 1996, str.869.

Kot sem pokazal v poglavjih 1 in 2, je možno modela APT in CAPM obravnavati kot splošna linearna faktorska modela z omejitvami. Izhodišče za statistično obravnavo bo torej predstavljal splošni K faktorski model iz enačbe (1.5), ki ga za potrebe ekonometrične analize zapišimo v časovno odvisni obliki:

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{a} + \mathbf{B}\mathbf{R}_{Kt} + \boldsymbol{\epsilon}_t, \quad (4.1)$$

kjer $\mathbf{R}_t$ predstavlja vektor realiziranih donosnosti vrednostnih papirjev, $\mathbf{R}_{Kt}$ pa vektor realiziranih faktorskih donosnosti. Število vseh obravnavanih premoženj bom označeval z N , število obdobj pa s T . Modelu zaenkrat dodajmo zgolj naslednji zahtevi:

$$E(\boldsymbol{\epsilon}_t | \mathbf{R}_{Kt}) = \mathbf{0}$$

$$\text{cov}(\mathbf{R}_{Kt}, \boldsymbol{\epsilon}_t') = \mathbf{0}.$$

Naj bo $E(\mathbf{R}_{Kt}) = \boldsymbol{\mu}_K$ in $E(\mathbf{R}_t) = \boldsymbol{\mu}$, da lahko zapišemo variančno-kovariančno matriko ostankov $\boldsymbol{\Sigma}$ in variančno-kovariančno matriko faktorskih donosnosti $\boldsymbol{\Omega}_K$:

$$E(\boldsymbol{\epsilon}_t \boldsymbol{\epsilon}_t') = \boldsymbol{\Sigma}$$

$$E[(\mathbf{R}_{Kt} - \boldsymbol{\mu}_K)(\mathbf{R}_{Kt} - \boldsymbol{\mu}_K)'] = \boldsymbol{\Omega}_K.$$

Velja naj, da so donosnosti vrednostnih papirjev neodvisno porazdeljene v času, ter v vsakem obdobju skupno sledijo multivariatni normalni porazdelitvi. Predpostavka sicer ni nujno del teoretičnega okvira posameznega modela določanja cen, zagotavlja pa ustrezne statistične lastnosti. Kjer bo to omogočalo poenostavitev postopka, bom za ocenjevanje parametrov modela uporabil metodo navadnih najmanjših kvadratov, sicer pa bom uporabljal metodo največjega verjetja, katere ocene so v predpisanem okvirju konsistentne in asimptotsko normalne ter učinkovite. Cenilke največjega verjetja so namreč tisti parametri modela, ki zagotavljajo največjo verjetnost, da iz obravnavanih spremenljivk dobimo vzorčne podatke. Poudariti je potrebno, da asimptotske lastnosti vodijo k dobrem rezultatom zgolj v limiti, v praktičnem smislu torej pri velikem številu opazovanih enot. Zaradi velikosti obravnavanega vzorca bom v testnih statistikah uporabljal popravke za končne vzorce.

Posamezni model določanja cen bo predstavljal omejitev splošnega modela (4.1), torej bom kot pogoj za njegovo veljavnost preverjal domnevo o obliki omejitve. V ta namen bom primerjal matriko $\boldsymbol{\Sigma}$ za neomejen model iz enačbe (4.1), ter model z upoštevano obliko omejitve.

Za neomejeno obliko bodo cenilke največjega verjetja pri vseh modelih enake, za omejeno obliko posameznega modela določanja cen pa bo potrebno izpeljati primerne cenilke. Osnova

za izpeljavo cenilk največjega verjetja je logaritemska funkcija verjetja $\mathcal{L}$, ki ima za model iz enačbe (4.1) naslednjo obliko:²⁷

$$\mathcal{L}(\mathbf{a}, \mathbf{B}, \Sigma) = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln|\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\mathbf{R}_t - \mathbf{a} - \mathbf{B}\mathbf{R}_{Kt})' \Sigma^{-1} (\mathbf{R}_t - \mathbf{a} - \mathbf{B}\mathbf{R}_{Kt}) \quad (4.2)$$

Cenilke največjega verjetja so vrednosti parametrov, ki maksimirajo funkcijo $\mathcal{L}$. Za neomejen model iz enačbe (4.1) so cenilke parametrov torej sledeče:²⁸

$$\hat{\mathbf{a}} = \hat{\boldsymbol{\mu}} - \hat{\mathbf{B}}\hat{\boldsymbol{\mu}}_K \quad (4.3)$$

$$\hat{\mathbf{B}} = \left[\sum_{t=1}^T (\mathbf{R}_t - \hat{\boldsymbol{\mu}})(\mathbf{R}_{Kt} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_K)' \right] \left[\sum_{t=1}^T (\mathbf{R}_{Kt} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_K)(\mathbf{R}_{Kt} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_K)' \right]^{-1} \quad (4.4)$$

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\mathbf{R}_t - \hat{\mathbf{a}} - \hat{\mathbf{B}}\mathbf{R}_{Kt})(\mathbf{R}_t - \hat{\mathbf{a}} - \hat{\mathbf{B}}\mathbf{R}_{Kt})', \quad (4.5)$$

kjer velja:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{R}_t \quad \text{in} \quad \hat{\boldsymbol{\mu}}_{Kt} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{R}_{Kt}.$$

Cenilki $\hat{\mathbf{a}}$ in $\hat{\mathbf{B}}$ za neomejen model sta torej enaki cenilkam metode navadnih najmanjših kvadratov. Za omejen model se cenilke razlikujejo za primer, ko je netvegana obrestna mera r_f znana in za primer, ko jo ocenimo iz podatkov (λ_0). Obliko cenilk za posamezni primer preverjanja veljavnosti prikazujem v ločenih podpoglavjih.

Za preverjanje domnev bom uporabljal LR test in multivariatni F -test. LR test je splošnejši test, saj ni omejen z zahtevo glede oblike domneve (kadar netvegana obrestna mera ni znana, postane omejitev modela nelinearna). Za izvedbo LR testa moramo poleg parametrov neomejene oblike poznati tudi parametre omejene oblike modela, saj ta test predstavlja logaritem razmerja verjetij, torej razliko med omejeno funkcijo funkcija verjetja $\mathcal{L}^*$ in neomejeno funkcija verjetja $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{LR} = -2(\mathcal{L}^* - \mathcal{L})$$

$$= T \left(\ln|\hat{\Sigma}^*| - \ln|\hat{\Sigma}| \right).$$

²⁷ Funkcija verjetja $\mathcal{L}$ je izpeljana s predpostavko o normalni porazdelitvi parametrov (glej Cochrane, 2001, 14. poglavje in Campbell, Lo, MacKinlay, 1997, str. 190).

²⁸ Dobimo jih s parcialnim odvajanjem funkcije $\mathcal{L}$ glede na parametre $\mathbf{a}$, $\mathbf{B}$ in Σ .

Asimptotsko se $\mathcal{LR}$ porazdeljuje χ^2 z N stopinjami prostosti.²⁹ V empirični analizi bom testiral manjši vzorec, zato bom uporabljal popravek, kakršnega priporočata Jobson in Korkie (1982, str. 433). LR test bom v splošni obliki definiriral z J_1 statistiko:

$$J_1 = \left(T - \frac{N}{2} - K - 1 \right) \left(\ln |\hat{\Sigma}^*| - \ln |\hat{\Sigma}| \right) \sim \chi_N^2. \quad (4.6)$$

V kolikor bo torej domneva o omejitvi pravilna, med $\mathcal{L}^*$ in $\mathcal{L}$ ne bo razlik, sicer pa se bosta logaritemski funkciji verjetja značilno razlikovali.

Kadar ima domneva obliko $H_0 : \mathbf{a} = \mathbf{0}$, je smiselna uporaba multivariatnega F -testa, ki ima znano porazdelitev tudi za majhne vzorce (Gibbons, Ross in Shanken, 1989, str. 1146). V splošni obliki bom multivariatni F -test definiriral z J_2 statistiko:

$$J_2 = \left(\frac{T - N - K}{N} \right) \left(1 + \hat{\mu}'_K \hat{\Omega}_K^{-1} \hat{\mu}_K \right)^{-1} \hat{\mathbf{a}}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\mathbf{a}} \sim F_{N, T-N-K}, \quad (4.7)$$

kjer sta cenilki največjega verjetja za Ω_K in μ_K naslednji:

$$\hat{\Omega}_K = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\mathbf{R}_{Kt} - \hat{\mu}_K)(\mathbf{R}_{Kt} - \hat{\mu}_K)'$$

$$\hat{\mu}_K = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{R}_{Kt}.$$

Za dano obliko omejitve je multivariatni F -test test zanesljivejši od testa razmerja verjetij, poleg tega pa ne zahteva poznavanja parametrov omejenega modela. Bistvena slabost obeh testov je pogoj $T > N + K$, saj v nasprotnem primeru matrika $\hat{\Sigma}$ postane singularna in test ni izvedljiv.

V nadaljevanju prikazujem metodologijo testiranja APT na podlagi statistično določenih faktorjev po vzoru Gibbons (1982), nato pa bom preveril še veljavnost CAPM in BCAPM. Predstavljen statistični okvir mi omogoča enotno testiranje modelov, zato metodologijo za posamezen primer nadgrajujem le z modelu specifično problematiko.

4.1.1. Testiranje APT s statističnim pristopom

Empirično bom preverjal natančno obliko APT v majhni ekonomiji, torej bom upošteval spoznanja Connor (1984) in Dybvig (1983) in kot veljaven model donosnosti upošteval enačbo (2.10). Veljavnost APT lahko potrdimo, če empirično dokažemo enakost enačb (2.2) in (2.10). Ker pa v prvi enačbi kot neodvisna spremenljivka nastopa vektor faktorskih donosnosti δ , v drugi pa vektor vsote faktorskih donosnosti in faktorskih premij $(\delta + \lambda)$ in ker iz APT sledi, da je λ odvisna od δ , je takšen test analitično nerešljiv. Lahko pa ga izvedemo numerično, v obliki Gauss-Newtonove nelinearne regresije. Gibbons (1982) predlaga enofazni

²⁹ Število stopinj prostosti ustreza številu omejitev modela, torej dimenziji vektorja $\mathbf{a}$, ki je N .

postopek, ki v okviru metode največjega verjetja omogoča preverjanje veljavnosti nelinearne oblike omejitve brez poznavanja netvegane obrestne mere. Odgovor o enakosti obeh modelov je nato mogoče enostavno podati na podlagi LR testa.

Faktorske realizacije so glede na metodo določanja faktorjev lahko merljive donosnosti faktorskih premoženj (teoretično določeni faktorji in statistično določeni faktorji z metodo glavnih komponent), ali pa ocenjene donosnosti statističnih faktorjev (faktorska analiza). Po vzoru Roll in Ross (1980) bom za določitev δ_t uporabil faktorsko analizo z metodo največjega verjetja.

Izhodišče MLFA je splošni večfaktorski model iz enačbe (1.5). Da bi uskladili obliko z MLFA in hkrati zadržali obravnavo APT znotraj družine modelov določanja cen dolgoročnih naložb, v splošnem statističnem okvirju nadomestimo $\mathbf{R}_{Kt}$ z $\mathbf{f}_{Kt}$ in zapišimo neomejen model kot:

$$\mathbf{R}_t - \mathbf{a} = \mathbf{B}\mathbf{f}_{Kt} + \boldsymbol{\epsilon}_t. \quad (4.8)$$

V prvi fazi testiranja je torej potrebno oceniti faktorske realizacije $\mathbf{f}_{Kt}$, za kar uporabimo cenilko posplošenih najmanjših kvadratov $\hat{\mathbf{f}}_t$ (Campbell, Lo, MacKinlay, 1997, str. 235):

$$\hat{\mathbf{f}}_t = \mathbf{W}(\mathbf{R}_t - \mathbf{a}), \quad (4.9)$$

kjer $\mathbf{W}$ predstavlja matriko faktorskih uteži. Slednjo poiščemo s faktorsko analizo, in sicer tako, da kovariančno matriko donosnosti:

$$\boldsymbol{\Omega} = E\left[(\mathbf{R}_t - \mathbf{a})(\mathbf{R}_t - \mathbf{a})'\right]$$

ob pogoju ortonormalnosti faktorjev razčlenimo na:³⁰

$$\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{B}\mathbf{B}' + \boldsymbol{\Phi}, \quad (4.10)$$

kjer je kovariančna matrika ostankov $\boldsymbol{\Phi}$ zaradi striktne faktorske strukture diagonalna (ta lastnost se natančno ujema z zahtevo teoretičnega okvirja APT). Enačba (4.10) predstavlja temeljno enačbo faktorske analize, iz nje pa je razviden problem nezmožnosti enolične določljivosti parametrov, saj sta tako $\mathbf{B}$ kot tudi $\boldsymbol{\Phi}$ neznanki. V MLFA ju določimo s cenilkama največjega verjetja, torej z iterativnim postopkom. Faktorska analiza zahteva vnaprejšnjo odločitev o številu faktorjev, zato po vzoru Roll in Ross (1980) izvedemo LR test ustreznosti števila faktorjev s primerjavo vzorčne in ocenjene kovariančne matrike. Po Morrison (1990, str. 362) povzemam naslednjo testno statistiko s popravkom za končne vzorce, ki jo imenujem J_0 :

$$J_0 = \left(T - 1 - \frac{2(N - 2K) + 5}{6}\right) \left(\ln|\hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{B}}' + \hat{\boldsymbol{\Phi}}| - \ln|\hat{\boldsymbol{\Omega}}|\right) \sim \chi^2_{\frac{1}{2}[(N-K)^2 - N - K]}. \quad (4.11)$$

³⁰ Faktorje lahko brez vpliva na njihove lastnosti standardiziramo ($\delta_t \sim N(0,1)$). Za kovariančno matriko $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}_K\mathbf{B}' + \boldsymbol{\Phi}$ v faktorskem modelu tedaj velja $\boldsymbol{\Omega}_K = \mathbf{I}$.

