

UNIVERZA V LJUBLJANI
EKONOMSKA FAKULTETA

DIPLOMSKO DELO

PRIMERNOST MARKOWITZEVEGA MODELA ZA IZBIRO
VZAJEMNIH SKLADOV V SLOVENIJI

Ljubljana, junij 2007

JAN ZUPANC

IZJAVA

Študent Jan Zupanc izjavljam, da sem avtor tega diplomskega dela, ki sem ga napisal pod mentorstvom dr. Dušana Mramorja, in dovoljujem objavo diplomskega dela na fakultetnih spletnih straneh.

V Ljubljani, dne _____

Podpis: _____

KAZALO

UVOD	1
1 KRATEK PREGLED RAZVOJA PREMOŽENJSKE TEORIJE	2
2 SODOBNA PREMOŽENJSKA TEORIJA	5
2.1 OSNOVNE ZNAČILNOSTI MPT.....	6
2.2 KRITIKE MARKOWITZEVEGA MODELA IN ODGOVORI NANJE.....	9
2.2.1 KRITIKA MATEMATIČNEGA PRISTOPA MARKOWITZEVEGA MODELA	9
2.2.2 KRITIKA UPORABLJENE MERE TVEGANJA IN PORAZDELITVE DONOSNOSTI.....	10
2.2.3 KRITIKA STATIČNOSTI MPT	13
3 REZULTATI EMPIRIČNIH TESTOV MPT	14
3.1 PREGLED LITERATURE O EMPIRIČNIH TESTIH MPT.....	14
3.2 TESTIRANJE MARKOWITZEVEGA MODELA NA TRGU VZAJEMNIH SKLADOV V SLOVENIJI.....	17
3.3 NABOR PODATKOV	17
3.4 OSNOVNA ANALIZA PODATKOV.....	18
3.5 ISKANJE VZROKOV ZA SLABE REZULTATE MARKOWITZEVEGA MODELA.....	29
3.5.1 PRISTRANSKOST OCENJENE MNOŽICE UČINKOVITIH PREMOŽENJ	30
3.5.2 NEUSPEŠNA RAZPRŠITEV NALOŽB	32
SKLEP	37
LITERATURA	39
VIRI	42
PRILOGE	1

Uvod

Premoženjska teorija je v dvajsetem stoletju doživela zavidljiv razvoj. Iz enostavnih napotkov in pravil kako investirati je v drugi polovici 20. stoletja nastal skupek teorij, ki so skušale s pomočjo matematičnih orodij opisati investitorjevo dilemo pri izbiri optimalne strukture premoženja ter izračunati najboljšo alokacijo sredstev. Vsem tem teorijam, ki jih skupaj imenujemo sodobna premoženjska teorija (Modern Portfolio Theory, MPT), je skupno, da možne investicije opišejo s pripadajočim tveganjem ter pričakovano donosnostjo, proces investiranja pa opredelijo kot izbiro take strukture premoženja, ki ima za investitorja najbolj ugodno razmerje med donosnostjo ter tveganjem.

Razvoj sodobne premoženjske teorije se je pričel z Markowitzevim revolucionarnim člankom Portfolio Selection (1952), s katerim je Markowitz prvič podal temelje nove premoženjske teorije. Markowitz proces investiranja razdeli na dva koraka. V prvem koraku investitor izdela napoved prihodnje porazdelitve donosnosti vseh investicijskih možnosti, v drugem koraku pa na podlagi teh napovedi izbere optimalno kombinacijo naložb (Markowitz, 1952, str. 77). Kljub temu, da Markowitz že v uvodu svojega članka pove, da se s prvim korakom v tem članku ne namerava ukvarjati, tako v zaključku Markowitz (1952), kot tudi v Markowitz (1959) priporoča oceno prihodnjih porazdelitev donosnosti različnih naložb na podlagi preteklih porazdelitev¹.

Sodobna premoženjska teorija je povsem zaznamovala drugo polovico dvajsetega stoletja. Za svoje prispevke pri njenem razvoju je kar šest različnih avtorjev, med njimi leta 1990 tudi Markowitz, prejelo Nobelovo nagrado. Ti in drugi avtorji so Markowitzev proces investiranja dopolnili s številnimi teoretičnimi predpostavkami ter izpeljavami, s katerimi je sodobna premoženjska teorija poleg investicijskega modela postala tudi ravnotežna teorija. Kljub osrednji vlogi, ki jo je MPT imela vse od šestdesetih let 20. stoletja tako v krogu akademikov kot tudi praktikov, pa so številne študije zlasti v zadnjih 20-ih letih to teorijo močno omajale. Empirične študije številnih predpostavk sodobne premoženjske teorije so pokazale, da je veljavnost teh nemalokrat pogojena z izbiro časovnega okvira podatkov, borze ali načina testiranja hipoteze². Ravno tako so nekatere študije investicijskih modelov, ki predstavljajo konkretne izpeljave sodobne premoženjske teorije, pokazale, da dajo te mešane ali celo slabe rezultate³.

V želji po ločitvi zrnja od pleva se v diplomski nalogi vračam h koreninam sodobne premoženjske teorije. Osredotočil se bom na Markowitzev model investiranja, opisan v

¹ Kasnejši avtorji, npr. Clark (1993), Ogorevc (2004), Devjak (2004) in Kierkegaard, Lejon in Persson (2006) so se priporočila večinoma nekritično držali.

² Glej npr. Fama, French (1992).

³ Glej npr. Kierkegaard, Lejon in Persson (2006).

Markowitz (1952), s katerim se je vse skupaj začelo. Markowitzev model je normativen investicijski model, zaradi česar njegove veljavnosti ne bom presojal na podlagi njegovih teoretičnih izhodišč (izpolnjenost teoretičnih predpostavk, ki so jih k temu modelu kasneje dodali drugi avtorji), temveč na podlagi rezultatov tega modela pri izbiri optimalnega premoženja.

V diplomski nalogi bom preveril, če je Markowitzev model primerna strategija pri izbiri optimalne strukture vzajemnih skladov, ki se tržijo v Sloveniji. Ocenil bom, če ta model zadovoljivo oceni tveganje in donosnost učinkovitih premoženj (prvi korak investiranja) ter če se v praksi odreže boljše kot naivna strategija investiranja⁴ (drugi korak investiranja).

Jedro diplomske naloge je sestavljeno iz dveh poglavij. V prvem poglavju so na kratko predstavljena teoretična izhodišča Markowitzevega modela, opisane glavne teoretične kritike Markowitzevega modela s strani različnih avtorjev in povzeti odgovori nanje s strani zagovornikov modela.

Drugo poglavju je vsebinsko obsežnejše in posvečeno pregledu obstoječih empiričnih testiranj MPT. V nadaljevanju je prikazana uporaba Markowitzevega modela za optimizacijo premoženja, sestavljenega iz domačih vzajemnih skladov, s preverjanjem primernosti modela v praksi. Na koncu sledi le še sklep.

1 Kratek pregled razvoja premoženjske teorije

Organizirano trgovanje z vrednostnimi papirji je staro že vsaj 300 let. Tako je znano, da je leta 1698 angleški trgovec John Castaing izdal seznam delnic in cen dobrin z imenom *The Course of the Exchange and other things*, ki predstavlja začetek organiziranega trgovanja s tržnimi vrednostnimi papirji v Londonu. Kljub temu je minilo še dobrih 100 let do pojave prve formalno regulirane borze vrednostnih papirjev in 200 let do začetka uporabe matematike pri investiranju.

Za pionirja matematičnih financ se šteje Louis Bachelier, ki je kot prvi v finance vpeljal pojem naključnega sprehoda ter Brownovega gibanja (*random walk in Brownian motion*) (Bachelier, 1900). Slabih 10 let kasneje je pobudo na tem področju prevzel ameriški neoklasični ekonomist Irving Fisher, ki je s pomočjo matematičnih orodij preučeval učinke razpršitve naložb v času in kot prvi opredelil tveganje z varianco donosnosti (Fisher, 1906).

Kljub temu, da so bili pozitivni učinki razpršitve, ki tvorijo jedro sodobne premoženjske teorije, znani že vrsto let pred začetkom dvajsetega stoletja, tako recimo Bernulli (1754)

⁴ Z naivno strategijo mislim strategijo, kjer investitor izbere tiste naložbe, ki so bile v preteklem obdobju najmanj tvegane ali pa najbolj donosne.

navaja: "... it is advisable to divide goods which are exposed to some small danger into several portions rather than to risk them all together...", pa večina avtorjev prave vloge razpršitve ni poznala. Znana je npr. ugotovitev Johna Burra Williamsa, utemeljitelja notranje vrednosti delnic, da nakup večjega števila vrednostnih papirjev odstrani prav vse tveganje (Burr, 1937).

Poleg naivnega razumevanja razpršitve je bilo za prvo polovico 20. stoletja značilno, da so se investitorji osredotočali na individualne lastnosti vrednostnih papirjev in ne lastnosti celotnega premoženja. V želji po zmanjševanju tveganja so investitorji premoženje predhodno razdelili na več enot, ki so jih nalagali neodvisno drugo od druge. Na ta način je celotno premoženje nastalo s kopičenjem posameznih naložb brez poznavanja njihovih medsebojnih korelacij (Markowitz, 1999). Za to obdobje je bilo značilno tudi, da se je borze večinoma držal negativen prizvok. Tako je recimo J. M. Keynes, ki velja za enega največjih ekonomistov in eno največjih intelektualnih avtoritet dvajsetega stoletja, borzo primerjal z lepotnim tekmovanjem ter igrami na srečo (Keynes, 1957).

Pravi razcvet je premoženjska teorija doživela na začetku druge polovice dvajsetega stoletja. Leta 1952 je H. Markowitz objavil članek Portfolio Selection, ki je postal osnova sodobne premoženjske teorije, ter začrtal pot razvoja premoženjske teorije vse do danes.

Za razliko od predhodnih avtorjev Markowitz optimizacijo premoženja ne opredeli kot iskanje najboljših posameznih investicijskih priložnosti, temveč kot iskanje najboljšega nabora investicijskih možnosti. Markowitz svetuje, da investitor poišče tako kombinacijo vrednostnih papirjev, ki tako zaradi svojih individualnih lastnosti (tveganja in donosnosti) kot tudi zaradi korelacij z drugimi vrednostnimi papirji investitorju prinašajo čim večjo donosnost ob danem tveganju ali čim nižje tveganje ob dani donosnosti. Problem optimizacije premoženja Markowitz opiše kot reševanje vezanega ekstrema funkcije (Markowitz, 1959).

Markowitz pravzaprav ni odkril veliko novega. Ogromna vrednost njegovega dela leži v tem, da je kot prvi že znane ideje optimizacije premoženja strnil ter zapisal v matematičnem jeziku, hkrati pa je poudarek pri investiranju iz lastnosti posameznih naložb prenesel na lastnosti vsega premoženja (Markowitz, 2002, str. 4). Neodvisno od Markowitza je sočasno na podobno idejo prišel tudi Roy (1952), za katerega Markowitz (1999) pravi: "On the basis of Markowitz 1952, I am often called the father of modern portfolio theory, but Roy can claim an equal share of this honour".

Vendar pa Markowitzev model v 60. in 70. letih v praksi ni bil uporaben, saj je bil za tedanjo stopnjo računalniškega razvoja računsko prezahteven. V začetku 60. let je tako nastalo več modelov, ki so poskušali Markowitzev model poenostaviti ter zmanjšati število potrebnih računskih operacij. Eden od najpomembnejših poskusov je model določanja cen dolgoročnih naložb (Capital Asset Pricing Model, CAPM) (Sharpe, 1964), ki je zaradi svoje preprostosti in

intuitivnosti ostal najbolj pogosto uporabljen (in zlorabljen) model premoženjske teorije vse do danes, hkrati pa se še vedno pojavlja kot učbeniški primer v mnogih učbenikih in knjigah. Roll (1997) je med drugim o modelu CAPM zapisal: "It is taught because it is the simplest form of a theory that gives a relation between risk and return – not because it is correct".

Sedemdeseta leta so bila za premoženjsko teorijo zelo plodna, saj je prišlo do mnogih razširitev starih in izpeljav novih modelov. Pospešen napredek na področju investiranja je bil povezan z razvojem dinamičnega programiranja v tem času. Tako so LeRoy (1973), A. Rubinstein (1976) in R. E. Lucas (1978) naredili pomemben preskok v obravnavi optimalnega premoženja pri več obdobjem investiranju (do tedaj so modeli temeljili zgolj na optimiranju premoženja za eno samo obdobje brez možnosti reinvestiranja), že nekoliko pred tem pa je Merton (1969) pričel z obravnavo investitorja, ki lahko premoženje spremeni v vsakem trenutku. V tem času sta Black in Scholes (1973) osnovala temelj sodobne teorije vrednotenja opcij, ki pa pri premoženjski teoriji nima neposredne interpretacije.

V sedemdesetih letih so postale podatkovne zbirke o vrednostnih papirjih (recimo Compustat) širše dostopne, kar je sprožilo nastanek množice novih teorij na podlagi rudarjenja podatkov (data mining). Ti modeli so predstavljali alternativo MPT in pogosto tudi njeno neposredno kritiko (recimo trifaktorski model, Fama, French, 1993) in jih s skupnim imenom imenujemo faktorski ali indeksni modeli premoženjske teorije. V tem času je nastala tudi teorija cenovne arbitraže APT (Arbitrage Pricing Theory) (Ross, 1976), za katero so nekateri avtorji še desetletje nazaj verjeli, da bo sčasoma prevzela vlogo osrednje premoženjske teorije.

Zadnji dve desetletji premoženjski teoriji nista prinesli veliko novega. Na podlagi večje dostopnosti obsežnih podatkovnih zbirk se je nadaljevalo empirično testiranje različnih oblik faktorskih modelov, katerih veljavnost je bila velikokrat omejena zgolj na določeno borzo v določenem obdobju⁵. V istem času se je nadaljevalo krpanje lukenj MPT z vpeljavo kopice dopolnil ter sprememb (nove mere tveganja⁶, predpostavke o različnih oblikah porazdelitve⁷, uporaba analize šuma⁸ itd.), s čimer je ta teorija izgubila večino svoje privlačnosti. V praksi se je še naprej najpogosteje uporabljal model CAPM.

V prihodnjih letih in desetletjih je možnih več različnih smeri razvoja premoženjske teorije. Po eni strani lahko z razvojem novih analitičnih in numeričnih metod za reševanje parcialnih stohastičnih diferencialnih enačb pričakujemo večji razmah modelov v zveznem času, po

⁵ Black in Fisher (1993) navajata: "We have literally thousands of researchers looking for profit opportunities in securities. They all look at roughly the same data. Once in a while, just by chance, a strategy will seem to have worked consistently in the past. The researcher who finds it writes it up, and we have a new theory. But it generally vanishes as soon as it is discovered".

⁶ Glej npr. Engels (2004), Tasche (2000) ali Hürlimann (2001).

⁷ Za pregled nekaterih teoretičnih porazdelitev ter testiranje empiričnih porazdelitev glej npr. Grahek (2004).

⁸ Npr. Laloux, Cizeau, Potters (1999), Pafka, Kondor (2003) ali Bai, Liu, Wong (2006).

drugi strani pa je moč pričakovati razvoj novih mer tveganja, ki bodo bolje opisale dejanska tveganja pri investiranju. Z razvojem novih cenilk tveganja (npr. Steinove cenilke, Michaud, 2006) bo lahko konzervativni investitor še bolj natančno omejil tveganje, ki ga je pripravljen sprejeti, s čimer se bo krog uporabnikov takih teorij razširil tudi na najbolj konzervativne investitorje.

Verjetno najbolj obetavna smer prihodnjega razvoja premoženjske teorije leži v vključitvi različnih zunanjih dejavnikov (npr. kazalniki poslovanja podjetja) v Markowitzev model investiranja. Taka vključitev bi lahko bistveno pripomogla k razširitvi nabora uporabnikov. S prepoznavanjem posameznih investicijskih priložnosti, ki ne temeljijo na historičnih lastnostih cen vrednostnih papirjev (recimo prepoznavanje podcenjenih vrednostnih papirjev), bi tak pristop omogočil doseganje višje donosnosti, kot jo ob danem tveganju Markowitzev model sploh predvideva, zaradi česar bi bil model primeren tudi za agresivnejše investitorje.

Zlasti v zadnjih letih se je razvil povsem nov pristop k obravnavanju problematike investiranja, ki zavrača večino predpostavk MPT ter skuša pojasniti posameznikovo obnašanje na finančnih trgih z vidika psihologije. Ta smer se imenuje vedenjske finance⁹ in v prihodnjih letih veliko obeta. Vedenjske finance in druge alternativne teorije že odpirajo možnost, da se bo osnovna paradigma investiranja, ki že več kot pol stoletja temelji na iskanju najboljše kombinacije tveganja in donosnosti, podrla in jo bo nadomestila nova.

Zdi se, da smo na robu razvoja nove finančne teorije. Prehod na novo teorijo verjetno ne bo postopen, temveč revolucionaren, nova teorija pa bo verjetno veliko bližji stvarnosti in praktičnosti (Mramor, Lončarski, 2002, str. 2).

V nadaljevanju sta na kratko opisani osnovna paradigma sodobne premoženjske teorije ter njene glavne kritike.

2 Sodobna premoženjska teorija

Leta 14 pr.n.št. je rimski cesar Gaius Julius Caesar Octavianus dejal: "I found Rome a city of brick and left it a city of marble". Podobno bi se lahko Markowitz pohvalil, da je našel področje financ preplavljeno z nenatančnostjo opisnega jezika ter ga zapustil zapisanega z znanstveno natančnostjo, značilno le za matematiko (Rubinstein, 2002, str. 4).

Kljub temu, da je Markowitzev model v preteklem stoletju pridobil osrednjo vlogo v investicijski teoriji, v praksi ni nikoli zares zaživel (Markowitz, 2002). Pri oblikovanju sodobne premoženjske teorije je sodelovalo veliko število avtorjev, ki so iz posameznih zornih kotov teorijo širili ter dopolnjevali. Nekateri avtorji (npr. Clark Francis, 1993) zato

⁹ Opis vedenjskih financ je moč najti v Pavšič (2003).

ločujejo med MPT kot splošno premoženjsko teorijo, ki razlaga, kako racionalen investitor na podlagi pričakovane donosnosti ter spremljajočega tveganja naložbe oceni njeno vrednost ter izbere najboljšo strukturo premoženja (Wikipedia, 1.5.2007), ter Markowitzevim modelom, kot je opisan v Markowitz (1952). Kadar bo med MPT ter Markowitzevim modelom pomembna razlika, se bom razlikovanja v izrazih poslužil tudi sam.

V nadaljevanju si pogledjmo osnovne značilnosti Markowitzevega modela in MPT, njune kritike, zaradi katerih v praksi nista nikoli zares zaživela, ter odgovore na te kritike.

2.1 Osnovne značilnosti MPT

MPT sloni na iskanju take kombinacije vrednostnih papirjev (premoženja), ki pri dani pričakovani donosnosti prinaša čim manj tveganja (čim nižji standardni odklon donosnosti). Osrednjo vlogo MPT predstavlja Markowitzeva razpršitev, ki je analitičen postopek kombiniranja naložb z nepopolno korelacijo v želji po tvorjenju učinkovitih naložb (Clark Francis, 1993, str. 599). V nadaljevanju je na kratko povzeta izpeljava MPT po Capinski, Zastawniak (2004).

Investitor se v želji po zmanjševanju tveganja svojega premoženja poslužuje razpršitve naložb, ki ob prisotnosti nepopolnih korelacij med donosnostmi vrednostnih papirjev znižuje varianco premoženja:

$$\text{var}\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i p_i\right) = \sum_{i=1}^k \alpha_i^2 \text{var}(p_i) + 2\alpha_i \alpha_j \sum_{i<j, j=2}^k \text{cov}(p_i, p_j), \quad (1)$$

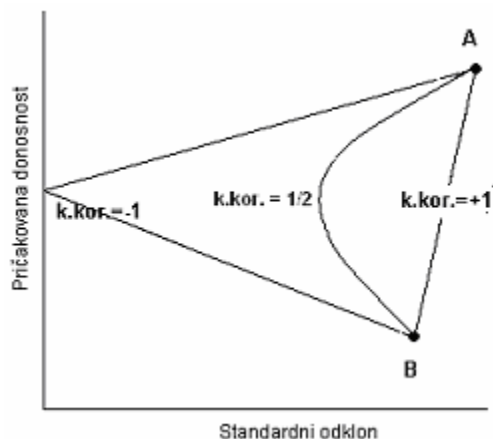
kjer je p_i časovna serija donosnosti i -tega vrednostnega papirja, α_i delež i -tega vrednostnega papirja v premoženju in k število vrednostnih papirjev.

Iz enačbe (1) je razvidno, da je varianca premoženja odvisna tako od variance vseh vrednostnih papirjev kot tudi od kovariance med njimi. Ob danih variancah nam tako kovariance določajo tveganje celotnega premoženja. V kolikor je korelacija med vrednostnimi papirji popolna (količnik korelacije +1 ali -1), se desna stran enačbe (1) spremeni v popoln kvadrat, s čimer postane tveganje (standardni odklon donosnosti) premoženja linearna funkcija deležev posameznih papirjev v premoženju. V vseh vmesnih primerih, ko znaša količnik korelacije med -1 in +1, je standardni odklon kombinacije papirjev med standardnim odklonom v primeru popolne pozitivne in popolne negativne korelacije. Ob poznavanju dejstva, da je donosnost premoženja linearno odvisna od deležev posameznih naložb v njem:

$$E\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i p_i\right) = \sum_{i=1}^k \alpha_i E(p_i), \quad (2)$$

lahko zgornje ugotovitve o povezavi med tveganjem in donosnostjo premoženja za različne koeficiente korelacije v primeru dveh vrednostnih papirjev prikažemo grafično.

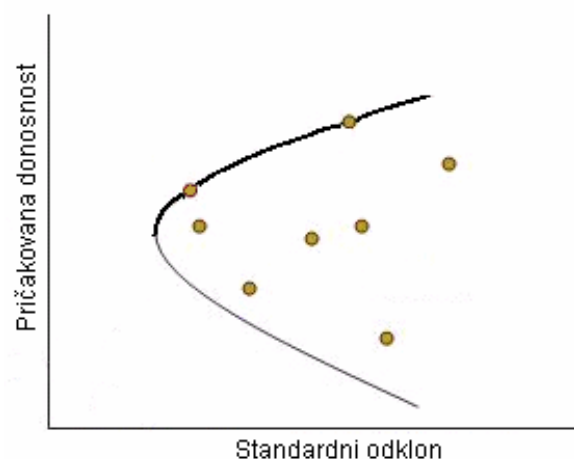
Slika 1: Premoženje, sestavljeno iz kombinacije dveh vrednostnih papirjev ob različnih koeficientih korelacije



Vir: Capinski, Zastawniak, 2004, str. 105.

Z dodajanjem novih vrednostnih papirjev se vse opisane lastnosti premoženja ne spremenijo. Če na graf narišemo vse vrednostne papirje ter vse možne kombinacije teh, dobimo množico vseh dosegljivih premoženj (attainable portfolios set). Ta množica je konveksna in se po njenem avtorju imenuje Markowitzeva krogla (Markowitz bullet). Na Sliki 2 je Markowitzeva krogla področje desno od narisane krivulje, ki predstavlja meje te množice.

Slika 2: Markowitzeva krogla v primeru večjega števila vrednostnih papirjev



Vir: Capinski, Zastawniak, 2004, str. 113.