Kadar je izbrano število faktorjev ustrezno, se vzorčna in ocenjena kovariančna matrika statistično značilno ne razlikujeta. Faktorji, ki jih izločimo z MLFA so latentni, zato lahko na podlagi dobljenih cenilk $\hat{\mathbf{B}}$ in $\hat{\Phi}$ zgolj formiramo bazna premoženja, ki so s faktorji visoko korelirana.³¹ Uteži baznih premoženj predstavljajo stolpci naslednje $N \times K$ matrike (Roll, Ross, 1980, str. 1090):

$$\mathbf{W} = [\hat{\mathbf{B}}' \hat{\Phi}^{-1} \hat{\mathbf{B}}]^{-1} \hat{\mathbf{B}}' \hat{\Phi}^{-1}, \quad (4.12)$$

ki smo jo iskali. V baznih premoženjih imajo torej večjo težo tisti vrednostni papirji, katerih donosnost določen faktor bolje pojasnjuje. Matrika $\mathbf{W}$ je neodvisna od t , zato moramo sprejeti predpostavko o stacionarnosti faktorskih občutljivosti in kovariančne matrike ostankov, če hočemo donosnost baznega premoženja izraziti kot linearno kombinacijo v smislu enačbe (4.9).

Model iz enačbe (4.8) ustreza zahtevam APT natančno takrat, ko je $\mathbf{a}$ enak pričakovani donosnosti iz enačbe (2.8) in kadar $\mathbf{f}_t$ predstavlja nepričakovano faktorsko donosnost δ_t :

$$\hat{\mathbf{f}}_t = \delta_t = \mathbf{W}'(\mathbf{R}_t - \hat{\boldsymbol{\mu}}) \quad (4.13)$$

Ker so faktorske realizacije ocenjenene na podlagi cenilk $\hat{\mathbf{B}}$ in $\hat{\Phi}$, imamo opravka z napako v spremenljivkah, ki pa se zmanjšuje z velikostjo vzorca. V nadaljevanju izpuščam oznako za ocenjeno vrednost in s $\mathbf{f}_{kt}$ označujem donosnost k -tega faktorja v obdobju t .

Parametre neomejenega modela sedaj določimo s cenilkami (4.3) do (4.5), kjer nadomestimo $\mathbf{R}_{kt}$ z $\mathbf{f}_{kt}$. Z upoštevanjem zahtev APT v obliki enačbe (2.8) in cenilke (4.3) dobimo naslednjo omejitev:

$$\mathbf{a} = \mathbf{I}\lambda_0 + \mathbf{B}(\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\mu}_{fK}). \quad (4.14)$$

Definirajmo $\gamma_0 = \lambda_0$ in $\boldsymbol{\gamma}_1 = (\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\mu}_{fK})$, da lahko zapišemo omejen model v naslednji obliki:

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{I}\gamma_0 + \mathbf{B}\boldsymbol{\gamma}_1 + \mathbf{B}\mathbf{f}_{kt} + \boldsymbol{\epsilon}_t. \quad (4.15)$$

Cenilke največjega verjetja za omejen model so tedaj:

$$\hat{\mathbf{B}}^* = \left[\sum_{t=1}^T (\mathbf{R}_t - \mathbf{I}\hat{\gamma}_0)(\mathbf{f}_{kt} + \hat{\boldsymbol{\gamma}}_1)' \right] \left[\sum_{t=1}^T (\mathbf{f}_{kt} + \hat{\boldsymbol{\gamma}}_1)(\mathbf{f}_{kt} + \hat{\boldsymbol{\gamma}}_1)' \right]^{-1} \quad (4.16)$$

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^* = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[(\mathbf{R}_t - \mathbf{I}\hat{\gamma}_0) - \hat{\mathbf{B}}^* (\mathbf{f}_{kt} + \hat{\boldsymbol{\gamma}}_1) \right] \left[(\mathbf{R}_t - \mathbf{I}\hat{\gamma}_0) - \hat{\mathbf{B}}^* (\mathbf{f}_{kt} + \hat{\boldsymbol{\gamma}}_1) \right]' \quad (4.17)$$

³¹ Bazno premoženje ima občutljivost 1 za i -ti faktor in občutljivost 0 za vse ostale faktorje. Faktorski model iz enačbe (4.10) zagotavlja, da so faktorji ortogonalni, torej neposredno ustrezajo formiranju baznih premoženj.

$$\hat{\gamma} = [\mathbf{X}'\hat{\Sigma}^{*-1}\mathbf{X}]^{-1}[\mathbf{X}'\hat{\Sigma}^{*-1}(\hat{\mu} - \hat{\mathbf{B}}^*\hat{\mu}_{JK})], \quad (4.18)$$

kjer je $\mathbf{X} \equiv [\mathbf{1}\hat{\mathbf{B}}^*]$ in $\gamma \equiv [\gamma_0\gamma_1']$. Cenilke $\hat{\mathbf{B}}^*$, $\hat{\Sigma}^*$ in $\hat{\gamma}$ dobimo z iteriranjem preko (4.16) do (4.18) do konvergence, kot začetni vrednosti pa uporabimo cenilke neomejenega modela $\hat{\mathbf{B}}$ in $\hat{\Sigma}$. Ničelno in alternativno domnevo sedaj zapišemo v obliki:

$$H_0 : \mathbf{a} = \mathbf{1}\gamma_0 + \mathbf{B}\gamma_1 \text{ in } H_1 : \mathbf{a} \neq \mathbf{1}\gamma_0 + \mathbf{B}\gamma_1, \quad (4.19)$$

ter jo preverimo z LR testom iz enačbe (4.6), ki ima v tem primeru $N - K - 1$ stopinj prostosti. Vkolikor je razlika značilna, zavrnilo domnevo o veljavnosti omejitve in na podlagi vzorčnih podatkov sprejmemo sklep, da teoretični okvir APT ni primerna osnova za večfaktorski model donosnosti. V nasprotnem primeru tega ne moremo trditi, torej je potreben pogoj za veljavnost APT modela donosnosti izpolnjen. V tem primeru lahko preverimo še linearno odvisnost povprečne donosnosti od tveganja, ki predstavlja zadosten pogoj za veljavnost APT modela donosnosti iz enačbe (2.10).

Statistično sklepanje o značilnosti faktorskih premij zahteva poznavanje variance $\hat{\gamma}$, za kar uporabimo naslednji cenilki:³²

$$\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}_0}^2 = \frac{1}{T} \left(1 + (\hat{\gamma}_1 + \hat{\mu}_{JK})' \hat{\Omega}_K^{-1} (\hat{\gamma}_1 + \hat{\mu}_{JK}) \right) \left[\mathbf{1}' \hat{\Sigma}^{*-1} \mathbf{1} - \mathbf{1}' \hat{\Sigma}^{*-1} \hat{\mathbf{B}}^* (\hat{\mathbf{B}}^{*'} \hat{\Sigma}^{*-1} \hat{\mathbf{B}}^*)^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{*'} \hat{\Sigma}^{*-1} \mathbf{1} \right]^{-1} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\hat{\gamma}_1}^2 = & \frac{1}{T} \left(1 + (\hat{\gamma}_1 + \hat{\mu}_{JK})' \hat{\Omega}_K^{-1} (\hat{\gamma}_1 + \hat{\mu}_{JK}) \right) \left[\hat{\mathbf{B}}^{*'} \hat{\Sigma}^{*-1} \hat{\mathbf{B}}^* \right]^{-1} \\ & + \left[\hat{\mathbf{B}}^{*'} \hat{\Sigma}^{*-1} \hat{\mathbf{B}}^* \right]^{-1} \hat{\mathbf{B}}^{*'} \hat{\Sigma}^{*-1} \mathbf{1} \hat{\sigma}_{\hat{\gamma}_0}^2 \mathbf{1}' \hat{\Sigma}^{*-1} \hat{\mathbf{B}}^* \left[\hat{\mathbf{B}}^{*'} \hat{\Sigma}^{*-1} \hat{\mathbf{B}}^* \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Faktorske premije in njihove variance sedaj sledijo iz naslednjih cenilk:

$$\hat{\lambda} = \hat{\mu}_{JK} + \hat{\gamma}_1 \quad (4.22)$$

$$\sigma_{\hat{\lambda}}^2 = \frac{1}{T} \hat{\Omega}_K + \sigma_{\hat{\gamma}_1}^2. \quad (4.23)$$

Statistično značilnost j -te ocene faktorske premije preverimo z naslednjo J_3 statistiko:

$$J_3 = \frac{\hat{\lambda}_j}{\sqrt{\sigma_{\hat{\lambda}_{jj}}^2}} \sim N(0,1), \quad (4.24)$$

³² Ker je omejitev modela nelinearna v parametrih, so prikazane cenilke zgolj asimptotska aproksimacija (Campbell, Lo, MacKinlay, 1997, str.228).

kjer je $\sigma_{\hat{\lambda}_{ij}}^2$ j -ti diagonalni element matrike $\sigma_{\hat{\lambda}}^2$. Domnevo o skupni značilnosti ocen faktorskih premij $H_0 : \hat{\lambda} = \mathbf{0}$ lahko preverimo s Hottelingovim T^2 preizkusom, za katerega definirajmo naslednjo J_4 statistiko:

$$J_4 = \frac{T-K}{TK} \hat{\lambda}' \hat{\sigma}_{\hat{\lambda}}^2 \hat{\lambda} \sim F_{(K, T-K)}. \quad (4.25)$$

Obema statistikama naj dodam opombo, da v primeru statistično določenih faktorjev, ko ti nimajo točno določenega ekonomskega pomena, z J_3 statistiko preverjamo zgolj domnevo $H_0 : \hat{\lambda}_j = 0$. Teoretični okvir APT tudi ne zahteva skupne značilnosti ocen faktorskih premij, zato morebitna neznčilna vrednost J_4 statistike ne pomeni zavrnitve ustreznosti modela. Obe statistiki imata pomembno vlogo šele pri preverjanju veljavnosti APT modela donosnosti s teoretično določenimi faktorji.

Čeprav teoretični okvir APT zahteva natančno faktorsko strukturo, različni avtorji pokažejo, da ta ni potrebna (glej npr. Chamberlain, Rothschild, 1983). Če torej dovolimo približno faktorsko strukturo, lahko za določanje faktorjev uporabimo metodo glavnih komponent, prikazan enofazni postopek pa tedaj nadomestimo z nelinearno navidezno neodvisno regresijo (Nonlinear Seemingly Unrelated Regression - NLSUR), ki jo predlagajo McElroy et al. (1985).

Prikazana metodologija testiranja ustreza najsplošnejši obliki APT modela donosnosti in hkrati zagotavlja statistične lastnosti, ki omogočajo zanesljivo sklepanje o veljavnosti APT. Primerljive ocene faktorskih premij je mogoče dobiti z dvofaznim postopkom po Fama-MacBeth metodi, kjer namesto cenilk navadnih najmanjših kvadratov uporabimo cenilke posplošenih najmanjših kvadratov (Shanken, 1992, str. 9). To dejstvo bom v nadaljevanju izkoristil za preverjanje veljavnosti CAPM, ki jo v majhni ekonomiji zahteva Trditvev 1.

4.1.2. Testiranje BCAPM

Da bi lahko ustregli Trditvi 1, je potrebno oceniti izpolnjevanje potrebnega in zadostnega pogoja za veljavnost CAPM. Kadar sta oba pogoja izpolnjena in eden od značilnih faktorjev APT modela donosnosti ustreza tržnemu faktorju, je preverjanje veljavnosti APT v majhni ekonomiji mogoče. Ker pri preverjanju veljavnosti APT nismo zahtevali obstoja netvegane obrestne mere, je potrebno v tem razdelku obravnavati BCAPM.