V nadaljevanju investitor postopa v dveh korakih. V prvem koraku nabor dosegljivih premoženj močno skrči. Kot je razvidno iz Slike 2, različne naložbe prinašajo različno stopnjo tveganja in donosnosti. Smiselno je, da investitor, ki je nenaklonjen tveganju, ob dani

donosnosti premoženja skuša sprejeti čim manj tveganja. Za investitorja so tako smiselna samo tista dosegljiva premoženja, ki tvorijo mejo Markowitzeve krogle, pa še to le nekatera. Ker investitorji ob danem tveganju želijo tudi čim višjo donosnost, del meje Markowitzeve krogle, ki na Sliki 2 (na str. 7) ni odebeljen, zanje ravno tako ni smiseln. Za investitorja je tako smiseln zgolj tisti del meje Markowitzeve krogle, ki je na Sliki 2 (na str. 7) odebeljen. To množico Markowitz poimenuje množica učinkovitih premoženj (efficient portfolios set).

Prvi korak močno skrči nabor možnih optimalnih premoženj in je enak za vse investitorje, ki so nenaklonjeni tveganju. Analitično se lahko problem iskanja učinkovitih premoženj opiše kot iskanje vezanega ekstrema funkcije standardnega odklona $\sigma_{\min,E}$ v odvisnosti od zahtevane pričakovane donosnosti E :

$$\sigma_{\min,E} = \min_{\alpha_i} (\sigma_p), \quad \text{kjer velja}$$

$$\sigma_p = \sqrt{\text{var}\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i p_i\right)}, \quad \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \quad \text{in} \quad E\left(\sum_{i=1}^k \alpha_i p_i\right) = E. \quad (3)$$

V drugem koraku investitor s pomočjo izbora krivulje koristnosti poišče optimalno premoženje:

$$\pi_{opt} = U_{\max} \cap \sigma_{\min,E},$$

kjer je π_{opt} optimalno premoženje ter U_{\max} najvišje ležeča indiferenčna krivulja, ki še seka množico učinkovitih premoženj.

Ker v enačbi (3) kot vhodni parameter nastopa variančno kovariančna matrika donosnosti vseh vrednostnih papirjev, ki je že v primeru nekaj 100 vrednostnih papirjev sestavljena iz nekaj deset tisoč kovarianc, je sam postopek optimizacije v praksi brez uporabe računalnikov časovno zelo potraten. Markowitz (1959) ponudi postopek zaporednega iskanja učinkovitih premoženj, ki ga imenuje algoritem kritičnih črt (Critical line algorithm), ki pa je še vedno prezamuden za ročno izračunavanje.

Ta ovira je botrovala počasnejšemu prehodu opisanega modela v prakso ter razvoju mnogih okrnjenih različic tega splošnega modela. Z razvojem hitrih računalnikov pa je zgoraj zapisana kvadratična optimizacija (3) postala povsem nezahtevna. Z (mojim) povprečnim namiznim računalnikom tako ob 225 različnih vrednostnih papirjih ter časovnimi serijami podatkov preko 12 let (približno 4500 dni) rešitev optimizacije za dvajset različnih zahtevanih pričakovanih donosnosti, ki povsem zadovoljivo določajo obliko celotne množice učinkovitih premoženj, traja manj kot 20 sekund.

2.2 Kritike Markowitzevega modela in odgovori nanje

Kljub veliki vlogi, ki si jo je Markowitzev model pridobil v prvih desetletjih svojega obstoja, so številni avtorji od vsega začetka izpostavljali njegove skrite pasti. Kritike so letele tako na dejstvo, da skuša ta tveganje oštevilčiti, na načina izračunavanja pričakovane donosnosti in tveganja ter opis porazdelitve donosnosti, kot tudi na neupoštevanje možnosti rebalansiranja premoženja. Kritike, ki jih bom opisal v tem podpoglavju, so konceptualne ter se nanašajo na Markowitzev model in ne MPT. V naslednjem poglavju pa bom opisal nekatere kritike, ki skušajo s pomočjo empiričnih študij skupaj z Markowitzevim modelom zavreči tudi MPT.

2.2.1 Kritika matematičnega pristopa Markowitzevega modela

Pristop Markowitzevega modela k optimizaciji premoženja je povsem matematičen. Tak pristop zahteva, da je mogoče karakteristike različnih naložb opisati številsko. Markowitz sam predlaga, da se tveganje premoženja opiše s standardnim odklonom pretekle donosnosti, pričakovano donosnost pa s povprečno preteklo donosnostjo. Takšen pristop je bil deležen dveh kritik.

Prva kritika se nanaša na dejstvo, da je tveganje sploh moč oštevilčiti. Warren Buffett, ena izmed osrednjih ikon v svetu investitorjev in drugi najbogatejši Zemljan, zatrjuje, da je tveganje vedno povezano z nepoznavanjem situacije, zato ga je nemogoče številsko opisati. Sam je zagovornik alternativne teorije, tako imenovane Graham & Doddove šole, ki svetuje, da investitor iz nabora vseh možnih naložb na podlagi analize poslovanja podjetja izbere take, katerih notranja vrednost čim bolj presega tržno vrednost (Buffett, 1984). Ker izbor velikega števila investicij zgolj zmanjša pozornost investitorja na posamezno naložbo, se tveganje premoženja namesto z razpršitvijo omejuje s prilagoditvijo horizonta investiranja ter zahtevane podcenjenosti vrednostnega papirja, da se ta še uvrsti v premoženje. S tem se prva kritika naslanja na Keynesa (1957), ki navaja: "It is a mistake to think one limits one's risk by spreading too much between enterprises about which one knows little and has no reason for special confidence.... One's knowledge and experience are definitely limited and there are seldom more than two or three enterprises at any given time in which I personally feel myself entitled to put full confidence."

Zagovorniki Markowitzevega modela so večinoma odgovarjali, da tveganje posamezne naložbe res težko oštevilčimo, vendar pa standardni odklon donosnosti povsem zadovoljivo opisuje tveganje skupin vrednostnih papirjev. Nestanovitnost donosnosti naj bi zagotovo zajemala vsaj del investitorjevega tveganja, če že ne tveganja v celoti. Hkrati so številne študije v osemdesetih letih dokazovale, da imajo delnice majhnih podjetij značilno večjo nestanovitnost donosnosti kot delnice velikih podjetij, in te večjo kot npr. obveznice (npr. McGrattan, 1995), kar naj bi omogočalo praktično uporabo nestanovitnosti donosnosti kot mere tveganja.

Tveganje je v nekaterih primerih potrebno ovrednotiti tudi zaradi zahtev regulatornih organov. Še zlasti v teh primerih je investitorjev nabor možnih investicij pogojen z naborom inštrumentov, katerih tveganje je moč ovrednotiti.

Druga kritika matematičnega pristopa Markowitzevega modela se nanaša na naivno predpostavko, da je prihodnja porazdelitev donosnosti enaka pretekli porazdelitvi. Markowitz sam je to pomanjkljivost izpostavil ter dejal, da bo prihodnji razvoj verjetno pripomogel k boljšim načinom ocenjevanja prihodnje porazdelitve donosnosti vrednostnih papirjev (Markowitz, 1952, str. 16).

Kljub veliki vlogi, ki naj bi jo ta kritika po mnenju nekaterih avtorjev¹⁰ imela pri neuspešnem prehodu Markowitzevega modela v prakso, je bilo v preteklosti malo poskusov izoblikovanja primernejših cenilk prihodnje porazdelitve donosnosti. Znana poskusa sta uporaba Steinovih cenilk (Michaud, 2006) ali bootstrap nastavka (Bai, Liu, Wong, 2006) za oceno prihodnje donosnosti in uporaba samovzorčne učinkovitosti (resampled efficiency) (Michaud, 2006).

Različni kasnejši modeli so skušali oceno donosnosti in tveganja na podlagi historičnih podatkov dopolniti z uvajanjem novih (zunanjih) vplivov. Taki modeli pod skupnim imenom indeksni ali faktorski modeli pogosto privzamejo, da je donosnost pogojena z makroekonomskimi kazalniki (inflacija, brezposelnost, BDP itd.) (Haugen, 1990, str. 175-177). Kljub temu, da določene statistične povezave med makroekonomskimi kazalniki in dogajanjem na borznem trgu zagotovo obstajajo, se s tem pojavi nov problem napovedovanja makroekonomskih kazalnikov.

2.2.2 Kritika uporabljene mere tveganja in porazdelitve donosnosti

Markowitz ne izgublja veliko časa z opredelitvijo tveganja. Beseda tveganje (risk) se v njegovem članku ne pojavi niti enkrat. Markowitz že v prvem odstavku članka predpostavi, da je investitor naklonjen visoki donosnosti ter nenaklonjen njeni nestanovitnosti¹¹. Pri tem Markowitz implicitno privzame, da se donosnosti porazdeljujejo normalno.

Kljub temu, da je varianca kot mera tveganja povsem dominirala skoraj vsa finančna področja od sredine petdesetih let pa vse do konca osemdesetih oziroma začetka devetdesetih let, ko so ameriške banke v želji po temeljitejšem zajemu celotnega tveganja razvile naprednejše oblike mer tveganja (znan je recimo 4:15 report o dnevni izpostavljenosti tveganju banke JP Morgan), je veliko avtorjev že v fazi uvajanja variance kot mere tveganja izpostavilo nekatere velike pomanjkljivosti te mere.

¹⁰ Glej npr. Michaud (2006).

¹¹ Markowitz (1952, str. 1) navaja: "We next consider a rule that investor does (or should) consider expected return a desirable thing and variance of return an undesirable thing".

Tako so številni avtorji, npr. Clarkson in Brae (1989) ali Grahek (2004), že zelo zgodaj izpostavili, da varianca porazdelitve donosnosti enako obravnava tako negativne kot tudi pozitivne odklone od povprečne donosnosti.

Druga velika pomanjkljivost variance kot mere tveganja naj bi bila, da ta govori zgolj o povprečni razpršitvi donosnosti, ničesar pa nam ne pove o drugih momentih porazdelitve, kot je npr. prisotnost debelih repov.

Markowitz je na kritike o neustreznosti variance kot mere tveganja sam ponudil pet alternativnih mer tveganja (Markowitz, 1959), vendar pa je po preučitvi vseh mer zaključil, da je varianca kljub pomanjkljivostim najbolj ustrezna mera tveganja.

Druge odgovore na kritiko o neustreznosti variance kot mere tveganja lahko razdelimo v dve smeri.

Prva smer skuša varianco nadomestiti z drugimi merami tveganja, kot so tvegana vrednost (Value at Risk), pogojena tvegana vrednost (Conditional Value at Risk), semivarianca (semivariance) in druge. Te mere primarno skušajo pozornost investitorja pri ocenjevanju tveganja osredotočiti na posamezen del krivulje porazdelitve donosnosti (večinoma na njen levi rep). V nasprotju s tem so Artzner *et al* (1999) odvrnili pozornost s konkretne vrste mere tveganja ter se raje osredotočili na želene matematične lastnosti, ki naj bi jih te mere imele. Ta preobrat nekateri avtorji (npr. Dowd) štejejo za največji napredek v teoriji finančnega tveganja v zadnjem desetletju.

Druga smer odgovorov o neprimernosti variance zatrjuje, da je varianca kot mera tveganja povsem zadovoljiva, v kolikor zavržemo napačno predpostavko o normalni porazdelitvi donosnosti¹².

V želji po hkratnemu približanju stvarnosti in spoštovanju dogmatične vloge variance pri določanju tveganja je bilo definiranih več družin porazdelitev, ki so povsem določene s prvima dvema momentoma porazdelitve (povprečje in varianca), zaradi česar so bile te neposredno uporabne v Markowitzevem modelu. Ena izmed takih družin, ki je v praksi verjetno največkrat uporabljena, je družina eliptičnih porazdelitev (glej npr. Engels, 2004).

¹² Normalna ali tudi Gaussova porazdelitev je bila prvič omenjena v de Moivre (1711). De Moivre, ki velja za očeta centralnega limitnega teorema (CLT), je kasneje tako na CLT kot tudi na normalno porazdelitev pozabil. Porazdelitev je v uporabo prešla šele več kot pol stoletja kasneje z nemškim matematikom Carlom Friedrichom Gaussom, ki je normalno porazdelitev prvi uporabil v astronomiji. Po njem je normalna porazdelitev nesmrtno vlogo v statistiki ter mesto na nemškem bankovcu za 10 mark (skupaj z C.F. Gaussom) dobila ravno zaradi vloge, ki ji jo pripisuje že omenjeni CLT.

Kljub temu, da z družino eliptičnih porazdelitev, v katero sodi npr. Laplacova porazdelitev, z lahkoto opišemo tudi porazdelitve z debelimi repi, pa tudi ta način prinaša določene omejitve. Ena izmed omejitev je, da v splošnem porazdelitev seštevka dveh slučajnih spremenljivk z različnima generatorjema gostote (density generator) ni nujno eliptična. Pri iskanju eliptične porazdelitve, ki čim bolj točno posnema dejansko porazdelitev, smo tako nujno omejeni s predpostavko, da porazdelitve vseh vrednostnih papirjev pripadajo eliptični porazdelitvi z istim generatorjem gostote¹³.

Drugi poskus boljšega opisa porazdelitve donosnosti je prinesla teorija ekstremnih vrednosti (Extreme Value Theory, EVT), ki ob uporabi alternativnih mer tveganja, kot je npr. tvegana vrednost, daje boljše rezultate kot uporaba normalne porazdelitve¹⁴.

Kljub izboljššanemu opisu porazdelitve donosnosti bodisi s pomočjo EVT ali z uporabo eliptične porazdelitve donosnosti so nekatere kritike ostale. Pristop, pri katerem se gostoto porazdelitve donosnosti opiše parametrično, sam po sebi prinaša določene slabosti. Te slabosti so povezane z dejstvom, da mero korelacije med dvema spremenljivkama določa en sam parameter (kovarianca), za katero se običajno domneva, da ni odvisna od (prihodnjih) tržnih razmer, kot so recimo borzni zlomi. V nasprotju s tem so mnoge študije pokazale, da se v primerih občutnejših korekcij cen vrednostnih papirjev ali borznih zlomov korelacije med vrednostnimi papirji močno povečajo.

Slednja kritika je še zlasti pridobila na pomenu po propadu sklada LTCM (Long-Term Capital Management) leta 1998, ko je sklad zaradi sočasnega padca večjega števila domnevno nekoreliranih naložb v manj kot 4 mesecih zgubil kar 4,6 milijarde dolarjev premoženja (vrednost delnic sklada pred tem je bila ocenjena na 4,7 milijarde dolarjev). V primer se je posledično v strahu pred vsesplošnim kolapsom finančnega trga vmešal FED (Federal Reserve Board).

Kritiki parametriziranja porazdelitve donosnosti se lahko izognemo tako, da porazdelitev opišemo diskretno (s histogramom) ter porazdelitev kombinacije naložb ne izračunamo iz porazdelitve donosnosti posameznih naložb, temveč jo ponovno ocenimo iz pretekle porazdelitve donosnosti kombinacije naložb. Tak pristop, kjer se kot vhodne podatke v model namesto parametrov porazdelitve vnesemo kar celotno časovno serijo za vse vrednostne papirje, je časovno mnogo potratnejši ter ne omogoča uporabe analitičnih orodij za

¹³ Več o slučajnih spremenljivkah z eliptično porazdelitvijo je moč najti v Engels (2004).

¹⁴ Teoretične temelje EVT predstavlja Fisher-Tippetov izrek (Fisher, Tippett, 1928), ki pravi, da se ekstremne vrednosti neodvisnih in enako porazdeljenih slučajnih spremenljivk vedno porazdeljujejo v eni od treh oblik splošnih porazdelitev ekstremnih vrednosti (Generalized Extreme Value distribution). Fisher-Tippetov izrek ima za mero tveganja VaR podobno vlogo, kot jo ima centralni limitni izrek (CLT) za varianco: oba izreka nam ob nekaterih predpostavkah zagotavljata, da dolgoročno porazdelitev bodisi največjih izgub (v primeru EVT) ali celotne donosnosti poznamo vnaprej in je za vse vrednostne papirje enaka (Lindskog, 2004). Več o EVT v povezavi s tvegano vrednostjo je moč prebrati v Bekiros, Georgoutsos (2003) ali Brodin, Klüpperberg (1999).

optimizacijo, zato pa smo samo za ta način lahko prepričani, da dobro poznamo porazdelitve vseh kombinacij vrednostnih papirjev.

2.2.3 Kritika statičnosti MPT

Pred vsako optimizacijo premoženja je nujno potrebno določiti horizont investiranja. Naložbe, ki so na krajši rok zelo tvegane, so lahko dolgoročno izkažejo kot zelo stabilne. Campbell in Viceira (2002) sta pokazala, da so bile ameriške delnice v 20. stoletju kljub višji donosnosti pri investicijskem horizontu nad 30 let manj tvegane kot ameriške zakladne menice (Treasury bills), ki na splošno veljajo kot najbolj varna oblika naložbe denarja.

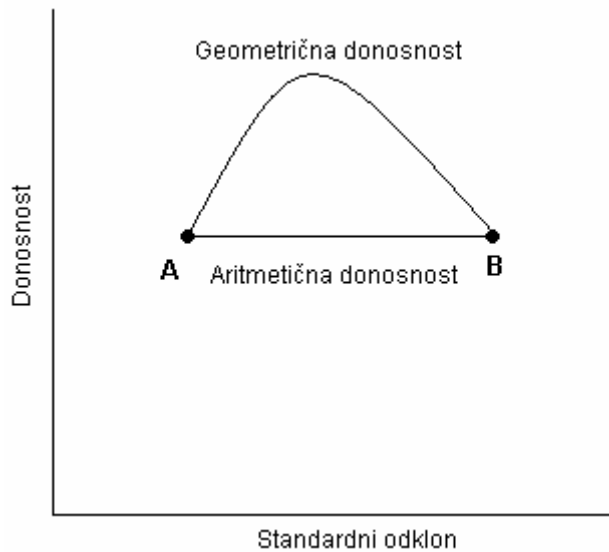
Markowitz se v svojih delih horizonta investiranja ne dotakne. Njegov osnovni model je statičen ter predvideva, da denar nalagamo za zgolj eno časovno enoto; to je tista enota, ki ustreza ocenjeni donosnosti in varianci (v kolikor želimo investirati za 1 mesec, moramo tudi donosnost in varianco oceniti na mesečni ravni). Model tako ne dopušča možnosti rebalansiranja premoženja, kar je v praksi velika pomanjkljivost (Michaud, 2006).

Markowitzev model je bil kasneje razširjen v več obdoben model z uporabo geometrične donosnosti (glej npr. Bernstein in Wilkinson, 1997). Kljub temu, da je taka razširitev iz teoretičnega vidika nujna, veliko avtorjev tudi v primeru več obdobjnega investiranja za oceno donosnosti celotnega premoženja naivno uporablja aritmetično sredino donosnosti posameznih naložb, saj ta v nasprotju z geometrično sredino omogoča uporabo hitrih analitičnih orodij za določitev optimalnega premoženja (medtem ko je aritmetična sredina donosnosti premoženja kar enaka tehtani sredini donosnosti komponent, je formula za geometrično sredino premoženja v odvisnosti od geometričnih sredin njegovih komponent zelo zapletena).

Bernstein ter Wilkinson (1997) sta pokazala, da takšna nekritična uporaba aritmetične sredine dolgoročno znatno preceni pričakovano donosnost optimalnega premoženja. Ista avtorja sta ponudila približek geometrične donosnosti z aritmetično donosnostjo, ki daje veliko boljše rezultate kot naivna uporaba aritmetične donosnosti, hkrati pa je računsko lahko obvladljiv.

Najbolj očitna razlika med več obdobjno in statično obliko MPT je v vlogi razpršitve. Če statična oblika MPT razpršitev zagovarja zgolj zaradi zmanjševanja tveganja, pa ta pri uporabi geometrične donosnosti hkrati tudi poveča samo donosnost: geometrična donosnost premoženja je namreč odvisna tudi od nestanovitnosti donosnosti. V kolikor imata dve naložbi enako aritmetično sredino donosnosti, hkrati pa je prva donosnost bolj nestanovitna, bo geometrična donosnost druge naložbe večja od prve. Ta lastnost se lepo odrazi v obliki Markowitzeve krogle, kot jo za primer z dvema vrednostnima papirjema prikazuje Slika 3 (na str. 14).

Slika 3: Markowitzeva krogla v primeru dveh vrednostnih papirjev ob uporabi geometrične in aritmetične sredine donosnosti



Vir: Bernstein, Wilkinson, 1998.

Poleg teh teoretičnih kritik, ki se nanašajo na osnovni Markowitzev model, so se v desetletjih po nastanku tega pojavile tudi številne empirične kritike na račun neizpoljenosti različnih predpostavk MPT. Večina predpostavk MPT si je pot v MPT utrla naknadno in niso del Markowitzevega modela, zato jih obravnavano v naslednjem poglavju.

3 Rezultati empiričnih testov MPT

Star latinski izrek pravi: "Teoria sine praxis, sicut rota sine axis" ali po domače: "Teorija brez prakse je kot voz brez akse". V predhodnem poglavju predstavljena teorija je lepa in intuitivna. Poglejmo, če se kot taka izkaže tudi v praksi.

3.1 Pregled literature o empiričnih testih MPT

V času, ko je Markowitz napisal revolucionaren članek (1952) ter knjigo (1959), pa tudi še v desetletju po tem, ko je nastal model CAPM, je bila informatizacija še v povojih (podatkovna zbirka Compustat v lasti Standard & Poor's, na kateri so temeljile številne kasnejše študije, je bila v zelo okrnjeni verziji vzpostavljena šele sredi 60. let). Podatki, ki so bili v šestdesetih in v začetku sedemdesetih let na voljo, so bili veliko preskromni, da bi bilo mogoče na njihovi podlagi potrditi ali ovreči kakršnokoli teorijo. V tistih časih je bilo zato za preživetje teorije bistveno, da je bila ta intuitivna. Obdobje empiričnega testiranja modelov se je začelo šele v poznih sedemdesetih letih, ko so podatki o preteklih cenah vrednostnih papirjev postali javno dostopni. V nadaljevanju bom je prikazan kronološki pregled različnih testiranj sodobne premoženjske teorije ali njenih posameznih vej, kot je to model CAPM. Večina testiranj se je

osredotočila na testiranje povezave med donosnostjo in tveganjem, zlasti v smislu koeficienta beta.

Eno prvih študij, ki je na podlagi analize večje količine podatkov skušala kritično oceniti teorijo CAPM, je naredil Basu (1977). Na podlagi podatkov med letom 1957 in 1971 je Basu pokazal, da so vrednostni papirji podjetij z nizkim multiplikatorjem čistega dobička (price - earnings ratio) statistično značilno donosnejši od takih z visokim. Razlika v donosnostih je bila prevelika, da bi jo lahko upravičili z razliko v pripadajočem tveganju (različen beta), hkrati pa je ponujal alternativno razlago za razlike v donosnosti (razlike niso posledica različnih bet, temveč različnih multiplikatorjev čistega dobička).

Banz (1981) je odkril, da je tudi velikost podjetja med leti 1936 do 1975 statistično značilno vplivala na donosnost njegovih delnic. Pojava ni mogoče v zadostni meri pojasniti samo z večjo nestanovitnosti cen delnic manjših podjetij. Rosenberg, Reid in Lanstein (1985) so ugotovili, da poleg velikosti podjetja in multiplikatorja čistega dobička na donosnost vrednostnih papirjev statistično značilno vpliva tudi količnik med knjigovodsko in tržno ceno (book to market ratio).

Mehra in Prescott (1985) ter kasneje Kocherlakota (1996) so pokazali, da sodobna premoženjska teorija ne razloži razlik med donosnostjo delnic in obveznic v dvajsetem stoletju v zadostni meri. Razlika v donosnosti med ameriškimi delnicami ter obveznicami, ki je v zadnjih 200 letih znašala 3,6%, je mnogo prevelika, da bi jo bilo moč razložiti z razliko v tveganju obeh skupin vrednostnih papirjev.

Poleg povezave med ekonomskimi kazalniki podjetij in njihovo donosnostjo so različni avtorji raziskovali tudi avtokorelacijske lastnosti časovnih serij donosnosti vrednostnih papirjev. DeBondt in Thaler (1985) ter kasneje Chopra, Lakonishok in Ritter (1992) pa tudi Morien (2007) so pokazali, da borzni zmagovalci po treh do petih letih postanejo poraženci (letom z visoko donosnostjo sledijo leta z nizko donosnostjo vrednostnih papirjev). V nasprotju z dolgoročnim spominom (long-term memory) so Jegadeesh (1990) ter kasneje Jegadeesh in Titman (1993) pokazali, da se kratkoročen moment donosnosti ohranja: delnice, ki so nekaj mesecev zapored izkazovale nadpovprečno rast, bodo podobno rast izkazovale tudi v prihodnjih mesecih.

Zgornje kritike so večinoma uperjene proti modelu CAPM, ki je zgolj ena izmed izpeljav MPT. Kierkegaard, Lejon in Persson (2006) so preverili, če se optimalna struktura premoženja, kot ga svetuje Markowitzev model ob uporabi Sharpovega kriterija¹⁵, odreže bolje kot borzni indeks. Avtorji so pokazali, da je bila absolutna donosnost takega premoženja na švedski borzi med leti 2001 in 2006 sicer večja od borznega indeksa, a je bila za tveganje

¹⁵ Sharpov kriterij iz množice učinkovitih premoženj izbere tistega, kjer se tangenta skozi netvegano premoženje dotakne množice učinkovitih premoženj.

prilagojena donosnost (risk adjusted return) celo nižja od borznega indeksa, kar zavrača Markowitzev model.

Številne kritike MPT so pokazale, da matematična orodja, ki se v okviru MPT uporabljajo za optimizacijo premoženja, pogosto dajejo preslabe rezultate. Galluccio, Bouchaud in Potters (1998), Laloux *et al* (2000) in Plerou, Gopikrishnan in Rosenow (1999) so pokazali, da variančno kovariančna matrika v običajnih razmerah vsebuje toliko šuma, da je razpršitev s pomočjo te matrike nekoristna. Pod določenimi pogoji sta Pafka in Kondor (2004) pokazala, da šum ne predstavlja resne ovire, v splošnem pa pripomore k podcenjevanju tveganja. Bernstein (1997) je pokazal, da uporaba aritmetične sredine donosnosti vrednostnih papirjev v kontekstu z več obdobjim investiranjem znatno precenjuje pričakovano več obdobjno donosnost optimalnega premoženja, Bai, Liu in Wong (2006) pa so tako empirično kot teoretično pokazali, da uporaba historične porazdelitve tudi pri uporabi MPT v eno obdobjnem okviru znatno preceni realizirano donosnost.

Vse omenjene kritike so močno načele zaupanje v sodobno premoženjsko teorijo tako s strani teoretikov kot tudi praktikov. Kljub temu sta sodobni premoženjski teoriji zadala smrtni udarec šele Fama in French. Fama in French (1992) sta pokazala, da na podlagi podatkov za ameriški borzni trg med leti 1963 in 1990 ni mogoče zaključiti, da bi imela podjetja z višjim količnikom beta tudi višjo donosnost vrednostnih papirjev. Fama je leta 1992 v intervjuju za New York Times dejal: "Beta as the sole variable in explaining returns on stocks ... is dead". Razliko v donosnosti je mogoče v celoti razložiti z velikostjo podjetja in multiplikatorjem čistega dobička (Fama, French, 1992).

Kritika omenjenih avtorjev je odmevala po svetu zlasti zaradi dejstva, da je bil ravno Fama v začetku 70. let eden glavnih zagovornikov teorije o učinkovitih trgih. Finančni svetovalec Travis Morien je članek Fama in Frencha (1992) komentiral kot: "This was like the Pope announcing that there is no God, anyone who knows what a central role Fama's early 1970s work on EMH and MPT played would appreciate that this was an astounding development", Tribune pa: "Some of its (op.: CAPM) best-known adherents have now become detractors".

V zadnjih 15-ih letih je bilo opravljenih tudi precej študij slovenskega trga kapitala. Deželan (1996, 2000) je na podlagi preučevanja avtokorelacijskih koeficientov indeksa SBI med leti 1994 in 1996 ter kasneje med leti 1994 ter 1997 ugotovila, da se cene vrednostnih papirjev ne porazdeljujejo naključno (imajo spomin). Po drugi strani Velkavrh (2002) na podlagi podatkov tridesetih slovenskih podjetij in indeksov med leti 1996 in 2000 ni uspela zavrniti hipoteze o šibki obliki učinkovitosti slovenskega trga kapitala.

Aver, Petrič in Zupančič (2000) so na podlagi razlike med premoženjem, sestavljenim iz vseh vrednostnih papirjev na trgu ter tržnim premoženjem (market portfolio), kot ga opredeli Tobin

(1958)¹⁶, sklenili, da slovenski trg kapitala ni učinkovit. Čadež, Jogan in Pustatičnik (2000) pa so na podlagi podatkov za 28 delnic na domači borzi med leti 1996 in 1999 pokazali, da med donosnostjo ter tveganjem slovenskih delnic ni statistično značilne pozitivne povezave, kar direktno zavrača model CAPM.

Kljub temu, da je večina omenjenih študij ovrгла tak ali drugačen vidik MPT, pa to še ne pomeni, da gre ta lahko v pozabo. Nestanovitnost donosnosti vrednostnega papirja še vedno ostaja nezaželena lastnost in predstavlja vsaj del tveganja, ki mu je investitor izpostavljen. Tudi pozitivnega učinka razpršitve naložb, ki je eden izmed podpornih stebrov MPT, nobena od teh kritik ni prizadela.

V nadaljevanju sledi analiza Markowitzevega modela na množici vzajemnih skladov, ki jih različni upravljalci tržijo v Sloveniji.

3.2 Testiranje Markowitzevega modela na trgu vzajemnih skladov v Sloveniji

Velika večina empiričnih študij sodobne premoženjske teorije se ni osredotočila na testiranje Markowitzevega modela, temveč je testirala posamezne izpeljane oblike ali predpostavke MPT (npr. model CAPM ali hipotezo o učinkovitem trgu kapitala). Edina študija, ki sem jo našel in je neposredno testirala uspešnost optimalnega premoženja kot ga določi Markowitz, je Kierkegaard, Lejon in Persson (2006), vendar upošteva kratek časovni horizont (5 let), hkrati pa se osredotoča zgolj na realizirane karakteristike enega samega učinkovitega premoženja in ne na množico učinkovitih premoženj kot celoto.

V nadaljevanju bom testiral Markowitzev model, to je MPT v njeni osnovni obliki, kot jo določa Markowitz (1952). Markowitzev model bom testiral v smislu njegovih rezultatov pri investiranju in ne njegove teoretične veljavnosti, s katero se Markowitz ni ukvarjal. Preveril bom, če je množica izračunanih učinkovitih premoženj v prihodnjem obdobju zares učinkovita ter kako dobro Markowitzev model napove donosnost in tveganje teh premoženj. Pri tem bom skušal biti bolj celovit kot Kierkegaard, Lejon in Persson (2006), zato bom testiral množico učinkovitih premoženj kot celoto.

3.3 Nabor podatkov

Ker je nabor likvidnih delnic na slovenski borzi omejen, hkrati pa je bilo v preteklosti že narejenih nekaj aplikacij Markowitzevega modela na delnice, ki kotirajo na Ljubljanski borzi

¹⁶ Tobin (1958) opredeli tržno premoženje kot tisto premoženje, v katerem se tangenta na množico dosegljivih premoženj s pozitivnim naklonom, ki gre skozi netvegano premoženje, dotika množice dosegljivih premoženj. Ker ima to premoženje najboljše razmerje med donosnostjo in tveganjem, naj bi ga imeli v lasti vsi investitorji, zaradi česar bi bile v tem premoženju prav vse obstoječe naložbe.

(npr. Devjak, 2004), se namesto na borzni trg osredotočimo raje na trg vzajemnih skladov, ki jih različni upravljavci tržijo v Sloveniji. Ta trg je za Markowitzev model verjetno primernejši tudi zaradi večje likvidnosti ter s tem povezane učinkovitosti teh kapitalskih trgov. Kot že omenjeno, Markowitzev model za razpršitev med posamezne delnice, ki imajo po možnosti visoko korelacijo, kot je to značilno za Ljubljansko borzo, verjetno ni primeren.

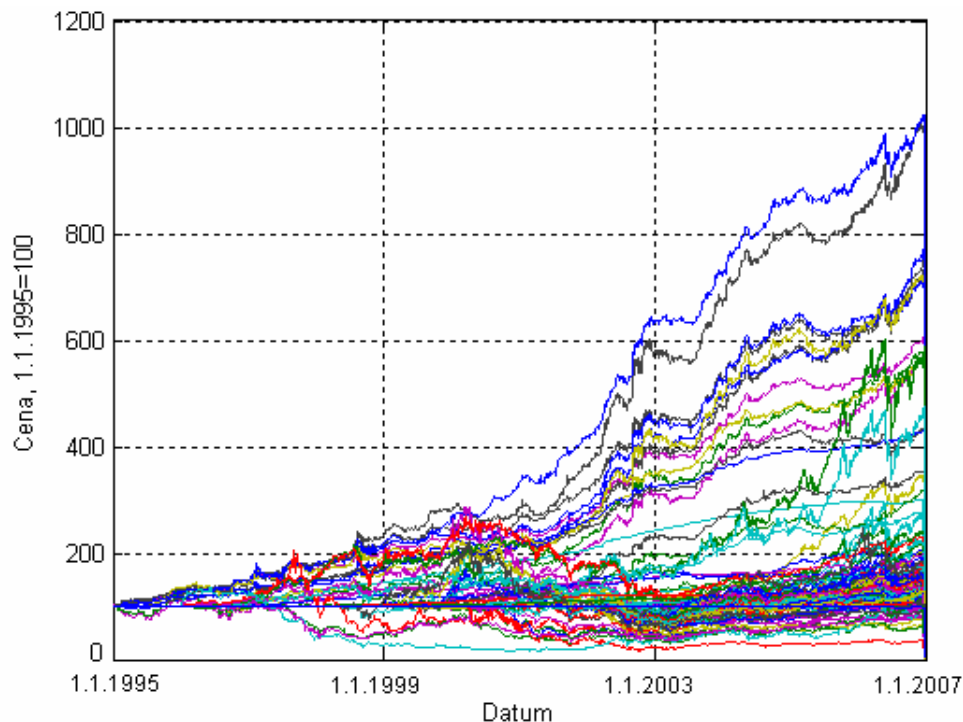
Vse podatke o VEP vzajemnih skladov sem zajel na spletni strani Finančne točke (www.financna-tocka.si). Upoštevana časovna serija podatkov zajema obdobje od 1.1.1995 do 1.1.2007, torej obdobje 12 let. Na dan 1.1.2007 obstaja 225 vzajemnih skladov, ki imajo pravico za trženje v Sloveniji. Kot vemo, se je število vzajemnih skladov, ki se tržijo v Sloveniji, močno povečalo šele v zadnjih letih. Zgolj 11 vzajemnih skladov v Sloveniji obstaja vse od leta 1995. Za 25 skladov so časovne serije dolge vsaj 10 let, za 77 skladov vsaj 5 let ter za 102 skladov vsaj tri leta (Finančna točka, 2007).

Ker je dolžina časovne serije ključna za kvalitetno oceno porazdelitve donosnosti vzajemnega sklada, sem iz nabora vseh vzajemnih skladov izločil tiste, katerih časovne serije so krajše od treh let. Preostane nam 102 skladov, iz katerih bom skušal oblikovati optimalno premoženje.

3.4 Osnovna analiza podatkov

Pred začetkom oblikovanja množice učinkovitih premoženj je smiselno preveriti, kako so se gibale vrednosti enote premoženja (VEP) posameznih skladov v opazovanem obdobju.

Slika 4: Gibanje VEP slovenskih vzajemnih skladov od 1.1.1995 do 1.1.2007

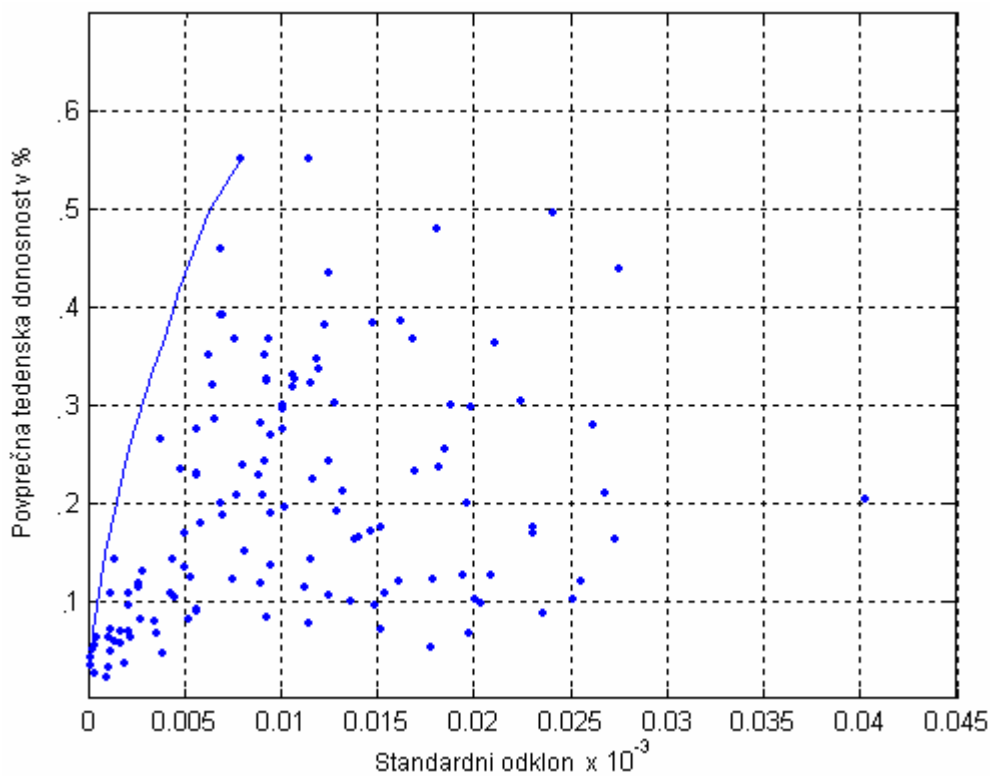


Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Slika 4 (na str. 18) prikazuje gibanje VEP vseh vzajemnih skladov v celotnem opazovanem obdobju¹⁷. Iz slike je razvidno, da imajo različni vzajemni skladi zelo različno donosnost in standardni odklon. Na dan 1.1.2007 ima sklad, katerega VEP je v opazovanem obdobju najbolj padla, vrednost 32, sklad z najvišjo rastjo VEP pa kar 1020.

Na podlagi celotne časovne serije zadnjih 12 let ter ob upoštevanju tedenskih donosnosti vzajemnih skladov izgleda množica učinkovitih premoženj tako, kot prikazuje Slika 5.

Slika 5: Množica učinkovitih premoženj na podlagi tedenskih donosnosti slovenskih vzajemnih skladov med 1.1.1995 in 1.1.2007



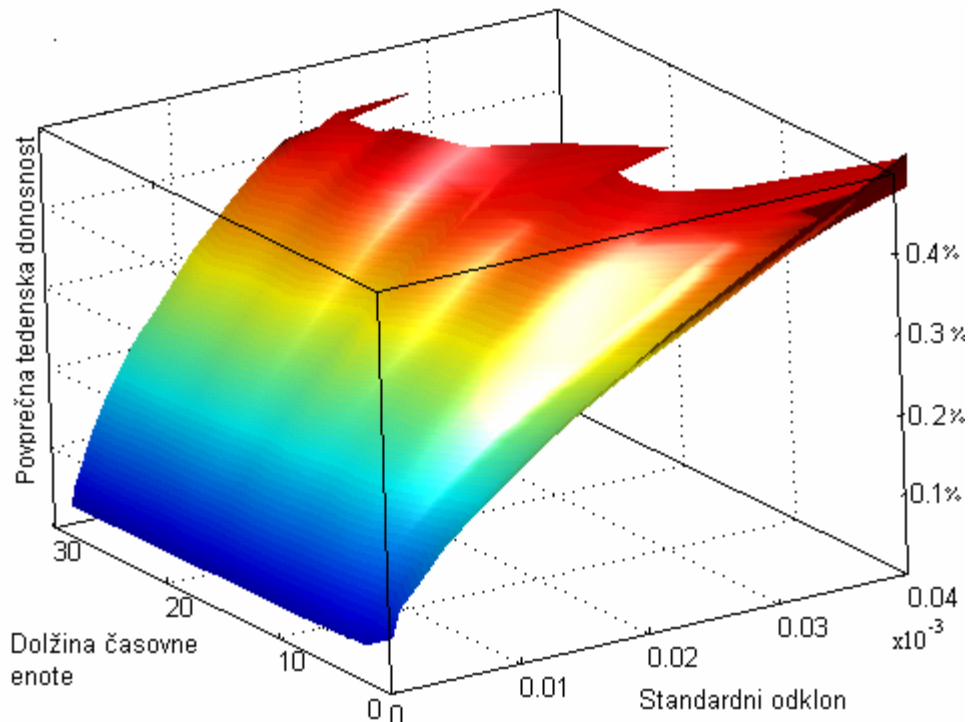
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Slika 5 prikazuje množico učinkovitih premoženj na podlagi podatkov za celotno 12 letno obdobje. Očitno je, da veliko skladov ob dani donosnosti prinaša preveč tveganja (imajo previsok standardni odklon). Povprečno tveganje vseh skladov pri dani donosnosti od 3 do 12-krat presega tveganje premoženja v učinkoviti množici z enako donosnostjo, kar jasno kaže na dejstvo, da tveganje, kot ga meri standardni odklon donosnosti, še zdaleč ni v celoti kompenzirano z višjo donosnostjo. Ta ugotovitev sovпада s Čadež, Jogan in Pustatičnik (2000). Hkrati nam ugotovitev zagotavlja, da je ustrezna razpršitev naložb ključnega pomena še zlasti v območju z visoko donosnostjo.

¹⁷ Zaradi lažje primerljivosti so VEP normirane na 1.1.1995=100.

V želji, da bi bil model praktično uporaben, je potrebno preveriti tudi, v kakšni meri je množica učinkovitih premoženj odvisna od horizonta, na katerega se nanašajo podatki o donosnosti.

Slika 6: Spreminjanje množice učinkovitih premoženj slovenskih vzajemnih skladov zaradi spreminjanja dolžine časovne enote v dnevih



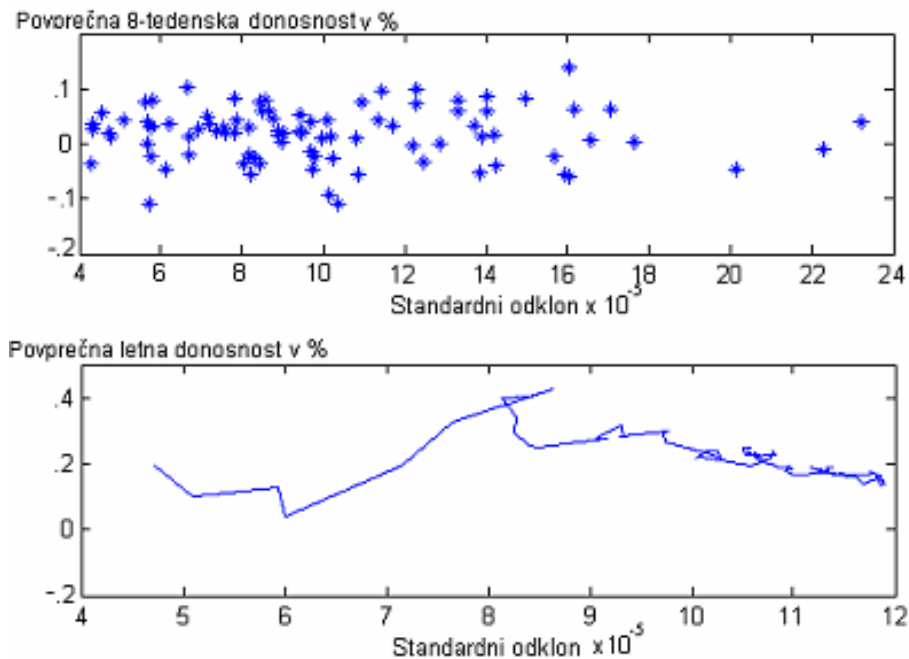
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Slika 6 prikazuje spreminjanje učinkovite množice premoženj s spreminjanjem dolžine časovne enote¹⁸ (zaradi primerljivosti podatkov so vse donosnosti naknadno preračunane na tedensko raven). Oblika učinkovite množice je sicer res odvisna od dolžine časovne enote, za katero podajamo donosnost skladov, vendar ta pogojenost z izjemo območja z zelo kratko dolžino časovne enote (nekaj dni) ni močna. Z daljšanjem časovne enote se donosnost učinkovitih premoženj na Sliki 6 nekoliko znižuje, kar je posledica nekritične uporabe aritmetične sredine donosnosti pri različnih časovnih horizontih (Bernstein, 1997).

Markowitzev model naivno predvideva, da sta tveganje in donosnost vrednostnih papirjev v času stacionarna. Tvorimo časovno serijo povprečne vrednosti vseh skladov skozi čas ter pogledjmo njene značilnosti gibanja v različnih obdobjih. Slika 7 (na str. 21) prikazuje, kako se povprečna donosnost in tveganje vzajemnih skladov v Sloveniji spreminjata skozi čas.

¹⁸ S časovno enoto mislim obdobje, na katerega se nanašajo upoštevani podatki za donosnost in tveganje. V kolikor imamo tako npr. podatke o donosnosti na tedenski ravni, tj. upoštevamo tedenske donosnosti, znaša časovna enota en teden.

Slika 7: Spreminjanje povprečne tedenske donosnosti slovenskih vzajemnih skladov med 1.1.1995 in 1.1.2007 in njenega standardnega odklona. Vsaka točka na zgornjem grafu prikazuje povprečno donosnost in standardni odklon v posameznem 8-tedenskem podobdobju, krivulja na spodnjem grafu pa prikazuje spreminjanje donosnosti in standardnega odklona s podaljševanjem konca opazovanega obdobja (začetek vedno 1.1.1995).