CAPM in BCAPM temeljita na konceptu učinkovitosti, zato je testiranje potrebnega pogoja enako testiranju učinkovitosti izbranega premoženja, ki predstavlja tržno premoženje. Izhodišče empirične obravnave tokrat predstavlja enofaktorska oblika modela iz enačbe (4.1), kjer naj $\mathbf{R}_{kt}$ predstavlja donosnost indeksa, s katerim opišemo tržno premoženje. Oblika omejitve, ki jo BCAPM postavlja splošnemu enofaktorskemu modelu, nam tedaj omogoča naslednji domnevi:

$$H_0 : \mathbf{a} = (\mathbf{1} - \boldsymbol{\beta})\gamma \quad \text{in} \quad H_1 : \mathbf{a} \neq (\mathbf{1} - \boldsymbol{\beta})\gamma, \quad (4.26)$$

kjer je $\mathbf{b}$ vektor občutljivosti na tržno tveganje, γ pa je donosnost ničelnega premoženja.³³ Omejitev je torej nelinearna, zato znova uporabimo Gauss-Newtonovo nelinearno regresijo za oceno omejenega modela v naslednji obliki:

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{1}\gamma + \mathbf{b}\gamma + \mathbf{b}R_{mt} + \epsilon_t. \quad (4.27)$$

Za neomejen model iz enačbe (4.1) so ocene $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ in Σ enake cenilkam največjega verjetja iz enačb (4.3), (4.4) in (4.5), kjer velja $\mathbf{R}_{Kt} = R_{mt}$. Za omejen model iz enačbe (4.27) pa so ocene γ , $\mathbf{b}^*$ in Σ^* enake naslednjim cenilkam največjega verjetja:

$$\hat{\gamma}^* = \frac{(\mathbf{1} - \hat{\mathbf{b}}^*)' \hat{\Sigma}^{*-1} (\hat{\mu} - \hat{\mathbf{b}}^* \hat{\mu}_m)}{(\mathbf{1} - \hat{\mathbf{b}}^*)' \hat{\Sigma}^{*-1} (\mathbf{1} - \hat{\mathbf{b}}^*)} \quad (4.28)$$

$$\hat{\mathbf{b}}^* = \frac{\sum_{t=1}^T (\mathbf{R}_t - \hat{\gamma}^* \mathbf{1})(\mathbf{R}_{mt} - \hat{\gamma}^* \mathbf{1})}{\sum_{t=1}^T (\mathbf{R}_{mt} - \hat{\gamma}^* \mathbf{1})^2} \quad (4.29)$$

$$\hat{\Sigma}^* = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\mathbf{R}_t - \hat{\gamma}^* (\mathbf{1} - \hat{\mathbf{b}}^*) - \hat{\mathbf{b}}^* R_{mt} \right) \left(\mathbf{R}_t - \hat{\gamma}^* (\mathbf{1} - \hat{\mathbf{b}}^*) - \hat{\mathbf{b}}^* R_{mt} \right)'. \quad (4.30)$$

Cenilke $\hat{\gamma}^*$, $\hat{\mathbf{b}}^*$ in $\hat{\Sigma}^*$ dobimo z iteriranjem preko (4.28) do (4.30) do konvergence, kjer kot začetni vrednosti uporabimo cenilke neomejenega modela $\hat{\mathbf{b}}$ in $\hat{\Sigma}$. Ničelno domnevo iz enačbe (4.26) sedaj preverimo z LR testom iz enačbe (4.6), ki ima v tem primeru $N-1$ stopinj prostosti. V kolikor je razlika značilna, zavrnilo domnevo o veljavnosti omejitve in na podlagi vzorčnih podatkov sprejmemo sklep, da tržno premoženje ni učinkovito. V nasprotnem primeru tega ne moremo trditi, torej je potreben pogoj za veljavnost BCAPM izpolnjen. V tem primeru lahko preverimo še linearno odvisnost povprečne donosnosti od tveganja, ki predstavlja zadosten pogoj za veljavnost BCAPM.

Za ta namen bom uporabil posplošeno Fama-MacBeth metodo, ki jo predlaga Shanken (1992, str. 9). V nadaljevanju bom omenjeno metodo nekoliko priredil, saj izhajam iz predpostavke, da je potreben pogoj izpolnjen. Za empirično obravnavo torej potrebujemo samo njeno drugo stopnjo. Recimo da poznamo $\hat{\beta}_{mt}$, da lahko za vsako časovno obdobje $t=1, \dots, T$ ocenimo naslednji model:

$$\mathbf{R}_t = \gamma_{0t} \mathbf{1} + \gamma_{1t} \hat{\beta}_{mt} + \mathbf{u}_t, \quad (4.31)$$

kar nam da časovni vrsti $\hat{\gamma}_{0t}$ in $\hat{\gamma}_{1t}$. Ocenjeni donosnosti ničelnega premoženja in vrednost tržne premije sta tedaj $\hat{\gamma}_0 = E(\hat{\gamma}_{0t})$ in $\hat{\gamma}_1 = E(\hat{\gamma}_{1t})$. Naj bo $\boldsymbol{\gamma} \equiv [\gamma_0 \gamma_1]'$ in $\hat{\mathbf{H}} \equiv [\mathbf{1} \hat{\mathbf{b}}^*]$, kjer je $\hat{\mathbf{b}}^*$ cenilka iz enačbe (4.29). Ker je iz enačbe (4.30) znana tudi variančno-kovariančna matrika ostankov $\hat{\Sigma}^*$, lahko za oceno $\boldsymbol{\gamma}$ uporabimo cenilko posplošene metode najmanjših kvadratov (Kan, Zhang, 1999, str. 207):

³³ Glej poglavje 1.2.

$$\hat{\gamma} = \left(\hat{\mathbf{H}}' \hat{\Sigma}^{*-1} \hat{\mathbf{H}} \right)^{-1} \left(\hat{\mathbf{H}}' \hat{\Sigma}^{*-1} \mathbf{R} \right), \quad (4.32)$$

kjer $\mathbf{R}$ predstavlja $(N \times T)$ matriko donosnosti. V enačbi (4.32) sem predpostavil, da velja $\hat{\beta}_{mt} = \hat{\beta}_m$, torej da je relativna mera tržnega tveganja v obravnavanem obdobju T konstantna.³⁴ Možnost uporabe cenilke $\hat{\gamma}$ je zato omejena s predpostavko o stacionarnosti parametrov modela.

Za statistično sklepanje o rezultatih prikazane metode definirajmo statistiko $\omega(\hat{\gamma}_j)$:

$$\omega(\hat{\gamma}_j) = \frac{\hat{\gamma}_j}{\sigma_{\hat{\gamma}_j}} \sqrt{\frac{T}{a}} \sim t_{T-1}, \quad (4.33)$$

kjer naj zaenkrat velja $a=1$. Napaka v spremenljivkah, ki jo v enačbi (4.32) povzroča $\hat{\mathbf{H}}$, povečuje standardno napako ocene γ . Da bi odpravili vpliv napake v spremenljivkah, definirajmo popravljenno statistiko $\omega^*(\hat{\gamma}_j)$ z analitičnim popravkom (Shanken, 1992, str. 15), torej naj za a iz enačbe (4.33) velja:

$$a = \left(1 + \frac{\hat{\mu}_m - \hat{\gamma}_0}{\hat{\sigma}_m^2} \right).$$

Za teoretično obravnavo zadostuje empirična analiza z doslej prikazanimi postopki. Za potrebe praktikov pa je smiselno predvsem testiranje Sharpe-Lintnerjeve oblike CAPM, saj se ta model v ekonomiji pogosto uporablja. V ta namen uporabimo enofaktorsko obliko modela iz enačbe (4.1) v presežni obliki, kjer vektor realiziranih donosnosti vrednostnih papirjev $\mathbf{R}_t$ nadomestimo s presežno obliko $\mathbf{Z}_t$, vektor realiziranih faktorskih donosnosti $\mathbf{R}_{Kt}$ pa z vrednostjo tržnega indeksa Z_{mt} v presežni obliki.³⁵ Neomejen model torej zapišemo kot tržni model:

$$\mathbf{Z}_t = \boldsymbol{\alpha} + \beta Z_{mt} + \boldsymbol{\epsilon}_t. \quad (4.34)$$

V poglavju 1.2. sem pokazal, da mora za veljavnost Sharpe-Lintnerjeve oblike CAPM veljati $\alpha_i = 0 \forall i$, torej bom preverjal naslednji domnevi:

$$H_0 : \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0} \text{ in } H_1 : \boldsymbol{\alpha} \neq \mathbf{0}. \quad (4.35)$$

Statistično sklepanje za primer $i=1$ je mogoče opraviti na podlagi t -testa (Black, Jensen, Scholes 1972). V primeru množice vrednostnih papirjev ($i>1$) nas seveda zanima skupna veljavnost ničelne hipoteze, kjer je upoštevana korelacija napak med različnimi vrednostnimi papirji ($E(\epsilon_{it}\epsilon_{jt}) \neq 0$). Statistično sklepanje zato opravimo z LR testom, ali pa z multivariatnim F -testom. Ocene parametrov $\boldsymbol{\alpha}$, β in Σ za neomejen model so enake cenilkam največjega verjetja iz enačb (4.3), (4.4) in (4.5), za omejen model ($\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$) pa so sledeče:

³⁴ Fama-MacBeth metoda sicer dopušča njeno spreminjanje.

³⁵ Torej v obliki presežne donosnosti nad znano netvegano obrestno mero: $Z_t \equiv R_t - r_f$.

$$\hat{\beta}^* = \frac{\sum_{t=1}^T \mathbf{Z}_t Z_{mt}}{\sum_{t=1}^T Z_{mt}^2} \quad (4.36)$$

$$\hat{\Sigma}^* = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\mathbf{Z}_t - \hat{\beta}^* Z_{mt})(\mathbf{Z}_t - \hat{\beta}^* Z_{mt})' . \quad (4.37)$$

Veljavnost potrebnega pogoja preverimo z LR testom, ki ima N stopinj prostosti. Za majhne vzorce je primernejša uporaba F -testa z J_2 statistiko, ki jo za ta primer zapišemo v obliki:

$$J_2 = \left(\frac{T-N-1}{N} \right) \left(1 + \frac{\hat{\mu}_m^2}{\hat{\sigma}_m^2} \right)^{-1} \hat{\alpha}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha} . \quad (4.38)$$

Značilna razlika v primeru obeh testov ovrže domnevo o učinkovitosti tržnega premoženja, ki ga predstavlja izbran indeks.

Empirično obravnavo CAPM nadaljujemo s posplošeno Fama-MacBeth metodo, kjer $\mathbf{R}_t$ v enačbi (4.31) nadomestimo z $\mathbf{Z}_t$. Zadosten pogoj za veljavnost Sharpe-Lintnerjeve oblike CAPM sedaj predstavlja naslednja zahteva:

$$\gamma_0 = 0 \text{ in } \gamma_1 > 0 .$$

Statistično sklepanje o veljavnosti zadostnega pogoja opravimo na podlagi popravljene $\omega^*(\hat{\gamma}_j)$ statistike.

4.2. Podatki

Ekonometrična analiza zahteva pomembne odločitve glede izbire obravnavanih podatkov. Na rezultat in kvaliteto analize namreč vplivajo: I.) izbira vrednostnih papirjev v vzorec, II.) izbira faktorjev pri teoretičnem pristopu, III.) izbira dolžine obdobja za oceno faktorskih občutljivosti in IV.) izbira intervala za izračun donosnosti. V nadaljevanju na kratko obravnavam vsakega od naštetih problemov in pojasnjujem izbiro.

4.2.1. Izbira vrednostnih papirjev v vzorec

Če se pri uporabi modelov določanja cen osredotočimo zgolj na finančno premoženje, naj bi tak model veljal za množico vseh vrednostnih papirjev, s katerimi se trguje na nekem kapitalskem trgu. Ocenjevanje oblike in preverjanje statistične značilnosti parametrov modelov se v praksi izvaja na vzorcu, katerega poglobljena zahtevana lastnost je reprezentativnost. Ta pogoj v empiričnih raziskavah predstavlja svojevrstno past, saj je enostavno izbrati majhno število vrednostnih papirjev z visoko stopjo korelacije, ki bo ustrezala statističnim merilom za značilne rezultate. Tovrstna potrditev veljavnosti modela nima praktične vrednosti.

Na mladih in manj razvitih trgih, kakršen je tudi Ljubljanska borza vrednostnih papirjev (v nadaljevanju LJSE), je reprezentativnost močno povezana z likvidnostjo (Martikainen et al., 1996). Iz analize je torej potrebno izključiti vse vrednostne papirje, ki ne dosegajo zadovoljivega praga likvidnosti, saj oblikovanje cen pri takih vrednostnih papirjih odstopa od tržnih zakonitosti. V analizi sem kot kriterij likvidnosti upošteval število trgovanih dni z opravljenim prometom brez svežnjev in aplikacij, za prag zadostitve kriterija pa sem izbral vrednost dveh tretjin vseh trgovalnih dni v letu. Kot dodaten kriterij sem uporabil povprečno vrzel med povpraševanjem in ponudbo, pri čemer sem kot mejno vrednost za sprejem uporabil mediano povprečnih vrzeli.