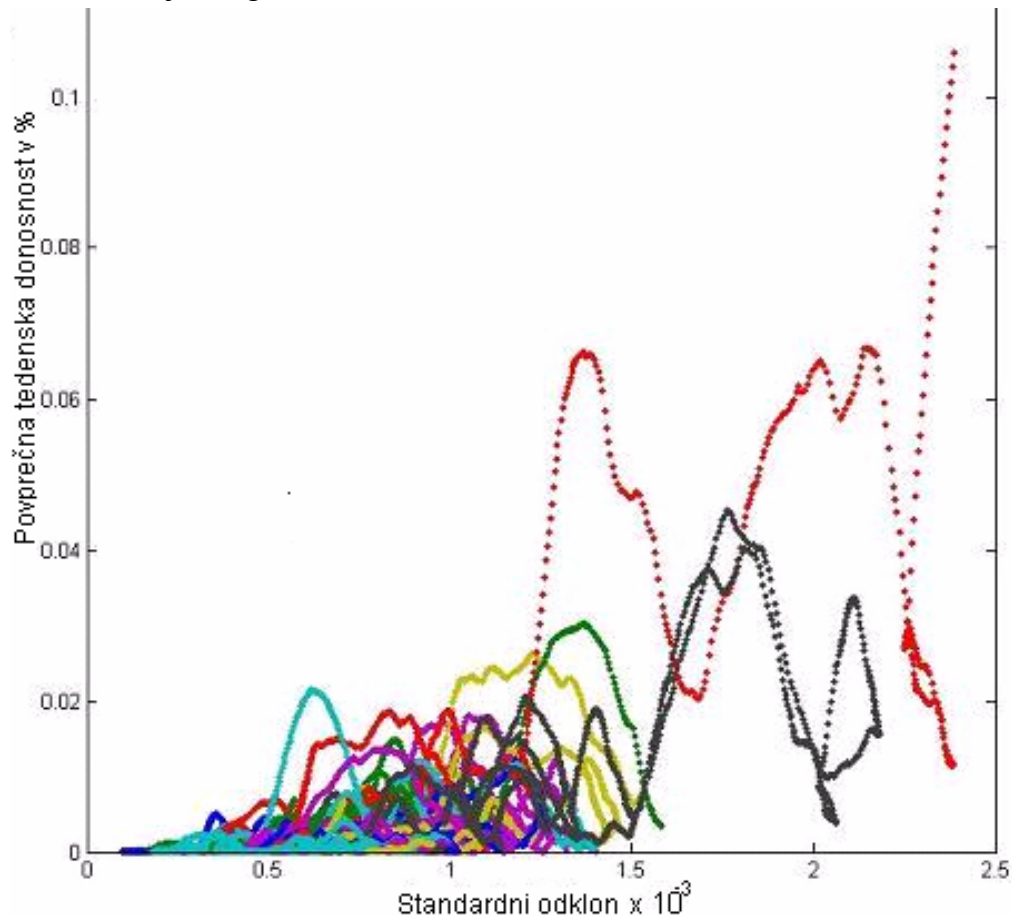
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Zgornji graf na Sliki 7 prikazuje, kako se povprečna donosnost in standardni odklon donosnosti spreminjata skozi čas. Vsaka točka prikazuje 8-tedensko drsečo sredino povprečne donosnosti in standardnega odklona. Povprečna donosnost je relativno stabilna, standardni odklon povprečja skladov med posameznimi dvomesečnimi obdobji pa se precej razlikuje.

Spodnji graf na Sliki 7 prikazuje, kako se spreminjata povprečna donosnost in standardni odklon s podaljševanjem konca opazovanega obdobja. Konec opazovanega obdobja se podaljšuje od 1.3.1995, ki ga prikazuje levi konec krivulje, do 1.1.2007, ki ga prikazuje desni konec krivulje. V vseh primerih je začetek obdobja 1.1.1995. Standardni odklon se je v celotnem obdobju povečeval, donosnost pa se je s podaljševanjem horizonta z izjemo začetnega obdobja (leto 1995) rahlo zmanjševala. Pripomnimo, da smo tako pri računanju povprečne donosnosti kot tudi standardnega odklona upoštevali le tiste sklade, ki so takrat kotirali. Del spreminjanja donosnosti in standardnega odklona na Sliki 8 (na str. 22) je tako lahko posledica vključevanja novo nastalih skladov v izračun.

Povprečna donosnost in standardni odklon povprečne VEP vseh skladov skupaj sta se skozi čas znatno spreminjala. Enako velja tudi za večino posameznih skladov, kot to prikazuje Slika 8.

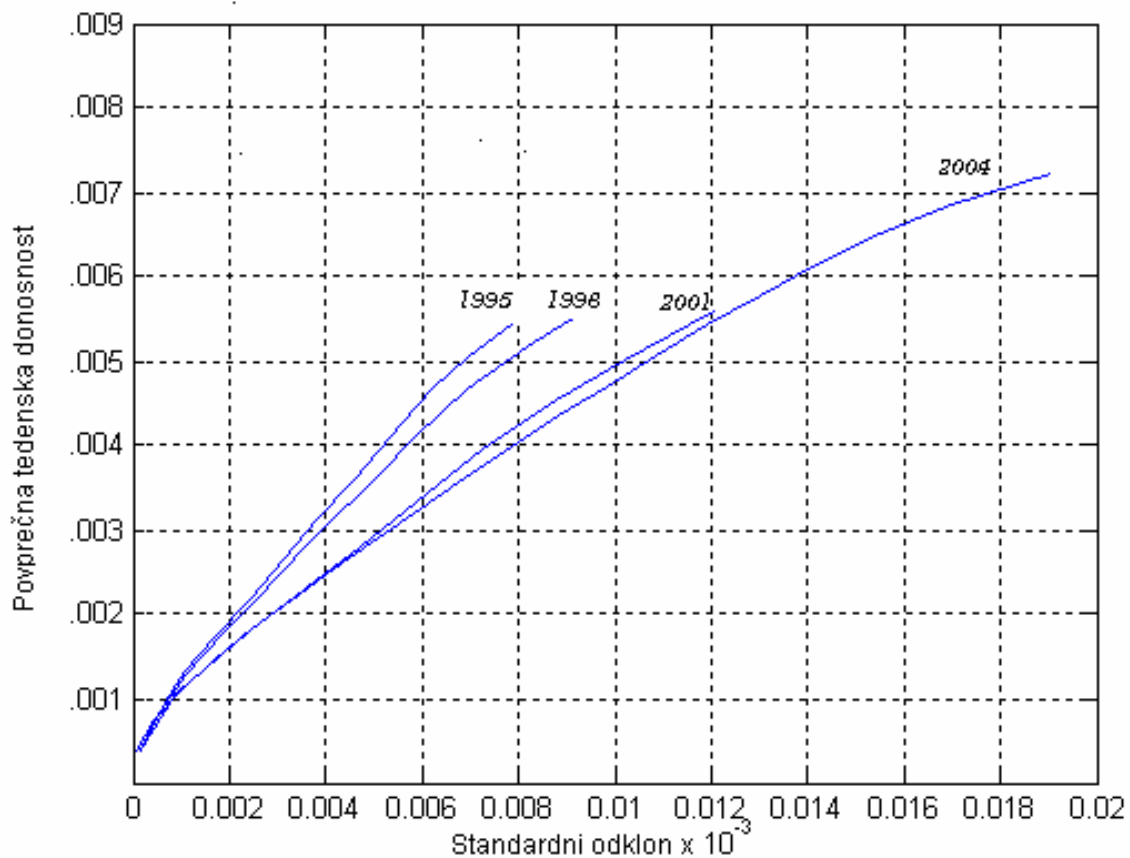
Slika 8: Spreminjanje povprečne tedenske donosnosti in standardnega odklona posameznega vzajemnega sklada skozi čas.



Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Slika 8 prikazuje spreminjanje tedenske donosnosti in tveganja posameznega sklada v opazovanem obdobju. Posamezen sklad je označen s posamezno barvo. Iz nestanovitnosti donosnosti in tveganja posameznih skladov lahko sklepamo, da se bodo tudi sestava, donosnost in tveganje optimalnega premoženja skozi čas spreminjale. Glede na to, da obstaja več skladov, ki imajo zelo visoko donosnost ter zelo različno tveganje, lahko pričakujemo, da bo pri izračunu množice učinkovitih premoženj zlasti nestabilen njen tisti del, ki opisuje najbolj donosna premoženja. Hkrati pa lahko pričakujemo, da bo učinkovita razporeditev naložb še zlasti pri oblikovanju bolj tveganega premoženja veliko pripomogla k čim boljšemu razmerju med tveganjem in donosnostjo. Pri izračunavanju tega dela množice učinkovitih premoženj si tako lahko od Markowitzove teorije obetamo največ koristi.

Slika 9: Spreminjanje učinkovite množice premoženj s spreminjanjem začetka upoštevane obdobja (konec upoštevane obdobja je v vseh primerih 1.1.2007)

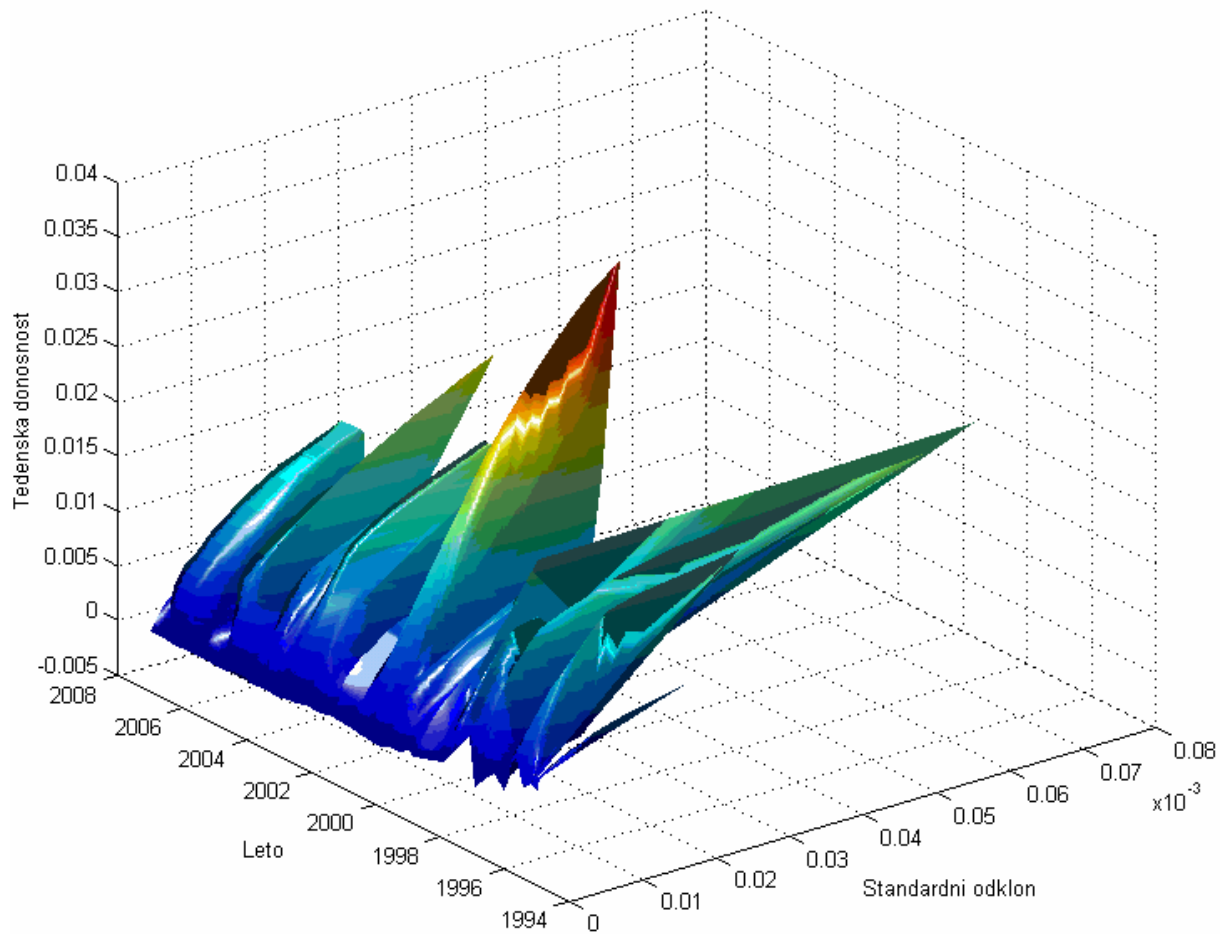


Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Slika 9 prikazuje množico učinkovitih premoženj za različna obdobja. Najbolj leva krivulja, označena z "1995", upošteva celotno obdobje od leta 1995 do leta 2007, najbolj desna, označena z "2004", pa samo podatke od leta 2004 do 2007 (podoben pomen imata tudi krivulji "1998" in "2001"). Krivulje se med seboj znatno razlikujejo, še zlasti v svojem skrajnem desnem delu, kot predvideno.

Slika 9 prikazuje nestanovitnost množice učinkovitih premoženj v daljših obdobjih. Še bolj nestanovitna je množica učinkovitih premoženj po posameznih krajših obdobjih, recimo po posameznih 2-mesečnih podobdobjih. Pri zanašanju na take izračune je tako potrebno biti še bolj previden.

Slika 10: Spreminjanje množice učinkovitih premoženj po posameznih 2-mesečnih podobdobjih

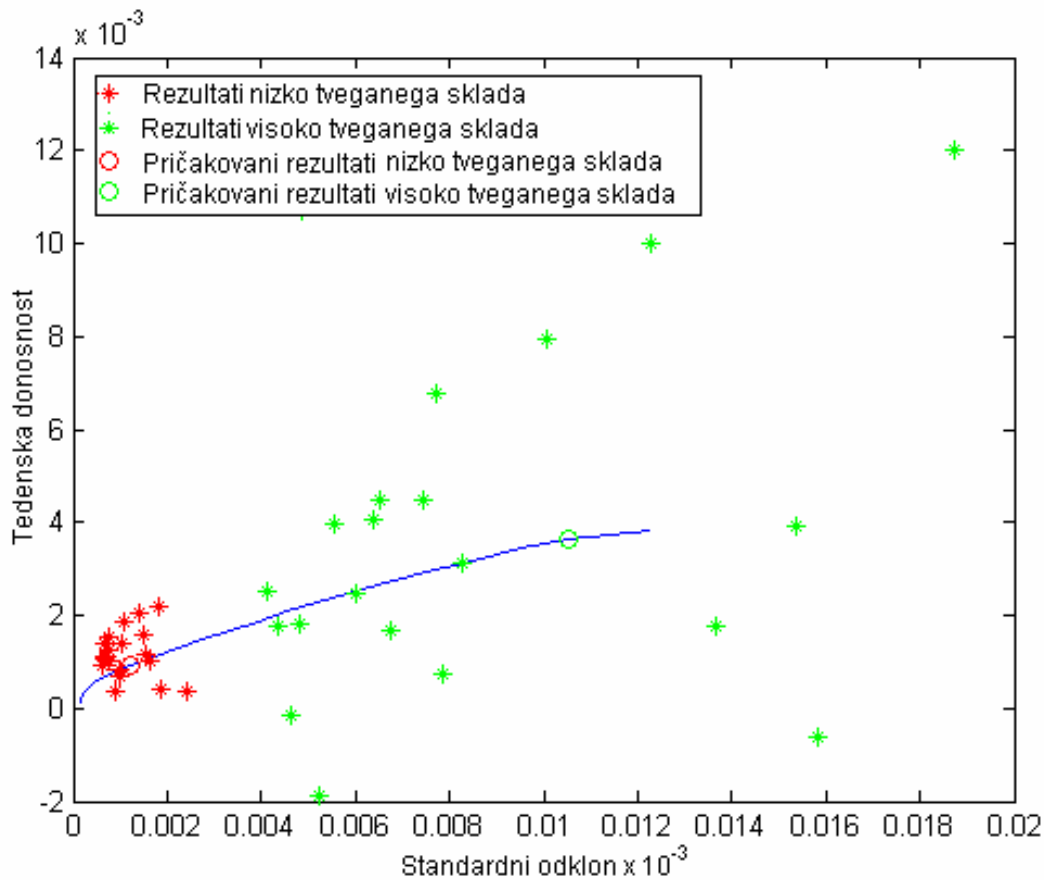


Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Slika 10 prikazuje valečo množico učinkovitih premoženj (rolling efficient portfolios set) po posameznih 2-mesečnih obdobjih. Množica učinkovitih premoženj je še zlasti nestanovitna v delu z večjim tveganjem, ki je na Sliki 10 obarvan zeleno, rumeno in rdeče. Povprečna donosnost in standardni odklon manj tveganih premoženj (na Sliki 10 modre barve) pa je v času mnogo bolj stabilen.

Iz Slike 10 je razvidno, da so bila predvidevanja o spremenljivosti množice učinkovitih premoženj v času utemeljena, kar močno zmanjšuje uporabnost Markowitzovega modela. Kaj koristi natančen izračun donosnosti in tveganja optimalnega premoženja, če sta realizirana donosnost ter tveganje tega premoženja povsem drugačna? To še zlasti velja za najbolj tvegana premoženja, kjer so bile pričakovane koristi od uporabe Markowitzovega modela največje. Nestanovitnost realiziranih donosnosti in tveganja je na še bolj plastičen način prikazana na Sliki 11 (na str. 25).

Slika 11: Primerjava pričakovane donosnosti in tveganja (povprečna donosnost in tveganje v dvanajst-letnem obdobju) z realizirano donosnostjo in tveganjem v posameznem polletnem podobdobju za nizko in visoko tvegan sklad

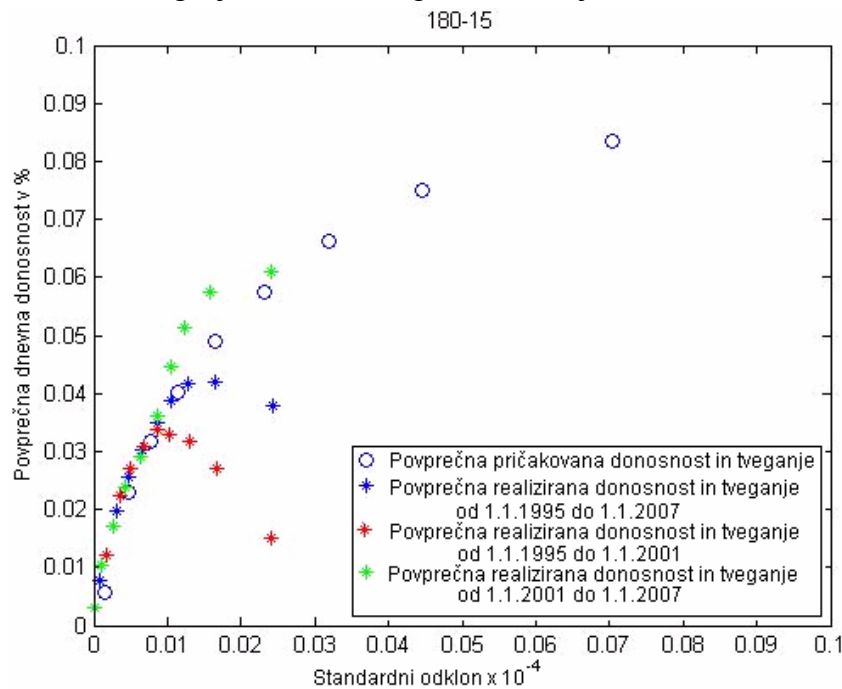


Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Na Sliki 11 sta prikazana donosnost in tveganje dveh učinkovitih premoženj skozi čas. Modra črta prikazuje množico vseh učinkovitih premoženj, izračunanih na podlagi podatkov za celotno 12-letno obdobje, izmed katerih smo izbrali visoko tvegano (zelen krogec) ter nizko tvegano (rdeč krogec) učinkovito premoženje. Rdeče ter zelene zvezdice prikazujejo realiziran standardni odklon ter donosnost obeh premoženj v posameznem polletnem obdobju od leta 1995 do konca 2006.

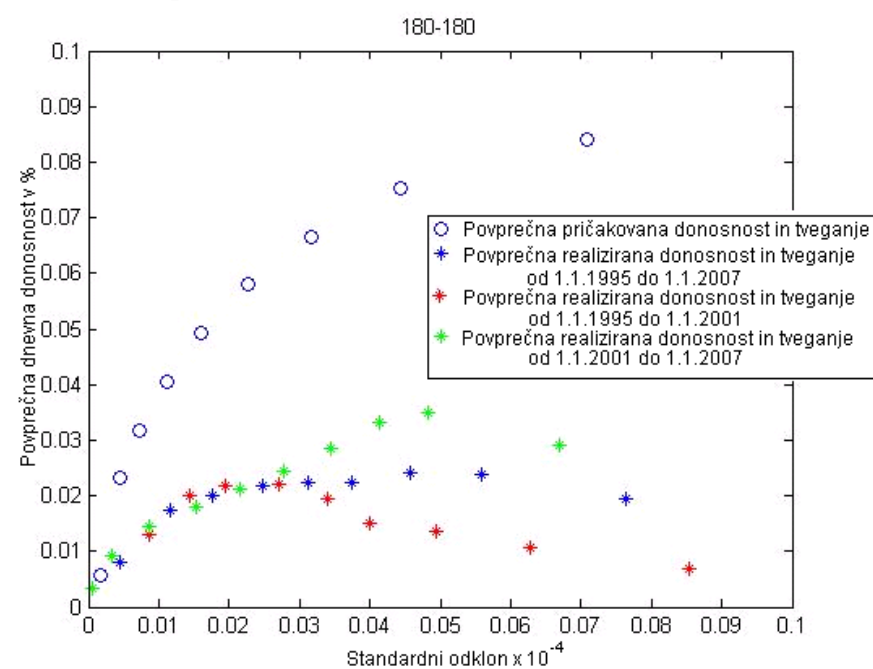
Očitno je, da realizirana donosnost in tveganje v posameznih krajših obdobjih močno odstopata od pričakovane donosnosti in tveganja. V želji po temeljitejšem testiranju tega pojava je v nadaljevanju narejena sledečo analizo nepristranskosti ocene tveganja in donosnosti učinkovitih premoženj. Investitor vsakih 60 dni na podlagi preteklih porazdelitev donosnosti izračuna ter kupi 10 različnih učinkovitih premoženj ter primerja njihove pričakovane donosnosti in tveganja z realiziranimi v prihodnjem obdobju.

Slika 12: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 180 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 15-ih dneh po investiranju



Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Slika 13: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 180 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 180-ih dneh po investiranju



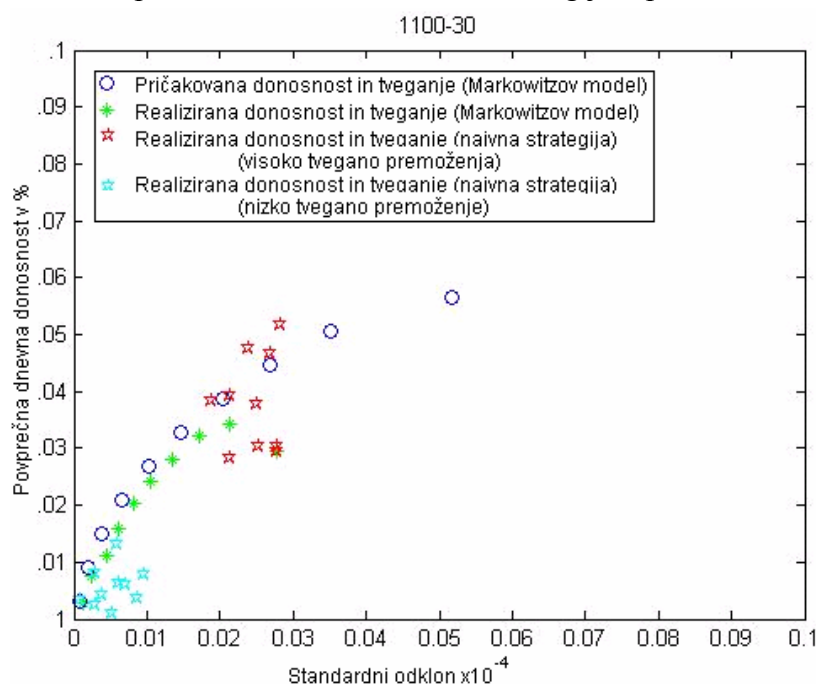
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Sliki 12 in 13 (na str. 26) prikazujeta simulacijo, kjer investitor na podlagi preteklih 180 dni oceni učinkovito množico premoženj ter jo drži 15 ali 180 dni. Modri krogi predstavljajo povprečno napovedano učinkovito množico, modre zvezdice povprečno realizacijo, zelene ter rdeče pa povprečno realizacijo v prvih in drugih šestih zaporednih letih¹⁹.

Izračun učinkovitih premoženj je močno pristranski zlasti v primeru, ko investitor optimizirano premoženje drži zgolj 15 dni (iz prikaza podobnih slik za druga obdobja držanja ter oceno učinkovite množice na podlagi enega do štirih preteklih let je moč priti do podobnih ugotovitev tudi za te horizonte). V kolikor investitor premoženje drži daljše obdobje, kot to velja na Sliki 13 (na str. 26), pričakovana donosnost učinkovite množice močno podceni realizirano donosnost, v primeru, da premoženje rebalansiramo hitro, kot to velja na Sliki 12 (na str. 26), pa močno precenimo tveganje.

Vendar pa pristranskost izračunane učinkovite množice še ne pomeni, da bi s kako drugo strategijo lahko dosegli boljši rezultat. Kot zadnjo simulacijo na podoben način preverimo, če Markowitzev model v povprečju daje boljše rezultate kot naivna strategija, kjer investitor denar naloži v 10 skladov z najvišjo donosnostjo ali pa 10 skladov z najnižjim tveganjem v preteklem obdobju.

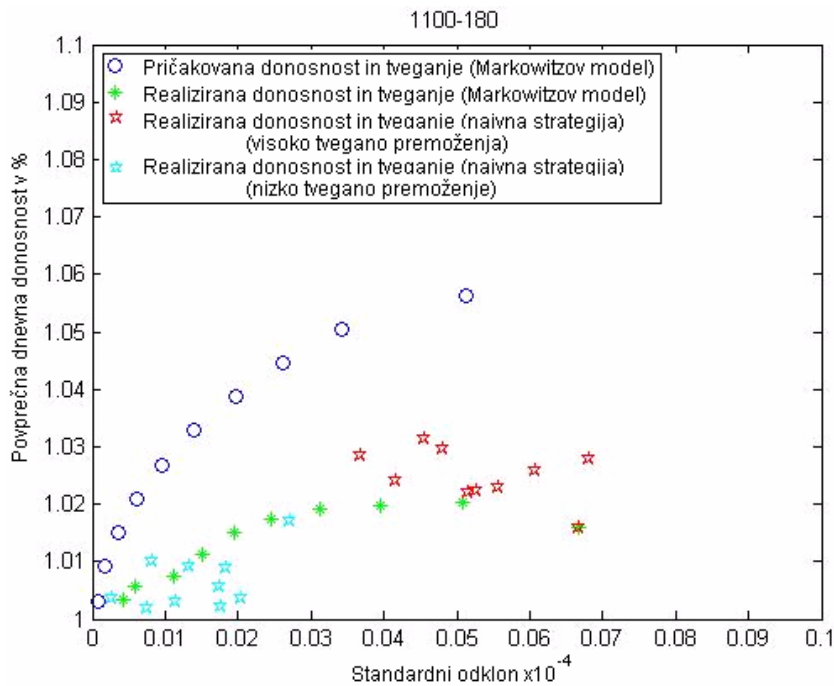
Slika 14: Primerjava rezultatov Markowitzevega modela na podlagi podatkov o donosnosti za preteklih 1100 dni z naivno strategijo v prvih 30-ih dneh po optimizaciji



Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

¹⁹ Z ločenim preverjanjem za prvo in drugo šestletno obdobje sem želel preveriti, koliko so rezultati analize pogojeni s konkretnim obdobjem testiranja. V kolikor bi rezultati simulacije na podlagi prvih 6-ih let močno odstopali od simulacije na podlagi drugih 6-ih let, bi bila verodostojnost take simulacije mnogo manjša.

Slika 15: Primerjava rezultatov Markowitzovega modela na podlagi podatkov o donosnosti za preteklih 1100 dni z naivno strategijo v prvih 180-ih dneh po optimizaciji



Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Sliki 14 (na str. 27) in 15, kjer petkrake zvezde prikazujejo rezultate naivne strategije, dokazujeta, da daje ta strategija, pred katero nas svarijo prav vsi borzni svetovalci ("pretekle donosnosti ne jamčijo bodočih donosnosti"), v povprečju celo višje donosnosti kot optimalna premoženja s podobnim tveganjem, kot jih svetuje Markowitzev model.

Še bolj zanimiva kot ugotovitev, da nam Markowitzev model zelo slabo koristi pri iskanju najbolj donosnih premoženj (čemur sicer tudi ni namenjena) je, da s pomočjo razpršitve naložb, ki ima v sodobni premoženjski teoriji osrednjo vlogo, nismo prav nič znižali tveganja najbolj donosnih naložb. Na Sliki 14 (na str. 27) je povprečni standardni odklon naivne strategije z izborom 10 najdonosnejših skladov celo nižji kot realizirani standardni odklon najbolj donosnega učinkovitega premoženja po priporočilu Markowitzovega modela, na Sliki 15 pa je tveganje obeh približno enako. Markowitzev model je dosegel nižji standardni odklon kot naivna strategija zgolj pri najbolj varni naložbi.

Dodatna težava Markowitzovega modela je, da je variabilnost razlike med napovedano in realizirano donosnostjo in tveganjem učinkovite množice, merjena kot

$variabilnost = avg(variabilnost_i)$, kjer je

$variabilnost_i = var(pričakovanja_učinkovitega_premoženja_i - realizacija_učinkovitega_premoženja_i)$,

velika (o čemer smo sklepali že prej na podlagi Slike 10 na str. 24), zaradi česar ta zelo slabo služi kot orodje za oceno prihodnjega tveganja in donosnosti.

Tabela 1: Variabilnost razlike med pričakovano ter realizirano donosnostjo in tveganjem slovenskih vzajemnih skladov

Horizont	Tveganje	Donosnost
180	0.0049	0.0262
360	0.0064	0.0131
720	0.0034	0.0200
1100	0.0023	0.0169

Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Tabela 1 prikazuje variabilnost razlike med ocenjeno in realizirano donosnostjo in tveganjem v primeru držanja optimiziranega premoženja 30 dni ter ob upoštevanju različnih dolžin preteklega horizonta (od 180 do 1100 dni). Varianca tveganja naivne strategije najdonosnejših 10-ih učinkovitih premoženj je znašala 0,022, kar je približno enako kot v povprečju pri Markowitzevem modelu.

V nasprotju s pričakovanji smo tako ugotovili, da nam Markowitzev model koristi le pri iskanju učinkovitih in zelo varnih premoženj. Pri iskanju teh naložb daje Markowitzev model za odtenek boljše rezultate kot naivna strategija. V primeru iskanja bolj donosnih premoženj se je ta model izkazal za neprimeren. Poleg tega, da v povprečju daje slabše ali zgolj enake rezultate kot naivna strategija, je pri ocenjevanju prihodnje donosnosti in tveganja tudi močno pristranski.

3.5 Iskanje vzrokov za slabe rezultate Markowitzevega modela

Markowitzev model se je pri optimizaciji premoženja, sestavljenega iz slovenskih vzajemnih skladov, izkazal kot neprimeren. Vendar pa to še ni zadosten razlog, da gre model na smetišče sodobne zgodovine, saj je njegova logika verjetno še vedno pravilna: investitorji želijo visoko in stabilno donosnost²⁰. V nadaljevanju so izpostavljeni možni vzroki za slabe empirične rezultate Markowitzevega modela.

V predhodnem podpoglavju smo izpostavili dve ključni pomanjkljivosti osnovne oblike MPT, kjer na podlagi pretekle porazdelitve iščemo učinkovita premoženja.

²⁰ Četudi privzamemo, da je nestanovitnost donosnosti res posledica hitrosti, s katero v javnost prihajajo novice o podjetju ali trgu, na katerega sklad vlaga, kot to zatrjujeta Clarkson in Brae (1989), to ne spremeni dejstva, da je ta nestanovitnost iz vidika investitorja nezaželena. Verjetno pa drži, da predstavlja zgolj en del tveganja in ne tveganje v celoti, kot to predvideva MPT.

Prvi problem, ki je moteč, vendar ni bistven, se nanaša na pristranskost ocenjenih donosnosti in varianc. Ta problem je pomemben predvsem zaradi dejstva, da je pretežen delež potencialnih uporabnikov modela konzervativnih investitorjev, ki želijo omejiti svoje tveganje. Kot je pokazala simulacija, bo njihovo realizirano tveganje v povprečju manjše za ceno nižje donosnosti. Realizirane donosnosti in tveganja bodo v povprečju ležala globoko znotraj izračunane Markowitzeve krogle.

Drugi problem se nanaša na neuspešno razpršitev, ki nam vsaj pri tveganih premoženjih ni koristila pri zniževanju standardnega odklona.

V nadaljevanju sta oba problema podrobneje predstavljena.

3.5.1 Pristranskost ocenjene množice učinkovitih premoženj

Pri simulaciji uporabe Markowitzevega modela je bilo ugotovljeno, da ta močno precenjuje donosnost premoženja, hkrati pa v primeru kratkoročnega držanja precenjuje tudi njegovo tveganje.

Pristranskost cenilke pričakovane donosnosti in tveganja ob uporabi preteklih porazdelitev v literaturi ni nova. Pafka in Kondor (2004) sta opazila, da Markowitzev model zaradi prevelike vsebnosti šuma²¹ v variančno kovariančni matriki podcenjuje dejansko tveganje učinkovitih premoženj,²² Bai, Liu in Wong (2006) pa so teoretično ter empirično pokazali, da zaradi istega vzroka Markowitzev model precenjuje tudi donosnost.

V kolikor so ugotovitve v Bai, Liu in Wong (2006) skladne z rezultati zgornje simulacije, pa te vsaj v primeru držanja premoženja v krajšem obdobju odstopajo od ugotovitev v Pafka in Kondor (2004). Poskusimo poiskati dodatne razloge za pristranskost ocenjene donosnosti in tveganja.

V duhu predhodne kritike uporabe aritmetične sredine donosnosti (Bernstein, 1997) bi lahko posumili, da je pristranskost donosnosti plod neupoštevanja možnosti rebalansiranja (torej

²¹ Laloux, Cizeau, Potters (1999) ocenjujejo, da kar 74% variančno kovariančne matrike trga S&P 500 predstavlja šum.

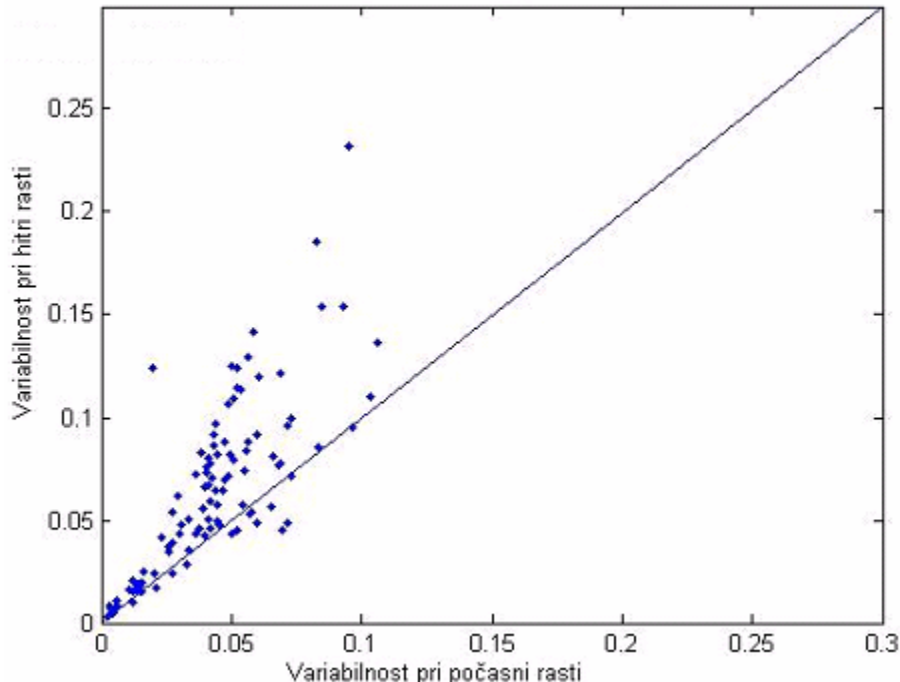
²² Pristranskost tveganja ob prisotnosti šuma v variančno kovariančni matriki je posledica dejstva, da izračunani korelacijski koeficienti od dejanskih odstopajo za naključen šum. V primeru večjega števila vrednostnih papirjev je tako moč pričakovati, da bodo vsaj nekateri izračunani korelacijski količniki nižji, kot so v resnici, zaradi česar bo ocenjen učinek razpršitve večji, s tem pa bo ocenjeno tveganje nižje. Poleg tega dejavnika, ki pojasnjuje zgolj pristranskost ocenjenega tveganja, zaradi nepoznavanja prave variančno kovariančne matrike izračunana sestava optimalnega premoženja odstopa od sestave pravega optimalnega premoženja, zaradi česar bo prvi po definiciji znotraj prave Markowitzeve krogle in ne na njenem robu. Pafka in Kondor (2003) pa svetujeta, da se upošteva zgolj tisti del variančno kovariančne matrike, ki ga določajo lastni vektorji te matrike z ustrezno visoko lastno vrednostjo.

uporabe geometrične sredine donosnosti), vendar temu ni tako, saj v opravljeni simulaciji rebalansiranja tudi zares ni bilo.

Možna dodatna razlaga za pristranskost predvidene donosnosti bi bila v smislu študij na temo spomina vrednostnih papirjev. Nekateri avtorji (npr. DeBondt in Thaler, 1985) so pokazali, da obdobju z visoko rastjo VP sledi obdobje z nizko rastjo. Da je pristranskost ocene donosnosti res povezana z vračanjem donosnosti k povprečju (mean reverting property), nam nakazujeta tudi Sliki 14 (na str. 27) in 15 (na str. 28), kjer so tudi donosnosti tistih premoženj, ki so bila v preteklosti najbolj donosna, nižje, kot naj bi bil donosen desni rob množice učinkovitih premoženj. Ta lastnost je še zlasti očitna pri držanju premoženja daljše obdobje (recimo 180 dni), kar je v skladu z zgornjo razlago.

Iz slik v prilogi je očitno, da je pristranskost donosnosti še večja, v kolikor investitor investira na podlagi krajše serije podatkov o preteklih donosnostih, saj imajo pri teh kratkotrajna nihanja donosnosti večji pomen, kar ponovno potrjuje zgornjo hipotezo. Dodatna potrditev te hipoteze je, da so tudi realizirane donosnosti desetih skladov, ki so v preteklosti imeli najvišjo donosnost, mnogo manjše od pričakovane donosnosti. Slednji argument velja tudi za primer pristranskosti tveganja vsaj kadar investitor premoženje drži krajše obdobje (Slika 14 na str. 27).

Slika 16: Variabilnost skladov v obdobju z visoko in nizko stopnjo rasti VEP



Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Slika 16 (na str. 31) prikazuje, kako variabilne so cene skladov v obdobjih, ko imajo ti nadpovprečno rast (ordinatna os), v primerjavi s tistimi obdobji, ko je rast podpovprečna

(abscisna os). Vsaka točka na Sliki 16 (na str. 31) prikazuje posamezen vzajemni sklad. Točka pod diagonalo pomeni, da je povprečno tveganje sklada v času, ko ima ta podpovprečno donosnost, višje kot v obdobju z nadpovprečno donosnostjo in obratno.

Slika 16 (na str. 31) nakazuje, da je tveganje (nestanovitnost donosnosti) vzajemnih skladov v obdobjih, ko je donosnost nadpovprečna, v povprečju višje kot v obdobju s podpovprečno donosnostjo. V kolikor se trend obrne in najbolj donosni skladi postanejo manj donosni, se zniža tudi njihov standardni odklon, kar razloži previsoko ocenjeno tveganje pri simulaciji s kratkim obdobjem držanja premoženja. Vendar bi moral ta argument delovati tudi v primeru, da investitor optimizirano premoženje drži dlje časa (Slika 15 na str. 28), kar na podlagi opravljene analize ne drži.

V izogib pristranskosti bi bilo potrebno dodatno testirati, v kakšni meri je na trgu vzajemnih skladov v Sloveniji prisoten pojav vračanja k povprečju. Nekatere študije so pokazale, da je možno pristranskost ocenjene donosnosti in tveganja kot posledico prisotnosti šuma bolj ali manj uspešno odstraniti²³. Ker iz zgoraj opisanega sledi, da šum verjetno ni edini razlog pristranskosti Markowitzevega modela pri ocenjevanju tveganja in donosnosti, bi bilo potrebno Markowitzev model za uporabo v praksi prilagoditi v smeri, da ta prihodnje donosnosti ne bi enačil s povprečno preteklo donosnostjo, temveč bi upošteval tudi druge dejavnike, kot so recimo momenti (tehnična analiza) ali makroekonomski in politični dejavniki (indeksni modeli).

3.5.2 Neuspešna razpršitev naložb

Rezultati testiranja so pokazali, da tveganje najbolj donosnih učinkovitih naložb, torej naložb, ki naj bi pri dani donosnosti prinesle najnižje tveganje, v testiranem primeru presega tveganje povprečja desetih skladov, ki so imeli v preteklosti največjo donosnost.

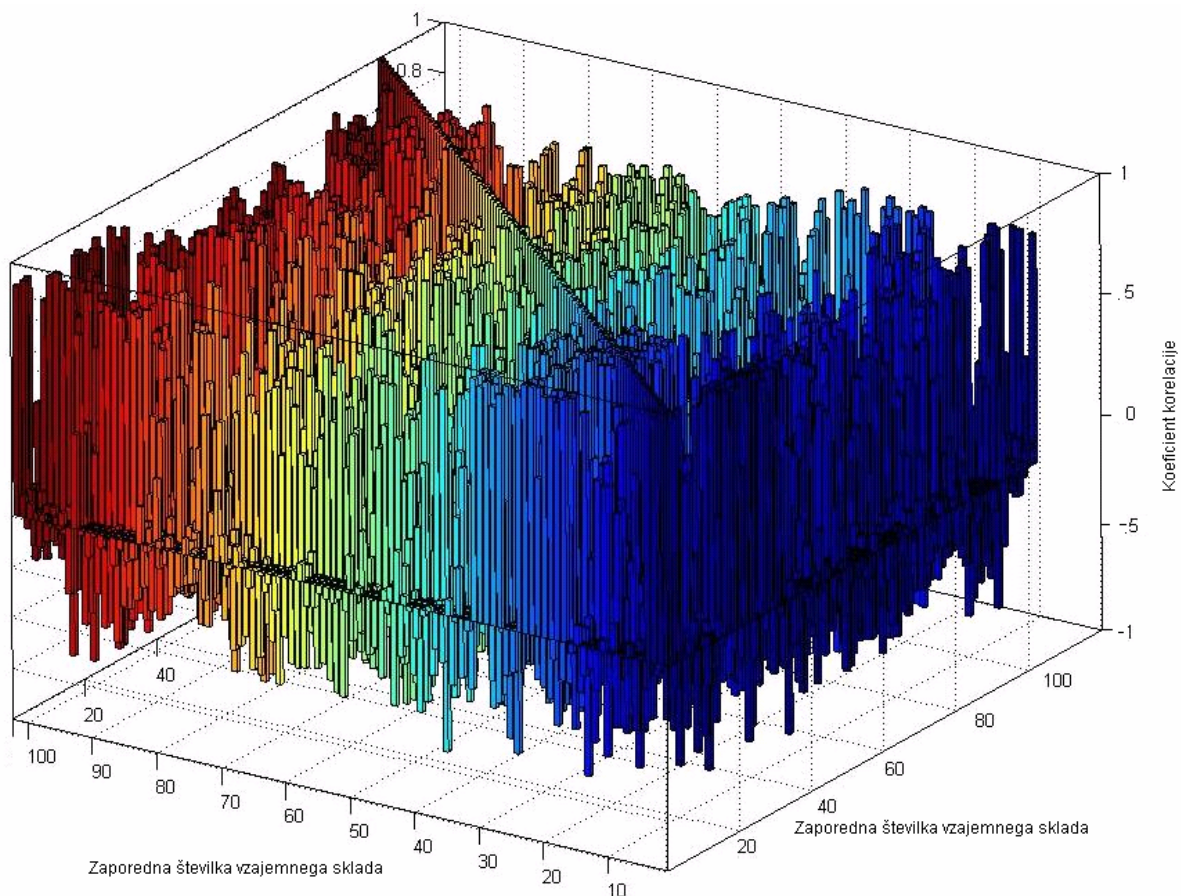
Prvi razlog za opaženi fenomen leži v dejstvu, da je skrajni rob množice učinkovitih naložb ravno tista naložba, ki ima v preteklosti največjo donosnost (dodajanje katere koli druge naložbe bi donosnost znižalo). Na zgornjih slikah zadnja narisana točka učinkovite množice ne prikazuje tudi skrajnega roba (kar je posledica načina izračunavanja učinkovite množice), a ta od skrajnega roba ne odstopa veliko. Posledica tega je, da je učinkovitost razpršitve veliko večja pri vsaj malo manj donosnih premoženjih, saj pri tej donosnosti obstaja več naložb, ki

²³ Bai, Liu in Wong (2006) so empirično pokazali, da je z uporabo parametrične bootstrap cenilke optimalne sestave premoženja in donosnosti, ki s pomočjo ponavljajočega vzorčenja skuša oceniti napako ter jo odstraniti, pristranskost ocenjene donosnosti bistveno nižja kot v primeru uporabe historične porazdelitve. Michaud (2006) pa z uporabo Monte Carlo generatorja umetnih vrednostnih papirjev z enakimi parametri porazdelitvene funkcije kot dejanski vrednostni papirji oceni nestanovitnost ocenjenih učinkovitih vrednostnih papirjev ter tiste vrednostne papirje, ki so preveč nestanovitni (za te sklade je tako večja verjetnost, da jih bomo ocenili pristransko) izloči, hkrati pa za oceno donosnosti in tveganja uporabi povprečje vseh generiranih umetnih vrednostnih papirjev namesto historične vrednosti.

imajo podobno donosnost in tako z njihovim dodajanjem ne znižamo donosnosti premoženja ob danem tveganju.

Kljub temu, da je učinkovitost razpršitve pri najbolj donosnih premoženjih nizka, pa bi morali biti učinki te še vedno pozitivni. Zgornji razlog tako ne razloži opažene anomalije v celoti. O ostalih razlogih za slabo razpršitev lahko ponovno le ugibamo. Deloma so ti razlogi lahko povezani z veliko prisotnostjo šuma na trgu skladov. Variančno kovariančna matrika se tako skozi čas hitro spreminja (glej prilogo), hkrati pa je večina vzajemnih skladov znatno pozitivno povezana z večino ostalih vzajemnih skladov (glej Sliko 17), kar močno zniža korist razpršitve (Bernstein, 1997).