V obnavo sem vključil le delnice nefinančnih podjetij, tako z borznega trga kot tudi s prostega trga LJSE. Od 160 ustreznih delnic, ki so na LJSE kotirale na dan 31.12.2003, je 55 takih, katerih 'življenjska doba' je enaka ali večja od 5 let. Med slednjimi sem ob pogoju izpolnjevanja predstavljenih kriterijev likvidnosti izbral 35 delnic, ki predstavljajo reprezentativen vzorec kapitala na slovenskem sekundarnem trgu.

4.2.2. Izbira faktorjev (teoretični pristop)

Veljavnost APT bom preveril s statistično določenimi faktorji, teoretični pristop pa uporabljam pri preverjanju veljavnosti CAPM in BCAPM. Edini faktor tveganja v tem primeru predstavlja tržno tveganje, ki ga merim z indeksom donosnosti tržnega premoženja. Tip indeksa donosnosti tržnega premoženja je odločilnega pomena za ustrežno merjenje tržnega tveganja. Ker po definiciji velja, da je tehtana aritmetična sredina faktorskih občutljivosti enaka 1, je smiselno uporabiti indeks, ki je tehtan s tržno kapitalizacijo in zajema čim večje število premoženj. Na tem mestu pa moram opozoriti na posebnost majhnih kapitalskih trgov. Pogosto neenakomerna porazdelitev velikosti podjetij na takih trgih je razlog, da so v tehtanem indeksu močno zastopana največja podjetja (na LJSE 60% vrednosti indeksa SBI20 prispevajo 4 delnice), zato imajo v takem primeru velika podjetja visoko občutljivost, majhna in večinoma tudi bolj tvegana podjetja pa nizko občutljivost na tržno tveganje, kar je v nasprotju s finančno teorijo. Tak indeks seveda ne dosega kriterija dobre razpršitve in je zato za analizo načeloma manj primeren.

Izbira indeksa je teoretično pogojena z vplivom mejnega investitorja. Omejitve, s katerimi je ta soočen, namreč odločajo o primernem tipu indeksa, ki ustreza mejnemu premoženju. V analizi bom za preverjanje veljavnosti CAPM in BCAPM modela uporabil tako tehtan indeks SBI20, kot tudi netehtan indeks SBI20NT (oba indeksa izračunava LJSE).³⁶ S testiranjem učinkovitosti izbranega tržnega premoženja bom odgovoril na vprašanje o mejnem investitorju na LJSE v obravnavanem obdobju. Bekaert (1995, str. 75) pokaže, da v primeru mladih rastočih trgov ni mogoče govoriti o povezavi med donosnostjo vrednostnih papirjev in globalnimi merami tveganja. V analizo zato nisem vključil globalnih indeksov kot možnih predstavnikov tržnega tveganja, kar bi bilo sicer v skladu z zahtevami CAPM. Bekaert namreč pokaže, da je zaradi segmentacije mogoče mlade rastoče kapitalske trge obravnavati kot samozadostno podmnožico, kjer velja večina zakonitosti, potrebnih za empirično uporabo modelov določanja cen dolgoročnih naložb.

³⁶ Indeksa SBI20 in SBI20NT sta se sprva imenovala SBI in SBINT.

4.2.3. Izbira dolžine obdobja za oceno faktorskih občutljivosti

Izbira dolžine obdobja za oceno faktorskih občutljivosti je podrejena predvsem želji, da bi bile ocene stabilne. Čeprav bi to omogočalo večje število opazovanj in posledično večjo natančnost ocene, ni smiselno uporabiti najdaljše možne časovne vrste. Z dolžino obdobja se namreč povečuje tudi verjetnost, da so se za posamezno podjetje spremenili pogoji poslovanja in bo torej faktorska občutljivost za tako premoženje slab pokazatelj. V analizi uporabljam dolžino obdobja 5 let, ki je v praksi tudi najpogostejša. Žal pa je uporabna dolžina časovnih vrst podatkov o trgovanju na LJSE pri tej izbiri prekratka, da bi lahko v analizi oblikoval tudi primerjalna podobdobja, kar bi omogočilo oceno stabilnosti in robustnosti rezultatov.

4.2.4. Izbira intervala za izračun donosnosti

Izbira dolžine obdobja za oceno faktorskih občutljivosti in izbira intervala za izračun donosnosti T sta seveda povezani in močno vplivata na kvaliteto ocen faktorskih občutljivosti. Čeprav uporaba dnevni podatkov poveča število opazovanj, postane resen problem pri manj likvidnih vrednostnih papirjih, kjer redko trgovanje znižuje korelacijo s tržnim indeksom. Hawawini (1983) namreč pokaže, da imajo manj likvidni vrednostni papirji nižjo oceno faktorske občutljivosti, kot bi pričakovali (slaba likvidnost sicer povečuje tveganje premoženja). Dodaten problem krajših intervalov je močno odstopanje od normalne porazdelitve donosnosti, ki povzroči resne statistične težave. Preprosta rešitev je torej uporaba daljšega, mesečnega intervala, slabost pa nekoliko slabša natančnost ocen faktorskih občutljivosti zaradi manjšega števila opazovanj. V analizi bom glede na dolžino obravnavanega obdobja 5 let uporabil podatke o mesečni donosnosti.

Izhodišče za obravnavo so dnevni podatki o trgovanju z delnicami na LJSE v obdobju od 1.1.1999 do 31.12.2003. Mesečne donosnosti sem izračunal v obliki:

$$r_{it} = \frac{\tau_{it} - \tau_{i(t-1)}}{\tau_{i(t-1)}},$$

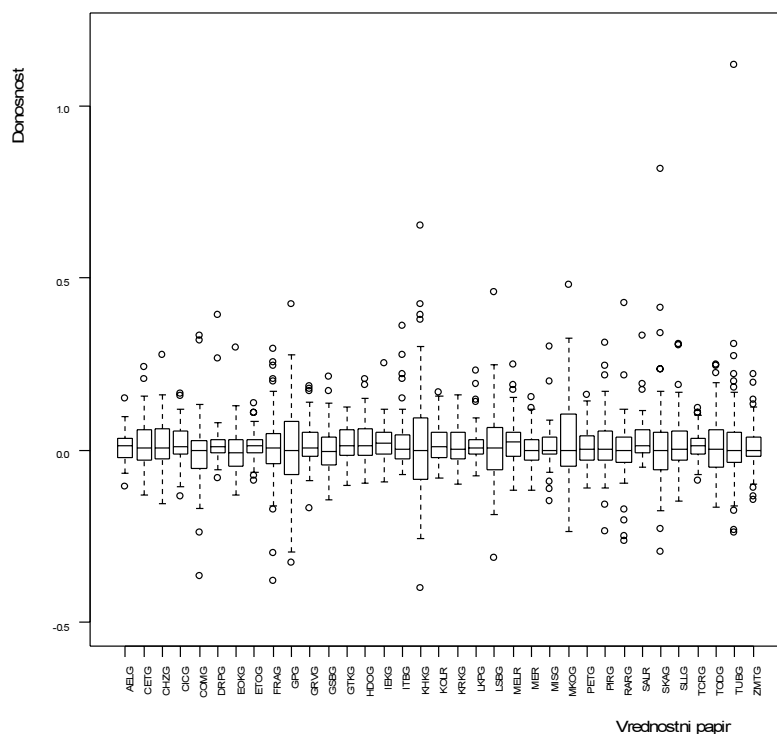
kjer je r_{it} donosnost, τ_{it} pa enotni tečaj/vrednost i -te delnice/indeksa na zadnji dan v mesecu t . Da bi zagotovil popolno časovno ujemanje posameznih donosnosti, sem zaradi redkega trgovanja manj likvidnih delnic z iterativno proceduro preračunal podatke na enako časovno osnovo. V končni matriki podatkov tako nisem imel manjkajočih vrednosti.

5. REZULTATI

V tem poglavju prikazujem rezultate empirične analize, ki jo bom izvedel na podlagi opredeljenih vzorčnih podatkov. V prvem delu empirične analize bom ocenil ustreznost obravnavanih spremenljivk za analizo in določil število potrebnih faktorjev, ki jih bom nato z MLFA oblikoval iz kovariančne matrike donosnosti. V kolikor bo analiza odvisnosti med faktorji in izbrano mero tržnega tveganja potrdila identiteto enega od faktorjev kot tržnega faktorja, bom preverjanje veljavnosti APT nadaljeval na podlagi oblikovanih faktorjev, sicer

pa bom po vzoru Connor (1984) v model dodal izbrano mero tržnega tveganja. V drugem delu empirične analize bom nato s postopki, ki sem jih predstavil v prejšnjem poglavju, preveril veljavnost APT, BCAPM in CAPM. Pri slednjem bom kot netvegano obrestno mero uporabil povprečno ponderirano obrestno mero na medbančnem trgu za depozite do 30 dni, ki jo objavlja Banka Slovenije. Z rezultati empirične analize bom tako odgovoril na vprašanje o veljavnosti APT v majhni ekonomiji. S statističnim sklepanjem o faktorskih premijah bom odgovoril tudi na vprašanje o izpolnjevanju zadostnega pogoja za ustreznost APT modela donosnosti, s preverjanjem veljavnosti modelov BCAPM in CAPM pa bom ustregel zahtevam Trditve 1.

Slika 1: Prikaz porazdelitve obravnavanih spremenljivk



Vir: Lastni izračuni, 2004.

Vse potrebne postopke za empirično analizo, ki sem jih prikazal v poglavju 4.1., sem izvedel s platformo za statistično računanje **R** (objektno orientiran programski jezik za statistiko).³⁷ Pomembnejše izpiske rezultatov posameznih postopkov podajam v prilogah.

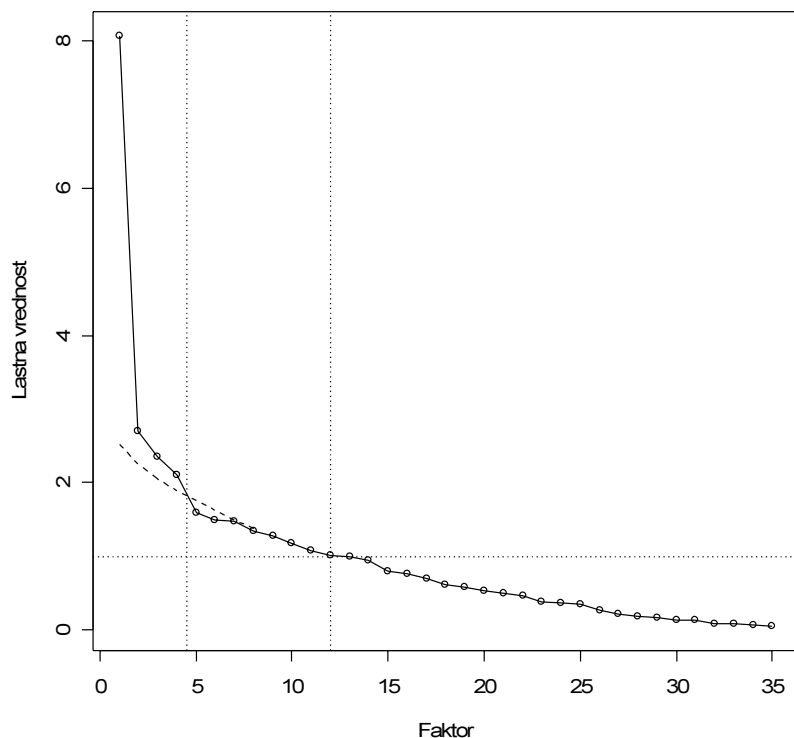
V Prilogi 1 prikazujem opisne statistike za obravnavane spremenljivke (prvi del Tabele 1, Priloga 1) in teoretično določena faktorja (drugi del Tabele 1, Priloga 1), s pripadajočimi vrednostmi Jarque-Bera testa. S tem testom preverjam ničelno domnevo, da se obravnavana spremenljivka v vzorcu porazdeljuje normalno. Iz Slike 1, kjer na grafičen način predstavljam vrednosti opisnih statistik je razvidno, da so pri treh spremenljivkah prisotni osamelci. Zaradi negativnega vpliva na učinkovitost faktorjske analize bom pred nadaljevanjem omejil razpon vrednosti spremenljivk na interval ± 0.5 (to vpliva samo na omenjene tri osamelce). Ocenjujem, da ta poseg ne bo pomembneje vplival na rezultate regresijske analize. Na podlagi

³⁷ R je implementacija komercialne platforme S-Plus, ki temelji na odprti kodi. Uporabil sem različico 1.9.0.

natančnih stopenj značilnosti Jarque-Bera statistike, ki se asimptotsko porazdeljuje χ^2 z dvema stopinjama prostosti sklepam, da lahko pri intervalu zaupanja $\alpha = 0,05$ v 20 od 35 primerov zavrnilo ničelno hipotezo o normalni porazdelitvi opazovanih spremenljivk.³⁸ Na podlagi vzorčnih podatkov sklepam, da je normalnost porazdelitve mesečnih donosnosti na Ljubljanski borzi 43 odstotna. Iz drugega dela Tabele 1 v Prilogi 1 je razvidno, da na podlagi podatkov o mesečni donosnosti ne moremo zavrniti ničelne domneve o normalni porazdelitvi izbranih indeksov. Na podlagi tega podatka zato sklepam, da je porazdelitev mesečne donosnosti delnic na Ljubljanski borzi normalna in ocenjujem, da so obravnavane spremenljivke primerne za analizo.

Postopek factorske analize začenjam z oceno Keiser-Meyer-Olkinove mere homogenosti spremenljivk, ki znaša 0,588.³⁹ Na podlagi te vrednosti, ki je večja od splošno sprejete meje 0,5, ocenjujem, da je vzorčna kovariančna matrika mesečnih donosnosti delnic primerna za faktorizacijo.⁴⁰ Čeprav je po klasičnih merilih stopnja homogenosti nizka, je obravnavan vzorec primeren za obravnavo v okviru MLFA.

Slika 2: Diagram lastnih vrednosti in Hornov vzporedni postopek



Vir: Lastni izračuni, 2004.

Pred faktorizacijo potrebujemo še oceno ustreznega števila faktorjev, ki sem jo določil na podlagi diagrama lastnih vrednosti in Hornovega vzporednega postopka, izbrano število faktorjev pa potrjujem z LR testom ustreznosti števila faktorjev. Hornov vzporedni postopek sem izvedel s pomočjo Allen-Hubbardove ocene lastnih vrednosti (Tabela 3, Priloga 2),

³⁸ V vseh sklepih, ki jih bom podal v nadaljevanju, bo veljaven interval zaupanja $\alpha = 0,05$.

³⁹ KMO mero, ki predstavlja jakost celotne povezanosti med spremenljivkami, sem izračunal s programskim paketom SPSS. Računalniški izpisek je prikazan v Tabeli 2, Priloga 2.

⁴⁰ Sharma, 1996, str. 116.

rezultat za dimenzijo obravnavane matrike pa prikazujem na Sliki 2.⁴¹ Iz diagrama lastnih vrednosti in Hornovega vzporednega postopka postopkov ocenjujem, da je ustrezno število faktorjev štiri. V Prilogi 2 prikazujem vrednost J_0 statistike LR testa ustreznosti števila faktorjev s pripadajočo natančno stopnjo značilnosti, na podlagi katere ocenjujem, da razlika med pravo in ocenjeno kovariančno matriko ni značilna. Ocenjeno število faktorjev torej zadostuje za pojasnjevanje donosnosti na podlagi obravnavanih podatkov. V Prilogi 3 prikazujem rezultate faktorske analize za štiri faktorje in rešitev po Varimax rotaciji.

Ker v faktorski analizi uporabljam metodo največjega verjetja, je rešitev občutljiva na začetne vrednosti in je podvržena pojavu Heywoodovega primera.⁴² Iz prvega dela rešitve, kjer prikazujem mere izvornosti (slednje predstavljajo diagonalne vrednosti matrike $\hat{\Phi}$) je razvidno, da v rešitvi ni Heywoodovega primera, saj so vse mere izvornosti različne od nič.⁴³ Več kot 50% prvotne variance je ohranjene le pri delnicah največjih podjetij (Krka, Gorenje, Petrol, Droga, Luka Koper in Mercator), skupno pa s 4 faktorskim modelom ohranimo 36,7% variance (kumulativna vrednost ohranjene variance, prikazana v tretjem delu rešitve). Glede na nizko stopnjo homogenosti je bil tak rezultat pričakovan. V drugem delu rešitve prikazujem matriko $\hat{B}$, od koder je razvidna smer in moč povezave med posamezno spremenljivko in faktorjem (prikazujem so samo vrednosti, absolutno večje od 0,1). Iz cenilk $\hat{B}$ in $\hat{\Phi}$ sem izračunal matriko faktorskih uteži W (Tabela 4, Priloga 3), ki je osnova za izračun donosnosti baznih premoženj oz. faktorskih donosnosti.

Tabela 1: Analiza odvisnosti med oblikovanimi faktorji in indeksoma SBI20 ter SBI20NT

$$A. r_{f_i} = \alpha + \beta r_{SBI20} + \epsilon_i$$

f_i	t	p	$\bar{R}^2$ ^a	ρ_{f_i, r_m} ^b
Faktor 1 ^{***c}	12,87	0,00	0,736	0,861
Faktor 2	1,15	0,25	0,006	0,015
Faktor 3	1,32	0,19	0,013	0,171
Faktor 4	0,01	0,99	-0,017	0,002

$$B. r_{f_i} = \alpha + \beta r_{SBI20NT} + \epsilon_i$$

f_i	t	p	$\bar{R}^2$	ρ_{f_i, r_m}
Faktor 1 ^{***c}	11,93	0,00	0,706	0,843
Faktor 2	1,56	0,12	0,024	0,201
Faktor 3	1,14	0,26	0,005	0,148
Faktor 4	0,67	0,51	-0,010	0,087

^a $\bar{R}^2$ je popravljeni determinacijski koeficient. ^b ρ_{f_i, r_m} je bivariatni korelacijski koeficient. ^c *** značilnost ocene parametra pri $\alpha \leq 0,01$.

Vir: Lastni izračuni, 2004.

⁴¹ Metoda zahteva poznavanje korelacijske matrike, torej je bila potrebna predhodna standardizacija obravnavanih podatkov. Za izračun sem uporabil tabelirane vrednosti koeficientov (Sharma, 1996, str. 78).

⁴² Heywoodov primer je pojav, ko zaradi neustreznih podatkov ali neprimerne oblike modela pri optimizaciji funkcije verjetja ni dosežen maksimum, zato je taka rešitev neustrezna (Venables, Ripley, 2002, str. 323). Mera izvornosti vsaj ene spremenljivke je tedaj enaka nič.

⁴³ Mera izvornosti (uniqueness) predstavlja delež variance, ki ni pojasnjen s faktorsko rešitvijo in je nasprotna vrednost komunalitete, ki nam pove delež ohranjene variance.

Z analizo odvisnosti med donosnostjo baznih premoženj in indeksoma SBI20 ter SBI20NT bom preveril, ali kateri od faktorjev ustreza tržnemu premoženju. Zaradi uskladitve z obliko faktorske donosnosti sem pred izvedbo analize odvisnosti časovno vrsto donosnosti obeh indeksov centraliziral.⁴⁴ Iz Tabele 1 je razvidno, da obstaja močna in pozitivna povezava med obema indeksoma in prvim faktorjem, ki jo potrjuje tudi statistična značilnost regresijskega koeficienta enostavnega linearnega modela s prvim faktorjem kot odvisno spremenljivko in izbranim indeksom kot neodvisno spremenljivko. Razsevne grafikone z vrisanimi regresijskimi premicami za vse štiri faktorje prikazujem v Prilogi 4. Na podlagi analize odvisnosti sklepam, da prvi faktor predstavlja tržno premoženje in da ocenjene faktorske donosnosti ustrezajo teoretičnim zahtevam za preverjanje veljavnosti APT v majhni ekonomiji, zato jih uporabljam v nadaljni analizi.

Drugi del empirične analize začnem z iterativnim postopkom ocenjevanja parametrov faktorskega modela na podlagi štirih faktorjev, ki sem jih oblikoval v prvem delu analize. V Prilogi 5 prikazujem proces konvergence Gauss-Newtonovih cenilk največjega verjetja, od koder je razvidno, da sem se z zadostnim številom iteracij izognil lokalnemu ekstremu pri ocenah $\hat{\gamma}_0$ in $\hat{\gamma}_2$. Konvergenca, merjena s spremembo omejene logaritemske funkcije verjetja $\mathcal{L}^*$ je bila dosežena po 35 iteracijah, na podlagi česar sklepam, da so dobljene ocene parametrov modela zanesljive.

V Tabeli 2 prikazujem bistven rezultat ekonometrične analize. Izpolnjevanje potrebnega pogoja za veljavnost APT nam potrjuje vrednost J_1 statistike. Na podlagi vzorčnih podatkov tako ocenjujem, da ni mogoče zavrniti ničelne hipoteze iz enačbe (4.19) in sprejeti sklepa, da omejitev splošnega linearnega večfaktorskega modela v obliki, kot jo zahteva APT, ne drži. Rezultat torej govori v prid veljavnosti APT v majhni ekonomiji, vendar ga lahko sprejmemo le v primeru, da uspemo pokazati tudi veljavnost CAPM.

Tabela 2: Rezultati preverjanja potrebnega in zadostnega pogoja za veljavnost APT modela donosnosti z ocenami parametrov modela

$$r_i = \lambda_0 + \lambda_1 \hat{b}_{i1} + \lambda_2 \hat{b}_{i2} + \lambda_3 \hat{b}_{i3} + \lambda_4 \hat{b}_{i4} + \epsilon_i$$

	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}_4$	J_1^a	J_4^b
$\hat{}$	-0,0034	0,0253 ^{**c}	0,0051	0,0150	0,0308 ^{**}	40,50	3,27
J_3^d	-1,08	2,69	0,40	1,22	2,39		
p	0,286	0,009	0,694	0,227	0,020	0,096	0,018

^a J_1 statistika (LR test) ima 30 stopinj prostosti. ^b Hottelingov T^2 preizkus (J_4 statistika) ima (4, 56) stopinj prostosti. ^c ^{**} značilnost ocene parametra pri $\alpha = 0,025$. ^d J_3 statistika (t -test) ima 55 stopinj prostosti.

Vir: Lastni izračuni, 2004.

Na podlagi obravnavanih spremenljivk lahko sklepam, da sta bili v obravnavanem obdobju dve faktorski premiji statistično značilno različni od nič, torej je izpolnjen tudi zadostni pogoj za ustreznost APT modela donosnosti. Poleg tržnega tveganja je torej v obravnavanem obdobju na donosnost značilno vplival še en faktor tveganja, katerega identiteto bi lahko iskali

⁴⁴ Izhajam iz predpostavke, da je vsaj eden od obeh indeksov ustrezen približek mere tržnega premoženja.

s pomočjo matrik $\hat{\mathbf{B}}$ in $\mathbf{W}$, ali pa s tehnikami, ki sem jih omenil v poglavju 3.2.3. Čeprav teoretični okvir APT tega ne zahteva, lahko na podlagi Hottelingovega T^2 preizkusa pri natančni stopnji značilnosti $p = 0,018$ zavrnemo ničelno hipotezo, da so vse faktorske premije enake nič in sprejememo sklep, da je v obravnavanem obdobju APT model donosnosti kot celota dobro predstavljal linearno odvisnost med povprečno donosnostjo in tveganjem.

Empirično analizo zaključujem s preverjanjem veljavnosti CAPM in BCAPM, rezultate pa bom uporabil za končni odgovor o veljavnosti APT v majhni ekonomiji. Za primerljivost s postopkom preverjanja veljavnosti APT je v tem delu analize pomembna obravnava BCAPM, dodajam pa tudi obravnavo CAPM kot primer strožje oblike modela, kjer sta obrestni meri za posojanje in izposojanje znani in enaki netvegani obrestni meri r_f . V Prilogi 5 prikazujem proces konvergence Gauss-Newtonove cenilke največjega verjetja, ki je bila dosežena po 35 iteracijah, na podlagi česar sklepam, da je dobljena ocena parametra $\hat{\gamma}_0$ zanesljiva.

Tabela 3: Rezultati preverjanja potrebnega in zadostnega pogoja za veljavnost BCAPM in CAPM

$$r_i = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{b}_i + \epsilon_i \qquad z_i = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{b}_i + \epsilon_i$$

	BCAPM		CAPM	
	SBI20	SBI20NT	SBI20	SBI20NT
J_1	47,36 ^a	46,57	47,38 ^b	46,63
p	0,064	0,074	0,079	0,090
J_2			1,52 ^c	1,48
p			0,141	0,157
	$\hat{\gamma}_0$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_0$	$\hat{\gamma}_1$
$\hat{\gamma}_0$	0,0061 ^{*d}	0,0089	0,004	0,012 [*]
t	2,60	1,37	1,50	2,11
p	0,012	0,176	0,138	0,039
$\omega^*(\hat{\gamma}_i)^e$	0,012	0,173	0,132	0,038
	$\hat{\gamma}_0$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_0$	$\hat{\gamma}_1$
$\hat{\gamma}_0$	0,000	0,010	0,000	0,010
t	0,06	1,49	-0,12	1,86
p	0,955	0,143	0,906	0,068
$\omega^*(\hat{\gamma}_i)^e$	0,950	0,142	0,901	0,067

^a J_1 statistika ima 34 stopinj prostosti. ^b J_1 statistika ima 35 stopinj prostosti. ^c J_2 statistika (multivariatni F-test) ima (35, 24) stopinj prostosti.

^{d*} značilnost ocene parametra pri $\alpha = 0,05$. ^e $\omega^*(\hat{\gamma}_i)$ statistika ima 59 stopinj prostosti, prikazane so natančne stopnje značilnosti.