Slika 17: Variančno kovariančna matrika donosnosti za celotno obdobje od 1.1.1995 do 1.1.2007

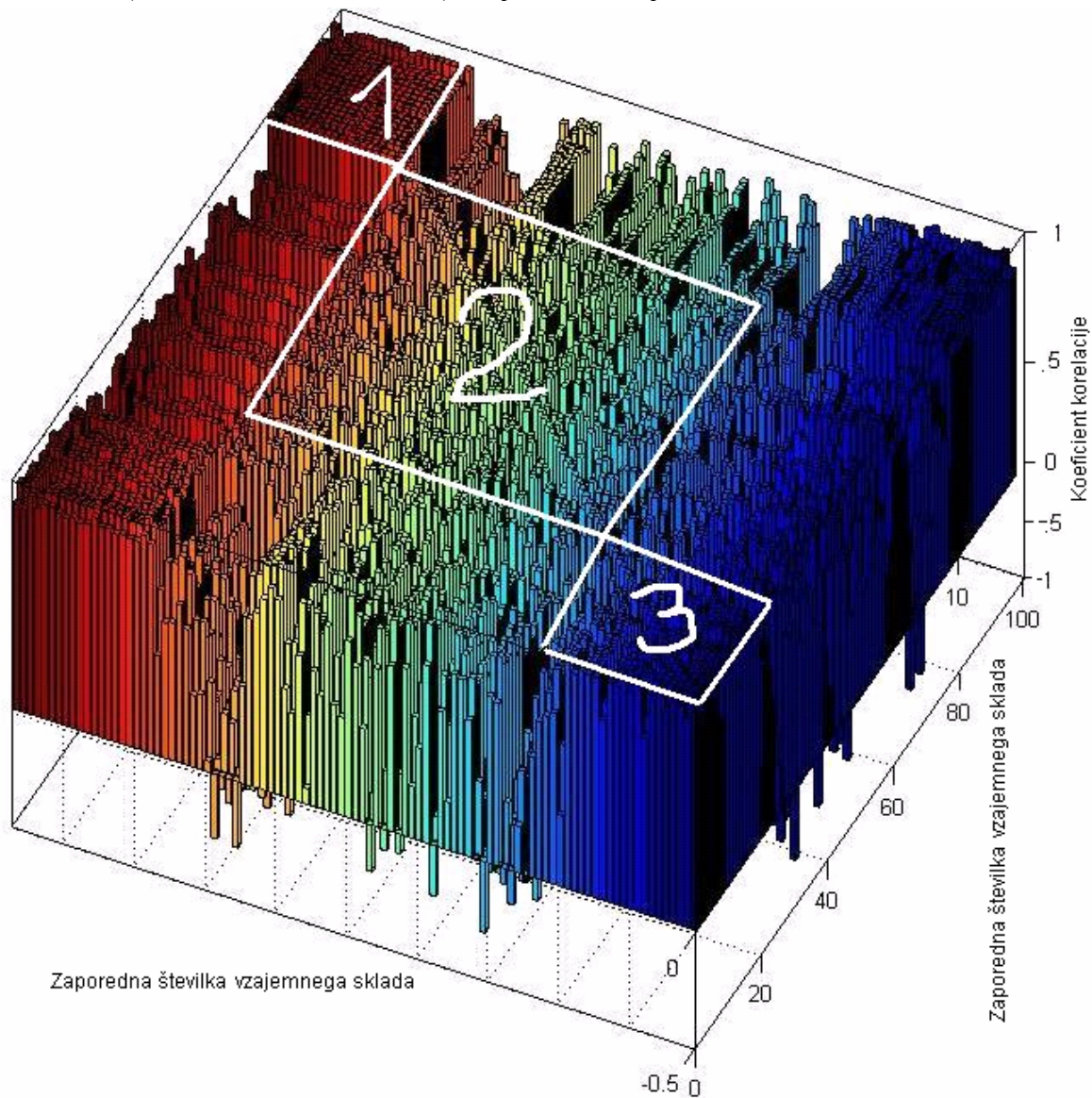


Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Zaradi zelo visoke pozitivne korelacije med gibanjem večine vzajemnih skladov v Sloveniji so ukrepi, ki jih svetujejo Pafka in Kondor (2003) ali pa Bai, Liu in Wong (2006) neprimerni, saj ti ne zmanjšajo števila naložb, iz katerih je sestavljeno optimalno premoženje. Za razliko od njih za izbiro optimalnega premoženja predlagam drugačen postopek.

Z uporabo analize skupinic (Cluster Analysis) določimo take množice vzajemnih skladov, da so skladi znotraj skupine visoko pozitivno korelirani, skladi iz različnih skupin pa čim nižje ali celo negativno korelirani. Število skupinic določimo s standardno metodologijo (npr. Leejev diagram).

Slika 18: Variančno kovariančna matrika donosnosti vzajemnih skladov od 1.1.1995 do 1.1.2007 permutirana s pomočjo analize skupinic tako, da skladi v isti skupinici (označeni z "1", "2" in "3") ležijo na sosednjih mestih v matriki



Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

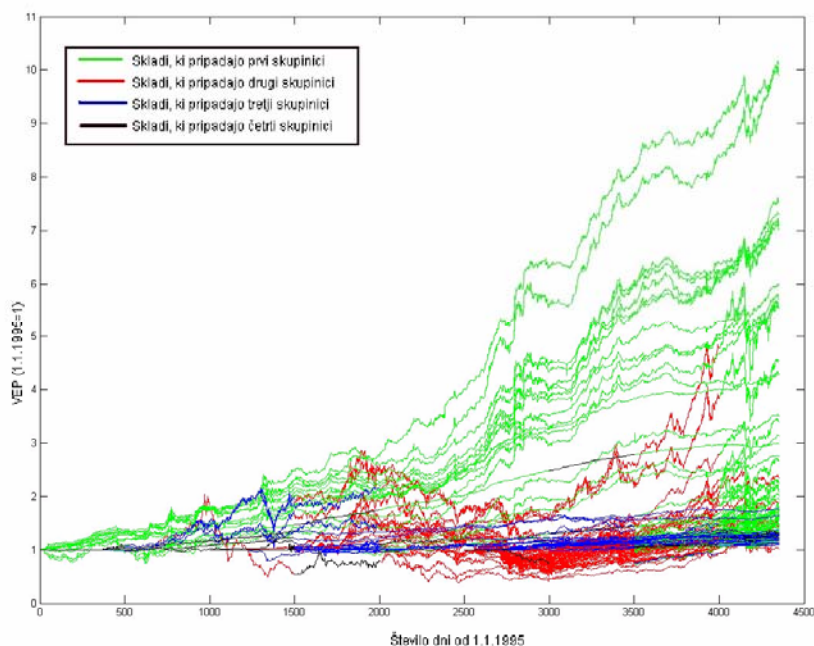
Slika 18 prikazuje permutirano variančno kovariančno matriko, kjer elementi, ki spadajo v isto skupinico, po permutaciji zavzemajo sosedna polja v variančno kovariančni matriki. Kovariance med donosnostmi skladov znotraj skupinice (na Sliki 18 na str. 34 so skupinice

označene z "1", "2" ali "3") so tako v povprečju znatno višje kot kovariance med donosnostmi skladov v različnih skupinicah.

Iz primerjave Slik 17 (na str. 33) in 18 (na str. 34) je razvidno, da je druga veliko bolj "urejena", saj se višina sosednjih stolpcev v isti skupinici ne spreminja tako močno kot pri prvi (vrednost kovarianc znotraj skupinice je podobna), hkrati pa so kovariance znotraj skupinice opazno višje kot tiste izven skupinice. V kolikor bi dodali nove skupinice, bi se variabilnost med elementi znotraj skupinice še znižala (povečala bi se namreč korelacija donosnosti v skupinici). Namesto izbire med celotnim naborom naložb tako svetujem izbor zgolj ene izmed naložb v vsaki skupinici. Znotraj posamezne skupinice investitor izbere zgolj tisti sklad, katerega karakteristike so mu najbolj všeč (pa naj bo to na podlagi analize povprečje-varianca ali kako drugače). Uteži, ki jih tem izbranim skladov pripiše v celotnem premoženju, pa določi s pomočjo Markowitzevega modela.

Zelo pomembna lastnost predlagane metode je, da se v nasprotju s celotno variančno kovariančno matriko ter točno korelacijo znotraj iste skupine skladov pripadnost posameznega sklada v posamezno skupino po različnih podobdobjih zelo malo spreminja.

Slika 19: Pripadnost vzajemnih skladov skupinicom, ki je izračunana vsakih 500 dni na podlagi podatkov o donosnosti za preteklih 500 dni



Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Slika 19 (na str. 35) prikazuje pripadnost posameznega sklada v podobdobju z dolžino 500 dni eni izmed treh skupin, ki se na sliki razlikujejo po barvi. Ob upoštevanju dejstva, da je v opazovanem obdobju devet 500-dnevnih podobdobj, bi lahko vsak sklad (vsaka časovna

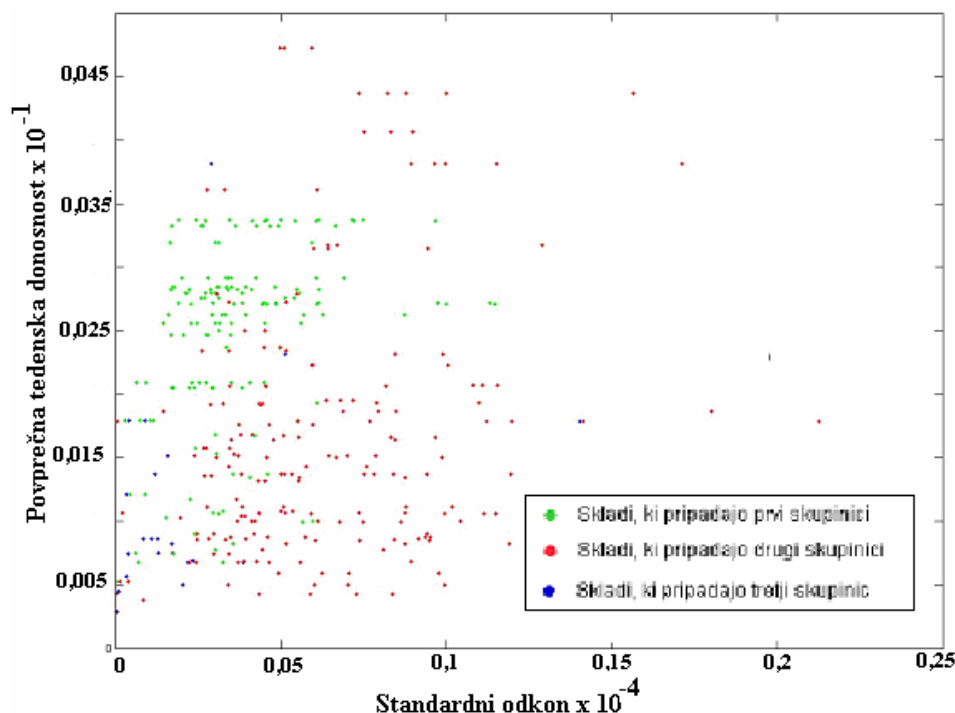
serija na Sliki 19 na str. 35) v opazovanem obdobju kar 8-krat spremenil barvo. Očitno je, da večina skladov skozi celotno obdobje pripada isti skupinici (je iste barve), zgolj v zadnjem podobdobju vse več skladov pripada skupinici zelene barve, kar je posledica usmeritve skladov domačih upravljalcev na tuje trge.

Na primeru domačih vzajemnih skladov tako optimalno premoženje ne bi bilo sestavljeno iz velikega števila različnih skladov, temveč (v našem primeru) zgolj iz treh: obvezniškega sklada (modra barva), sklada, ki investira na domače trge (zelena barva), ter enega od ostalih skladov (rdeča barva), seveda v ustreznih razmerjih.

V prihodnosti bi bilo smiselno testirati, kako oblikovati primerno število skupinic naložbenih možnosti ter zgoraj predlagani postopek tudi empirično testirati.

Pred sklepom sledi zgolj še pregled, kateri skladi, ločeni po trgih, na katere investirajo, so bili v preteklosti najbolj učinkoviti. V preteklih letih je bilo priljubljeno investiranje v tujino. Domači trg so tako mnogi "naprednejši" investitorji smatrali za precenjen ter skušali poiskati srečo na drugih trgih. Iz Slike 19 (na str. 35) je razvidno, da so zelene časovne serije (skladi z najvišjo donosnostjo) ravno domači skladi. Preverimo še, kako je s tveganjem.

Slika 20: Tveganje in donosnost treh skupinic skladov (pripadnost skupinici je izračunana vsakih 500 dni na podlagi podatkov o donosnosti za preteklih 500 dni)



Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz.

Slika 20 (na str. 36) prikazuje vse tri skupine skladov (obvezniški, domači, ostali) v luči donosnosti in tveganja po posameznih podobdobjih (vsaka pika prikazuje določen sklad v

določenem 500-dnevnem obdobju). Kot je razvidno, so domači skladi ne samo zelo donosni, temveč imajo tudi razmeroma nizko tveganje. Glede na to, da skladi, ki se tržijo v Sloveniji, investirajo v praktično vse dele sveta (Azija, Afrika, Oceanija, razviti svet), lahko s ponosom ugotovimo, da bi v naboru skladov, ki investirajo v praktično vse države sveta, ravno skladi, ki investirajo na domači trg, sestavljali veliko večino množice učinkovitih naložb.

Sklep

Markowitz je leta 1952 postavil temelje sodobne premoženjske teorije, ki je ohranila pomembno vlogo pri izbiri optimalnega premoženja vse do danes. Njegova teorija je enostavna in prepričljiva, zato je kmalu po prvi predstavitvi doživela veliko odobravanja.

Vendar ta teorija v času njenega nastanka zaradi računske zahtevnosti ni bila uporabna. V želji po zmanjšanju števila potrebnih računskih operacij so kasneje avtorji model preoblikovali (npr. v model CAPM), s čimer je ta izgubil večino intuitivnosti in preprostosti, hkrati pa je bila za veljavnost preoblikovanega modela potrebna izpolnjenost kopice predpostavk.

Čeprav so zgodnje empirične študije sodobne premoženjske teorije nekatere njene predpostavke potrdile, so jih kasnejše študije večinoma razglasile kot neveljavne. Med teoretiki tako danes velja soglasje, da praksa sodobne premoženjske teorije ne potrjuje.

Yogi Berra, ameriški igralec baseballa, je nekoč dejal: "In theory, there is no difference between theory and practice. But, in practice, there is". Kljub temu, da je bila večina predpostavk sodobne premoženjske teorije ovrženih, bi bil Markowitzev model kot investicijska strategija lahko še vedno učinkovit.

V diplomski nalogi sem preveril, kako učinkovit je Markowitzev model pri izbiri optimalnega premoženja vzajemnih skladov, ki se tržijo v Sloveniji. Pri tem sem upošteval časovni horizont od 1.1.1995 do 1.1.2007 ter upošteval vse tiste sklade, katerih zgodovina trženja je bila dolga vsaj 3 leta. Takih skladov je bilo 102.

Rezultati analize so izpostavili nekatere pomanjkljivosti Markowitzevega modela. Množica učinkovitih premoženj je zelo nestabilna, zaradi česar pričakovana donosnost in tveganje na podlagi pretekle porazdelitve donosnosti vzajemnih skladov nista uporabna. Dodatna slaba lastnost modela je dejstvo, da je napoved prihodnje donosnosti in tveganja optimalnih premoženj ne samo netočna, temveč tudi močno pristranska. Poleg tega se je izkazalo, da enostavna strategija, pri kateri investitor izbere 10 skladov, ki so imeli v preteklem obdobju največjo donosnost, v povprečju daje celo boljše rezultate kot preučevani investicijski model.

Pri iskanju vzrokov za slabe rezultate Markowitzevega modela v praksi velja izpostaviti visoko vsebnost šuma pri ocenjevanju variančno kovariančne matrike ter trendno gibanje VEP.

Kljub temu, da rezultati empiričnega testiranja Markowitzevega modela niso zadostili pričakovanjem, ta model ob nekaterih popravkih zagotovi nosi potencial širše uporabe. Slabo napovedovanje gibanja VEP bi lahko omilili s pomočjo dodatne regresijske analize, ki bi izboljšala napoved prihodnje donosnosti in tveganja, vsebnost šuma in s tem vsaj del vzroka za pristransko oceno donosnosti in tveganja pa bi poleg različnih nastavkov, ki jih ponuja literatura, še zlasti v primeru velike homogenosti med naložbenimi možnostmi lahko zmanjšali tudi z uporabo analize skupinic.

Literatura

1. Artzner P. et al.: Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, Oxford., 9(1999), 3, str. 203–228.
2. Aver B., Petrič M., Zupančič B.: Učinkovitost trga kapitala. Mramor et al., *Trg kapitala v Sloveniji*. Ljubljana : Gospodarski vestnik 2000, str. 303-331.
3. Bachelier L.: *Theorie de la Spéculation*. Doktorska disertacija. Pariz : Sorbonne, 1900. 192 str.
4. Banz R.: The Relationship Between Market Value and Return of Common Stock. *Journal of Financial Economics*, Rochester, 9(1981), 3, str. 3-18.
5. Basu S.: The Investment Performance of Common Stocks in Relation to Their Price-Earning Ratios. A Test of the Efficient Market Hypothesis. *The Journal of Finance*, New York, 32(1977), 3, str. 663-682.
6. Bernoulli D., prevedel Lousie S.: Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk. *Econometrica*, Evanston, 22(1954), 1, str. 22–36.
7. Black F., Scholes M.: The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, Chicago, 81(1973), 3, str. 637-654.
8. Brodin E., Klüppelberg C.: *Extreme Value Theory in Finance*. Zurich : ETH Zurich, 1999. 14 str.
9. Buffett W.: *The Superinvestors of Graham-and-Doddsville*. New York : Hermes, 1984. 13 str.
10. Burr W. J.: *The theory of investment value*. Harvard : Harvard University Press, 1937. 613 str.
11. Campbell J., Viceira L.: *Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-Term Investors*. Oxford : Oxford University Press, 2002. 274 str.
12. Capinski M., Zastawniak T.: *Mathematics for Finance*. London : Springer Verlag London, 2004. 310 str.
13. Chavez-Demoulin V., Roehrl A.: *Extreme Value Theory can save your neck..* Proximity whitepaper, B.k., 2004. 5 str.
14. Chopra N., Lakonishok J., Ritter J.: Measuring Abnormal Performance: Do Stock Overreact. *Journal of Financial Economics*, Amsterdam, 31(1992), 2, str. 235-268.
15. Clark F. J.: *Management of Investments*. Third edition. New York : McGraw-Hill, 1993. 691 str.
16. Čadež S., Jogan N., Pustatičnik J.: Analiza donosnosti finančnih naložb v Sloveniji. Mramor et al., *Trg kapitala v Sloveniji*. Ljubljana : Gospodarski vestnik, 2000, str. 253-302.
17. DeBondt W., Thaler R.: Does the Stock Market Overreact. *The Journal of Finance*, New York, 40(1985), str. 557-581.
18. Deželan S.: *Učinkovitost slovenskega trga kapitala*. Magistrsko delo. Ljubljana : Ekonomska fakulteta, 1996. 97 str.

19. Deželan S.: Efficiency of the Slovene equity Market. EBR, Ljubljana, 2(2002), 1, str. 61-83.
20. Engels M.: Portfolio Optimization: Beyond Markowitz. Magistrsko delo. Leiden : Universiteit Leiden, 2004. 134 str.
21. Fama E., French K.: The Cross-Section of Expected Stock Return. The Journal of Finance, New York, 58(1992), 2, str. 427-465.
22. Fama E., French K.: Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. Journal of Financial Economics, Rochester, 33(1993), 1, str. 3-56.
23. Fisher I.: The Nature of Capital and Income. New York : The MacMillan Co, 1906. 427 str.
24. Fisher R. A., Tippett L. H. C.: Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Member of a Sample. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Cambridge, 24(1928), 2, str. 180-190.
25. Galluccio S., Bouchaud J. P., Potters M.: Rational decisions, random matrices and spin glasses. Physica A, Amsterdam, 259(1998), 449, str. 449-456.
26. Grahek A.: Distribucija delniških donosov. Diplomsko delo. Ljubljana : Ekonomska fakulteta, 2004. 91 str.
27. Haugen R. A.: Modern Investment Theory. New Jersey : Prentice-Hall, 1990. 696 str.
28. Jegadeesh N.: Evidence of Predictable Behaviour of Security Returns. The Journal of Finance, New York, 45(1990), 3, str. 881-898.
29. Jegadeesh N., Sheridan T.: Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implication for Stock Market Efficiency. The Journal of Finance, New York, 48(1993), 1, str. 65-91.
30. Keynes J. M.: General Theory of Employment, Interest and Money. New York, London : Prometheus Books, 1957. 403 str.
31. Kierkegard K., Lejon C., Persson J.: Practical Application of Modern Portfolio Theory. Jönköping : Jönköping University – Jönköping International Business School, 2006. 69 str.
32. Kocherlakota N.: The Equity Premium: It's still a Puzzle. Journal of Economic Literature, Pittsburgh., 34(1996), 1, str. 42-71.
33. Laloux L. et al.: Random matrix theory and financial correlations. Theoretical and applied finance, New Jersey, 3(2000), 3, str. 391-397.
34. Leroy S.: Risk Aversion and the Martingale Property of Stock Returns. International Economic Review, Philadelphia, 14(1973), 2, str. 436-446.
35. Lindskog F.: The Mathematics and Fundamental Ideas of Extreme Value Theory. Stockholm : Royal Institute of Technology in Stockholm, 2004. 57 str.
36. Lintner J.: The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. The Review of Economics and Statistics, Cambridge, 47(1965), 1, str. 13-37.
37. Lucas R.: Asset Prices in an Exchange Economy. Econometrica, Evanston, 46(1978), 6, str. 1429-1445.

38. Markowitz H.: Portfolio Selection. The Journal of Finance, New York, 7(1952), 1, str 77-91.
39. Markowitz H.: Portfolio Selection: Efficient diversification of investments. New York : John Wiley & Sons, 1959. 356 str.
40. Markowitz H.: The early history of portfolio theory: 1600-1960. Financial Analysts Journal, London, 55(1999), 4, str. 5-16.
41. McGrattan E.: The CAPM Debate. Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, Minneapolis, 19(1995), 4, str. 2-17.
42. Mehra R., Prescott E.: The Equity Premium Puzzle. Journal of Monetary Economics, Amsterdam, 40(1985), 2, str. 145-161.
43. Merton R.: Lifetime portfolio selection under uncertainty: the continuous time case. Review of Economics & Statistics, Harvard, 51(1969), 3, str. 247-257.
44. Michaud R.: Efficient Asset Management: A Practical Guide to Stock Portfolio Optimization and Asset Allocation. New York : Oxford University Press, 2006. 176 str.
45. De Moivre A.: The Doctrine of Chance: A method of calculating the probabilities of events in play. London : Philosophical Transactions, 1711. 368 str.
46. Mramor D., Lončarski I.: Traditional, modern and new approach to finance. Ljubljana : Ekonomska fakulteta, 2002. 17 str.
47. Ogorevc A.: Meja učinkovitosti slovenskega trga kapitala. Diplomsko delo. Ljubljana : Ekonomska fakulteta, 2004. 72 str.
48. Pafka S., Kondor I.: Noisy Covariance Matrices and Portfolio Optimization II. Physica A, Amsterdam, 319(2004), str. 487-494.
49. Pavšič A.: Alternative sodobni finančni teoriji. Diplomsko delo. Ljubljana : Ekonomska fakulteta, 2003. 53 str.
50. Plerou V., Gopikrishnan P., Rosenow B.: Universal and Nonuniversal Properties of Cross Correlations in Financial Time Series. Physical Review Letter, New York, 83(1999), 7, str. 1471-1474.
51. Roll R., Ross S. A.: The Arbitrage Pricing Theory Approach to Strategic Portfolio Planning. Financial Analyst's Journal, London, 51(1995), 1, str. 122-131.
52. Rosenberg B., Reid K., Lanstein R.: Persuasive evidence of market inefficiency. The Journal of Portfolio Management, New York, 11(1985), 3, str. 9-16.
53. Ross S.: The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. Journal of Economic Theory, Amsterdam, 13(1976), 3, str. 341-360.
54. Roy A.: Safety first and the holding of assets. Econometrica, Evanston, 20(1952), 3, str. 431-449.
55. Rubinstein M.: The valuation of uncertain income streams and the pricing of options. Bell Journal of Economics, Homewood, 7(1976), 2, str. 407-425.
56. Rubinstein M.: Markowitz's 'Portfolio selection': A Fifty-Year Retrospective. The Journal of Finance, New York, 58(2002), 3, str. 1041-1045.
57. Sharpe W. F.: Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. The Journal of Finance, New York, 19(1964), 3, str. 425-442.