Vir: Lastni izračuni, 2004.

V Tabeli 3 prikazujem rezultate testov izpolnjevanja potrebnega pogoja za veljavnost BCAPM in CAPM, ki zahtevata učinkovito tržno premoženje (LR test (J_1 statistika) in multivariatni F-test (J_2 statistika)). Na podlagi vzorčnih podatkov sklepam, da ni mogoče zavrniti ničelne hipoteze iz enačbe (4.26) in sprejeti sklepa, da indeks SBI20 ne predstavlja učinkovitega tržnega premoženja. Enako velja tudi za indeks SBI20NT. Za Sharpe-Lintnerjev CAPM model je smiselna uporaba J_2 statistike, ki je za majhne vzorce bolj zanesljiva. Na podlagi obeh statistik sklepam, da ni mogoče zavrniti ničelne hipoteze iz enačbe (4.35) in sprejeti sklepa, da indeksa SBI20 ali SBI20NT ne predstavljata mere učinkovitega tržnega premoženja. Stopnje značilnosti J_2 statistike so višje od stopnje značilnosti J_1 statistike, zato sklepam, da daje LR test kljub asimptotskim lastnostim zanesljive rezultate.

Vkolikor kot mero tržnega premoženja uporabimo indeks SBI20NT, lahko pri natančni stopnji značilnosti $p = 0,038$ zavrnejo ničelno hipotezo, da je premija za tržno tveganje enaka nič in sprejmemo sklep, da je BCAPM model v obravnavanem obdobju dobro predstavljal linearno odvisnost med povprečno donosnostjo in tveganjem. Premije za tržno tveganje pri CAPM modelu v nobenem primeru niso statistično različne od nič, torej v obravnavanem obdobju ni bil izpolnjen zadostni pogoj za veljavnost tega modela. Enako velja za BCAPM model, v kolikor kot mero za tržno premoženje uporabimo indeks SBI20. Rezultat na podlagi popravljenih $\omega^*(\hat{\gamma}_j)$ statistike vodi do enakega sklepa.

V Prilogi 6 prikazujem ocene faktorskih občutljivosti za APT model donosnosti in za modela CAPM in BCAPM. Ocene faktorskih občutljivosti APT modela donosnosti, nimajo nikakršnega pomena v smislu velikosti in predznaka.⁴⁵ Nasprotno imajo faktorske občutljivosti pri CAPM in BCAPM modelu znan pomen relativne mere tveganja sistematičnih dejavnikov s centralno vrednostjo 1.

Izpolnjevanje potrebnega in zadostnega pogoja za veljavnost APT modela donosnosti in BCAPM ter identifikacija prvega faktorja kot mere tržnega premoženja ustrezajo zahtevam Trditve 1. Na podlagi prikazane analize torej potrjujem veljavnost APT v majhni ekonomiji.

6. SKLEP

V diplomskem delu sem obravnaval modele določanja cen dolgoročnih naložb s poudarkom na arbitražni teoriji določanja cen. Glede na razvoj slovenskega kapitalskega trga predstavlja uporaba tovrstnih modelov poseben izziv, saj teorija, na kateri so ti modeli osnovani, vsebuje zahtevne predpostavke. Namen diplomskega dela je bil ugotoviti, ali je na podlagi reprezentativnega vzorca delnic s slovenskega kapitalskega trga mogoče podati oceno o veljavnosti APT v majhni ekonomiji, ter oceniti ustreznost modelov določanja cen dolgoročnih naložb, ki so v moderni poslovni praksi nujno potrebni.

Iskanja odgovora sem se lotil z analizo teoretičnega okvirja arbitražne teorije cen in pokazal, da ima APT zaradi splošne zasnove dobre možnosti za uveljavitev v praktični rabi. Kljub temu bo ta teorija v velikem obsegu lahko zaživela šele takrat, ko bo faktorjem možno na preprost način enolično pripisati identiteto. Trenutno je videti največji potencial v skupini makroekonomskih faktorskih modelov, vendar izkoriščanje prednosti tega pristopa zahteva kompleksno modeliranje časovnih vrst makroekonomskih spremenljivk. Finančna industrija si seveda želi preprostih modelov, zato je CAPM v praksi še vedno najbolj uporabljan.

Na podlagi vzorčnih podatkov s slovenskega kapitalskega trga sem pokazal veljavnost APT, kar ima za uporabo modelov določanja cen dolgoročnih naložb v Sloveniji pomembne posledice. S tem je namreč izpolnjen potreben pogoj za veljavnost APT modelov donosnosti, ki omogočajo praktično uporabo arbitražne teorije določanja cen. S pomočjo statistično določenih faktorjev sem oblikoval štirifaktorski APT model donosnosti in pokazal, da je bil v

⁴⁵ V kolikor namreč premije pomnožimo s poljubnim faktorjem k in sočasno z njim delimo $\mathbf{B}$, matematično ne spremenimo modela.

obravnavanem obdobju izpolnjen tudi zadostni pogoj za njegovo veljavnost. S tem rezultatom torej poglobljam obravnavo modelov določanja cen dolgoročnih naložb na slovenskem kapitalskem trgu in nadgrajujem ugotovitve Romih (1998).

V teoretičnem delu analize sem pokazal, da je z ogrođjem splošnih linearnih modelov mogoče ekonometrično obravnavati tako APT, kot tudi CAPM. Na podlagi analize zahtev teoretičnega okvirja APT in spoznanj Connor (1984) ter Wei (1988) sem oblikoval tezo, da lahko v majhni ekonomiji potrdimo veljavnost APT le takrat, ko pokažemo tudi veljavnost CAPM, sicer empirični rezultat ni zanesljiv. Iz teh ugotovitev sledi, da je za majhno ekonomijo primerna uporaba Connorjeve različice APT, ki obravnava tržni faktor kot endogen.

Na podlagi vzorčnih podatkov s slovenskega kapitalskega trga sem pokazal veljavnost BCAPM modela, hkrati pa zanikal veljavnost Sharpe-Lintnerjeve oblike CAPM, kar pripisujem neustrezni izbiri netvegane obrestne mere. Ta rezultat je v skladu z ugotovitvami iz prejšnjega odstavka zadostoval za potrditev doslej naštetih sklepov in rezultatov. Na podlagi analize učinkovitosti tržnega premoženja tudi ugotavljam, da je bil v obravnavanem obdobju mejni investitor oseba, ki ima z vidika tržne kapitalizacije majhno kupno moč in uravnoteženo premoženje. Za uporabo BCAPM in ostalih modelov, ki zahtevajo poznavanje tržnega premoženja je torej v Sloveniji primerna uporaba netehtanega indeksa SBI20NT kot mere tržnega tveganja.

Bistven prispevek diplomskega dela so spoznanja o pogojih za veljavnost APT v majhni ekonomiji ter empirični dokaz veljavnosti APT na podlagi podatkov s slovenskega kapitalskega trga. Kot že rečeno, ti rezultati potrjujejo ustreznost uporabe APT modelov donosnosti v majhnih ekonomijah, vendar le na podlagi predhodne identifikacije faktorjev tveganja. To področje bo zato v bodoče predmet intenzivnih raziskav.

LITERATURA

1. Allen S.J., Hubbard R.: Regression Equations of the Latent roots of random data Correlation Matrices with unities on the diagonal. *Multivariate Bahavioral research*, b.k., 21 (1986), str. 393-398.
2. Arrow J. Kenneth, Debreu Gerard: Existence of an Equilibrium for a competitive Economy. *Econometrica*, Evanston, 22 (1954), str. 265-290.
3. Bai Jushuan, Ng Serena: Determining the number of factors in approximate factor models. *Econometrica*, Evanston, 70 (2002), 1, str. 191-221.
4. Bekaert Geert: Market integration and investment barriers in emerging equity markets. *World Bank Economic Review*, Oxford, 9 (1995), 1, str. 75-107.
5. Black Fisher: Capital Market Equilibrium with restricted borrowing. *Journal of Business*, Chicago, 45 (1972), 3, str. 444-454.
6. Black Fisher, Jensen Michael C., Scholes Myron: The capital asset pricing model: Some empirical tests. Jensen Michael C., urednik, *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York : Praeger Publishers, 1972, str. 79-121.
7. Burmeister Edwin, Wall D. Kent: The Arbitrage Pricing Theory and Macroeconomic factor measures. *The Financial Review*, Ames, 21 (1986), 2, str. 1-20.
8. Campbell John Y., Lo Andrew W., MacKinlay A.Craig: *Econometrics of Financial Markets*. Princeton : Princeton University Press, 1997. 611 str.
9. Chamberlain Gary, Rothschild Michael: Arbitrage, Factor structure and Mean Variance analysis in Large Assets Markets. *Econometrica*, Evanston, 51 (1983), 5, str. 1281-1304.
10. Chen Nai-Fu.: Some empirical tests of the Theory of Arbitrage Pricing. *Journal of Finance*, New York, 38 (1983), 5, str. 1393-1414.
11. Chen Nai-Fu, Roll Richard, Ross A. Stephen: Economic forces and the stock market. *Journal of Business*, Chicago, 59 (1986), 3, str. 383-403.
12. Cheng A.C.S.: The UK Stock market and Economic Factors: A new approach. *Journal of Business Finance and Accounting*, b.k., 22 (1995), str. 129-142.
13. Cochrane H. John: *Asset Pricing*. Princeton : Princeton University Press, 2001. 524 str.
14. Connor Gregory: A unified Beta Pricing Theory. *Journal of Economic Theory*, Amsterdam, 34 (1984), 1, str. 13-31.
15. Connor Gregory, Korajczyk A. Robert: Performance measurement with the Arbitrage Pricing Theory: A new framework for analysis. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, 15 (1986), 3, str. 373-394.
16. Connor Gregory, Korajczyk A. Robert: Risk and Return in an equilibrium APT: application of a new test methodology. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, 21 (1988), 2, str. 255-289.
17. Copeland E. Thomas, Weston J. Fred.: *Financial Theory and Corporate Policy* (Second Edition). Reading : Addison-Wesley, 1983. 795 str.
18. Dybvig Philip: An explicit bound on individual assets: deviations from APT pricing in a Finite Economy. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, 12 (1983), 4, str. 483-496.
19. Fama F. Eugene, French R. Kenneth: The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance*, New York, 47 (1992), 2, str. 427-465.

20. Fama F. Eugene, French K. Kenneth: Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, 33 (1993), 1, str. 3-56.
21. Fama F. Eugene, MacBeth D. James: Risk, return and Equilibrium: Empirical tests. *Journal of Political Economy*, Chicago, 81 (1973), 3, str. 607-636.
22. Gibbons R. Michael: Multivariate tests of financial models: A new approach. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, 10 (1982), 1, str. 3-27.
23. Gibbons R. Michael, Ross A. Stephen, Shanken Jay: A test of the efficiency of a given portfolio. *Econometrica*, Evanston, 57 (1989), 5, str. 1121-1152.
24. Grinblatt Michael, Titman Sheridan: Factor pricing in a finite Economy. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, 12 (1983), 4, str. 497-507.
25. Hawawini A. Gabriel: Why beta shifts as the return interval changes. *Financial Analysts Journal*, Charlottesville, 39 (1983), str. 73-77.
26. Horn J.L.: A Rationale and test for the number of Factors in Factor Analysis. *Psychometrika*, Greensboro, 30 (1965), str. 179-186.
27. Huberman Gur: A simple approach to arbitrage pricing theory. *Journal of Economic Theory*, Amsterdam, 28 (1982), 1, str. 183-191.
28. Javornik Samo: *Metode določanja cen dolgoročnih naložb*. Diplomsko delo. Ljubljana : Ekonomska Fakulteta, 1991. 63 str.
29. Jobson J. D., Korkie Bob: Potential performance and tests of portfolio efficiency. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, 10 (1982), 4, str. 433-466.
30. Kan Raymond, Zhang Chu: Two-Pass test of Asset pricing models with useless factors. *Journal of Finance*, New York, 54 (1999), 1, str. 203-235.
31. Košmelj Blaženka: O poimenovanju statističnega termina 'likelihood' v slovenščini. *Ekonomski revija*, Ljubljana, 3/4, 1989, str. 367-381.
32. Lehman N. Bruce, Modest M. David: The Empirical Foundations of the Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, 21 (1988), 3, str. 213-254.
33. Lintner John: The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investment in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, Cambridge, 47 (1965), str. 13-37.
34. Lo W. Andrew, MacKinlay A. Craig: Data-snooping biases in tests of financial asset pricing models. *Review of Financial Studies*, Cary, 3 (1990), 3, str. 431-468.
35. Markowitz Harry: Portfolio selection. *Journal of Finance*, New York, 7 (1952), 1, str. 77-91.
36. Martikainen Teppo, Perttunen Jukka, Yli-Olli Paavo, Gunasekaran A.: On the impact of infrequent trading on the APT systematic risk components – Evidence from a thin security market. *European Journal of Operational Research*, Amsterdam, 88 (1996), str. 23-27.
37. McElroy B. Marjorie, Burmeister Edwin, Wall D. Kent: Two estimators of the APT model when factors are measured. *Economics Letters*, Amsterdam, 19 (1985), 3, str. 271-275.
38. Merton C. Robert: An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica*, Evanston, 41 (1973), 5, str. 867-887.
39. Morrison D.: *Multivariate Statistical methods*. New York : McGraw Hill, 1990. 498 str.
40. Mossin Jan: Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, Evanston, 34 (1966), str. 768-783.

41. Mramor Dušan: Model za določanje cen dolgoročnih naložb in nerazviti trg kapitala. Ljubljana : Ekonomska Fakulteta, 1991. 108 str.
42. Mramor Dušan: Teorija poslovnih financ. Ljubljana : Ekonomska fakulteta, 2002. 191 str.
43. Priestley Richard: The arbitrage pricing theory, macroeconomic and financial factors, and expectations generating processes. *Journal of Banking and Finance*, Amsterdam, 20 (1996), 5, str. 869-890.
44. Robin J. Ashok, Ravi K. Shukla: The magnitude of Pricing Errors in Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Financial Research*, b.k., 14 (1991), 1, str. 65-82.
45. Roll Richard: A critique of the asset pricing theory's test. Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, 4 (1977), 2, str. 129-176.
46. Roll Richard, Ross A. Stephen: An empirical investigation of the arbitrage pricing theory. *Journal of Finance*, New York, 35 (1980), 5, str. 1073-1103.
47. Roll Richard, Ross A. Stephen: A critical Reexamination of the Arbitrage Pricing Theory: A Reply. *Journal of Finance*, New York, 39 (1984), str. 347-350.
48. Romih Miha: Ravnotežna modela določanja cen dolgoročnih naložb in slovenski trg kapitala. Diplomsko delo. Ljubljana : Ekonomska Fakulteta, 1998. 51 str.
49. Ross A. Stephen: The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*, Amsterdam, 13 (1976), 3, str. 341-360.
50. Ross A. Stephen: Mutual fund separation in financial theory – the separating distributions. *Journal of Economic Theory*, Amsterdam, 17 (1978), str. 254-286.
51. Shanken Jay: On the estimation of beta-pricing models. *Review of Financial Studies*, Cary, 5 (1992), 1, str. 1-34.
52. Sharma Subhash: Applied Multivariate techniques. New York : John Wiley&Sons, 1996. 493 str.
53. Sharpe E. William: Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, New York, 19 (1964), 3, str. 425-442.
54. Venables N. William, Ripley D. Brian: Modern Applied Statistics with S – 4th Edition. New York : Springer Verlag, 2002. 495 str.
55. Wei K.C. John: An Asset Pricing Theory unifying CAPM and APT. *Journal of Finance*, New York, 43 (1988), 4, str. 881-892.
56. Xu Yexiao: Extracting factors with maximum explanatory power. Working paper. Dallas : The University of Texas, 2003, 60 str.

VIRI

1. Podatki o dnevni tečajih delnic. Ljubljanska Borza d.d., 1999-2003. [URL: <http://www.ljse.si/>], 17.2.2004.
2. Podatkovno Analitično Središče Ekonomske Fakultete (PASEF). [URL: <http://www.ef.uni-lj.si/pasef/>], 27.4.2004.
3. Podatki o obrestnih merah na medbančnem trgu. Banka Slovenije. [URL: http://www.bsi.si/html/financi_podatki/index.html], 9.3.2004.
4. R Development Core Team. R: A language and environment for statistical computing. Vienna : R Foundation for Statistical Computing. [URL: <http://www.R-project.org/>], 13.4.2004.

Slovar tujih izrazov

Arbitrage Pricing Theory (APT) - arbitražna teorija določanja cen.

Basis portfolio - bazno premoženje.

Bid/Ask spread - vrzel med povpraševanjem in ponudbo.

Capital Asset Pricing Model (CAPM) - model določanja cen dolgoročnih naložb.

Capital Market Line (CML) - premica trga kapitala.

Cross Sectional Regression - regresija presečnih podatkov.

Equilibrium Pricing - določanje cen v pogojih ravnotežja.

Excess return - presežna donosnost.

Factor loadings - faktorske uteži.

Factor scores - faktorske realizacije.

Generalized least squares (GLS) - metoda posplošenih najmanjših kvadratov.

Generalized Method of Moments (GMM) - metoda posplošenih momentov.

Law of One Price - zakon ene cene.

Market Proxy - predstavnik (mera) tržnega tveganja.

Maximum Explanatory Component - metoda komponent z največjo pojasnjevalno močjo.

Maximum Likelihood Factor Analysis (MLFA) - faktorska analiza z metodo največjega verjetja.

Nonlinear Seemingly Unrelated Regression (NLSUR) - nelinearna navidezno neodvisna regresija.

Portfolio diversification - razpršitev premoženja.

Principal Component Analysis - metoda glavnih komponent.

Risk free rate - netvegana obrestna mera.

Scree plot - diagram lastnih vrednosti.

Security Market Line (SML) - tržna premica vrednostnih papirjev.

Uniqueness - mera izvirnosti.

Time Series regression - regresija časovnih vrst.

Zero-beta portfolio - netvegano premoženje.

Priloge

Priloga 1

Tabela 1: Opisne statistike mesečnih donosnosti delnic in izbranih mer tržnega premoženja

Papir	T	Min	Max	Mean	St_dev	Skewness	Kurtosis	JB	p_val
AELG	60	-0,107	0,151	0,013	0,047	0,37	0,55	1,73	0,42
CETG	60	-0,130	0,241	0,016	0,075	0,53	0,80	3,69	0,16
CHZG	60	-0,156	0,278	0,018	0,078	0,36	1,37	4,58	0,10
CICG	60	-0,135	0,163	0,020	0,057	0,06	0,70	0,78	0,68
COMG	60	-0,364	0,331	-0,008	0,103	0,15	4,60	42,87	0,00
DRPG	60	-0,083	0,391	0,019	0,067	3,81	18,86	880,26	0,00
EOKG	60	-0,131	0,299	-0,003	0,064	1,72	7,31	137,52	0,00
ETOG	60	-0,088	0,138	0,015	0,042	0,43	1,15	4,06	0,13
FRAG	60	-0,379	0,294	0,006	0,118	-0,29	1,95	7,97	0,02
GPG	60	-0,327	0,425	0,006	0,128	0,35	1,69	6,44	0,04
GRVG	60	-0,169	0,183	0,019	0,068	0,35	0,73	1,98	0,37
GSBG	60	-0,144	0,214	-0,003	0,076	0,42	0,42	1,88	0,39
GTKG	60	-0,102	0,125	0,015	0,052	-0,05	-0,41	0,59	0,75
HDOG	60	-0,097	0,206	0,026	0,063	0,67	0,60	4,78	0,09
IEKG	60	-0,093	0,252	0,019	0,056	1,01	3,95	40,72	0,00
ITBG	60	-0,069	0,361	0,024	0,083	1,99	4,94	87,03	0,00
KHKG	60	-0,402	0,500	0,014	0,162	0,78	1,64	10,73	0,01
KOLR	60	-0,083	0,169	0,019	0,054	0,76	0,55	5,86	0,05
KRKG	60	-0,098	0,160	0,014	0,059	0,49	0,07	2,30	0,32
LKPG	60	-0,076	0,231	0,016	0,056	1,71	4,07	60,88	0,00
LSBG	60	-0,313	0,458	0,011	0,117	0,70	3,41	27,57	0,00
MELR	60	-0,117	0,248	0,028	0,071	0,80	0,91	7,37	0,03
MER	60	-0,116	0,155	0,006	0,054	0,49	0,44	2,50	0,29
MISG	60	-0,148	0,300	0,012	0,063	1,61	7,78	148,72	0,00
MKOG	60	-0,237	0,479	0,024	0,133	0,81	1,54	10,59	0,01
PETG	60	-0,109	0,160	0,014	0,056	0,69	0,19	4,54	0,10
PIRG	60	-0,235	0,313	0,013	0,088	0,65	2,83	19,66	0,00
RARG	60	-0,262	0,429	-0,001	0,098	0,89	6,86	103,81	0,00
SALR	60	-0,050	0,333	0,032	0,065	2,03	6,78	133,16	0,00
SKAG	60	-0,294	0,500	0,011	0,140	1,11	2,76	26,57	0,00
SLLG	60	-0,147	0,308	0,022	0,082	1,43	3,66	45,97	0,00
TCRG	60	-0,089	0,122	0,016	0,044	0,37	0,34	1,41	0,50
TODG	60	-0,165	0,249	0,020	0,099	0,60	-0,31	3,78	0,15
TUBG	60	-0,240	0,500	0,021	0,121	1,13	3,78	40,51	0,00
ZMTG	60	-0,144	0,219	0,010	0,069	0,65	1,54	8,40	0,02
SBI20	60	-0,068	0,152	0,015	0,046	0,70	0,65	5,33	0,07
SBINT	60	-0,047	0,131	0,015	0,038	0,67	0,42	4,49	0,11
r_f	60	0,004	0,007	0,005	0,001	-0,05	-1,28		

Vir: Ljubljanska borza in lastni izračuni, 2004.

Tabela 2: Računalniški izpisek testa ustreznosti podatkov za faktorizacijo.

KMO and Bartlett's Test		
Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		.588
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	1008.212
	df	595
	Sig.	.000

Vir: Lastni izračuni, 2004.

Tabela 3: Allen Hubbardova ocena lastnih vrednosti za dimenzijo matrike (60×35)

faktor	Lastne vrednosti	
	$\hat{\ell}$	ℓ
1	2,52	8,00
2	2,25	2,70
3	2,06	2,36
4	1,90	2,10
5	1,75	1,60
6	1,62	1,50
7	1,50	1,47
8	1,38	1,34
9	1,27	1,17
10	1,16	1,01

Vir: Sharma, 1996, str. 78; lastni izračuni, 2004.

Izpis rezultatov LR testa ustreznosti štirih faktorjev.

$$J_0 = \chi^2_{(461)} = 490,01$$

$$p(J_0) = 0,169$$

Priloga 3

Izpis rezultatov MLFA za 4 faktorje in Varimax rotacijo.

Uniquenesses (Φ):

AELG	CETG	CHZG	CICG	COMG	DRPG	EOKG	ETOG	FRAG	GPG	GRVG	GSBG
0,615	0,737	0,696	0,697	0,510	0,397	0,901	0,559	0,702	0,871	0,288	0,774
GTKG	HDOG	IEKG	ITBG	KHKG	KOLR	KRKG	LKPG	LSBG	MELR	MER	MISG
0,503	0,558	0,546	0,422	0,795	0,500	0,238	0,467	0,856	0,477	0,582	0,609
MKOG	PETG	PIRG	RARG	SALR	SKAG	SLLG	TCRG	TODG	TUBG	ZMTG	
0,802	0,373	0,813	0,591	0,631	0,723	0,872	0,758	0,722	0,867	0,705	

Loadings (B):

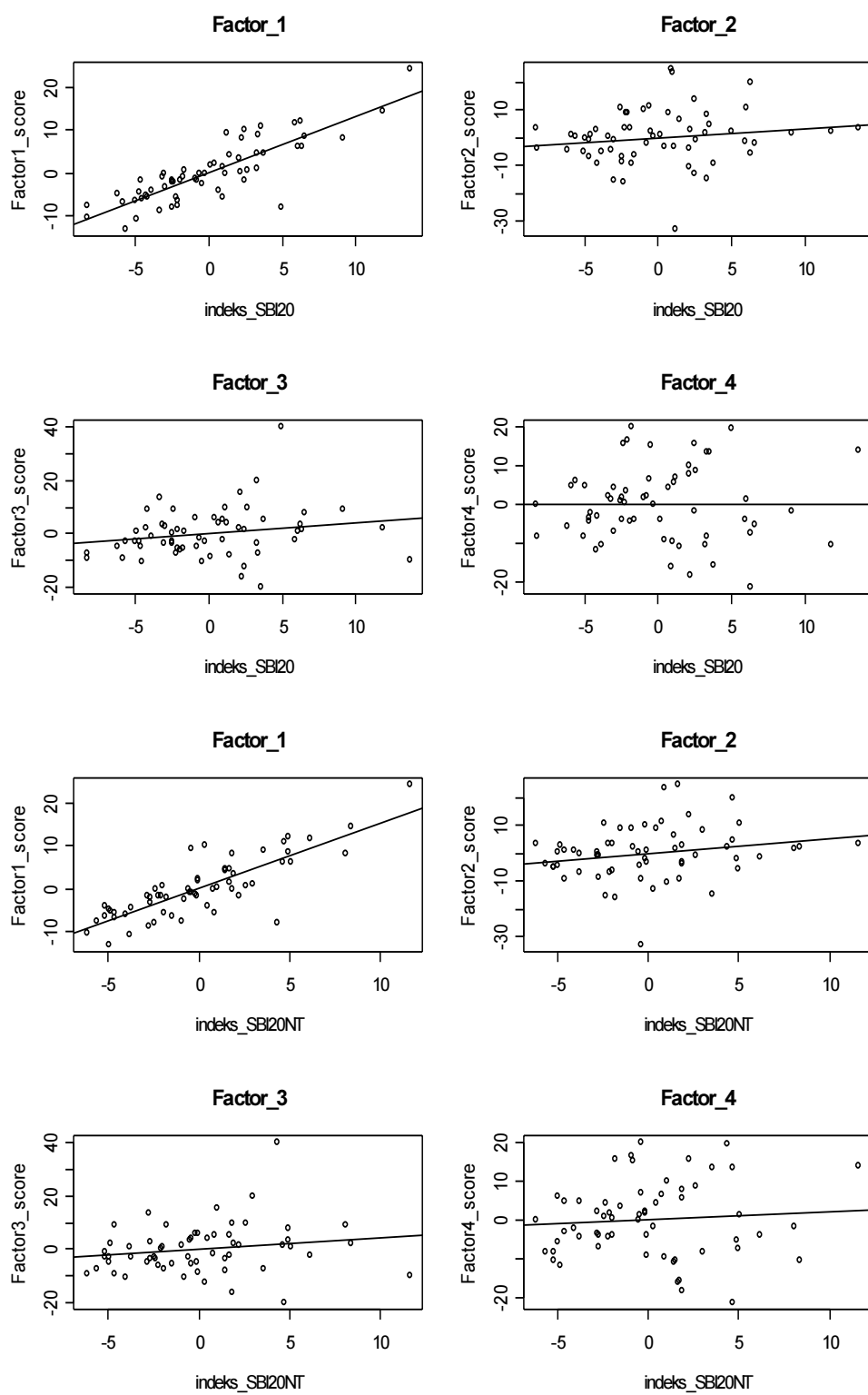
Tabela 4: Faktorske Uteži (W)