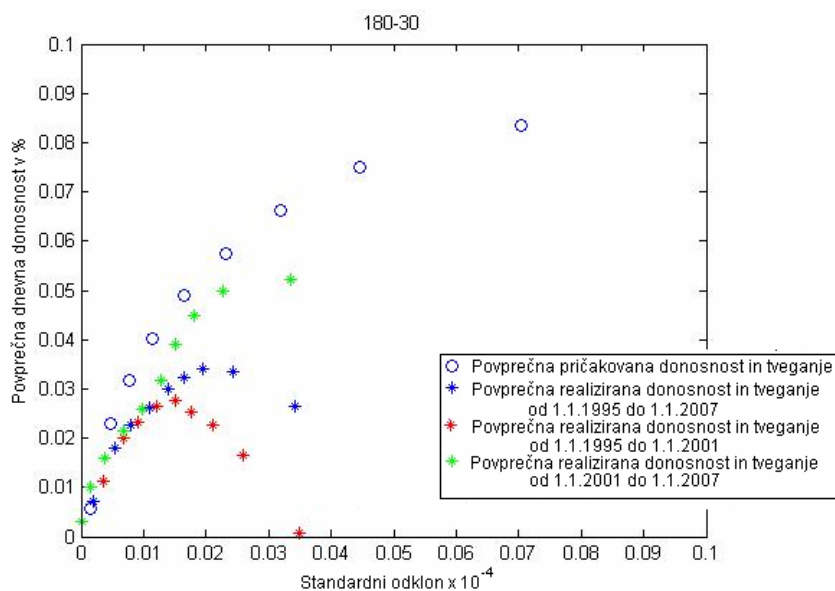
58. Tobin J.: Liquidity Preference as Behaviour Toward Risk.: The Review of Economic Studies, Clevedon, 25(1958), 2, str. 65-86.
59. Velkavrh M.: Učinkovitost, tveganje in donosnost slovenskega trga kapitala. Diplomsko delo. Ljubljana : Ekonomska fakulteta, 2002. 44 str.

Viri

1. Bai Z., Liu H., Wong W. K.: Making Markowitz's Portfolio Optimization Theory Practically Useful. [URL: http://www.uhb.fr/sc_sociales/labstats/ARCHIVESEMI/RESUME0506/liu.pdf], 2006.
2. Bernstein W., Wilkinson D.: Diversification, Rebalancing and the Geometric Mean Frontier. [URL: <http://www.ellisols.com/basics/rebal.pdf>], 1997.
3. Bernstein W., Wilkinson D.: Mean-Variance Optimization, Modern Portfolio Theory. Markowitz Portfolio Selection. [URL: <http://www.ellisols.com/basics/MVO.htm>], 1998.
4. Clarkson R., Brae M.: The Coming Revolution in the Theory of Finance. [URL: <http://www.actuaries.org/AFIR/colloquia/Orlando/Clarkson.pdf>], 1989.
5. Devjak S.: Optimizacija portfelja vrednostnih papirjev v Sloveniji. [URL: <http://www.nlb.si/cgi-bin/nlbweb.exe?doc=128>] 2004.
6. Dowd K.: Coherent Risk Measures. [URL: <http://www.fenews.com/fen41/risk-reward/risk-reward.htm>], 21.3.2006.
7. Finančna točka. [URL: <http://www.financa-tocka.si/>], 1.11.2006.
8. Hürlimann W.: An Alternative Approach to Portfolio Selection. [URL: http://www.actuaires.org/EVENTS/congresses/Cancun/afir_subject/afir_47_hurimann.pdf], 2001.
9. Markowitz H.: Portfolio Theory: Past Present & Future. [URL: http://www.business.uts.edu.au/qfrc/conferences/ppfim/downloads/harrymarkowitz_slides.pdf], 12.3.2007.
10. Morien T.: Investment FAQ. [URL: <http://travismorien.com>], 1.2.2007.
11. Tasche D.: Risk contributions and Performance Measurement. [URL: <http://www-m4.ma.tum.de/pers/tasche/riskcon.pdf>], 2000.

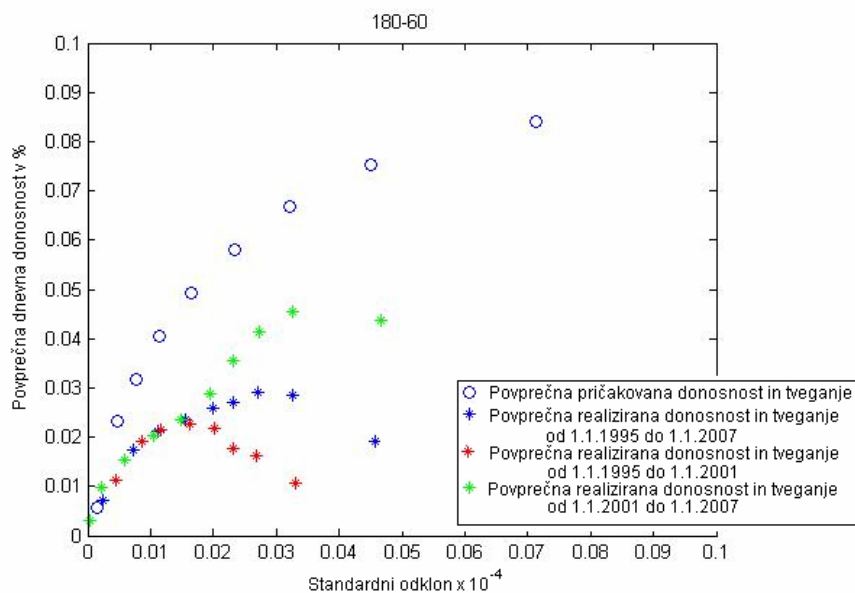
Priloge

Priloga 1: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 180 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 30-ih dneh po investiranju



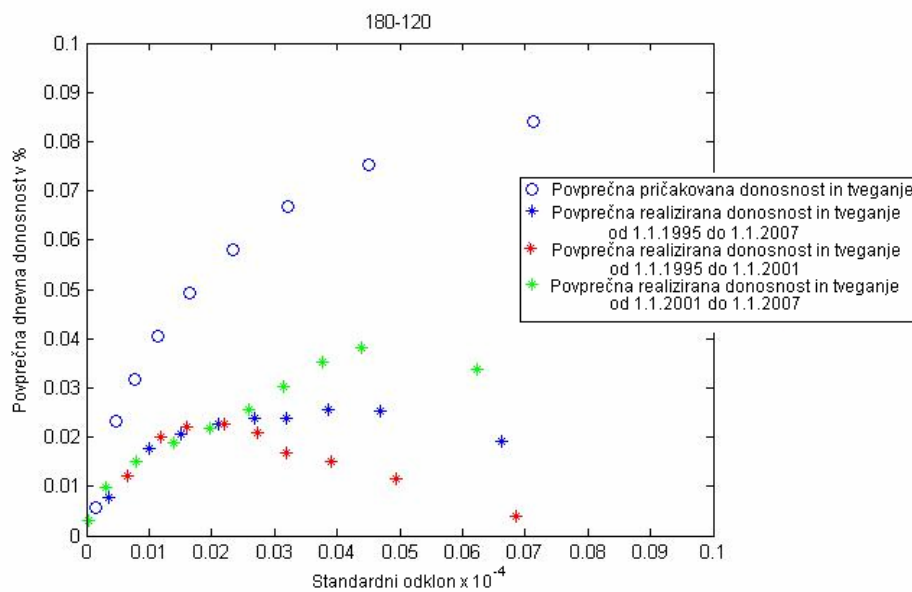
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 2: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 180 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 60-ih dneh po investiranju



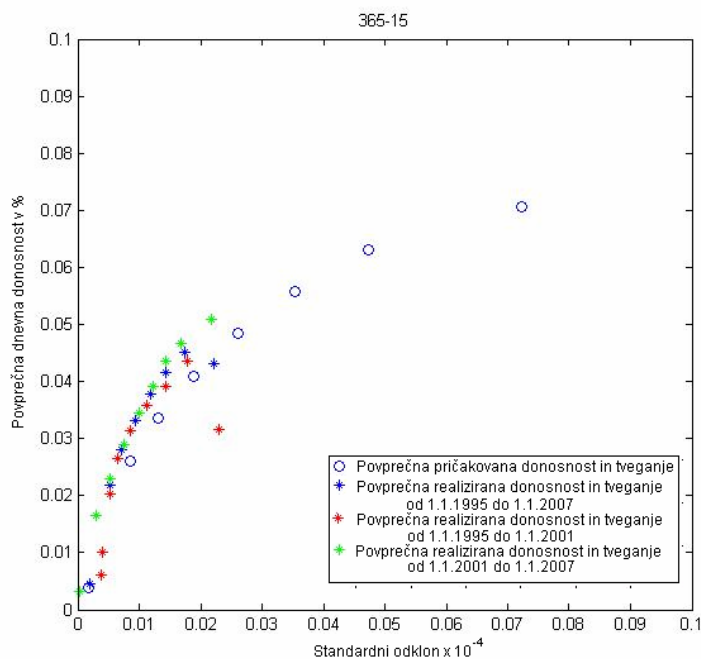
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 3: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 180 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 120-ih dneh po investiranju



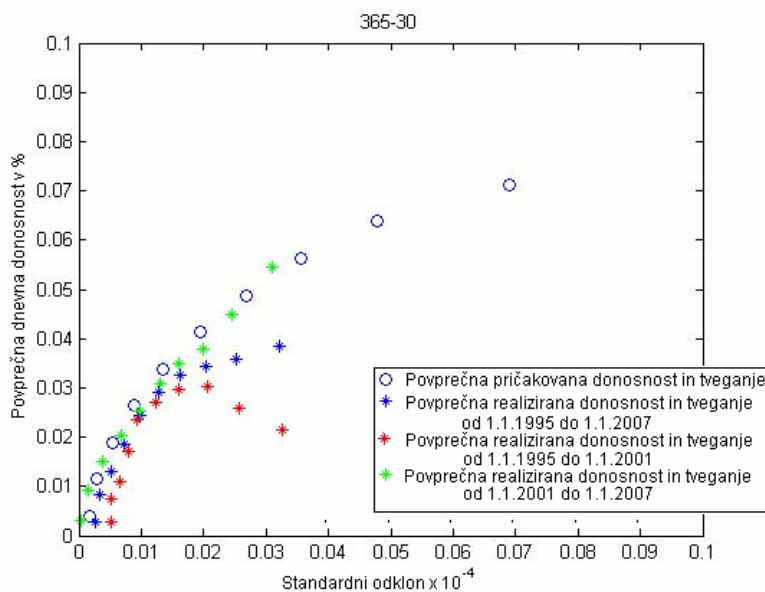
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 4: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 365 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 15-ih dneh po investiranju



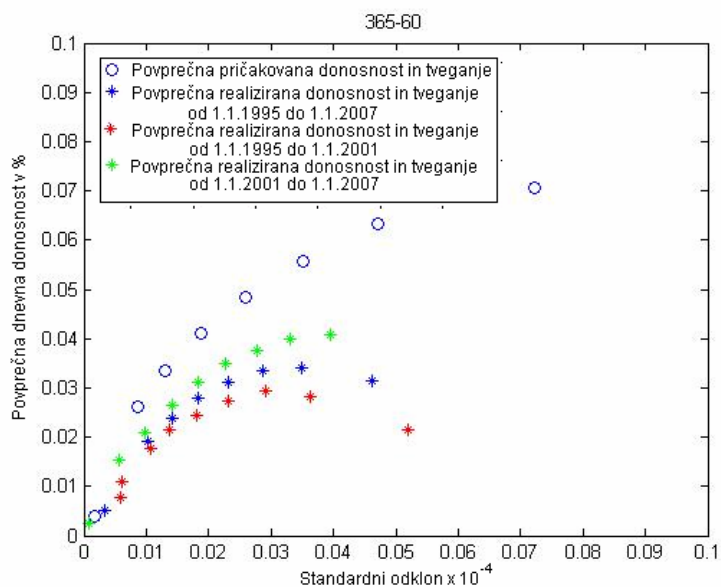
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 5: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 365 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 30-ih dneh po investiranju



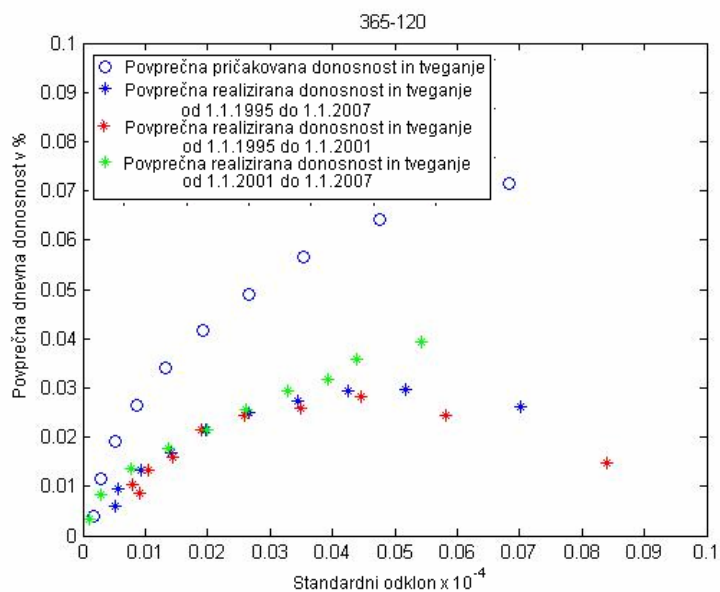
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 6: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 365 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 60-ih dneh po investiranju



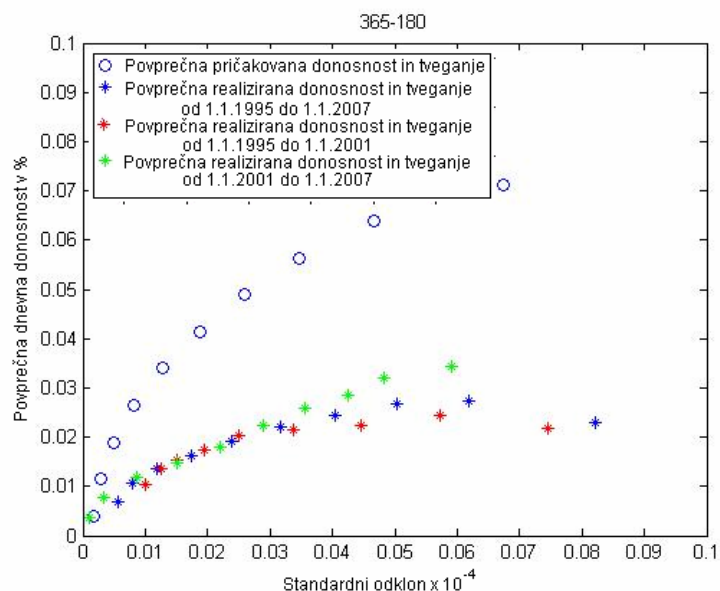
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 7: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 365 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 120-ih dneh po investiranju



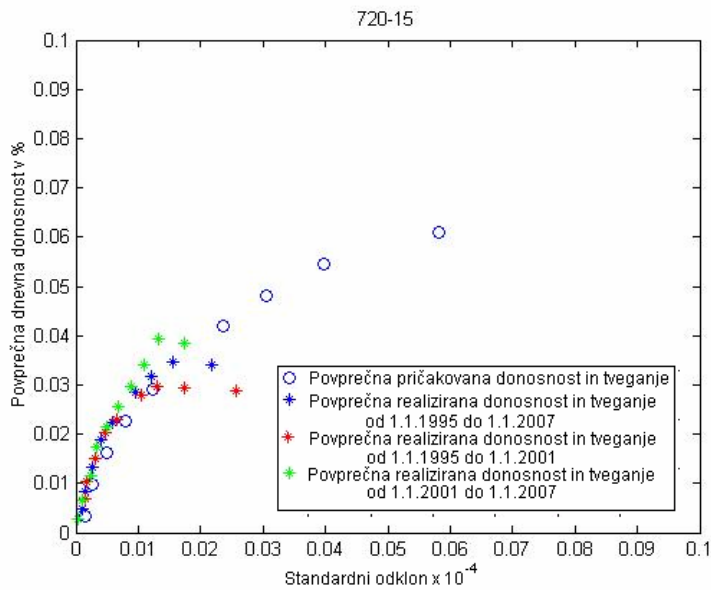
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 8: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 365 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 180-ih dneh po investiranju



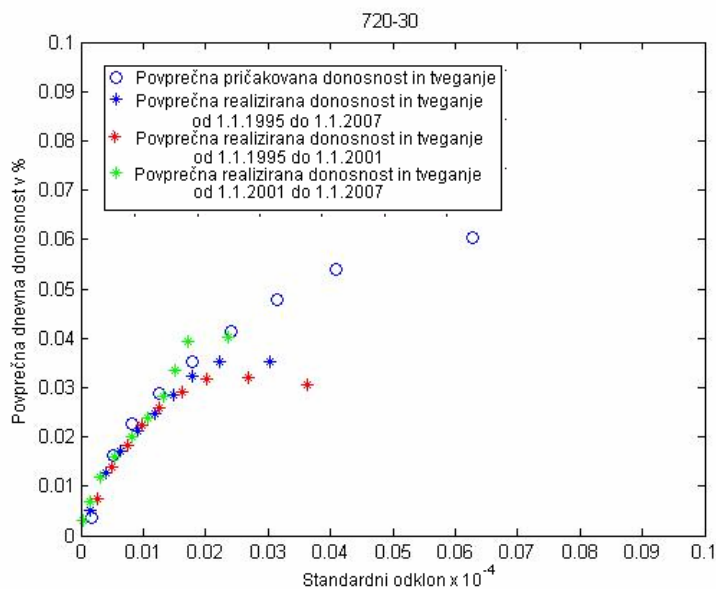
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 9: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 720 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 15-ih dneh po investiranju



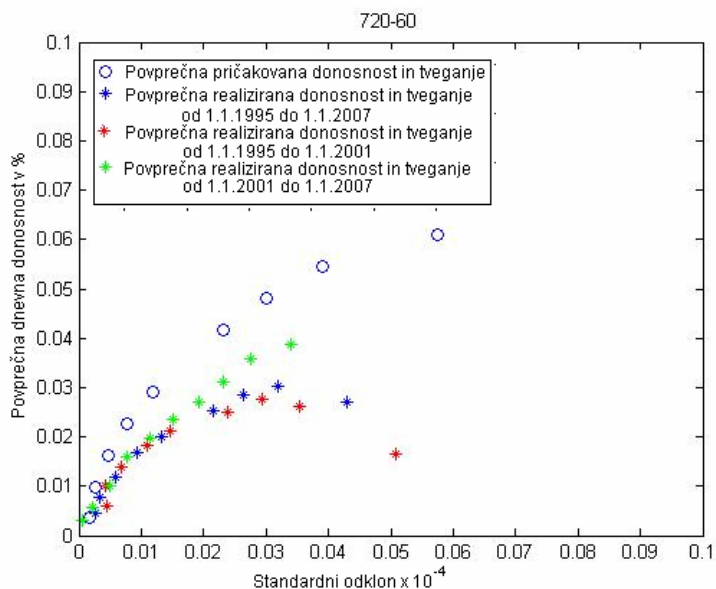
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 10: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 720 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 30-ih dneh po investiranju



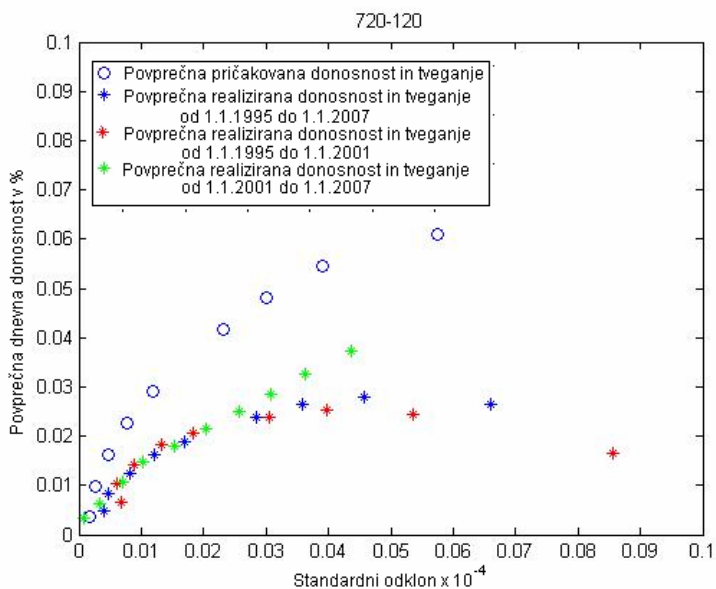
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 11: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 720 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 60-ih dneh po investiranju



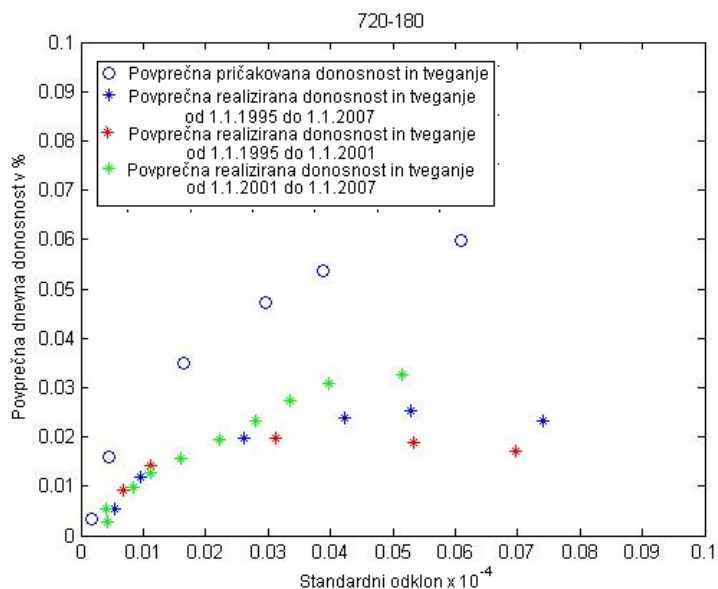
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 12: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 720 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 120-ih dneh po investiranju



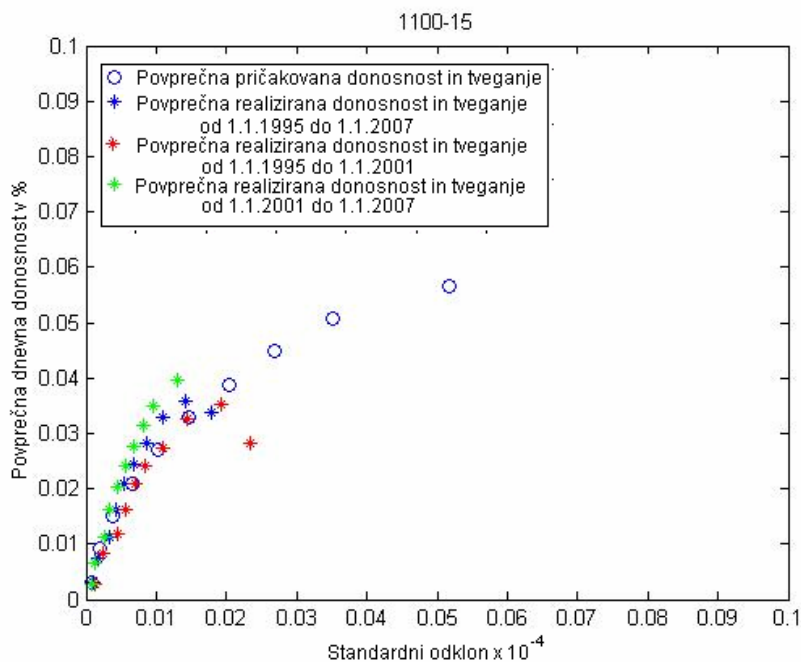
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 13: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 720 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 180-ih dneh po investiranju



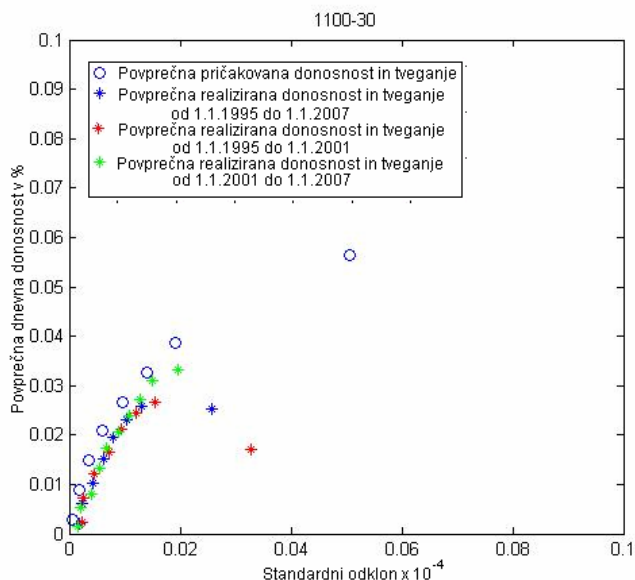
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 14: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 1100 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 15-ih dneh po investiranju



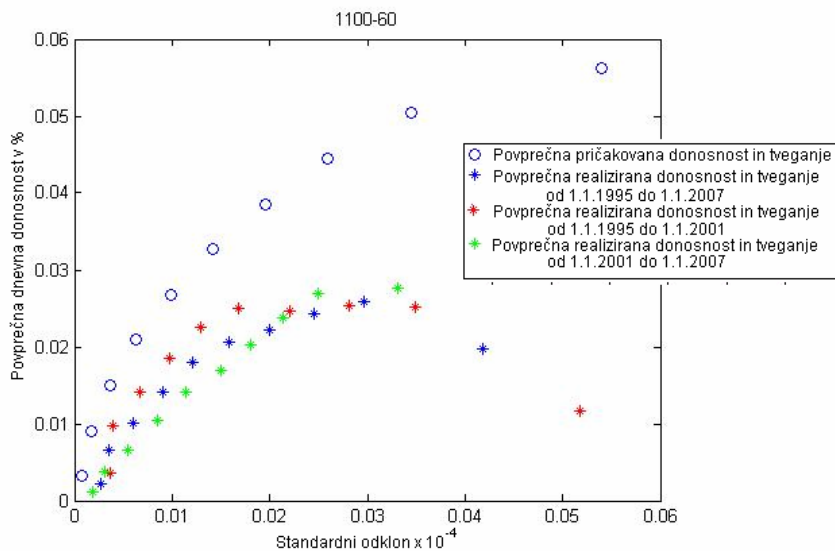
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 15: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 1100 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 30-ih dneh po investiranju



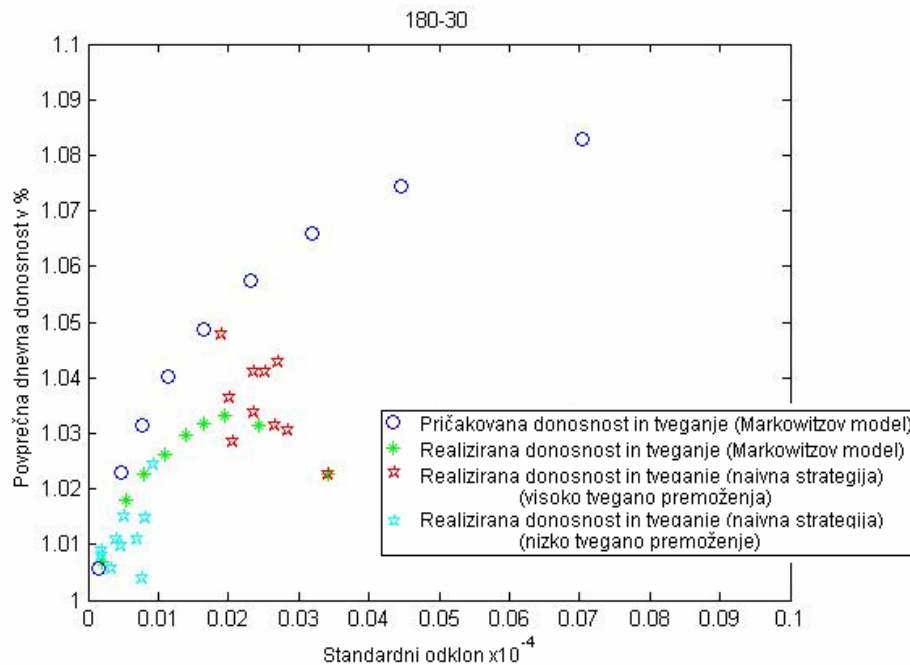
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 16: Primerjava povprečnih dinamičnih pričakovanj o donosnosti in tveganju učinkovitih premoženj na podlagi preteklih 1100 dni s povprečnimi realiziranimi donosnostmi in tveganji v 60-ih dneh po investiranju



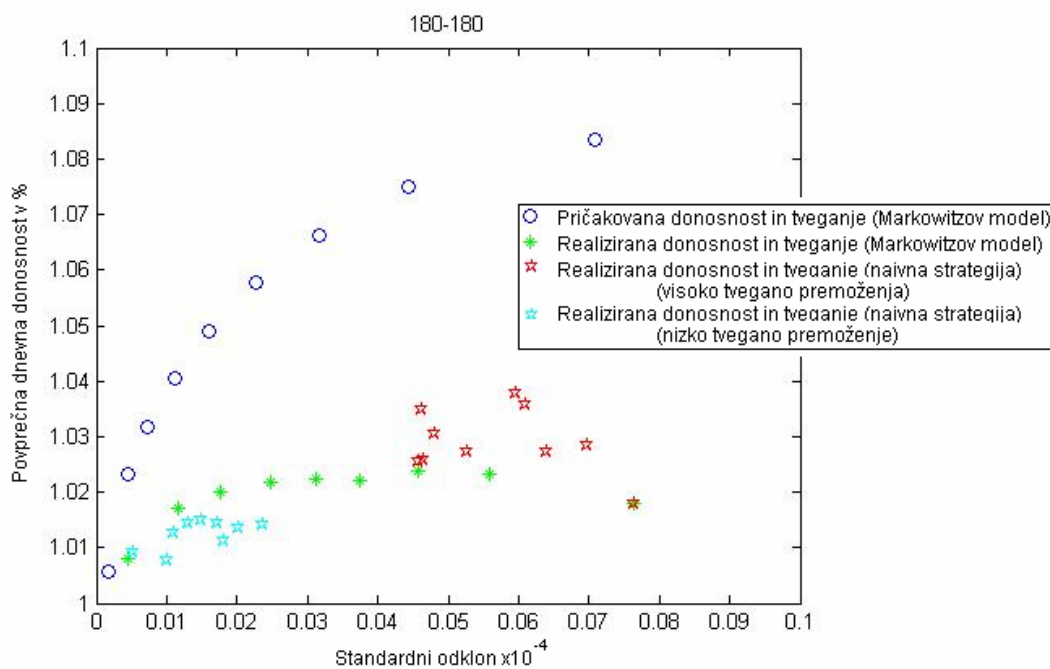
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 19: Primerjava rezultatov Markowitzovega modela na podlagi podatkov o donosnosti za preteklih 180 dni z naivno strategijo v prvih 30-ih dneh po optimizaciji



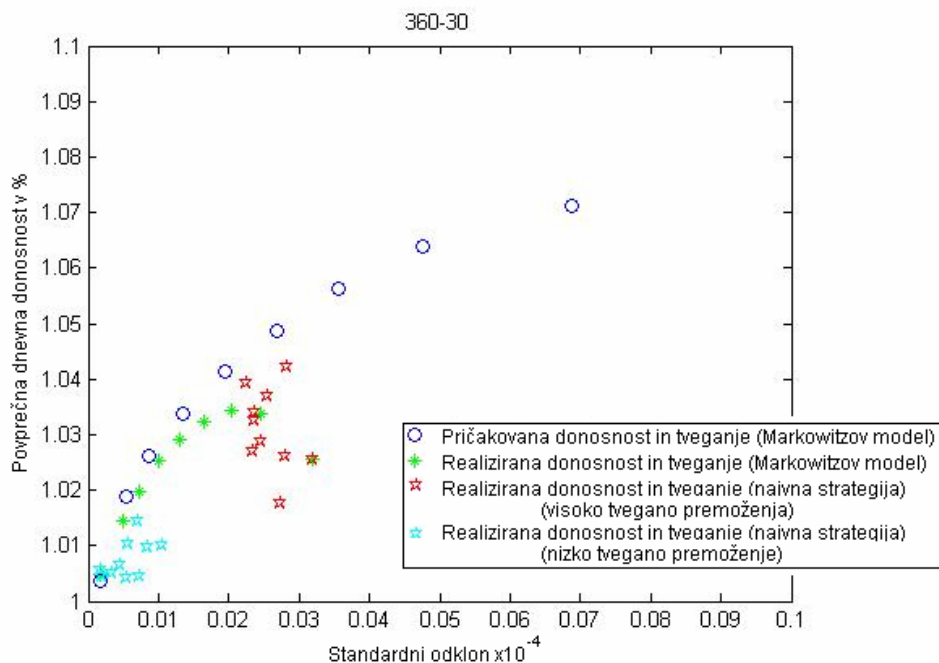
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 20: Primerjava rezultatov Markowitzovega modela na podlagi podatkov o donosnosti za preteklih 180 dni z naivno strategijo v prvih 180-ih dneh po optimizaciji



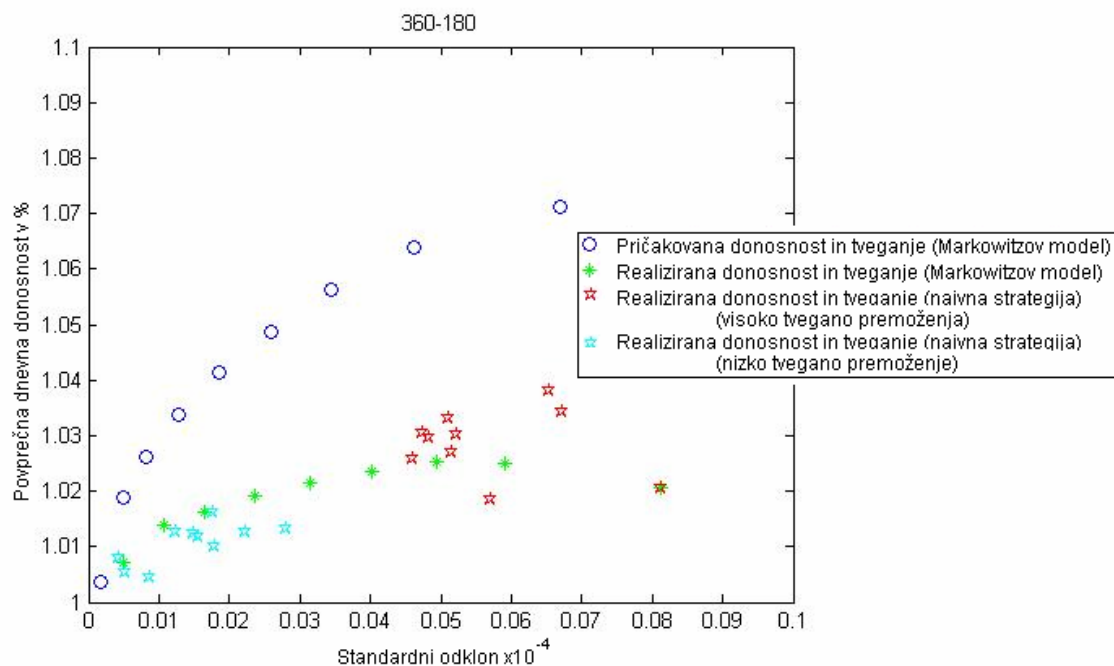
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 21: Primerjava rezultatov Markowitzevega modela na podlagi podatkov o donosnosti za preteklih 360 dni z naivno strategijo v prvih 30-ih dneh po optimizaciji



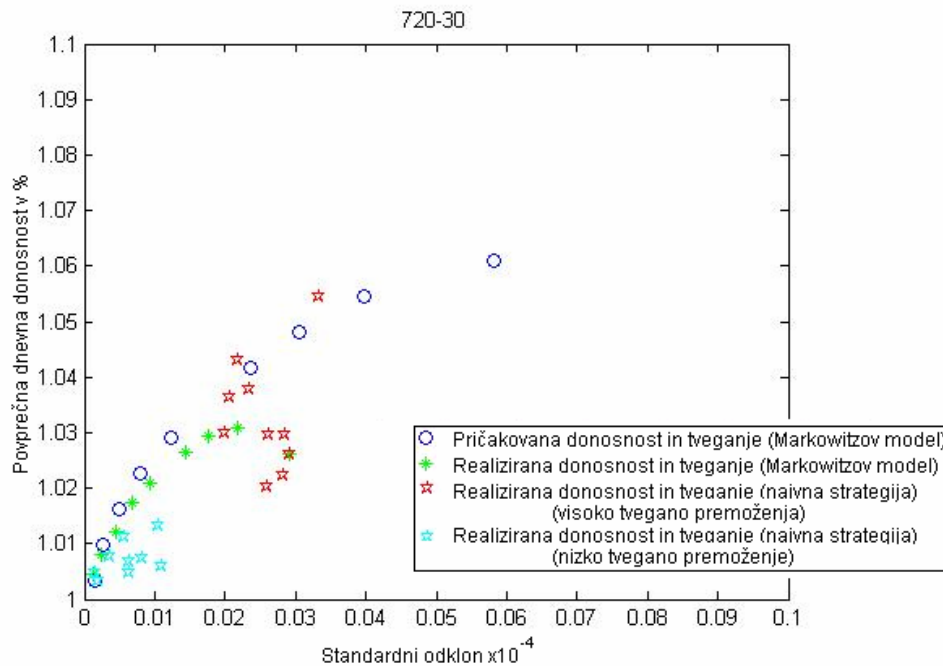
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 22: Primerjava rezultatov Markowitzevega modela na podlagi podatkov o donosnosti za preteklih 360 dni z naivno strategijo v prvih 180-ih dneh po optimizaciji



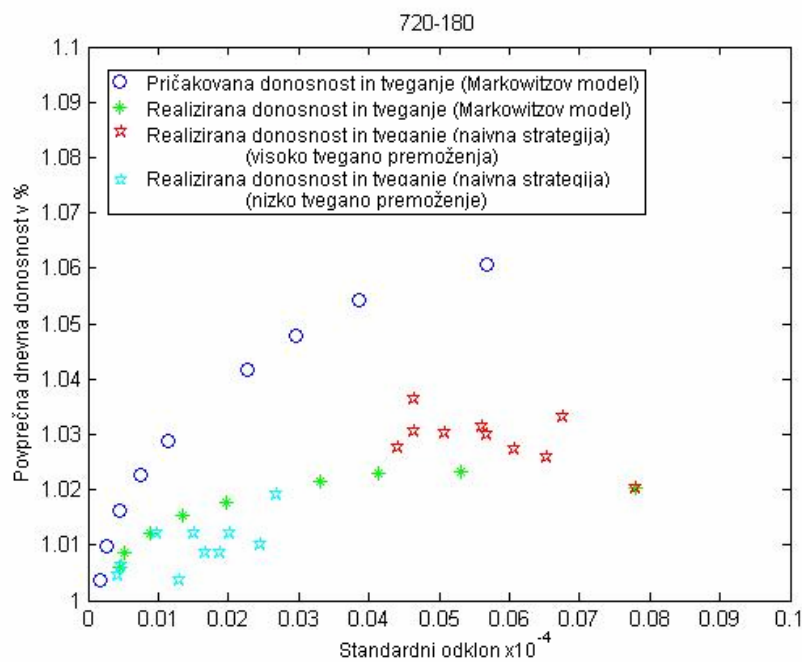
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 23: Primerjava rezultatov Markowitzevega modela na podlagi podatkov o donosnosti za preteklih 720 dni z naivno strategijo v prvih 30-ih dneh po optimizaciji



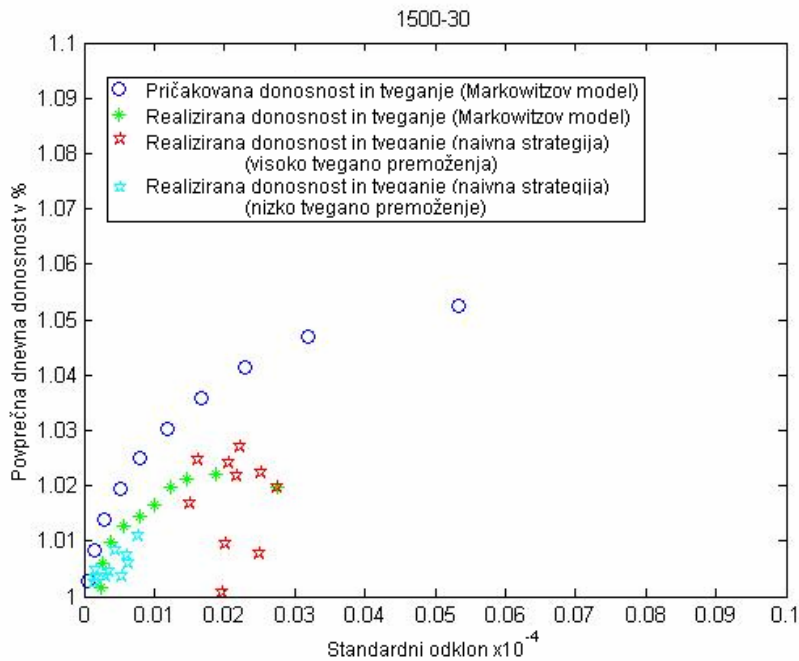
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 24: Primerjava rezultatov Markowitzevega modela na podlagi podatkov o donosnosti za preteklih 720 dni z naivno strategijo v prvih 180-ih dneh po optimizaciji



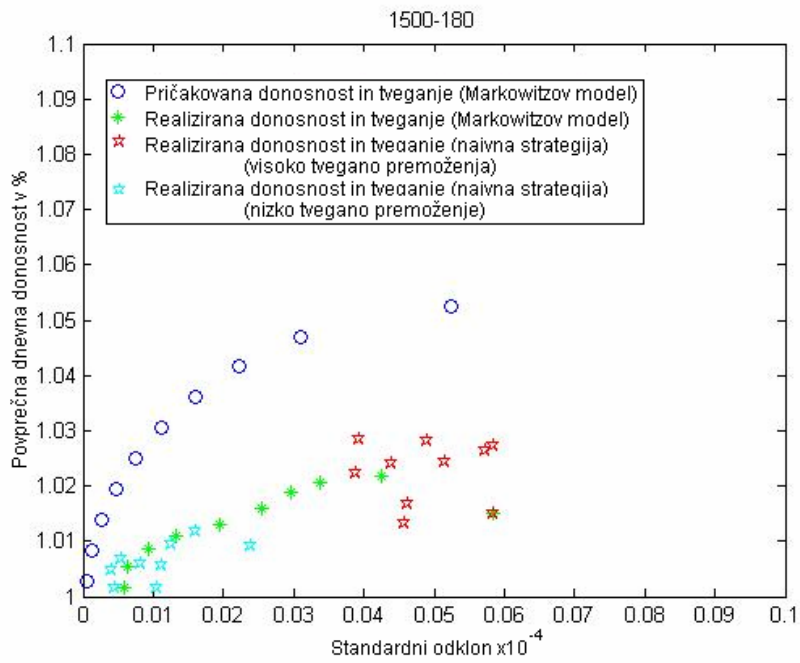
Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 25: Primerjava rezultatov Markowitzovega modela na podlagi podatkov o donosnosti za preteklih 1500 dni z naivno strategijo v prvih 30-ih dneh po optimizaciji



Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 26: Primerjava rezultatov Markowitzovega modela na podlagi podatkov o donosnosti za preteklih 1500 dni z naivno strategijo v prvih 180-ih dneh po optimizaciji



Vir: Finančna točka, 2007; Lastni prikaz..

Priloga 27: Slovar slovenskih prevodov tujih izrazov

Tuj izraz	Slovenska razlaga
Arbitrage Pricing Theory	– teorija cenovne arbitraže
Attainable portfolios set	– dosegljiva premoženja
Book to market ratio	– količnik med knjigovodsko in tržno ceno
Bootstrap plug-in	– bootstrap nastavek
Brownian motion	– Brownovo gibanje
Capital Asset Pricing Model	– model določanja cen dolgoročnih naložb
Cluster analysis	– analiza skupinic
Conditional Value at Risk	– pogojena tvegana vrednost
Critical line algorithm	– algoritem kritičnih črt
Data mining	– rudarjenje podatkov
Density generator	– generator gostote
Efficient portfolio set	– množica učinkovitih premoženj
Extreme Value Theory	– teorija ekstremnih vrednosti
Generalized Extreme Value Distribution	– splošna porazdelitev ekstremnih vrednosti
Long-term memory	– dolgoročni spomin
Market portfolio	– tržno premoženje
Markowitz bullet	– Markowitzeva kroglja
Mean reverting property	– vračanje k povprečju
Modern Portfolio Theory	– sodobna premoženjska teorija
Price – earnings ratio	– multiplikator čistega dobička
Random walk	– naključni sprehod
Resampled efficiency method	– metoda samovzorčne učinkovitosti
Risk adjusted return	– za tveganje prilagojena donosnost
Rolling efficient portfolio set	– valeča množica učinkovitih premoženj
Semivariance	– semivarianca
Stein estimator	– Steinova cenilka
Treasury bills	– ameriške zakladne menice
Value at Risk	– tvegana vrednost