	Factor1	Factor2	Factor3	Factor4		Factor1	Factor2	Factor3	Factor4
AELG	0,418	0,399	0,222		AELG	0,009	0,129	0,041	-0,026
CETG	-0,135			0,491	CETG	-0,054	-0,005	0,035	0,242
CHZG	0,522			0,175	CHZG	0,064	-0,045	-0,045	0,055
CICG	0,402	0,203	0,252	0,193	CICG	0,011	0,018	0,074	0,066
COMG		0,645	0,212	-0,164	COMG	-0,071	0,365	0,039	-0,168
DRPG	0,607		-0,270	0,393	DRPG	0,130	-0,024	-0,293	0,263
EOKG	0,132	0,185	0,209		EOKG	-0,006	0,041	0,053	-0,034
ETOG	0,423		-0,223	0,459	ETOG	0,055	-0,030	-0,159	0,248
FRAG		0,333	0,422		FRAG	-0,063	0,096	0,165	0,038
GPG		0,243		0,256	GPG	-0,021	0,066	-0,017	0,088
GRVG	0,791	0,167	0,243		GRVG	0,198	-0,039	0,100	-0,127
GSBG	0,229	-0,220		0,347	GSBG	0,021	-0,130	0,043	0,161
GTKG		0,591	-0,117	0,367	GTKG	-0,090	0,340	-0,143	0,202
HDOG	0,568	0,261	0,206		HDOG	0,049	0,050	0,041	0,002
IEKG	0,577	0,142	0,300	0,104	IEKG	0,055	-0,028	0,112	0,019
ITBG	0,719		-0,215		ITBG	0,176	-0,029	-0,256	-0,007
KHKG	-0,108		0,130	0,419	KHKG	-0,042	-0,044	0,073	0,198
KOLR	0,563	0,338	0,143	0,219	KOLR	0,040	0,100	-0,001	0,080
KRKG	0,805	0,125	0,314		KRKG	0,244	-0,123	0,226	-0,165
LKPG	0,611	0,343	0,201		LKPG	0,070	0,121	0,024	-0,109
LSBG	0,155		0,335		LSBG	-0,003	-0,011	0,112	-0,027
MELR	0,665	-0,119	0,228	-0,117	MELR	0,140	-0,177	0,100	-0,128
MER	0,360	0,287	0,377	0,253	MER	-0,018	0,050	0,154	0,116
MISG	-0,208		0,583		MISG	-0,086	-0,059	0,332	0,084
MKOG	0,179	0,317	0,216	-0,137	MKOG	-0,006	0,096	0,047	-0,084
PETG	0,757	0,227			PETG	0,177	0,081	-0,183	-0,151
PIRG	0,199			0,384	PIRG	0,005	-0,038	-0,009	0,157
RARG	0,195	0,586		-0,158	RARG	-0,008	0,300	-0,120	-0,156
SALR	0,361		0,368	0,309	SALR	-0,001	-0,055	0,161	0,153
SKAG	0,152		0,485	0,121	SKAG	-0,015	-0,092	0,217	0,066
SLLG		0,320		0,144	SLLG	-0,026	0,096	-0,005	0,041
TCRG	0,331		0,225	0,277	TCRG	0,007	-0,033	0,075	0,111
TODG	0,164	0,389		0,316	TODG	-0,026	0,131	-0,046	0,120
TUBG	0,293	-0,214			TUBG	0,050	-0,091	-0,013	-0,009
ZMTG	0,211	0,214	0,236	0,385	ZMTG	-0,028	0,027	0,083	0,173

Vir: Lastni izračuni, 2004.

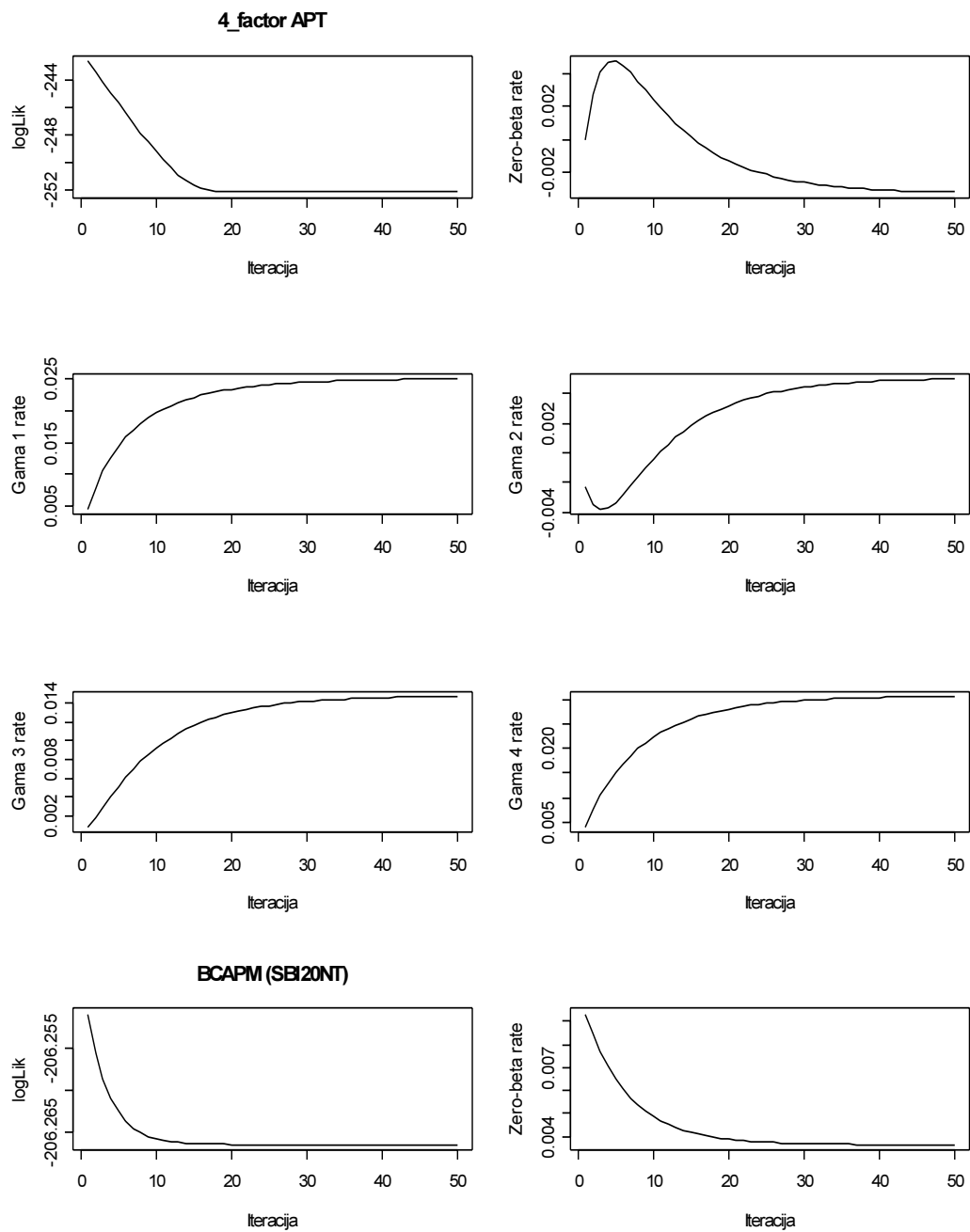
	Factor1	Factor2	Factor3	Factor4
SS loadings	6,142	2,556	2,119	2,028
Proportion Var	0,175	0,073	0,061	0,058
Cumulative Var	0,175	0,248	0,309	0,367

Analiza odvisnosti oblikovanih faktorjev in indeksa SBI20NT/SBI20.



Priloga 5

Iterativni postopek ocenjevanja parametrov štirifaktorskega APT modela donosnosti in BCAPM (SBI20NT).



Priloga 6

Ocene faktorskih občutljivosti obravnavanih modelov.

	APT model donosnosti				CAPM		BCAPM	
	Faktor1	Faktor2	Faktor3	Faktor4	SBI20	SBI20NT	SBI20	SBI20NT
AELG	0,323	0,229	0,140	0,067	0,526	0,637	0,520	0,639
CETG	-0,076	0,080	0,021	0,477	-0,004	0,084	-0,023	0,092
CHZG	0,642	0,055	0,017	0,181	0,898	1,101	0,898	1,108
CICG	0,402	0,161	0,207	0,151	0,621	0,771	0,613	0,779
COMG	0,027	0,780	0,268	-0,202	0,452	0,556	0,447	0,531
DRPG	0,627	0,146	-0,213	0,349	0,772	1,020	0,764	1,020
EOKG	0,099	0,130	0,144	-0,009	0,258	0,291	0,257	0,284
ETOG	0,299	0,072	-0,088	0,264	0,392	0,512	0,380	0,516
FRAG	-0,001	0,482	0,638	0,126	0,375	0,548	0,362	0,534
GPG	0,124	0,456	-0,058	0,421	0,305	0,442	0,294	0,435
GRVG	0,816	0,174	0,237	0,014	1,214	1,455	1,213	1,451
GSBG	0,199	-0,180	0,055	0,259	0,294	0,377	0,290	0,365
GTKG	0,067	0,362	-0,068	0,286	0,161	0,321	0,145	0,326
HDOG	0,601	0,245	0,186	0,123	0,898	1,105	0,887	1,109
IEKG	0,513	0,134	0,224	0,102	0,837	0,987	0,836	0,996
ITBG	0,925	0,137	-0,167	0,170	1,242	1,534	1,245	1,539
KHKG	-0,314	-0,012	0,201	1,000	-0,054	0,018	-0,068	0,032
KOLR	0,497	0,250	0,112	0,180	0,819	1,005	0,816	1,010
KRKG	0,692	0,117	0,252	-0,005	1,147	1,291	1,151	1,287
LKPG	0,546	0,240	0,154	0,019	0,884	1,012	0,880	1,012
LSBG	0,320	0,078	0,567	-0,155	0,465	0,524	0,462	0,531
MELR	0,782	-0,047	0,269	-0,055	1,096	1,261	1,095	1,274
MER	0,280	0,196	0,235	0,145	0,595	0,739	0,590	0,730
MISG	-0,112	0,006	0,440	0,062	-0,080	-0,092	-0,101	-0,089
MKOG	0,440	0,564	0,461	-0,152	0,667	0,678	0,652	0,683
PETG	0,639	0,181	0,013	0,015	0,926	1,074	0,922	1,066
PIRG	0,270	0,088	-0,041	0,449	0,428	0,537	0,418	0,539
RARG	0,273	0,700	-0,070	-0,131	0,530	0,733	0,521	0,710
SALR	0,455	0,145	0,298	0,295	0,733	0,969	0,717	0,981
SKAG	0,295	-0,122	0,998	0,077	0,745	0,884	0,737	0,873
SLLG	0,160	0,333	0,053	0,248	0,339	0,476	0,325	0,489
TCRG	0,274	0,089	0,119	0,167	0,428	0,576	0,417	0,580
TODG	0,274	0,524	-0,045	0,487	0,514	0,787	0,499	0,788
TUBG	0,644	-0,283	-0,015	0,005	0,573	0,680	0,562	0,689
ZMTG	0,228	0,216	0,185	0,298	0,500	0,723	0,490	0,716